

Verbesserung der Rekonstruktion an einem Ausbildungs-Positronen-Emissions- Tomographen mit dem Ziel der aktivitätstreuen Bildinterpretation

Bachelor-Arbeit
zur Erlangung des Hochschulgrades
Bachelor of Science
im Bachelor-Studiengang Physik

vorgelegt von

Martin Michel
geboren am 02.11.1999 in Dresden

Institut für Kern- und Teilchenphysik
Fakultät Physik
Bereich Mathematik und Naturwissenschaften
Technische Universität Dresden
2022

Eingereicht am 20. Juni 2022

1. Gutachter: Prof. Dr. Arno Straessner

2. Gutachter: Prof. Dr. Kai Zuber

Betreuer: Dr. Thomas Kormoll

Kurzfassung

Die Positronen-Emissions-Tomographie (PET) ist ein wichtiges medizinisches Bildgebungsverfahren und findet Anwendung in der Untersuchung von Krebs und Stoffwechselvorgängen, die mit Hilfe von β^+ -Emittern sichtbar gemacht werden können. Dabei ist eine quantitative Auswertung wichtig um unabhängige und vergleichbare Ergebnisse zu erhalten. Am IKTP wird zur Vermittlung dieser Inhalte im Physikstudium ein Kleintier-PET-Scanner betrieben. In dieser Arbeit soll die Bildrekonstruktion an diesem Gerät bezüglich der Aktivitätsbestimmung weiter verbessert werden. Dafür werden Anpassungen an der Normalisierung für den iterativen OSMAPOSL-Algorithmus vorgenommen, um Schwächung und Streuung zu berücksichtigen. Dies bildet die Grundlage für eine reproduzierbare Darstellung bekannter Aktivitätsverhältnisse und damit einer aktivitätstreuen Bildinterpretation an diesem Gerät.

Abstract

The positron emission tomography (PET) is an important medical imaging technique and is used in the study of cancer and metabolic processes that can be made visible using β^+ emitters. A quantitative evaluation is important in order to obtain independent and comparable results. At the IKTP a small animal PET scanner is used to convey this content in physics studies. In this work, the image reconstruction on this device should be further improved with regard to activity determination. For this, adjustments are made to the normalization for the iterative OSMAPOSL algorithm to account for attenuation and scattering. This forms the basis for a reproducible display of known activity ratios and thus an activity-true image interpretation on this device.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Theoretischer Hintergrund	7
2.1	Entstehung und Vernichtung von Positronen	7
2.1.1	Positronenemission durch β^+ -Umwandlung	7
2.1.2	Paarvernichtung	8
2.2	Wechselwirkungen von Photonen mit Materie	8
2.2.1	Kohärente Streuung	10
2.2.2	Inkohärente Streuung	10
2.2.3	Photoelektrischer Effekt	11
2.2.4	Paarbildung	12
2.2.5	Exponentielle Schwächung	12
3	Material und Methoden	15
3.1	Messaufbau	15
3.1.1	Messverfahren	16
3.1.2	Detektorkassetten	19
3.1.3	Natrium-22-Quellen	20
3.2	Auswertungsverfahren	21
3.2.1	Rückprojektion	21
3.2.2	Sinogramme	24
3.2.3	OSMAPOSL-Algorithmus	25
4	Messungen und Ergebnisse	27
4.1	Einfache Rückprojektion von Punktquellen	29
4.2	Alte OSMAPOSL-Rekonstruktion	30
4.2.1	Bestimmung der Aktivitätsverhältnisse	31
4.2.2	Bestimmung der statistischen Fehler	32
4.3	Neue OSMAPOSL-Rekonstruktion ohne Schwächungskorrektur	34
4.3.1	Neue Normalisierungsmessung	34
4.3.2	Bestimmung der Aktivitätsverhältnisse	36

4.3.3	Bestimmung der statistischen Fehler	38
4.4	Normalisierung durch Projektionen	38
4.5	Neue OSMAPOS-Rekonstruktion mit Schwächungskorrektur	42
4.5.1	Bestimmung der Aktivitätsverhältnisse	43
4.5.2	Bestimmung der statistischen Fehler	44
5	Zusammenfassung	45
	Literatur	47

1 Einleitung

Bei der Positronen-Emissions-Tomographie (PET) handelt es sich um ein bildgebendes Verfahren aus der Nuklearmedizin, bei welchem β^+ -Emitter injiziert werden und sich je nach Verfahren in Regionen von Interesse anreichern. Diese lokal erhöhte β^+ -Aktivität wird gemessen und abgebildet. Dadurch kann die Durchblutung, sowie Stoffwechselvorgänge in verschiedenen Organen beobachtet werden.

In der Onkologie wird PET eingesetzt, um Tumore und Metastasen zu lokalisieren. Dafür wird dem Patient ein Radiopharmazeutikum mit ^{18}F injiziert. Jenes kann sich dann bei den Tumorzellen anlagern. Über das ermittelte Aktivitätsbild werden die Anlagerungen dann aufgrund der lokal erhöhten Aktivität sichtbar und man erhält Informationen über deren Position im Körper.

Auch außerhalb des medizinischen Bereichs findet PET Anwendungen. Beispielsweise kann durch quantitative PET am Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf auch eine Untersuchung der molekularen Diffusion in Gesteinsschichten gemacht werden [1].

Das ClearPETTM von der raytest Isotopenmessgeräte GmbH ist ein Kleintier-Positronen-Emissions-Tomograph, welcher in defektem Zustand an das IKTP gebracht und dort von S. Lehr [2] im Rahmen seiner Bachelorarbeit funktionstüchtig gemacht wurde. Im Jahr darauf wurde in der Arbeit von B. Sudzius [3] eine Normalisierung mit Hilfe eines Phantoms mit homogener Quellverteilung durchgeführt, welche in den iterativen OSMAPOS-Algorithmus integriert wurde. Dadurch wurde die Ortsauflösung verbessert, aber die Normalisierung wurde nicht so weit optimiert, dass eine quantitative Auswertung von Aktivitätsverteilungen möglich war.

Die im Rahmen dieser Arbeit erstellte Normalisierung soll durch Berücksichtigung von Streuung und Schwächung die Rekonstruktion so weit verbessern, dass eine aktivitätsstreuende Abbildung im nahezu ganzen Bildbereich erreicht wird. Dadurch wird die Grundlage für eine quantitative Auswertung von Aktivitätsverteilungen geschaffen, welche in die Ausbildung im Rahmen des Studiums von Physiker:innen an diesem Gerät einfließt.

2 Theoretischer Hintergrund

Dieser Abschnitt behandelt die theoretischen Grundlagen zu den wichtigsten physikalischen Phänomenen, welche bei der Positronen-Emissions-Tomographie (PET) auftreten. Dadurch werden die Grundlage zum Verständnis des Messverfahrens gelegt und wichtige Bezüge zur Detektor-, Kern-, Teilchen- und Strahlungsphysik hergestellt.

2.1 Entstehung und Vernichtung von Positronen

Bei der Positronen-Emission-Tomographie werden β^+ -Strahler genutzt, welche Positronen emittieren. Positronen sind die Antiteilchen der Elektronen und haben damit die gleiche Ruheenergie (511 keV) und eine entgegengesetzte Ladung (+e). Sie werden während des Messverfahrens erst emittiert und vernichten sich dann wieder zusammen mit den in der umgebenden Materie vorhandenen Elektronen, wobei Vernichtungsstrahlung in Form von zwei Photonen erzeugt wird. Um diese Prozesse besser zu verstehen, werden sie im Folgendem näher erläutert.

2.1.1 Positronenemission durch β^+ -Umwandlung

Radioaktivität beschreibt Phänomene, bei denen spontane Kernumwandlungen stattfinden. Die bei diesem Prozess freiwerdende Energie wird in Form von Strahlung emittiert [4]. Die Kernumwandlung, bei welcher Positronen entstehen, wird als β^+ -Umwandlung oder Positronenemission bezeichnet.

Der β^+ -Umwandlung kann durch die Gleichung

$${}_{Z+1}^AX^+ \rightarrow {}_Z^AY + e^+ + \nu_e \quad (2.1)$$

beschrieben werden [5].

Im Atomkern wird ein gebundenes Proton in ein Neutron umgewandelt, wobei ein Positron und ein Neutrino emittiert werden.

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e + \text{Energie} \quad (2.2)$$

Es wird Energie frei, welche in Form von kinetischer Energie stochastisch auf das Neutrino und das Positron verteilt wird [6]. Das führt dazu, dass die entstehenden Positronen eine spektrale Energieverteilung haben, also alle Energien von Null bis zur gesamten frei werdenden Energie, abzüglich der Neutrino-Ruhemasse, annehmen können.

Diese Positronenemission wird als β^+ -Strahlung bezeichnet.

Bei spontanen Kernumwandlungen kann der Übergang auch zu einem angeregten Zustand des Zerfallsprodukts führen, welcher erst über weitere Übergänge, die meist Energie in Form von Photonen emittieren, zu einem Grundzustand führen [6].

Diese Emission von Photonen wird als γ -Strahlung bezeichnet.

2.1.2 Paarvernichtung

Das Positron wird durch Ionisation und Anregung abgebremst. Dadurch kommt es zur Ruhe und bildet zusammen mit einem Elektron Positronium. Nach einer gewissen Lebensdauer wandelt sich dieses dann zu zwei Photonen um.

Also werden ein Positron und ein Elektron vernichtet und es entstehen zwei Photonen.

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma \quad (2.3)$$

Da diese aus ruhendem Positronium entstehen, ist die Energie eines Photons 511 keV, was der Ruheenergie von jeweils einem der beiden Teilchen entspricht. Aus der Energie- und Impulserhaltung folgt, dass die Photonen diametral, also unter einem Winkel von 180° , emittiert werden.

Werden die Positronen vor der Vernichtung nicht komplett abgebremst, dann entspricht die Gesamtenergie der beiden Photonen der Summe aus der Ruheenergie der vernichteten Teilchen und deren kinetischer Energie. Das sorgt auch dafür, dass die Photonen nicht mehr diametral emittiert werden. In diesem Fall spricht man von Annihilation im Flug.

Die Paarvernichtung sorgt dafür, dass bei Positronenemission in Materie immer auch Vernichtungsstrahlung auftritt, welche relevant für den Strahlenschutz ist [6].

2.2 Wechselwirkungen von Photonen mit Materie

Die wichtigsten Wechselwirkungsprozesse von Photonen mit Materie sind die kohärente Streuung, die inkohärente Streuung, der photoelektrische Effekt und die Paarbildung.

Sie sind für den Nachweis der γ -Strahlung im Detektor relevant, können aber auch zu einer Abweichung der Aktivitätsverhältnisse bei den in PET berechneten Aktivitätsbildern führen. Das liegt daran, dass Streuung und Schwächung ortsabhängig sind.

Im folgenden Kapitel soll ein Überblick über die verschiedenen Wechselwirkungen verschafft werden. Hierbei ist zu beachten, dass die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Wechselwirkungen und der damit zusammenhängenden Größe der Wirkungsquerschnitte sowohl abhängig von der Energie der Photonen als auch von der Ordnungszahl der Atome, mit den die Wechselwirkung stattfindet, ist.

Diese Abhängigkeit ist auch in Abbildung 2.1 für Eisen ($Z = 26$) dargestellt.

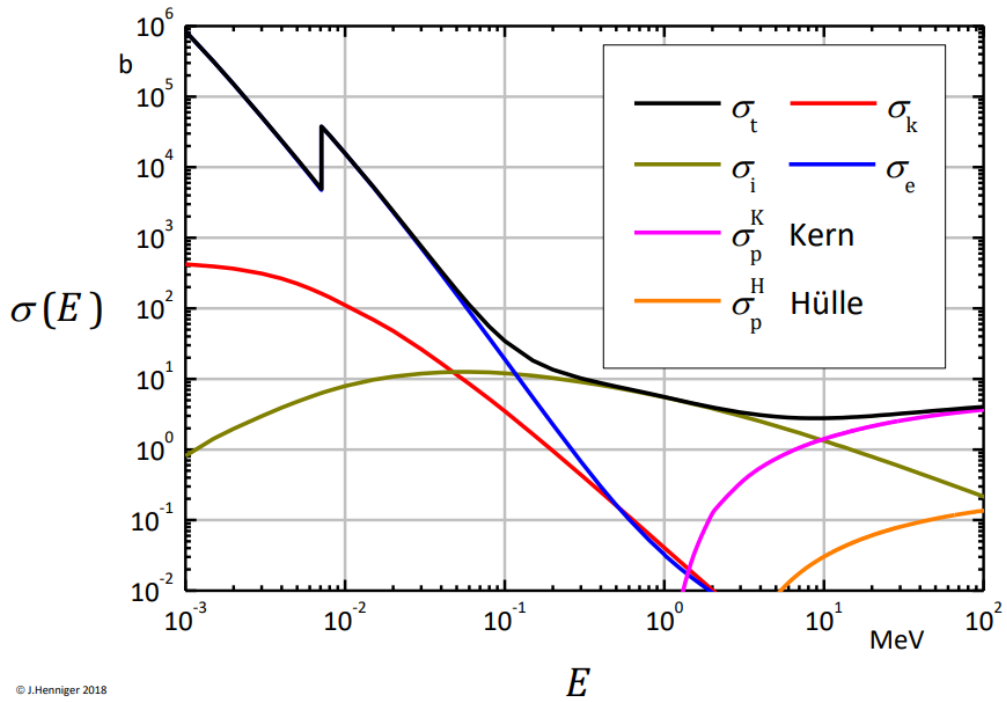


Abbildung 2.1: Wechselwirkungsquerschnitte für die Wechselwirkung von Photonen mit Materie in Abhängigkeit von der Photonenenergie. Es werden die Wirkungsquerschnitte vom Photoeffekt, der inkohärenten Streuung, der kohärenten Streuung, und der Paarbildung im elektrischen Feld des Kerns oder eines Hüllenelektrons dargestellt. Bei einer Energie von 511 keV ist die inkohärente Streuung dominant [7].

Der Wirkungsquerschnitt ist definiert über

$$\sigma = \frac{N}{\Phi} \quad (2.4)$$

mit der mittleren Anzahl an Wechselwirkungen eines Teilchens N und der Teilchenfluenz Φ , der das Target, in der Regel ein Atom, ausgesetzt ist. Er wird meist in barn ($b = 100 \text{ fm}^2$) angegeben und ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, dass eine Wechselwirkung mit Materie stattfindet [8].

2.2.1 Kohärente Streuung

Kohärente Streuung ist die Streuung von Photonen an Elektronen in der Atomhülle bei der eine elastische Streuung ohne Energieverlust für das Photon stattfindet. Es wird zwischen der Thomson-Streuung bei niederenergetischer, ionisierender Photonenstrahlung und Rayleigh-Streuung bei Licht mit Wellenlängen im sichtbaren Bereich unterschieden. Der Wirkungsquerschnitt der kohärenten Streuung ist groß bei kleinen Photonenenergien. Das gestreute Photon behält seine Phase und Frequenz bei [6].

2.2.2 Inkohärente Streuung

Dagegen wird bei der inkohärenten Streuung Energie vom Photon an das Elektron abgegeben. Ist dieser Energieübertrag ausreichend groß, so verlässt das Elektron dadurch die Atomhülle [6]. Wenn bei der Streuung die Bindung des Elektrons vernachlässigt werden kann, bezeichnet man die Wechselwirkung als Compton-Streuung.

Aus der kinematischen Betrachtung mit Energie- und Impulserhaltung ergibt sich die Energie des Photons nach dem Stoß zu

$$E(\mu) = \frac{E'}{1 + \kappa(1 - \mu)} \quad \text{mit} \quad \kappa = \frac{E'}{m_0 c^2} \quad (2.5)$$

und dem Richtungskosinus des polaren Streuwinkels $\mu = \cos \vartheta$. Dabei ist c die Vakuumlichtgeschwindigkeit, $m_0 = 511 \text{ keV}$ die Ruheenergie des Elektrons und E' die Energie des Photons vor der Streuung. Aus Gleichung 2.5 folgt, dass die Energie des gestreuten Photons bei Rückwärtsstreuung $\mu = -1$ durch

$$E = \frac{E'}{1 + 2\kappa} \quad (2.6)$$

gegeben ist. Bei dieser Betrachtung wird deutlich, dass die Energie des gestreuten Photons bei größer werdenden Streuwinkeln kleiner wird.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist als der Wirkungsquerschnitt pro Raumwinkelement $d\Omega = \sin \theta \, d\theta \, d\phi = -d\mu \, d\phi$ und damit über

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (2.7)$$

definiert.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt bei Compton-Streuung wird durch den Klein-Nishina-

Wirkungsquerschnitt beschrieben. Dieser ist gegeben durch

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{\Omega}^{KN}(\mu) = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{1}{1 + \kappa(1 - \mu)} \right)^2 \cdot \left(\kappa(1 - \mu) + \frac{1}{1 + \kappa(1 - \mu)} + \mu^2 \right) \quad (2.8)$$

mit dem klassischen Elektronenradius r_e . Der einzige Parameter, welcher in Gleichung 2.5 eingeht, ist die Photonenenergie des Photons vor dem Stoß [8]. Bei hohen Energien werden die Photonen vor allem bei kleinen Streuwinkeln gestreut.

Außerdem ergibt sich aus Gleichung 2.8, dass der differentielle Wirkungsquerschnitt für Vorwärtsstreuung unabhängig von der Energie des Photons immer

$$\sigma_{\Omega}^{KN}(\mu = 1) = r_e^2 = 79,4 \text{ mb} \approx 80 \text{ mb} \quad (2.9)$$

ergibt.

Hierbei wird aber die in der Realität vorhandene Elektronenbindung vernachlässigt. Zur besseren Näherung kann die inkohärente Streufunktion $S(E', \mu, Z)$ an σ_{Ω}^{KN} multipliziert werden. Daraus folgt der differentielle Wirkungsquerschnitt für inkohärente Streuung.

$$\sigma_{\Omega}^i(E', \mu, Z) = \sigma_{\Omega}^{KN}(E', \mu) \cdot S(E', \mu, Z) \quad (2.10)$$

Er zeigt allerdings den wichtigen Unterschied, dass die Vorwärtsstreuung unmöglich wird, weil kernnahe, stärker gebundene Elektronen bei kleiner werdenden Streuwinkeln die Wahrscheinlichkeit für den Streuprozess verringern und bei sehr kleinen Streuwinkeln die vom Photon auf das Elektron übertragene Energie erst kleiner als die Bindungsenergie und dann kleiner als die Anregungsenergie wird. Deshalb gilt

$$\sigma_{\Omega}^i(\mu = 1, E', Z) = 0 \quad (2.11)$$

für die Vorwärtsstreuung. Das gilt für alle Materialien und Photonenenergien [8].

2.2.3 Photoelektrischer Effekt

Beim Photoeffekt wird ein Photon vollständig von einem inneren Hüllenelektron absorbiert, wodurch dieses ionisiert wird und die Atomhülle verlässt. Dafür muss die Photonenenergie mindestens so groß wie die Bindungsenergie sein. Die dadurch nicht mehr vollständig besetzte innere Schale wird durch ein Elektron einer äußeren Hülle neu besetzt. Bei jenem Übergang von einer äußeren zu einer inneren Schale gibt das Elektron Energie in Form von charakteristischer Röntgenstrahlung ab. Das Photon wird entweder vom Atom emittiert oder kann von einem Elektron aus einer äußeren Hülle (Auger-Elektron) absorbiert werden, welches daraufhin die

Hülle verlässt. Wenn die Photonenenergie der Bindungsenergie des Elektrons entspricht, dann ist die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit maximal. Außerdem steigt die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit mit größeren Ordnungszahlen Z [6].

2.2.4 Paarbildung

Bei der Paarbildung wandelt sich ein Photon, welches sich durch das Coulombfeld eines Hüllenelektrons oder eines Atomkerns bewegt, in ein Elektron-Positron Paar um. Dafür muss die Photonenenergie mindestens so groß sein, wie die Ruheenergie (511 keV) der beiden dadurch erzeugten Teilchen.

$$\gamma \rightarrow e^- + e^+ \quad (2.12)$$

$$h\nu \rightarrow m_e c^2 + 2E_{kin} \quad (2.13)$$

Aus der Energie- und Impulserhaltung folgt, dass Elektron und Positron die gleiche kinetische Energie bekommen [9].

2.2.5 Exponentielle Schwächung

Aus der Paarvernichtung entsteht γ -Strahlung, welche in der umgebenden Materie aufgrund der stattfindenden Wechselwirkungen abgeschwächt wird. Ein Teil der Annihilationsphotonen werden dabei absorbiert oder aus dem Messaufbau herausgestreut. Diese Abschwächung ist bei Photonenstrahlung exponentiell und sorgt für eine kleinere Zählrate, welche zu einer Unterschätzung der Aktivität führt.

Das exponentielle Schwächungsgesetz nimmt für die Teilchenflussdichte Φ die Form

$$\Phi(d) = \Phi_0 \exp\{-\mu d\} \quad (2.14)$$

an und beschreibt die exponentielle Abnahme der Teilchenflussdichte in Abhängigkeit von der Anfangsteilchenflussdichte Φ_0 , dem linearen Schwächungskoeffizienten μ und der Absorberdicke d [6]. Dieses Gesetz gilt nur, wenn jede Wechselwirkung die Photonen aus dem Strahlungsverlauf entfernt.

Der Massenschwächungskoeffizient μ/ρ für ein Photon mit gegebener Energie ist der Quotient aus dem linearen Schwächungskoeffizienten μ und der Materialdichte ρ und definiert über

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{1}{\rho} \frac{dN}{dl N} \quad (2.15)$$

mit $\frac{dN}{N}$ dem mittleren Anteil an Teilchen, welche beim Durchqueren einer Distanz dl durch das Material mit der Dichte ρ wechselwirken [4].

Der lineare Schwächungskoeffizient für Wasser und Photonen mit einer Energie von 511 keV ist gegeben durch $\mu = 0,096 \text{ cm}^{-1}$ [10]. Dies wird bei der Erstellung des Schwächungssinogramms genutzt.

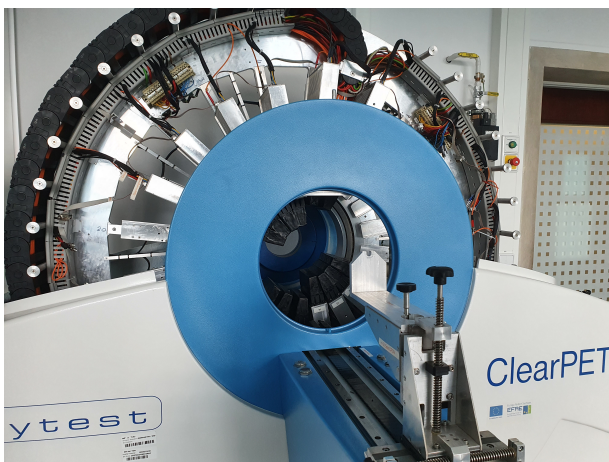
3 Material und Methoden

Das ClearPETTM von raytest Isotopenmessgeräte GmbH ist ein Kleintier-Positronen-Emissions-Tomograph, welcher in defektem Zustand an das IKTP gebracht und dort von S. Lehr [2] im Rahmen seiner Bachelorarbeit funktionstüchtig gemacht wurde. In dieser Bachelorarbeit wird es genutzt, um Aktivitätsbilder von β^+ -Strahlungsquellen aufzunehmen.

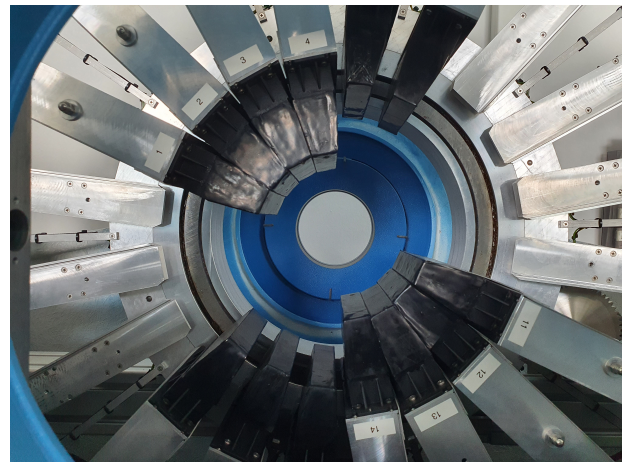
Der folgende Abschnitt soll ein Verständnis für die Funktionsweise des ClearPET und seiner Komponenten verschaffen. Außerdem soll eine Einführung in die verwendeten Rekonstruktionsverfahren und dem mathematischen Grundkonzept der Rückprojektion gegeben werden.

3.1 Messaufbau

Der Messaufbau besteht aus dem ClearPET und den benötigten Auswertungsrechnern. Das ClearPET, welches in Abbildung 3.1a dargestellt ist, beinhaltet die für das ringförmige Montagegerüst (Gantry) benötigten Motorkomponenten und die Detektoren. Im Gantry sind momentan acht Detektorkassetten, je vier auf einer Seite, integriert. Sie sind in Abbildung 3.1b dargestellt.



(a) ClearPET.



(b) Messbereich mit den 8 Detektorkassetten.

Abbildung 3.1: Messaufbau. Die Proben können in die Halterung eingelegt und dann in den Messbereich gefahren werden.

Das ClearPET kann auch ohne die vollständige Bestückung mit 20 Detektorkassetten betrieben werden, weil die Rotation des Gantrys während der Messung sowohl die Lücken, welche durch fehlende Detektorkassettenpaare entstehen, als auch die Lücken zwischen den Kristallen in den Detektorkassetten ausgleicht. Dabei muss die Messzeit erhöht werden, um das gleiche Ergebnis wie bei 20 Detektorkassetten zu erhalten. In der klinischen Praxis kann das zu Problemen führen, weil die dort verwendeten Radioisotope relativ kurzlebig sind, um die Strahlungsexposition zu minimieren. Das verwendete Natrium-22 hat dagegen eine Halbwertszeit von 2,6 a. Deshalb kann die Messzeit problemlos erhöht werden. Die Gantry-Rotation sorgt auch dafür, dass die Messwerte rotationssymmetrisch sind. Der Messbereich wird als „field of view“ (FOV) bezeichnet und ergibt sich aus den geometrischen Dimensionen der Detektorkassetten und deren Abstand zueinander.

Es werden vier Auswertungsrechner genutzt: Zwei Präprozessoren, der Master-PC und der Rekonstruktionsrechner. Die Präprozessoren sind mit jeweils vier der Detektorkassetten über serielle Schnittstellen verbunden. Über sie werden sowohl die Messdaten aufgenommen, sowie die Kommunikation der Messparameter mit den Detektorkassetten durchgeführt. Beide Präprozessoren sind über Glasfaser mit dem Master-PC verbunden. Er wird zur Eingabe der Messparameter, dem Starten und Beenden der Messungen, sowie der Entnahme der Messdaten nach der Messung benötigt. Nach erfolgreicher Messung und Übertragung der Messdaten auf einen USB-Stick können sie auf den Rekonstruktionsrechner kopiert werden. Auf jenem wird die Rekonstruktion zur Auswertung der Messergebnisse durchgeführt.

3.1.1 Messverfahren

Jeder Messvorgang beginnt mit der Emission eines Positrons durch eine β^+ -Umwandlung eines Kerns. Das Positron annihiliert mit einem Elektron und es entstehen zwei Photonen gleicher Energie, welche in entgegengesetzte Richtung emittiert werden. Sie durchqueren das FOV und treffen auf die Detektoren. Der beschriebene Prozess wird in Abbildung 3.2 dargestellt.

Innerhalb der Detektoren werden sie von den Detektorbins, welche hier durch die blauen und roten Rechtecke dargestellt sind, registriert. Sie bilden durch die Rotation des Gantrys Ringe. Ein Ring wird hier als Kreis dargestellt. In einem Bin liegen zwei Szintillatorkristallschichten vor, welche an einen gemeinsamen Photoelektronenvervielfacher angeschlossen sind. Als Szintillatormaterialien werden Lutetium-Yttrium Oxyorthosilicat (LYSO) und Lutetium-Yttrium Orthoaluminat (LuYAP) eingesetzt. Diese Anordnung wird als Phoswich-Anordnung bezeichnet und wird in Abbildung 3.2 durch die Aufteilung der Bins in zwei verschiedenfarbige Teile dargestellt. LYSO wird als roter Teil und LuYAP als blauer Teil des Detektorbins dargestellt.

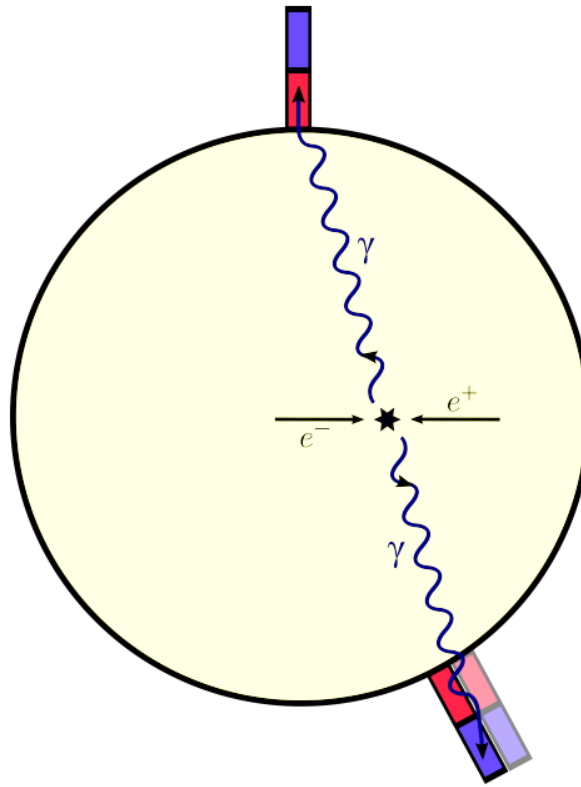


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung des Messverfahrens [3].

Wenn Photonen auf das Szintillatormaterial treffen, geben sie Energie an die Elektronen im Szintillator ab. Die Energie wird dann von den schnellen, freien Elektronen weiter an Elektronen auf dem Valenzband gegeben. Diese gehen dadurch in das energetisch höhere Niveau des Leitungsbands über. Beim darauf folgenden Rückfall auf das Valenzband wird Energie durch Emission des charakteristischen Szintillationslicht abgegeben. Dabei geht das Elektron nicht direkt in das Valenzband über sondern fällt über Zwischenniveaus, die angeregten Aktivatorzustände, welche sich im Aktivatorzentrum befinden, ab. Das Aktivatorzentrum entsteht durch eine Dotierung des Szintillatorkristalls. Bei den von uns verwendeten Kristallen liegt eine Dotierung mit Cer ($_{58}\text{Ce}$) vor. Die Anzahl an Photonen, welche beim Abfall auf das Valenzband emittiert werden, hängt von der Lichtausbeute des Materials ab. Bei einem idealen Szintillator ist die Lichtausbeute linear zur Energie, welche im Detektor deponiert wird.

Die vom Szintillator emittierten Photonen mit bekannter Energie werden durch einen Photoelektronenvervielfacher (PMT) in ein quantitativ auswertbares Signal umgewandelt. Ein PMT besteht aus einer Photokathode und einem Sekundärelektronenvervielfacher (SEV). Wenn die Photonen auf die Photokathode treffen, werden durch den äußeren lichtelektrischen Effekt Elektronen frei. Jene werden im SEV durch eine anliegende Hochspannung beschleunigt bis sie auf eine der Photoelektroden, welche auch als Dynoden bezeichnet werden, treffen. Hierbei werden mehrere Sekundärelektronen mit niedrigerer Energie emittiert. Diese werden dann wieder auf die nächste Dynode beschleunigt. Durch mehrfache Wiederholung werden immer

mehr Elektronen frei, die zu einem elektronischen Signal führen, welches am Ende des SEV durch einen Spannungswert gemessen und ausgewertet werden kann.

Um bestimmen zu können von welchem der beiden Szintillatorkristalle das Signal kommt, werden die zwischen den Kristallen verschiedenen Abregungskonstanten (Zerfallszeiten) der angeregten Zustände genutzt. Unter Einbeziehung des exponentiellen Abklingverhaltens kann das Zeitverhalten des Messsignals angepasst werden. Daraus kann die Zerfallszeit und damit der Szintillatorkristall, von welchem das Photon emittiert wurde, bestimmt werden. Da die exakte Bestimmung der Zerfallszeit durch die Durchführung der Anpassung rechenintensiv ist, wird stattdessen nur die Differenz zwischen dem ersten und dem letzten Wert, welche durch die Summe über alle Werte normiert sind, einbezogen. Wenn die Zeitdifferenz zwischen den beiden Werten konstant ist, dann ist die Differenz zwischen dem ersten und dem letzten Wert kleiner für den Kristall mit der kürzeren Zerfallszeit. Generell folgt der Zeitverlauf der Lichtleistung, welche aus der Detektion eines Photon folgt, erst einem schnellen Anstieg und dann einem langsamen exponentiellen Abfall der Szintillationsphotonenanzahl. Bei LYSO tritt ein einfacher Abfall mit einer Zerfallszeit von $\tau \approx 65$ ns auf [11]. Dagegen besitzt der Abfall von LuYAP eine langsame Komponente mit einer Zerfallszeit von $\tau \approx 200$ ns und eine schnelle Komponente mit einer Zerfallszeit von $\tau \approx 23$ ns [12]. Die unterschiedlichen Zerfallszeiten ermöglichen die Unterscheidung, von welchem der Kristalle das Annihilationsphoton detektiert wurde. Eine weiterführende Untersuchung der Pulsformanalyse wurde von S. Lehr [2] durchgeführt.

Durch die beiden detektierten Annihilationsphotonen, welche ursprünglich in entgegengesetzte Richtung emittiert wurden, kann dann bei der weiteren Auswertung eine Gerade, die sogenannte „line of response“ (LOR), gelegt werden. Es wird angenommen, dass der zerfallene Kern auf der LOR liegt. Durch die Aufnahme und gemeinsame Auswertung vieler LORs kann man dann auf die Quellverteilung schließen. Die durch die Phoswich-Anordnung erhaltene zusätzliche Information über den Ort im Bin, an welchem das Photon detektiert wurde, erlaubt eine genauere Bestimmung der Position und Ausrichtung der LOR.

Bei diesem Messverfahren treten einige störende Effekte auf. Unter anderem kann eines der Annihilationsphotonen durch Compton-Streuung seine Bewegungsrichtung ändern, wodurch die resultierende LOR verfälscht wird. Es kann auch passieren, dass eines der Annihilationsphotonen aus dem FOV emittiert wird ohne, dass es auf einen Detektorbin trifft. Dann wird das zweite Photon als Einzeltreffer gewertet und bei der weiteren Auswertung verworfen. Das Phänomen tritt vor allem bei größeren axialen Abständen zur Mitte des FOV auf. Vor allem bei der gleichzeitigen Emission von zwei oder mehreren Annihilationsphotonenpaaren kann es zu zufälligen Koinzidenzen kommen. Dabei werden die einzelnen detektierten Photonen anderen Photonen, welche nicht aus dem selben Annihilationsprozess entstanden sind, zugeordnet. Die durch zufällige Koinzidenz bestimmten LORs verfälschen die eigentliche LOR.

Vor allem bei der Normalisierungsmessung kommt es zur Schwächung der Vernichtungsstrahlung

durch Compton-Streuung von Annihilationsphotonen im umgebenden Material, welche dadurch aus dem Messaufbau herausgestreut werden. Dadurch können diese nicht mehr detektiert werden und die Zählrate sinkt deutlich ab. Das sorgt für eine signifikante Unterschätzung der rekonstruierten Aktivität.

3.1.2 Detektorkassetten

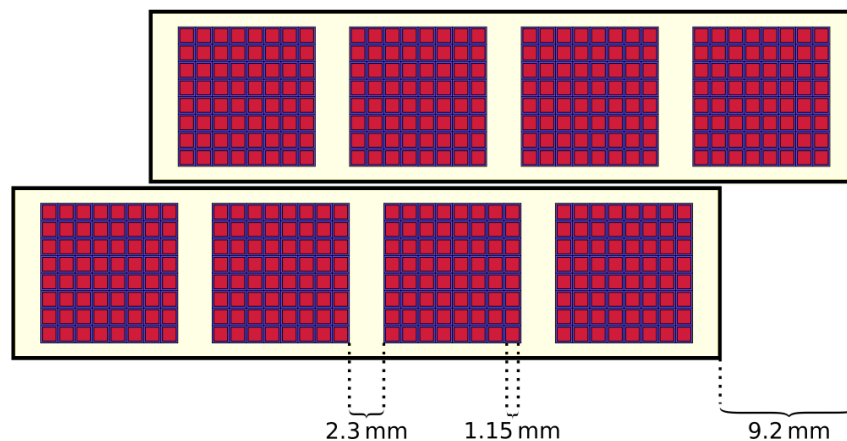


Abbildung 3.3: Skizze von zwei aneinander liegenden Detektorkassetten [3].

Der Aufbau der Kassetten kann in Abbildung 3.3 betrachtet werden. Jede Detektorkasetten besitzt vier Blöcke, welche aus jeweils acht mal acht Bins bestehen. Die Bins sind 1,15 mm groß und haben zwei Kristalllagen. Die aneinander liegenden Kassetten sind gegeneinander um 9,2 mm verschoben. Das führt zusammen mit der Gantry-Rotation dazu, dass 48 Ringe gebildet werden. Es bedeutet aber auch, dass eine Ungleichverteilung an Bins pro Ring vorliegt. Das kann in den Sinogrammen, welche in der Auswertung der Messergebnisse enthalten sind, beobachtet werden. Aus dem Produkt der Ringanzahl mit der Anzahl an Bins pro Ring und der Anzahl an Szintillatorkristallschichten pro Bin ergibt sich die Gesamtanzahl an Messpunkten im FOV zu 15360. Das aus der Rotation entstehende, zylindrische FOV hat eine Höhe von 11 cm und einen Ringdurchmesser von 13,56 cm.

Es ist zu beachten, dass 1,15 mm die effektive Bingröße darstellt. Die tatsächliche Bingröße beträgt 2,26 mm. Deshalb geht auch nur ein Viertel der genutzten Fläche in den Rekonstruktionsprozess ein.

Vertiefende Erklärungen zur Detektor- und Auswertungs elektronik am ClearPET wurden von S. Lehr [2] ausgeführt.

3.1.3 Natrium-22-Quellen

Es wird mit zwei verschiedenen Arten von Natrium-22 (^{22}Na)-Quellen gearbeitet. Zwei Punktquellen mit annähernd gleicher Aktivität (eine mit 1,03 MBq und eine mit 1,06 MBq zur Untersuchung der Reproduzierbarkeit der bekannten Aktivitätsverhältnisse und ein homogenes Natrium-22-Phantom für eine Normalisierungsmessung, welche in den OSMAPOS-Algorithmus eingeht. Bei dem Phantom handelt es sich um einen Zylinder, welcher eine homogen verteilte Natrium-22-Lösung mit einer Aktivität von 9,42 MBq enthält. Es ist in Abbildung 3.4 dargestellt.

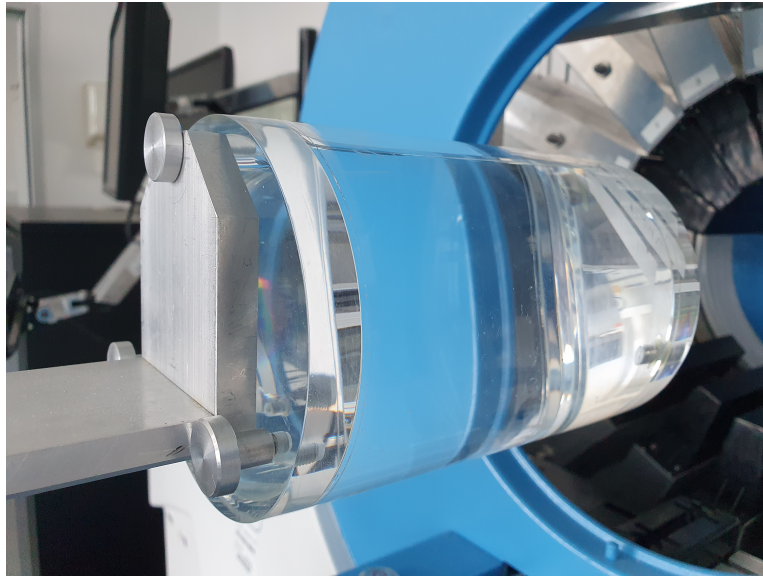


Abbildung 3.4: Homogenes Natrium-22 Phantom.

Natrium-22 hat eine Halbwertszeit von 2,6 a [13] und es wandelt sich durch eine β^+ -Umwandlung in einen angeregten Zustand von Neon-22 ($^{22}\text{Ne}^*$) um. Jenes geht dann unter Emission von γ -Strahlung mit einer Energie von 1274 keV in den Grundzustand über. Das entsprechende Zerfallsschema ist in Abbildung 3.5 dargestellt.

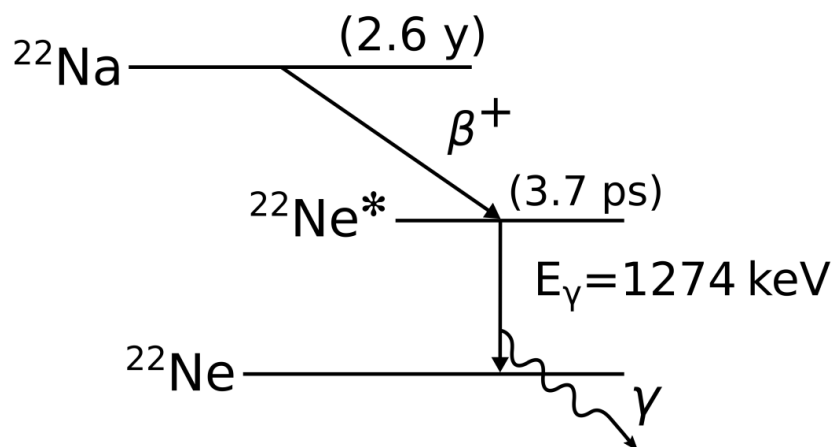


Abbildung 3.5: Zerfallsschema von Natrium-22 zu Neon-22 [3].

Die Größenordnung der Abregungszeit des angeregten Neon und die Zeit bis zur Annihilation des emittierten Photons ist so klein, dass die Annihilationsphotonen mit einer Energie von 511 keV und die durch γ -Abregung emittierten Photonen mit einer Energie von 1274 keV annähernd simultan emittiert werden.

Aus Gleichung 2.5 folgt, dass durch Compton-Streuung bei ausreichend großen Streuwinkeln die Energie, der durch die γ -Abregung emittierten Photonen, bis in den gemessenen Energiebereich von 250 keV bis 750 keV fallen kann. Dadurch werden potentiell falsche LORs gemessen.

Bei einer Compton-Streuung mit den Annihilationsphotonen findet eine Änderung der Flugstrecke und der Energie des gestreuten Photons statt. Generell können die Photonen dabei in alle Richtungen gestreut werden, bei Photonenenergien in dieser Größenordnung sind kleinere Streuwinkel aber wahrscheinlicher. Durch die resultierende Änderung der Flugstrecke wird eine falsche LOR aufgenommen.

Der aus diesen physikalischen Phänomenen resultierende Fehler wirkt sich auch auf das rekonstruierte Aktivitätsbild aus.

3.2 Auswertungsverfahren

STIR (Software for Tomographic Image Reconstruction) ist eine objekt-orientierte Bibliothek für die dreidimensionale Rekonstruktion von PET Daten. Sie bietet vielfältige Funktionen zur Anpassung und Durchführung von Rekonstruktionen, sowie zum Umgang mit Sinogrammdateien.

In dieser Arbeit wird STIR unter anderem zur Durchführung der ungefilterten Rückprojektion und des iterativen OSMAPSL-Algorithmus genutzt.

3.2.1 Rückprojektion

Das mathematische Grundprinzip für den Rekonstruktionsprozess wird durch die Radontransformation beschrieben. Der folgende Abschnitt folgt den Erklärungen von E. Candes [14, 15].

Die Radontransformation von $f \in L^2(\mathbb{R}^2)$ ist als Funktion $\mathcal{R}f : \mathbb{R} \times [0, \pi) \rightarrow \mathbb{C}$ definiert durch

$$\mathcal{R}f = \int_{L_{t,\theta}} f(x) dS(x) = \iint f(x) \delta(\langle x, n_\theta \rangle - t) dx \quad (3.1)$$

mit dem Einheitsvektor $n_\theta = (\cos \theta, \sin \theta)$ welcher in die vom Winkel θ definierte Richtung zeigt. Damit ist $\mathcal{R}f(t, \theta)$ das Linienintegral von f entlang der Linie $L_{t,\theta} = \{x : \langle x, n_\theta \rangle = t\}$, welche senkrecht auf n_θ steht. t ist der Abstand zum Ursprung.

Die Radon-Transformation kann als Transformation von einer Verteilung in Ortskoordinaten zu einer Verteilung, welche durch den Winkel θ und den Abstand zum Ursprung parametrisiert ist, verstanden werden. Diese Transformation wird als Vorwärtsprojektion bezeichnet. Das Konzept ist der Messung von räumlichen Aktivitätsverteilungen ähnlich, welche durch die Detektion von LORs vermessen werden. Bei dieser Messung treten dabei aber Fehler aufgrund von störenden physikalischen Phänomenen und der geometrischen Struktur der Detektorkassetten auf.

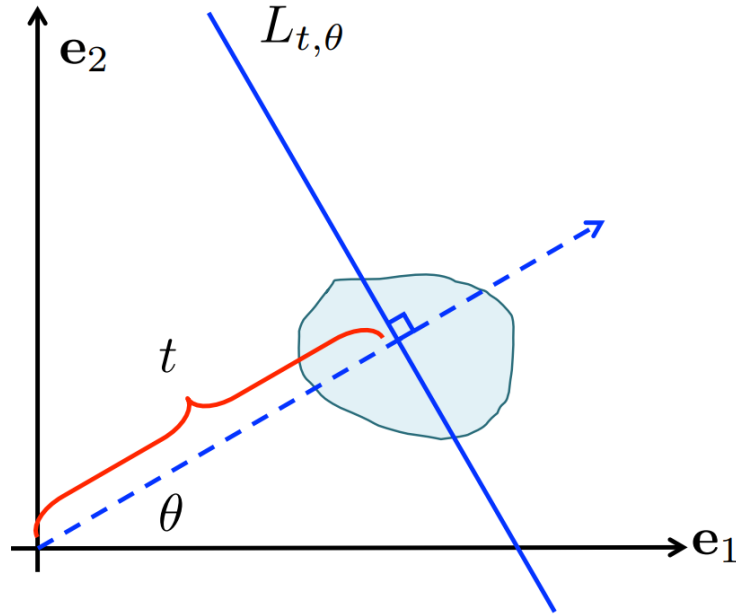


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung der Radon-Transformation mit den relevanten Parametern [14].

Daraus ergibt sich aber die Frage, ob durch eine Umkehrung der Radon-Transformation auf die Verteilung in Ortskoordinaten geschlossen werden kann.

Durch die Mittelwertbildung der Radon-Transformation entlang aller Linien, welche x enthalten, kann die Funktion

$$\tilde{f} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \mathcal{R}f(\langle x, n_\theta \rangle, \theta) d\theta \quad (3.2)$$

aufgestellt werden. Diese wird als Rückprojektion bezeichnet.

Dabei ist aber zu beachten, dass sie keine Umkehrung der Radon-Transformation darstellt, weil $\tilde{f} \neq f$.

In Abbildung 3.7 wird dies verdeutlicht.

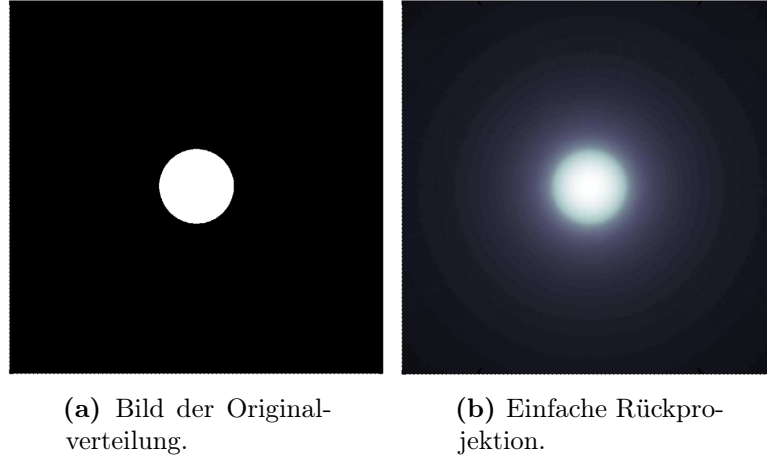


Abbildung 3.7: Darstellung zum Vergleich zwischen der Originalverteilung und der einfachen Rückprojektion [15].

Abbildung 3.7a zeigt das Originalbild eines mit dem Wert Eins besetzten Kreises. Sie ist vergleichbar mit einer homogenen Aktivitätsverteilung. Diese wird erst durch die Radon-Transformation vorwärtsprojiziert und dann durch die einfache Rückprojektion wieder rückprojiziert. Das Ergebnis ist in Abbildung 3.7b dargestellt. Daran ist zu erkennen, dass die einfache Rückprojektion nicht zurück zur vorherigen Verteilung führt. Das Ergebnis ist verschwommen, wodurch die vorher klar definierten Ränder der Verteilung nicht mehr als solche erkennbar sind.

Durch weitere mathematische Ausführungen, welche das Faltungs-Theorem und die Verbindung der Radon-Transformation zur Fourier-Transformation einbeziehen, kann die gefilterte Rückprojektion erhalten werden.

Sie ist die inverse Radon-Transformation und ist gegeben gegeben durch

$$f = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi (\mathcal{R}f(\cdot, \theta) * h)(\langle x, n_\theta \rangle) d\theta, \quad (3.3)$$

wobei eine Faltung der Funktion mit einem geeigneten Hochpassfilter h stattfindet, so dass $\hat{h}(\omega) = |\omega|$ gilt.

Gleichung 3.3 wird genutzt, um aus den ermittelten LORs die Aktivitätsverteilung zu berechnen.

Nach E. Candes [15] ist das Problem schlecht gestellt. Das bedeutet, dass die Lösung des Problems bei kleinen Änderungen der betrachteten Verteilung stark variiert, also keine stetige Funktion darstellt.

Dies lässt sich dadurch erklären, dass die verwendeten Bins diskret sind. Daraus folgt, dass statt der vorgesehenen Integration stattdessen eine Summation über alle Bins durchgeführt werden muss.

Die Beziehung, welche zwischen der Radon-Transformation und dem Fourierraum besteht, zeigt, dass Gleichung 3.3 im Grunde ein fouriertransformierter Wert ist, welcher mit $|\omega|$ multipliziert

wurde und dass die Faltung von $\mathcal{R}$ und h eine Operation ausführt, welche einer Ableitung ähnlich ist. Es gilt $\mathbb{F}(\frac{d}{dt}f(\omega)) = i\omega\mathbb{F}(f(\omega))$ mit der Fourier-Transformation $\mathbb{F}$. Aus dem Vergleich der Werte von diskreten Datenpunkte mit Werten, welche Ableitungen zwischen diskreten Datenpunkten ähneln, geht hervor, dass eine kleine Veränderung eines einzelnen Wertes eine große Veränderung der Ableitung führt. Diese Beziehung sorgt dafür, dass das Problem schlecht gestellt ist und damit unter anderem die Verteilung verschwommen dargestellt wird.

3.2.2 Sinogramme

Sinogramme entstehen nach dem mathematischen Konzept aus der Radon-Transformation einer Verteilung aus dem Ortsraum in einen Raum, welcher über einen Winkel, welcher die Projektionsebene definiert, und das Integral entlang einer zur Projektionsebene senkrechten Linie parametrisiert wird. In der Messung wird das Integral aus den gemessenen LORs bestimmt. Die Sinogramme beinhalten unsere gesamten Daten aus der Messung und stellt die Eingabedatei für die Rekonstruktion (Ungefilterte Rückprojektion und OSMAPOS-Algorithmus) dar.

Das FOV kann über kartesische Koordinaten beschrieben werden. Dann verläuft die x-Achse horizontal und die y-Achse vertikal in der Grundfläche des zylindrischen FOV. Die z-Achse liegt auf der Zylinderachse des FOV.

Das Koordinatensystem der Sinogramme bei der dreidimensionalen PET wird durch die folgenden Koordinaten beschrieben.

Als **View** wird der Winkel zwischen der x-Achse und der auf die xy-Ebene projizierten LOR bezeichnet. Die Endpunkte der LOR werden so zugeordnet, dass die Werte im Intervall $[0, p)$ liegen. Eine Zerlegung der Winkel in 80 Schritte, basierend auf den 80 Pixeln auf einem Scanner-Halbring, führt dazu, dass diese Koordinate Werte im Intervall $[0, 1, 2, \dots, 79]$ annimmt und die Schrittweite über $\frac{p}{80}$ definiert wird.

Die Nummer des Rings des ersten Endpunkts einer LOR (nach der möglichen Umordnung der Endpunkte bei der View-Bestimmung) gibt die **Ring**-Koordinate vor. Die maximale Ringanzahl ist abhängig vom Segmentindex. Segment Null bedeutet, dass der Ringindex einen der 48 Werte im Intervall $[0, 1, 2, \dots, 47]$ annimmt. Für Segment -1 gibt es maximal 47 Werte, da bei einer LOR mit erstem Endpunkt auf dem nullten Ring der zweite Endpunkt nicht auf einem nicht existierenden -1. Ring liegen kann. Dadurch verringert sich die Anzahl an maximal möglichen Werten des Ringindex für jeden Schritt des Segmentindex von Segment Null weg auch um -1. Das verkompliziert die Bestimmung von Sinogrammkanälen im Sinogramm-Dateiformat. Der Ringabstand von 2,3 mm gibt die Schrittweite der Ringkoordinate vor.

Das **Segment** ist über den Unterschied des Ringindex der beiden Endpunkte einer LOR definiert. Also liegen die Endpunkte bei Segment Null auf demselben Ring und haben damit

dieselbe y-Koordinate. Der maximale Unterschied des Ringindex der beiden Endpunkte einer LOR von 15 ist scheinbar willkürlich gewählt worden. Es folgt, dass die Segment-Koordinate im Intervall $[-15, -14, \dots, 14, 15]$ liegt und damit 31 mögliche Werte annehmen kann. Dabei ist zu beachten, dass im Sinogramm der Segmentindex Null dem Segment -15 entspricht. Die Schrittweite der Segment-Koordinate entspricht dem Abstand der Ringe von 2,3 mm. Die Aufteilung der Sinogramme in Segmente erlaubt eine Reduzierung des dreidimensionalen Problems auf ein zweidimensionales Problem bei der Rekonstruktion.

Der Abstand der LOR zur z-Achse wird als **Tangential**-Koordinate bezeichnet. Dabei ist zu beachten, dass es sich um keinen tangentialen, sondern um einen radialen Abstand handelt. Die Dimension dieser Koordinate bleibt innerhalb eines Sinogramms erhalten, ändert sich aber mit dem FOV. Die Schrittweite wird über den halben Ringabstand 1,15 mm vorgegeben.

Der dreidimensionale Raum, welcher in den Aktivitätsbildern dargestellt werden soll, wird über **Voxel** diskretisiert. Hierbei entspricht ein Voxel einem Pixel im dreidimensionalen Raum. Jedem Voxel wird dabei ein Wert, welcher in Verbindung mit der ermittelten Aktivität an diesem Raumpunkt steht. Durch die dadurch entstehende Werte-Verteilung und eine Farbskala entsprechend der Höhe des Voxel-Wertes entstehen die Aktivitätsbilder.

3.2.3 OSMAPOSL-Algorithmus

Anstelle der Rückprojektion können Aktivitätsverteilungen auch durch iterative Algorithmen rekonstruiert werden. Der verwendete iterative „Ordered Subset Maximum a Posteriori One-Step Late“ (OSMAPOSL)-Algorithmus stellt eine Alternative zur einfachen Rückprojektion dar. Er sorgt für eine bessere Bildqualität, benötigt für die Berechnung aber erheblich länger.

Der wichtigste Unterschied ist, dass der OSMAPOSL-Algorithmus auf einer Normalisierungsmessung, welche ein Sensitivitätsbild generiert, basiert. Für diese wird eine homogene Aktivitätsverteilung über den gesamten FOV gemessen. Das daraus resultierende Aktivitätsbild wird im folgenden als Normalisierung bezeichnet. Bei einer darauf folgenden Messung kann dann jeder Voxel-Wert der neuen Messung mit dem reziproken des Voxel-Wertes aus der Normalisierung multipliziert werden. Dadurch sollen Fehler, welche aus dem Messaufbau hervorgehen und deshalb bei beiden Messungen an den selben Stellen auftreten, herausgerechnet werden.

Zu den wichtigsten Parametern des OSMAPOSL-Algorithmus gehört die Anzahl an Subiterationen. Der OSMAPOSL-Algorithmus folgt einem Iterationsmuster mit je vier Unterschritten. Dieses wird immer wiederholt und dabei nähert sich die Funktion immer näher an Werte, welche gut zur Normalisierungsmessung passen, an. Das Ergebnis wird mit größerer Iterationszahl zwar besser, benötigt aber auch immer länger zur Auswertung. Nach V. Bettinardi et al. [16] sind 10 Iterationen eine gute Wahl.

Außerdem wird durch den kartesischen Metz-Filter ein digitaler Filter für die Voxel-Werte eingesetzt.

4 Messungen und Ergebnisse

Das Ziel dieser Arbeit ist die Verbesserung der Reproduzierbarkeit von Aktivitätsverhältnissen. Zu diesem Zweck werden zwei Punktquellen annähernd gleicher Aktivität in verschiedenen Positionen im FOV positioniert und eine Messung durchgeführt. Das daraus resultierende Sinogramm soll durch verschiedene Verfahren rekonstruiert werden. Der Ausgangspunkt dieser Untersuchung ist die Rekonstruktion des Bildes durch die ungefilterte Rückprojektion. Das Ergebnis dieses Verfahrens wird in Abschnitt 4.1 gezeigt und diskutiert. B. Sudzius [3] führte im Rahmen seiner Bachelorarbeit eine homogene Quellverteilung in Form eines Natrium-22 Phantoms durch, welche als Normalisierung in den OSMAPOS-Algorithmus eingeht. Dadurch wurde die räumliche Auflösung der Punktquellen auf den Aktivitätsbildern deutlich verbessert. Allerdings werden die Aktivitätsverhältnisse bei der Rekonstruktion stark verfälscht. Das wird in Abschnitt 4.2 ausführlicher gezeigt. Aufbauend auf dieser Normalisierung werden einige entscheidende Messparameter geändert und dann eine neue Normalisierungsmessung durchgeführt. Das Resultat aus der Rekonstruktion mit der neuen Normalisierung wird in Abschnitt 4.3 ausgewertet. Zusätzlich wurde uns von J. Kulenkampff [17] eine Anleitung zur Erstellung einer Schwächungskorrektur inklusive des dafür benötigten R-Packages zur Verfügung gestellt. Das Verfahren wird in Abschnitt 4.4 vorgestellt. Nach der Integrierung der Schwächungskorrektur in den OSMAPOS-Algorithmus werden die Messungen wieder rekonstruiert. Das Ergebnis wird in Abschnitt 4.5 ausgewertet und diskutiert.

Eine Verschiebung entlang der Mittelachse des zylindrischen FOV wird als axiale Verschiebung bezeichnet und der daraus resultierende Abstand zum Mittelpunkt als axialer Abstand. Dagegen wird eine Verschiebung senkrecht zur Mittelachse des FOV als transversale Verschiebung und der daraus resultierende Abstand zur Mittelachse als transversaler Abstand bezeichnet. Aufgrund der vorliegenden Rotationssymmetrie wird auf die Angabe eines Winkels zur Positionscharakterisierung verzichtet.

Bei allen Messungen werden dieselben zwei Punktquellen verwendet. Die Quelle mit 1,06 MBq wird auf die Mittelachse des FOV und die mit 1,03 MBq etwas schwächere Quelle wird in verschiedenen transversalen Abständen platziert. Diese Anordnung wird für verschiedene axiale Abstände vermessen. Die Messzeit beträgt für jede Anordnung fünf Minuten und es wurde im Energiebereich von 250 keV bis 750 keV gemessen. Deshalb wurden auch alle Messungen in diesem Energieintervall rekonstruiert.

Die aus der Rekonstruktion resultierenden Voxel-Werte sind zwar abhängig von der Aktivität der Quellverteilung aber nicht äquivalent zu dieser. Deshalb werden die Werte nur in „arbitrary units“ (a. u.) angegeben. Die Größenordnung der Werte ist abhängig vom Rekonstruktionsverfahren. Es sollte aber möglich sein die Verhältnisse, welche aus den Verhältnissen der Aktivitäten folgen, zu reproduzieren. Dabei wird ein Verhältnis-Wert, welcher möglichst nah am Theoriewert von 0,97 liegt, erwartet.

Bei allen Rekonstruktion durch den OSMAPOS-Algorithmus wird dieser mit zehn Iterationen ausgeführt.

Nach der Aufnahme der Messwerte in Form von binären Dateien in den beiden Präprozessoren müssen noch einige Auswertungsschritte mit Hilfe von STIR durchgeführt werden, um die Sinogramm-Datei zu erhalten. Nach der Übertragung auf den Rekonstruktionsrechner müssen die zu einer LOR gehörenden Ereignisse durch die „coincidence sorting“-Funktion ermittelt werden. Dadurch wird die Anzahl an detektierten Ereignissen durch eine Datei mit den Winkelpositionen ergänzt. Dadurch wird die zeitabhängige Position der Detektorposition mit einbezogen. Um die daraus resultierende binäre Datei in das von STIR verwendete Interfile-Format zu konvertieren muss die „rebinning“-Funktion ausgeführt werden. Zur einfacheren Auswertung der Messungen im Rahmen eines Versuchs im physikalischen Praktikum wurde von B. Sudzius ein Python-Skript geschrieben, welches im Rahmen dieser Arbeit nur leicht ergänzt wurde.

Aus dem Messaufbau geht eine weitere Fehlerquelle hervor. Einige der verwendeten Detektorkassetten sind teilweise defekt. In Kassette zwölf sind die ersten beiden Detektorblöcke fehlerhaft und in Kassette zwei der erste. Das Problem besteht nicht nur darin, dass sie meistens keine Events aufnehmen, sondern sogar manchmal während der Messung plötzlich angehen und doch wieder Events aufzeichnen.

In den folgenden Aktivitätsbildern wurden die Voxel-Werte durch eine Farbskala visualisiert. Von kleinen Werten zu großen Werten hin geht die Farbskala von Schwarz über Rot und Orange bis hin zu Weiß. Dabei ist die Farbskala so skaliert, dass sie an die Voxel-Werte angepasst ist und damit immer Weiß bei den höchsten Voxel-Werten in dieser Messung annimmt. Deshalb sind die Farbverläufe nur innerhalb eines einzelnen Bildes repräsentativ für die Aktivitätsverhältnisse und nicht bildübergreifend. Die Verteilung, welche in den Aktivitätsbildern durch die Farbskala dargestellt ist, wird auch als Intensitätsverteilung bezeichnet.

4.1 Einfache Rückprojektion von Punktquellen

Das erste betrachtete Rekonstruktionsverfahren ist die einfache Rückprojektion. Das rekonstruierte Beispielbild ist in 4.1 dargestellt.

Im Aktivitätsbild kann man die beiden Quellen erkennen. Die obere Aktivitätsverteilung ist aber sehr unscharf und abgeschwächt dargestellt. Auch die Intensität der mittleren Quelle hat keine diskreten erkennbaren Ränder mehr, sondern fällt in einem breiten Bereich nach außen hin ab. Der Verlauf ähnelt dem aus Abbildung 3.7b und zeigt damit das erwartete Verhalten. Allerdings wird bei der Darstellung von Punktquellen eine relativ kleine Aktivitätsverteilung mit hohen Intensitäten erwartet. Dies kann durch eine präzisere Ortsauflösung erreicht werden. Dafür muss statt der einfachen und schnellen Rückprojektion der genauere iterative OSMAPOS-Algorithmus eingesetzt werden.

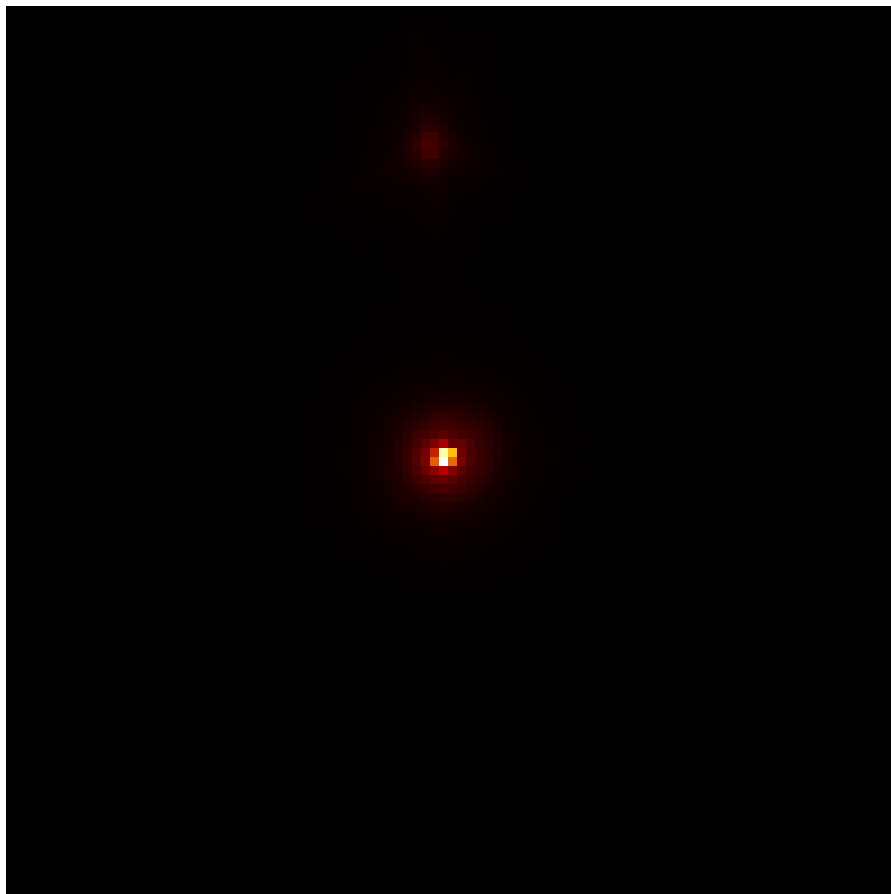


Abbildung 4.1: Ungefilterte Rückprojektion der beiden Punktquellen in der Mitte des FOV mit einem Abstand von 40 mm zueinander.

4.2 Alte OSMAPOSL-Rekonstruktion

Die ursprüngliche Normalisierungsmessung wurde von B. Sudzius durchgeführt und dient als Ausgangspunkt und Referenz für die folgenden Abschnitte. Die Messung wurde mit einer Messzeit von vier Minuten und für einen Energiebereich von 250 keV bis 750 keV durchgeführt. Daraufhin wurde das Normalisierungssinogramm rückprojiziert. Das resultierende Aktivitätsbild wurde in den OSMAPOSL-Algorithmus integriert. Damit wurden dann die Messungen mit den Punktquellen rekonstruiert. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.2 dargestellt.

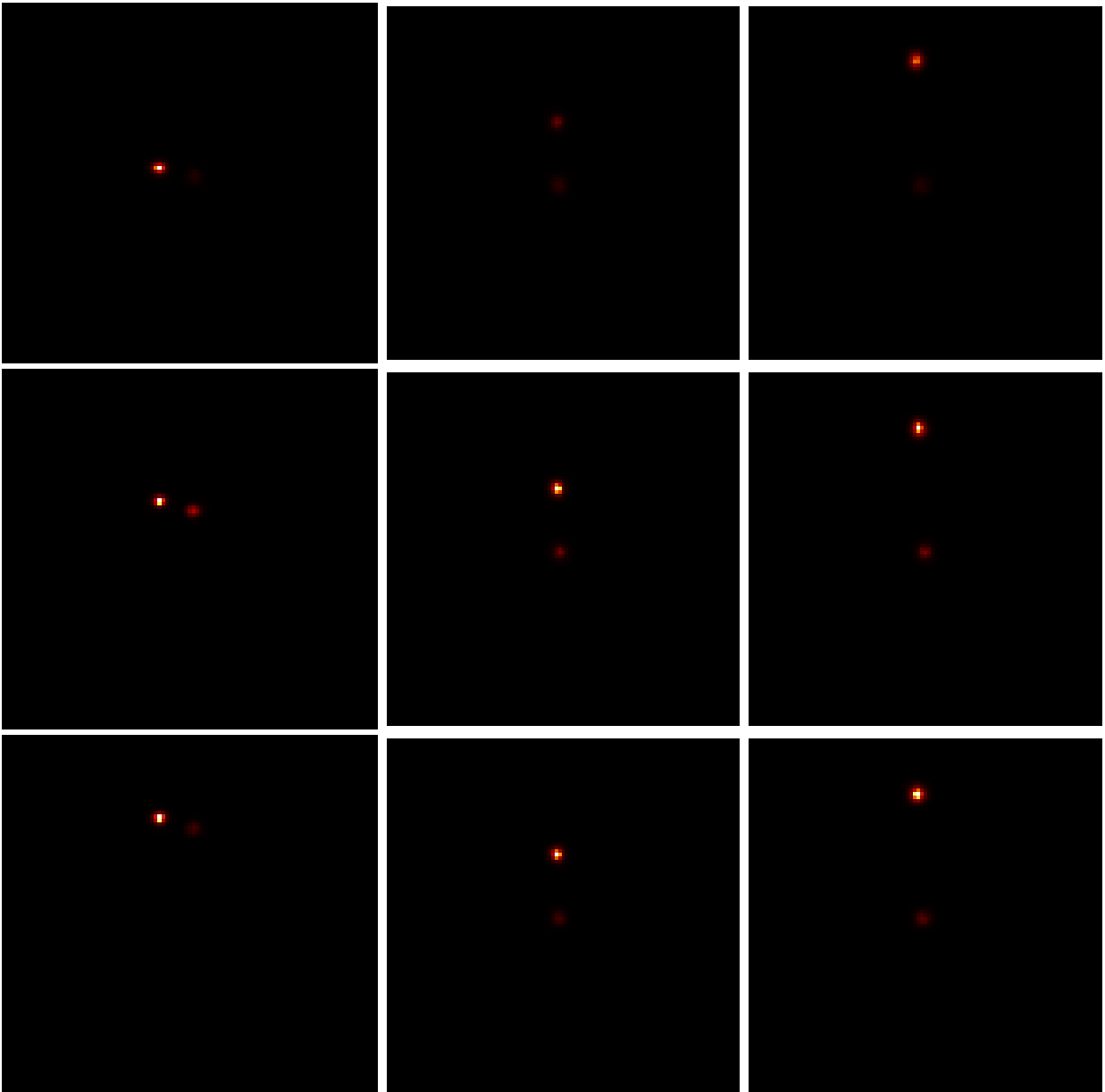


Abbildung 4.2: Aktivitätsbilder aus der Rekonstruktion durch den OSMAPOSL-Algorithmus mit der alten Normalisierungsmessung in der Sagittalebene (Spalte eins) und in der Transversalebene (Spalte zwei und drei). In der ersten Spalte sind die Quellen in einem Abstand von ca. 10 mm, in der zweiten mit 20 mm und in der dritten mit 40 mm zueinander dargestellt. In der ersten Zeile beträgt der axiale Abstand ca. 0 mm, in der zweiten 10 mm und in der dritten 25 mm.

Generell sind die Aktivitätsverteilungen in der Transveralebene so dargestellt, dass die Maxima der Intensität beider Quellen ungefähr in der selben Ebene liegen. Da der Radius der Umman-
telung der Punktquellen aber deutlich größer als 5 mm ist, konnten diese vor allem bei 10 mm
und 20 mm Abstand zwischen den Quellen nicht in der selben transversalen Ebene gemessen
werden. Deshalb wurde für 10 mm stattdessen eine Darstellung in der Sagitalebene gewählt.

In den Bildern kann man sofort eine deutlich schärfere Abbildung der punktförmigen Aktivitäts-
verteilungen erkennen. Allerdings ist in allen Bildern deutlich, dass die Maxima der Intensitäten
nicht annähernd die gleiche Größe haben. Dies wird im folgenden Abschnitt quantitativ gezeigt.

Eine weiterführende Auswertung und Quantifizierung der räumlichen Ortsauflösung im Vergleich
zwischen der Rekonstruktion durch die einfache Rückprojektion und den iterativen OSMAPOS-
Algorithmus wurde von B. Sudzius durchgeführt [3].

4.2.1 Bestimmung der Aktivitätsverhältnisse

Idealerweise lassen sich die Aktivitätsverhältnisse der Punktquellen aus den Intensitätsver-
hältnissen auf den Aktivitätsbildern rekonstruieren. Im Rahmen dieser Arbeit werden die
Intensitätsmaxima der beiden Quellen im selben Aktivitätsbild gemessen, deren Verhältnis
gebildet und mit dem theoretischen Verhältnissen verglichen. Die Werte wurden durch das
manuelle Suchen der Maxima und dem direkten Ablesen der dort vorliegenden Voxel-Werte er-
mittelt. Die Verhältnisse sind so gebildet, dass jeweils die maximale Intensität der aus der Mitte
verschobenen, theoretisch schwächeren Quelle durch die maximale Intensität der theoretisch
stärkeren Quelle, welche immer auf der mittleren Zylinderachse des FOV liegt, geteilt wird.
Dieser Quotient ergibt für die theoretischen Aktivitätswerte von 1,06 MBq und 1,03 MBq einen
theoretischen Vergleichswert von 0,97. Die Intensitätsmaxima der beiden Quellverteilungen,
welche durch den OSMAPOS-Algorithmus mit der alten Normalisierung rekonstruiert wurden,
werden in Tabelle 4.1 zusammen mit den sich ergebenden Verhältnissen aufgelistet.

Zur Quantifizierung der Genauigkeit der Rekonstruktion der Aktivitätsverhältnisse wird der
Mittelwert aus den einzelnen Verhältnisse und die Standardabweichung der Verhältnisse zum
theoretischen Aktivitätsverhältnis berechnet und angegeben. Die Mittelwertbildung stellt einen
unter den Rekonstruktionsverfahren vergleichbaren Wert zur Beschreibung der Größenordnung
der ermittelten Verhältnisse und der Symmetrie der Abweichungen zum theoretischen Wert
dar. Sie sind zusammen mit dem theoretischen Aktivitätsverhältnis in den Gleichungen 4.1 bis
4.3 dargestellt. Die Standardabweichung ist hier nicht als Indikator des statistischen Fehlers
zu verstehen, sondern zur Quantifizierung der Abweichung zum theoretisch erwartbaren Wert
gedacht. Wenn der Mittelwert sehr nah am Theoriewert liegt und die Standardabweichung
die Größenordnung der statistischen Abweichung annimmt, dann ist die Rekonstruktion der
Aktivitätsverhältnisse ideal.

Tabelle 4.1: Intensitätsmaxima für verschiedene Positionen im FOV. Das Verhältnis ist der Quotient aus dem Intensitätsmaxima der verschobenen Punktquelle und dem -maxima der Punktquelle auf der Zylinderachse des FOV. v_0 ist der maximale Voxel-Wert der Aktivitätsverteilung, welche auf der Mittelachse des FOV liegt und v_x der Maximalwert der transversal verschobenen Quelle.

Axiale Verschiebung / mm	Transversale Verschiebung / mm	$v_0/a.u.$	$v_x/a.u.$	Verhältnis
0	10	0,000304	0,00359	11,81
	20	0,000323	0,00277	8,58
	40	0,000297	0,00315	10,61
10	10	0,00148	0,00316	2,14
	20	0,00171	0,00266	1,56
	40	0,00111	0,00343	3,09
25	10	0,000729	0,00418	5,73
	20	0,000753	0,00432	5,74
	40	0,000787	0,0035	4,45

$$\text{theoretisches Aktivitätsverhältnis:} \quad V_{th} = 0,97 \quad (4.1)$$

$$\text{Mittelwert der Aktivitätsverhältnisse:} \quad \mu = 5,97 \quad (4.2)$$

$$\text{Mittlere absolute Abweichung vom Theoriewert:} \quad d = 5,0 \quad (4.3)$$

Der Vergleich der Verhältnisse zum theoretischen Wert zeigt, dass die Rekonstruktion mit der alten Normalisierung zu keinen zufriedenstellenden Ergebnissen führt. Die Aktivität der Punktquelle, welche auf der Mittelachse des FOV liegt, wird über den gesamten FOV zu niedrig dargestellt. Dabei ist die Größenordnung des Maxima sogar stark abhängig vom axialen Abstand zur Mitte des FOV. Dadurch sind die Verhältnisse konsequent zu groß und schwanken in ihrer Größenordnung für verschiedene axiale Abstände. Deshalb ist die Rekonstruktion durch dieses Verfahren absolut ungeeignet zur quantitativen Analyse von Aktivitätsverteilungen.

4.2.2 Bestimmung der statistischen Fehler

Obwohl die große Schwankung der Verhältnisse schon darauf hinweist, dass der vorliegende Fehler nicht statistischer Natur ist, soll diese These durch die Berechnung des statistischen Fehlers für eine Messanordnung bestätigt werden. Dafür wurden für einen axialen Abstand von 0 mm und einen Abstand von 40 mm zwischen den Quellen wiederholt die maximalen Intensitätswerte bestimmt. Zwischen den Messungen wurden die Punktquellen aus der Halterung genommen und dann wieder eingelegt, um eine mögliche Abweichung durch eine kleine Ortsungenauigkeit mit in die Betrachtung einfließen zu lassen. Die gemessenen Werte sind in Tabelle 4.2 aufgelistet.

Tabelle 4.2: Wiederholte Messung der Intensitätsmaxima zur Ermittlung der statistischen Fehler. Die Werte der ersten Spalten sind aus Tabelle 4.1 entnommen. Es wurde die Messung in der Mitte des FOV mit 40 mm Abstand zwischen den Punktquellen durchgeführt. v_0 ist der maximale Voxel-Wert der Aktivitätsverteilung, welche auf der Mittelachse des FOV liegt und v_x der Maximalwert der transversal verschobenen Quelle. Der Stichprobenumfang von fünf Messwerten wurde sehr klein gewählt, weil dadurch der Messaufwand nicht zu groß wird und eine grobe Abschätzung der statistischen Fehler ausreicht.

	$V_{stat,1}$	$V_{stat,2}$	$V_{stat,3}$	$V_{stat,4}$	$V_{stat,5}$
v_0	0,000297	0,00043	0,000475	0,000443	0,000417
v_x	0,00315	0,00316	0,00314	0,00301	0,00311

Zur Bestimmung des statistischen Fehlers wird daraus der Mittelwert, die Standardabweichung und der relative statistische Fehler für beide Aktivitätsverteilungen bestimmt und in Gleichung 4.4 bis 4.6 angegeben.

$$\text{Mittelwert der Intensitätsmaxima:} \quad \mu_0 = 0,000412 \quad \mu_4 = 0,00311 \quad (4.4)$$

$$\text{Standardabweichung:} \quad \sigma_0 = 0,000068 \quad \sigma_4 = 0,000061 \quad (4.5)$$

$$\text{relativer statistischer Fehler:} \quad \frac{\sigma_0}{\mu_0} = 16,5\% \quad \frac{\sigma_4}{\mu_4} = 2,0\% \quad (4.6)$$

Aus dieser Betrachtung geht hervor, dass der totale statistische Fehler die gleiche Größenordnung für beide Aktivitätsverteilungen aufweist und viel größer ist, als die Abweichungen sowohl zur theoretischen Verteilung, als auch zwischen den verschiedenen axialen Positionen. Daraus folgt, dass der systematische Fehler durch Probleme bei der Rekonstruktion oder physikalische Phänomene, welche den Messprozess beeinflussen, einen großen Einfluss auf das Ergebnis haben muss.

Speziell die Abschwächung und Compton-Streuung der Photonen während der Normalisierungsmessung sorgen für Abweichungen von den idealen Werten.

Wenn die Annihilationsphotonen Compton-gestreut werden, verlieren sie einen Teil ihrer Energie und ändern ihre Flugstrecke. Wenn die Energie des Photons danach immer noch im Messintervall liegt, wird es trotz der Streuung detektiert. Die resultierende LOR weicht dann von der eigentlichen LOR ab und verfälscht das Messergebnis.

Außerdem können die bei der Umwandlung des angeregten Neon in den Grundzustand emittierten Photonen mit einer Energie von 1274 keV durch Compton-Streuung so abgeschwächt werden, dass sie unter die obere Grenze unseres gemessenen Energiebereichs von 750 keV fallen. Die dadurch potentiell detektierten LORs führen ebenfalls zu einem Fehler bei der Auswertung.

Einige Annihilationsphotonen werden auf ihrem Weg vom Entstehungsort zum Detektor

absorbiert oder aus dem Messaufbau herausgestreut, wodurch sie nicht mehr vom Detektor detektiert werden können. Das sorgt für eine deutliche Abnahme der Zählrate und damit der rekonstruierten Aktivität.

Ein wesentlicher Faktor für die vorhandene statistische Abweichung ist, dass das wirkliche Maximum der Intensitätsverteilung auch zwischen den Voxeln liegen kann und nicht zwangsläufig auf einem der Voxel. Dadurch wird der maximale Voxel-Wert kleiner als das wirkliche Maximum. Dieses Phänomen ist abhängig von kleinen Ortsveränderungen, wie sie hier betrachtet werden. Der Effekt könnte verringert werden, wenn man nicht die Maxima betrachtet, sondern einen Integralwert über die gesamte Verteilung. Allerdings sind für diese Methode und die gleichzeitige Messungen beider Quellverteilungen zusätzliche Schritte zur Auswertung erforderlich. Deshalb wurde in dieser Arbeit die einfachere Maximumsmethode gewählt, welche genau genug für die hier durchgeführte Auswertung ist.

4.3 Neue OSMAPOSL-Rekonstruktion ohne Schwächungskorrektur

Die Normalisierungsmessung ist essentiell für die Genauigkeit der Rekonstruktion durch den iterativen OSMAPOSL-Algorithmus. Die alte Normalisierungsmessung wurde bei einer Messzeit von vier Minuten und für einen Energiebereich von 250 keV bis 750 keV durchgeführt. Bei der neuen Normalisierungsmessung soll durch eine Änderung der Messparameter ein besseres Ergebnis erzielt werden.

4.3.1 Neue Normalisierungsmessung

Eine Anpassung der Messparameter könnte zu einer Verringerung der systematischen Abweichung, welche aus der Compton-Streuung während des Messvorgangs hervorgehen, führen und damit die Rekonstruktion der Aktivitätsverhältnisse verbessern. Deshalb wird der gemessene Energiebereich für die Normalisierungsmessung auf 350 keV bis 650 keV verkleinert. Dadurch wird auch die Anzahl an gemessenen Events verringert und die Messzeit muss erhöht werden, um eine vergleichbare Anzahl an Koinzidenzen zu messen. Aufgrund der hohen Aktivität des Phantoms spielt der Messzeitunterschied aber eine untergeordnete Rolle. Die Messzeit wurde trotzdem auf 20 min erhöht, um sicher zu stellen, dass eine sehr große Anzahl an Events gemessen wird. Der kleinere Energiebereich soll dazu führen, dass weniger der Compton-gestreuten Photonen gemessen werden. Das Sinogramm aus der neuen Normalisierungsmessung wurde rückprojiziert. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

Aus der Rückprojektion des Phantoms ist erkennbar, dass die homogene Aktivitätsverteilung nicht als solche dargestellt wird. Es treten Ringstrukturen auf, welche sich in Abhängigkeit von

der axialen Verschiebung verändern. Außerdem nimmt die Intensität zu den Grundflächen des Zylinderphantoms hin ab. Die Intensität auf der Mittelachse des Phantoms wird überschätzt. Diese Strukturen waren auch bei der alten Normalisierungsmessung vorhanden. Dies erklärt auch, warum die Aktivitätsverteilungen nicht gut wiedergegeben werden. Das Aktivitätsbild der Rückprojektion müsste homogen sein, um bei der Normalisierung die gemessenen Werte mit den richtigen Werten zu verrechnen.

Bei der Normalisierung sorgen die überschätzten Stellen (Mitte und helle Ringartefakte) für unterschätzte Voxel-Werte und die unterschätzten Stellen (Rand und dunkle Ringartefakte) für zu hohe Werte. Diese Strukturen können auch im Sensitivitätsverlauf der Rückprojektion der alten Messung beobachtet werden.

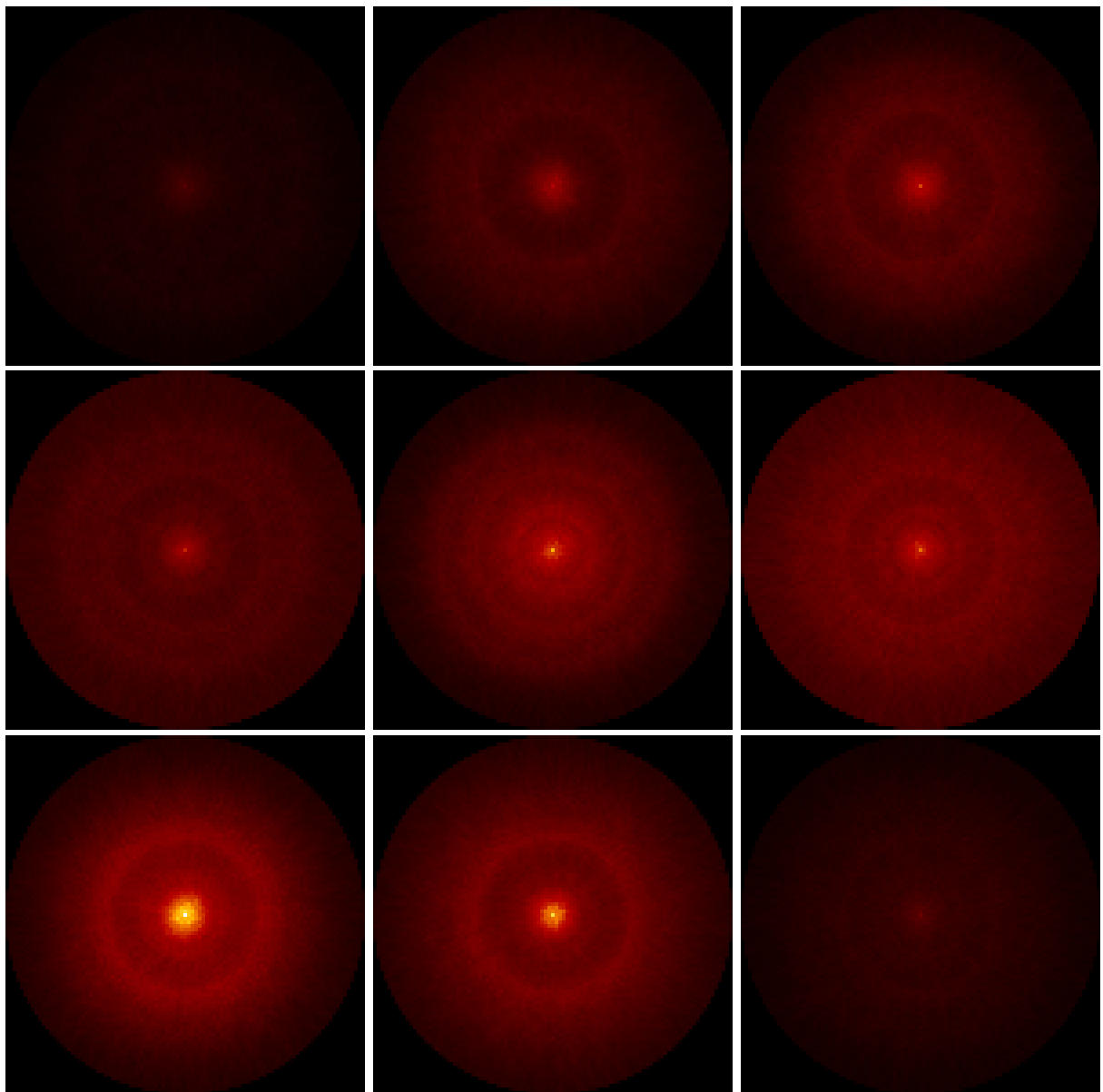


Abbildung 4.3: Aktivitätsbilder der einfachen Rückprojektion des homogenen Natrium-22-Phantoms aus der neuen Normalisierungsmessung. In den Bildern sind Transversalebene mit einem Abstand von 11,5 mm zueinander dargestellt.

4.3.2 Bestimmung der Aktivitätsverhältnisse

Die neue Normalisierung wurde in den OSMAPOS-Algorithmus implementiert und die vorhandenen Messungen wieder neu rekonstruiert. Die resultierenden Aktivitätsbilder sind in Abbildung 4.4 dargestellt.

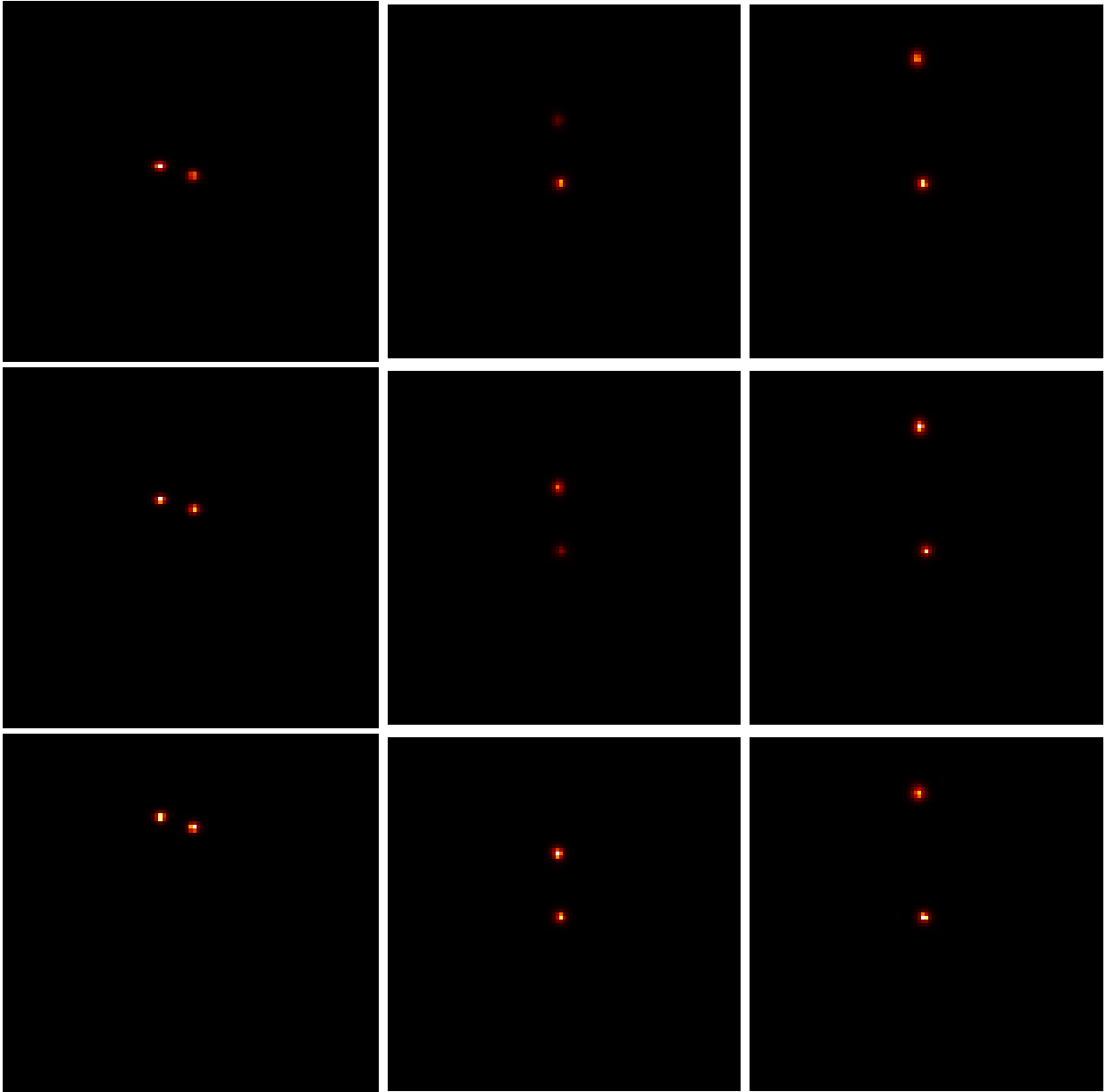


Abbildung 4.4: Aktivitätsbilder aus der Rekonstruktion durch den OSMAPOS-Algorithmus mit der neuen Normalisierungsmessung in der Sagittalebene (Spalte eins) und in der Transversalebene (Spalte zwei und drei). Die Bilder sind von den selben Positionen wie in Abbildung 4.2. Die relativ großen Unterschiede zwischen den Intensitäten, welche bei den Bildern in der zweiten Spalte auftreten entstehen dadurch, dass die Quellen nicht genau in der gleichen Ebene liegen. Durch einen Vergleich mit den anderen Verfahren können trotzdem die relevanten Charakteristiken erkannt werden.

Vor allem im Vergleich zu Abbildung 4.2 werden die Aktivitätsverhältnisse bedeutend besser wiedergegeben. Die relativ große Abweichungen in der zweiten Spalte liegen daran, dass es schwierig ist die Quellen perfekt in der gleichen Ebene zu messen. Deshalb liegt die Abweichung hauptsächlich daran, dass die Maxima nicht im selben Bild dargestellt werden konnten. Der Vergleich zu 4.2 zeigt allerdings selbst bei diesen Bildern erhebliche Verbesserungen. Das lässt vermuten, dass trotz des Auftretens ähnlicher Strukturen in den Aktivitätsbildern der Normalisierungsmessungen diese quantitativ einen bedeutend kleineren Unterschied machen.

Um die Verbesserung der Wiedergabe der Aktivitätsverhältnisse zu verifizieren, wird eine quantitative Auswertung vorgenommen. Die Messwerte und sich daraus ergebenden Verhältnisse sind in Tabelle 4.3 aufgeführt.

Tabelle 4.3: Intensitätsmaxima für verschiedene Positionen im FOV. Das Verhältnis ist der Quotient aus dem Intensitätsmaxima der verschobenen Punktquelle und dem -maxima der Punktquelle auf der Zylinderachse des FOV. v_0 ist der maximale Voxel-Wert der Aktivitätsverteilung, welche auf der Mittelachse des FOV liegt und v_x der Maximalwert der transversal verschobenen Quelle.

Axialer Abstand / mm	Transversaler Abstand / mm	$v_0/a.u.$	$v_x/a.u.$	Verhältnis
0	10	0,00589	0,00941	1,6
	20	0,00641	0,00617	0,96
	40	0,0065	0,00735	1,13
10	10	0,00795	0,00985	1,24
	20	0,00855	0,00586	0,69
	40	0,00851	0,00867	1,02
25	10	0,0094	0,00855	0,91
	20	0,00822	0,0852	1,04
	40	0,00913	0,00712	0,78

Die Auswertungsergebnisse sind in den Gleichungen 4.7 bis 4.9 aufgelistet.

$$\text{theoretisches Aktivitätsverhältnis:} \quad V_{th} = 0,97 \quad (4.7)$$

$$\text{Mittelwert der Aktivitätsverhältnisse:} \quad \mu = 1,04 \quad (4.8)$$

$$\text{Mittlere absolute Abweichung vom Theoriewert:} \quad d = 0,19 \quad (4.9)$$

Auch aus der quantitativen Betrachtung wird deutlich, dass sich die Aktivitätsverhältnisse viel besser rekonstruieren lassen. Dies lässt sich durch die Verringerung der gemessenen Photonen, welche während des Messvorgangs Compton-gestreut wurden, erklären.

4.3.3 Bestimmung der statistischen Fehler

Um zu prüfen, ob die vorhandenen Abweichungen auf den statistischen Abweichungen basieren, wird erneut eine Fehlerbetrachtung für eine Anordnung stellvertretend für alle Werte im FOV durchgeführt.

Tabelle 4.4: Wiederholte Messung der Intensitätsmaxima zur Ermittlung der statistischen Fehler. Es wurde die Messung in der Mitte des FOV mit 40 mm Abstand zwischen den Punktquellen durchgeführt. v_0 ist der maximale Voxel-Wert der Aktivitätsverteilung, welche auf der Mittelachse des FOV liegt und v_x der Maximalwert der transversal verschobenen Quelle. Der Stichprobenumfang von fünf Messwerten wurde sehr klein gewählt, weil dadurch der Messaufwand nicht zu groß wird und eine grobe Abschätzung der statistischen Fehler ausreicht.

	$V_{stat,1}$	$V_{stat,2}$	$V_{stat,3}$	$V_{stat,4}$	$V_{stat,5}$
v_0	0,0065	0,00691	0,00684	0,00687	0,00646
v_x	0,00735	0,00832	0,00842	0,00801	0,00777

$$\text{Mittelwert der Intensitätsmaxima:} \quad \mu_0 = 0,00672 \quad \mu_4 = 0,00797 \quad (4.10)$$

$$\text{Standardabweichung:} \quad \sigma_0 = 0,00022 \quad \sigma_4 = 0,00043 \quad (4.11)$$

$$\text{relativer statistischer Fehler:} \quad \frac{\mu_0}{\sigma_0} = 3,2\% \quad \frac{\mu_4}{\sigma_4} = 5,4\% \quad (4.12)$$

Die Größenordnung der Abweichung zwischen den beiden Positionen ist vergleichbar. Dabei wird deutlich, dass die statistischen Fehler viel zu klein sind, um die stellenweise sehr großen Abweichungen zu verursachen. Das war zu erwarten, weil die Ringartefakte und die Überschätzung der Intensität in der Mitte des Phantoms, welche auch in der neuen Normalisierungsmessung auftreten, Einfluss auf die Normalisierung haben. Dabei muss beachtet werden, dass durch den kleinen Stichprobenumfang von fünf Messwerten nur eine grobe Abschätzung des statistischen Fehlers gemacht werden kann.

4.4 Normalisierung durch Projektionen

Die in diesem Abschnitt erstellte Normalisierung wurde mit Hilfe der Erklärungen von J. Kulenkampff [17] generiert. Aus der Rückprojektion der Normalisierungsmessung mit dem homogenen zylinderförmigen Phantom entsteht ein Normalisierungsbild, welches den globalen Sensitivitätsverlauf darstellt. Aus der Messung gehen aber nicht die auf die einzelnen Bins bezogenen Sensitivitäten hervor. Die vorhandenen Lücken in der Detektorfläche werden als ring- oder kegelförmige Artefakte im Normalisierungsbild sichtbar. Daraus werden durch eine

Vorwärtsprojektion während der Rekonstruktion die auf die einzelnen Bins bezogenen Sensitivitäten ermittelt. Diese Verteilung weist keine Lücken auf, obwohl die Messdaten Lücken haben. Das sorgt aber dafür, dass die Normalisierung sehr empfindlich gegenüber leichten Schwankungen am Rand der Zonen, welche geringe Sensitivität aufweisen und deshalb in der Regel auch wenige Koinzidenzen registrieren. Das folgt daraus, dass bei zufällig auftretenden hohen Binbelegungen in den gemessenen Werten am Rand der vorhandenen Lücken die Sensitivität stark verstärkt wird. Während der Rekonstruktion durch den OSMAPOSL-Algorithmus nimmt diese Abweichung weiter zu. Außerdem ist die Normalisierung durch einige störende physikalische Phänomene verfälscht. So könnte zur weiteren Verbesserung der Rekonstruktion eine Schwächungskorrektur, eine Streukorrektur und eine Totzeitkorrektur für die einzelnen Bins durchgeführt werden [17]. In dieser Arbeit wird eine Schwächungskorrektur vorgenommen.

Dabei dient das im vorherigen Abschnitt erstellte Normalisierungssinogramm als Ausgangspunkt. Der erste Schritt besteht darin, für alle Segmente den Mittelwert über alle View-Winkel zu bilden. Dies ist sinnvoll, weil die Normalisierung rotationsinvariant ist. Durch die Mittelwertbildung sollen die Fehler verringert werden. Das Ergebnis dieses Schritts ist in Abbildung 4.5 für Segmentindex 15, also Segment Null, dargestellt. Segment Null bedeutet, dass die LORs auf den selben Ring abbilden.

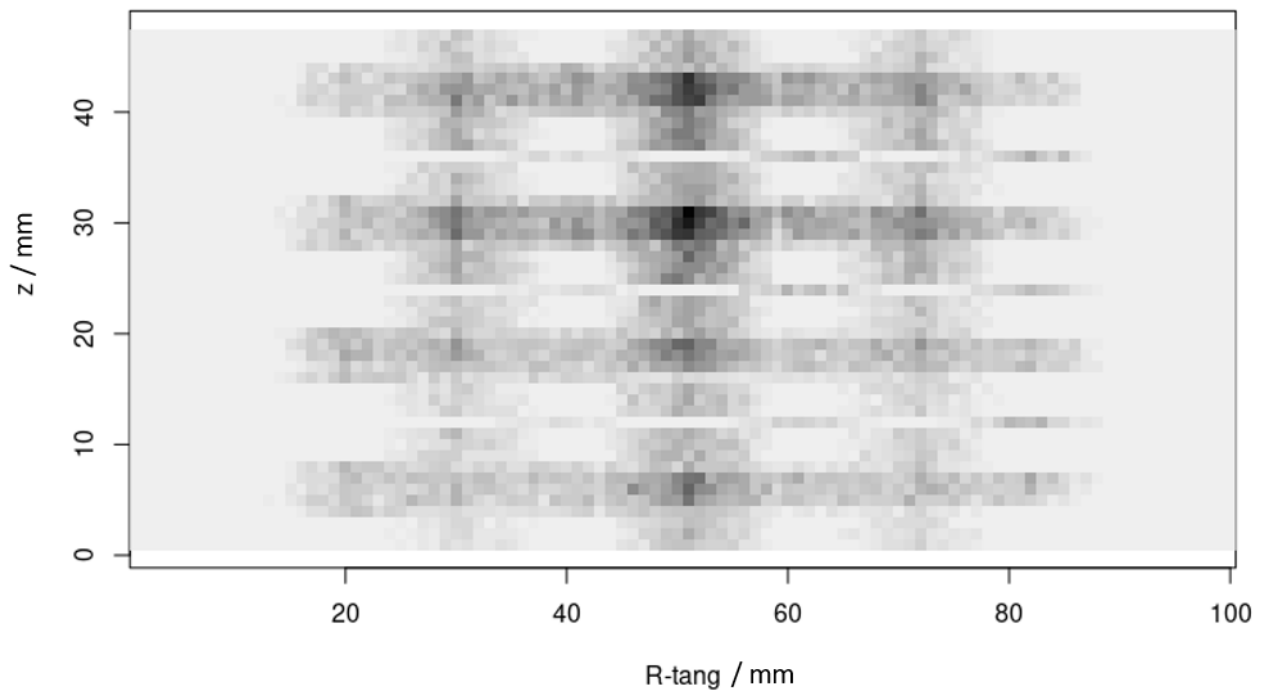


Abbildung 4.5: Sinogramm mit den Mittelwerten über alle Views von Segment Null.

Die y-Achse gibt die den axialen Abstand zur Mitte des FOV in *mm* an und die x-Achse gibt die Tangential-Koordinate, also den radialen Abstand zur z-Achse. Die Werte innerhalb des Koordinaten-Systems, welche aus der Farbskala hervorgehen, geben die Sensitivität der entsprechenden Detektorbins vor. Schwarze stellen stehen für hohe Sensitivitäten und helle für

geringe Sensitivitäten. Dabei wird deutlich, dass es selbst innerhalb der dunklen Strukturen noch starke Schwankungen zwischen den auf die Bins bezogenen Sensitivitäten gibt, welche auf Lücken in den Messdaten hinweisen.

Im Sinogramm kann man die geometrischen Strukturen der Detektorkassetten wiedererkennen. Zum Vergleich siehe Abbildung 3.3. Es sind deutlich vier horizontale Detektorreihen zu sehen, welche aus den jeweils vier Detektorkassetten mi folgen. Zwischen diesen horizontalen Reihen, welche aus jeweils vier weniger deutlich sichtbaren Detektorblöcken bestehen, sind abwechselnd Bereiche mit einer Sensitivität von Null und Bereiche mit einer hohen Sensitivität zu sehen. Das folgt aus der Ungleichverteilung an Bins pro Ring. Aus dieser folgt, dass es Ringe gibt, die nur halb so viele Bins haben. Die restlichen Strukturen entstehen durch die Lücken in der Detektorfläche und die Rotation des Gantrys.

Um eine Schwächungskorrektur durchzuführen muss eine entsprechende Projektion aus dem geometrischen Modell des Normalisierungsphantoms generiert werden. Dafür werden STIR-Anwendungen benötigt. Erst muss eine Datei mit den geometrischen Parametern des Phantoms erstellt werden. Der Voxel-Wert für den homogenen Zylinder wird auf den linearen Schwächungskoeffizienten von Wasser ($\mu = 0,096 \text{ cm}^{-1}$) [10] gesetzt. Dann wird das Aktivitätsbild über „generate_image“ erstellt. Dieses muss dann wieder über „forward_project“ vorwärtsprojiziert werden. Dafür wird ein Template mit den relevanten Detektorparameter benötigt. Das Resultat ist in Abbildung 4.6 dargestellt. Weitere Informationen zu den einzelnen Funktionen und den benötigten Parameterdateien kann im Benutzerhandbuch von STIR nachgelesen werden [18].

Dabei kann der exponentielle Abfall der Sensitivität mit größer werdendem Abstand zur Mittelachse des zylindrischen FOV beobachtet werden. Das soll dafür sorgen, dass die durch Wechselwirkung von Photonen mit dem Wasser im Normalisierungsphantom verringerte Zählrate, welche vom Detektor gemessen wird, korrigiert wird.

Danach werden die beiden Sinogramme aus Schritt Eins und Schritt Zwei miteinander multipliziert. Das entspricht einer Multiplikation der beiden Voxel-Werte, welche sich an der selben Ort befinden, für alle Voxel im FOV. Daraus folgt auch, dass die mit Null besetzten Lücken erhalten bleiben, aber die Amplitudenabnahme nach außen korrigiert werden sollte. Dann wird der Kehrwert aller einzelnen Voxel-Werte gebildet. Dabei werden Werte, welche kleiner als Null sind durch 0,5 ersetzt, um den Wertebereich einzugrenzen. Das dadurch generierte Normalisierungsfeld ist in Abbildung 4.7 visualisiert.

Das zur Verfügung stehende Dokument zur Generierung der korrigierten Normalisierungssinogramme enthält außerdem noch Erklärungen, wie die vorhandenen Lücken im Sinogramm mit sinnvollen Werten gefüllt werden können. Dies wurde im Rahmen meiner Arbeit auch versucht, aber führte zu keinen sinnvollen Ergebnissen, weshalb es auch im Folgenden nicht weiter erwähnt wird.

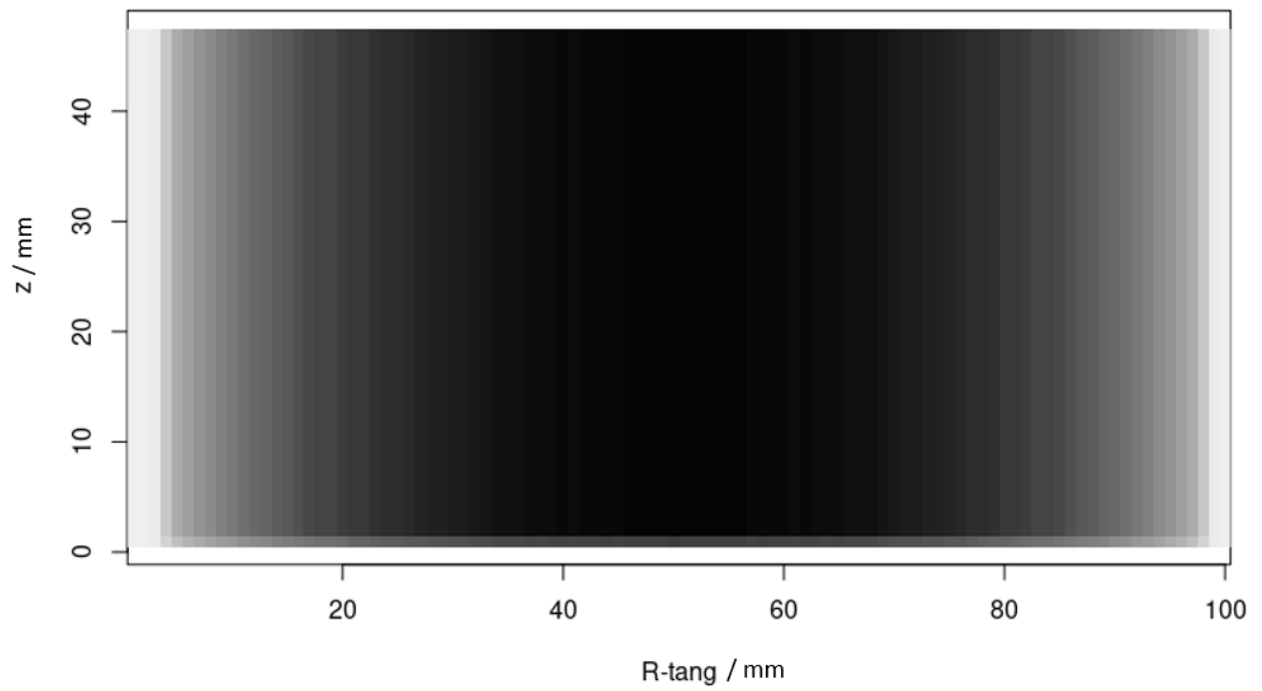


Abbildung 4.6: Schwächungssinogramm für einen Zylinder mit homogener Aktivitätsverteilung.

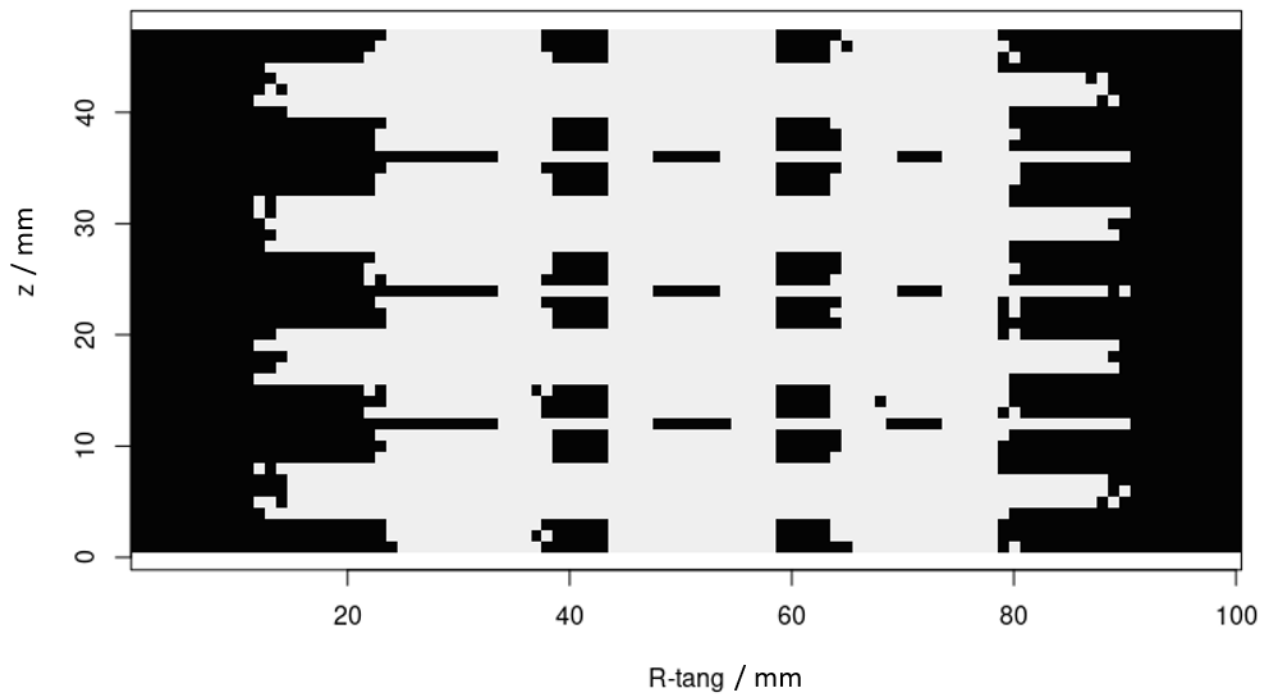


Abbildung 4.7: Normalisierungssinogramm mit Schwächungskorrektur.

4.5 Neue OSMAPOSL-Rekonstruktion mit Schwächungskorrektur

Das korrigierte Normalisierungssinogramm wurde als Bin-Normalisierung in den OSMAPOSL-Algorithmus implementiert und damit wurden die Messungen erneut rekonstruiert. Die daraus resultierenden Aktivitätsbilder sind in Abbildung 4.8 dargestellt.

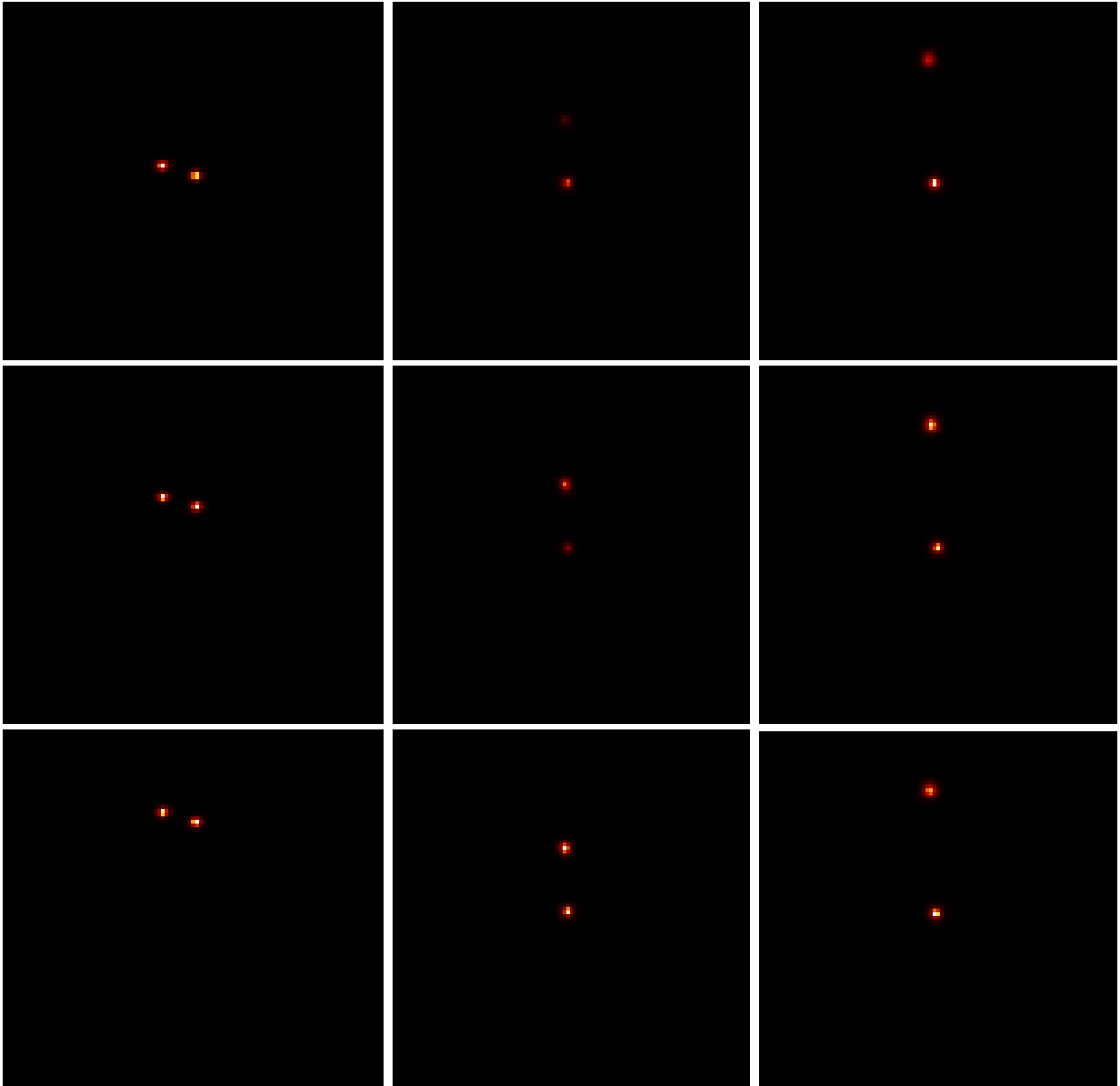


Abbildung 4.8: Aktivitätsbilder aus der Rekonstruktion durch den OSMAPOSL-Algorithmus mit dem Normalisierungssinogramm aus der Schwächungskorrektur. Die Positionen der dargestellten Aktivitätsverteilungen korrespondieren zu denen in Abbildung 4.2. Spalte eins zeigt Bilder aus der Sagittalebene und Spalte zwei und drei zeigen Bilder aus der Transversalebene. Die großen Unterschiede zwischen den Intensitäten, welche bei den Bildern in der zweiten Spalte auftreten entstehen dadurch, dass die Quellen nicht genau in der gleichen Ebene liegen.

Es ist eine deutliche Verbesserung der Rekonstruktion der Aktivitätsverhältnisse zur alten Normalisierungsmessung zu sehen. Außerdem sind kleine Veränderungen der Verhältnisse im Vergleich zu den in Abbildung 4.4 dargestellten Aktivitätsbilder zu erkennen. Ob diese Veränderungen wirklich zu einer quantitativen Verbesserung führen wird im nachfolgenden Abschnitt untersucht.

4.5.1 Bestimmung der Aktivitätsverhältnisse

Die quantitative Auswertung erfolgt analog zu den vorangegangenen Abschnitten. Die Messergebnisse und die berechneten Verhältnisse werden in Tabelle 4.5 aufgeführt. Die Auswertungsergebnisse sind in den Gleichungen 4.13 bis 4.15 aufgelistet.

Tabelle 4.5: Intensitätsmaxima für verschiedene Positionen im FOV. Das Verhältnis ist der Quotient aus dem Intensitätsmaxima der verschobenen Punktquelle und dem -maxima der Punktquelle auf der Zylinderachse des FOV. v_0 ist der maximale Voxel-Wert der Aktivitätsverteilung, welche auf der Mittelachse des FOV liegt und v_x der Maximalwert der transversal verschobenen Quelle.

Axiale Verschiebung / mm	Transversale Verschiebung / mm	$v_0/a.u.$	$v_x/a.u.$	Verhältnis
0	10	4,45	5,51	1,24
	20	5,18	4,02	0,78
	40	5,58	4,03	0,72
10	10	5,64	5,38	0,95
	20	5,64	4,09	0,73
	40	4,79	4,19	0,87
25	10	6,09	5,52	0,91
	20	5,07	5,33	1,05
	40	5,91	4,4	0,74

$$\text{theoretisches Aktivitätsverhältnis:} \quad V_{th} = 0,97 \quad (4.13)$$

$$\text{Mittelwert der Aktivitätsverhältnisse:} \quad \mu = 0,89 \quad (4.14)$$

$$\text{Mittlere absolute Abweichung vom Theoriewert:} \quad d = 0,16 \quad (4.15)$$

Aus den Messergebnissen geht hervor, dass auch diese Methode bedeutend bessere Ergebnisse liefert als die Rekonstruktion mit der alten Normalisierung. Allerdings zeigt der Vergleich zu den Ergebnissen aus der Rekonstruktion mit der neuen Normalisierung auch, dass die Schwächungskorrektur zwar einen Einfluss auf die Messwerte hat, diese aber nicht wirklich verbessert. Das kann daran liegen, dass die vorhandenen Artefakte im Normalisierungsbild auf weitere Probleme bei der Rekonstruktion zurück geführt werden können.

Die mittlere absolute Abweichung vom theoretischen Wert ist etwas kleiner, der Unterschied zur Standardabweichung der neuen Normalisierung ist aber sehr klein. Dabei wurden die maximalen Abweichungen etwas verringert. Der Mittelwert zeigt, dass die Werte tendenziell eher nach unten abweichen.

4.5.2 Bestimmung der statistischen Fehler

Um zu untersuchen ob die vorhandenen Abweichungen auf statistische Effekte zurückführbar sind, wird wieder analog zu den vorangegangenen Abschnitten der relative statistische Fehler bestimmt. Die Messwerte sind in Tabelle 4.6 aufgelistet. Die daraus resultierenden Auswertungsergebnisse sind in den Gleichungen 4.16 bis 4.18 aufgeführt.

Tabelle 4.6: Wiederholte Messung der Intensitätsmaxima zur Ermittlung der statistischen Fehler. Es wurde die Messung in der Mitte des FOV mit 40 mm Abstand zwischen den Punktquellen durchgeführt. v_0 ist der maximale Voxel-Wert der Aktivitätsverteilung, welche auf der Mittelachse des FOV liegt und v_x der Maximalwert der transversal verschobenen Quelle. Der Stichprobenumfang von fünf Messwerten wurde sehr klein gewählt, weil dadurch der Messaufwand nicht zu groß wird und eine grobe Abschätzung der statistischen Fehler ausreicht.

	$v_{stat,1}$	$v_{stat,2}$	$v_{stat,3}$	$v_{stat,4}$	$v_{stat,5}$
v_0	5,58	5,26	4,93	4,83	4,79
v_x	4,03	4,02	4,08	3,88	3,99

$$\text{Mittelwert der Intensitätsmaxima:} \quad \mu_0 = 5,08 \quad \mu_4 = 4,0 \quad (4.16)$$

$$\text{Standardabweichung:} \quad \sigma_0 = 0,34 \quad \sigma_4 = 0,07 \quad (4.17)$$

$$\text{relativer statistischer Fehler:} \quad \frac{\mu_0}{\sigma_0} = 6,6\% \quad \frac{\mu_4}{\sigma_4} = 1,9\% \quad (4.18)$$

Gleichung 4.17 zeigt, dass in dieser Auswertung der statistische Fehler der Aktivitätsverteilung in der Mitte des FOV viel größer ist, als jener der 40 mm von der Mitte entfernten Quelle. Aus dem Vergleich zu den statistischen Fehlern aus den vorangegangenen Rekonstruktionsverfahren ergibt sich, dass die relativen statistischen Fehler die aus verschiedenen Auswertungsverfahren aber derselben Messung entstehen, stark unterschiedlich sind. Das weist darauf hin, dass die Rekonstruktion selbst zum Fehler beiträgt. Dies erschwert eine vertiefende Fehleranalyse.

5 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde die Bildrekonstruktion am ClearPET weiter verbessert, um eine aktivitätsstreue Abbildung im nahezu ganzen Bildbereich zu erreichen. Es wurden verschiedene Anordnungen von zwei Punktquellen im FOV gemessen und mit verschiedenen Normalisierungen rekonstruiert.

Um den Verbesserungsprozess zu dokumentieren, wurde die vorhandene Normalisierungsmessung erst durch die einfache Rückprojektion und dann durch den iterativen OSMAPOSL-Algorithmus mit der alten Normalisierung durchgeführt. Dabei wurde deutlich, dass der OSMAPOSL-Algorithmus die Ortsauflösung stark verbessert. In der quantitativen Auswertung zeigte sich allerdings, dass die Aktivitätsverhältnisse für alle gemessenen Anordnungen grob falsch wiedergegeben werden. Sogar die Größenordnung der Abweichung schwankt für verschiedene Anordnungen im FOV.

Um den störenden Einfluss von Compton-Streuung, welcher während des Messvorgangs auftritt, zu verringern wurde der gemessene Energiebereich für die neue Normalisierungsmessung verkleinert. Die Rekonstruktion der Messungen mit der neuen Normalisierung bestätigt die theoretische Annahme und verringert die Abweichungen der rekonstruierten Aktivitätsverhältnisse zum theoretischen Wert erheblich. Außerdem wurde eine Schwächungskorrektur für die neue Normalisierungsmessung durchgeführt. Die Rekonstruktion mit der korrigierten Normalisierung zeigte aber keine signifikant verbesserte Wiedergabe von Aktivitätsverhältnissen.

Durch die statistische Fehlerbetrachtung wird deutlich, dass die auch bei der neuen Normalisierung auftretenden Abweichungen vom theoretischen Wert auf systematischen Abweichungen basieren. Zur weiteren Verbesserung werden deshalb weitere Korrekturen nötig sein.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein R-package, welches von J. Kulenkampff zur Verfügung gestellt wurde, am Rekonstruktionsrechner zugänglich gemacht. Dieses beinhaltet viele weitere Korrekturen, die zur Verbesserung der quantitativen Auswertung beitragen können.

Neben der Schwächungskorrektur spielt auch die Streukorrektur eine wichtige Rolle bei der Optimierung der Messwerte. Diese kann durch STIR-Anwendung erstellt und implementiert werden.

Außerdem hat diese Arbeit gezeigt, dass verhältnismäßig kleine Parameteränderungen zu einer

signifikanten Änderung der rekonstruierten Werte führen können. Deshalb wäre es sinnvoll, wenn auch andere Parameter, wie zum Beispiel der lineare Schwächungskoeffizient in der Schwächungskorrektur, systematisch variiert und die Auswirkungen auf die Rekonstruktion kommentiert werden würden.

Die Ergebnisse dieser Arbeit sollten unbedingt mit verschiedenen Aktivitätsverhältnissen und weiteren Positionen im FOV überprüft werden. Dies lässt sich sehr gut in das physikalische Laborpraktikum einbinden. Dadurch können die Studenten im Rahmen ihrer Ausbildung zur Verbesserung der Rekonstruktion am ClearPET beitragen.

Literatur

- [1] J. Kulenkampff et al. *Quantitative experimental monitoring of molecular diffusion in clay with positron emission tomography*. 7. Aufl. Solid earth.
- [2] S. Lehr. *Positronen-Emissions-Tomographie unter Einbeziehung der Pulsform für das physikalische Praktikum*. Bachelorarbeit, 2020.
- [3] B. Sudzius. *Normalization Of Image Reconstruction In Positron Emission Tomography By Means Of A Homogeneous Phantom For Utilization In Lab Courses*. Bachelorarbeit, 2021.
- [4] S. M. Seltzer. *ICRU report 85: fundamental quantities and units for ionizing radiation*. 11.1. Journal of the ICRU, 2011.
- [5] W. Demtröder. *Experimentalphysik 4 Kern-, Teilchen- und Astrophysik*. 5. Aufl. Springer-Verlag GmbH Deutschland, 2017.
- [6] H. Krieger. *Grundlagen der Strahlungsphysik und des Strahlenschutzes*. 5. Aufl. Springer-Verlag GmbH Deutschland, 2017.
- [7] T. Kormoll und A. Straessner. *Detectors for Radiation and Particle Physics*. Vorlesungsfolien, 2022.
- [8] J. Henniger. *Versuch Compton-Streuung (CS), Bestimmung der Energie gestreuter Photonen und des differentiellen Wirkungsquerschnitts des Streuprozesses in Abhängigkeit des Streuwinkels*. Versuchsanleitung für den Versuch Compton-Streuung im Fortgeschrittenenpraktikum, 2021.
- [9] W. Demtröder. *Experimentalphysik 3 Atome, Moleküle und Festkörper*. 5. Aufl. Springer-Verlag GmbH Deutschland, 2016.
- [10] M. Berger et al. *XCOM Database: Photon Cross Section Database*. Version 1.5. National Institute for Standards und Technology, 2010.
- [11] I. Mohammadi et al. *Minimization of parallax error in positron emission tomography using depth of interaction capable detectors: methods and apparatus*. 5. Aufl. Biomed. Phys. Eng. Express, 2019.
- [12] K. Ziemonis et al. *The ClearPET/spl trade/ LSO/LuYAP phoswich scanner: a high performance small animal PET system*. 3. Aufl. IEEE Nuclear Science Symposium. Conference Record, 2003.

- [13] IAEA - Nuclear Data Section. *Live Chart of Nuclides - nuclear structure and decay data*. letzter Aufruf: Juni 2022. URL: <https://www-nds.iaea.org/relnsd/vcharthtml/VChartHTML.html>.
- [14] E. Candes. *Applied Fourier Analysis and Elements of Modern Signal Processing*. Vorlesung 9. 2021. URL: <https://candes.su.domains/teaching/math262/Lectures/Lecture09.pdf>.
- [15] E. Candes. *Applied Fourier Analysis and Elements of Modern Signal Processing*. Vorlesung 10. 2021. URL: <https://candes.su.domains/teaching/math262/Lectures/Lecture10.pdf>.
- [16] V. Bettinardi et al. *Implementation and evaluation of a 3D one-step late reconstruction algorithm for 3D positron emission tomography brain studies using median root prior*. 29. Aufl. Eur J Nucl Med, 2002.
- [17] J. Kulenkampff. *ClearPET-Normalisierung @ HZDR*. Anleitung zur Normalisierung durch Projektionen. 2021.
- [18] K. Thielemans et al. *Software for Tomographic Image Reconstruction*. Bedienungsanleitung, 2021. URL: <http://stir.sourceforge.net/documentation/STIR-UsersGuide.pdf>.

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich diese Arbeit im Rahmen der Betreuung am Institut für Kern- und Teilchenphysik ohne unzulässige Hilfe Dritter verfasst und alle Quellen als solche gekennzeichnet habe.

Martin Michel

Dresden, Juni 2022