

PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN DES THERMISCHEN RAUMMODELLS THERAKLES

Andreas Nicolai

Institut für Bauklimatik
Fakultät Architektur
Technische Universität Dresden
andreas.nicolai@tu-dresden.de

Januar 2013

Zusammenfassung

Das thermische Raummodell THERAKLES berechnet das dynamische Verhalten eines Raumes und seiner Umschließungsflächen in Abhängigkeit von realistischen Klimarandbedingungen, sowie Nutzer- und Anlagenverhalten. Neben Energieverbrauchswerten werden die operative Temperatur sowie weitere Kriterien zur Beurteilung der Behaglichkeit berechnet. Schwerpunkt der Anwendung liegt auf Optimierung der thermischen Behaglichkeit im Sommerfall, sowie energetischer Optimierung der Regelung von Heizungsanlagen unter Ausnutzung der Dynamik schwerer Baukonstruktionen und Massivbauwände. Das Modell beschreibt das dynamische Verhalten der Umfassungskonstruktionen durch instationäre, räumlich aufgelöste Simulation der Wand-, Fußboden-, und Decken- bzw. Dachflächen. Dadurch werden in der Konstruktion enthaltene Phasenwechselmaterialien (PCM) berücksichtigt und die zeitliche Verfügbarkeit der zusätzlichen Wärmespeicherfähigkeit abgebildet.

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis	3
1 Einführung	5
1.1 Raumgeometrie	5
2 Bilanzgleichungen	6
2.1 Energiebilanzgleichung für den Raum	7
2.2 Energiebilanzgleichung für Wände, Fußboden und Decke	8
2.2.1 Raumseitige Randbedingungen	8
2.2.2 Raumabgewandte Randbedingungen	9
3 Konstruktionsparameter mit Einfluss auf die Bilanzgleichungen	10
3.1 Material und Konstruktionsaufbauten	10
3.2 Phasenwechselmaterialien(PCM)	10
3.3 Fenster- und Verschattungsparameter	11
3.4 Definition von Konstruktionen	11
4 Wärmetransportgrößen und Wärmelasten in der Raumluftbilanzgleichung	11
4.1 Wärmetransmission durch Fensterflächen	11
4.2 Wärmequellen und -senken aus Solarstrahlung durch Fenster	12
4.2.1 Regelung für Verschattungssysteme	12
4.3 Wärmeübertragung von Wand-/Decken-/Fußbodenoberflächen	12
4.4 Lüftungswärmeverluste/-gewinne durch natürliche Lüftung	13
4.5 Personen- und flächenbezogene Wärmelasten	13
4.6 Wärmequellen und -senken aus Heizung und Klimatisierung	13
4.6.1 Heizkörper mit Thermostatregelung	13
4.6.2 Einfaches Klimaanlageanlagenmodell	14

4.6.3	Mechanische Lüftung mit optionaler Wärmerückgewinnungsanlage	14
4.6.4	Mechanische Lüftung mit Klimatisierung	14
5	Definition zeitabhängiger Größen	14
6	Bewertungs- und Ausgabegrößen	15
6.1	Oberflächentemperatur der Fenster	15
6.2	Strahlungstemperatur	15
6.3	Operative Temperatur	15
7	Klimadaten und Strahlungsberechnung	16
7.1	Berechnung der Außentemperatur	16
7.2	Strahlungsstrom auf beliebig ausgerichtete und geneigte Flächen	16
7.2.1	Sonnenstandsberechnung	17
7.2.2	Direkte Strahlung auf beliebig geneigte und orientierte Flächen	18
7.2.3	Diffuse Strahlungsberechnung	18
7.2.4	Gesamte kurzwellige Strahlungsbelastung	19
7.3	Verwendung von Messdaten für ausgerichtete/geneigte Flächen	19
	Literatur	20

Abbildungsverzeichnis

1	Beispielhafter Grundriss eines betrachteten Raumes	5
2	Schnitt des Raumes mit den betrachteten Wand-, Decken- und Fußbodenflächen, Nachbarzonen und Anlagenkomponenten	6
3	Geometrische Beziehungen zur Berechnung der Strahlungsintensität auf eine beliebig geneigte (α) und ausgerichtete (β) Fläche	16
4	Beispielhafte Tagesverläufe des Azimutwinkels für einen Sommer- und Wintertag an zwei Standorten	17

Tabellenverzeichnis

1	Allgemeine Symbole und physikalische Formelzeichen	3
2	Liste aller verwendeten Symbole	3
2	Liste aller verwendeten Symbole (Fortsetzung)	4

Symbolverzeichnis

Symbol	Basiseinheit	Beschreibung
t	s	Zeit
ϑ	$^{\circ}C$	Temperatur
Q	J	Energie(-menge), Arbeit
U	J	Innere Energie (im Kontext der Energiebilanzgleichung)
\dot{Q}	$W = J/s$	Wärmestrom
q	W/m^2	Wärmestromdichte
c	J/kgK	spezifische Wärmekapazität
ρ	kg/m^3	Dichte (Massendichte)
R	m^2K/W	Wärmetransmissions- oder Wärmeübergangswiderstand
U	W/m^2K	U-Wert (im Kontext des Wärmetransmissionsmodells für Fensterflächen)
A	m^2	Fläche
V	m^3	Volumen

Tabelle 1: Allgemeine Symbole und physikalische Formelzeichen

Symbol	Basiseinheit	Beschreibung
ϑ_e	$^{\circ}C$	Außenlufttemperatur
ϑ_R	$^{\circ}C$	Raumlufttemperatur
ϑ_Z	$^{\circ}C$	Zonenlufttemperatur (z.B. eines angrenzenden Raumes)
$\vartheta_{W,si}$	$^{\circ}C$	Temperatur der Wandinnenoberfläche
$\vartheta_{W,se}$	$^{\circ}C$	Temperatur der Wandaußenoberfläche
ϑ_{op}	$^{\circ}C$	operative Temperatur
c	J/kgK	spezifische Wärmekapazität eines Materials
c_L	J/kgK	spezifische Wärmekapazität der trockenen Luft
c_M	J/kgK	spezifische Wärmekapazität der Einrichtungsgegenstände/des Mobiliars
ρ	kg/m^3	Massendichte eines Materials
ρ_L	kg/m^3	Massendichte der Luft, $\rho_L \simeq 1,2 \text{ kg/m}^3$
λ	W/mK	Wärmeleitfähigkeit
d	m	Schichtdicke
L_W	m	Dicke der Wand
$R_{\ddot{U}_e}$	m^2K/W	Wärmeübergangswiderstand an der Außenoberfläche
$R_{\ddot{U}_i}$	m^2K/W	Wärmeübergangswiderstand an der Innenoberfläche
A_N	m^2	Raum-/Nutzfläche
A_{W+F}	m^2	Gesamtwandfläche, $A_{W+F} = A_W + A_F$
A_W	m^2	Netto-Wandfläche
A_F	m^2	Gesamtfensterfläche
U_F	W/m^2K	U-Wert eines Fensters (einschließlich Übergangswiderstände)
f	[0..1]	Rahmenfaktor eines Fensters, d.h. Flächenanteil des Glases an gesamter Rohbaufensterfläche
g	[0..1]	Gesamtenergiedurchlassgrad
z	[0..1]	Verschattungsgrad, d.h. Anteil der noch auf das Fenster treffenden Solarstrahlung
$q_{Rad,\alpha\beta}$	W/m^2	Strahlungswärmestromdichte (global) auf geneigte/ausgerichtete Fläche
$q_{H,dir}$	W/m^2	direkte Strahlungsintensität (Wärmestromdichte) auf eine horizontale Fläche
$q_{H,dif}$	W/m^2	diffuse Strahlungsintensität (Wärmestromdichte) auf eine horizontale Fläche
q_V	W/m^2	Vertikalfächenkomponente der direkten Strahlungsintensität
$q_{\beta,dir}$	W/m^2	Anteil der Vertikalfächenkomponenten auf ausgerichtete Fläche
$q_{z,limit}$	W/m^2	Grenzwert der Strahlungsintensität auf Horizontalfläche (Verschattungsregelung)
\dot{Q}_{Rad}	W	Solarstrahlungsstrom/Wärmelast aus Solarstrahlung durch Fenster
$\dot{Q}_{Rad,F}$	W	Bruttostrahlungsstrom (vor Abminderung durch Verschattung, etc.)
$\dot{Q}_{Rad,e}$	W	außen aufgeprägter Solarstrahlungsstrom
\dot{Q}_{HC}	W	Heiz- / Kühlleistung einer inneren Wärmequelle bzw. -senke
\dot{Q}_F	W	Wärmeleitungsstrom
\dot{Q}_L	W	Lüftungswärmeverlust
$\dot{Q}_{W,i}$	W	von Wandinnenoberfläche konvektiv an Raumluft abgegebene Wärme

Tabelle 2: Liste aller verwendeten Symbole

Symbol	Basiseinheit	Beschreibung
m_M	kg	Masse von Einrichtungsgegenständen/des Mobiliars
V_L	m^3	Raumluftvolumen
n_L	$1/s$	Luftwechselrate
\dot{V}_L	m^3/s	Lüftungsförderstrom
γ_{HC}	[0..1]	Anteil der konvektiv abgegebenen Heizwärmelast
γ_{Rad}	[0..1]	Anteil der konvektiv abgegebenen Solarstrahlung
δ	$^\circ$	Deklinationwinkel, d.h. Winkel zwischen Himmels- und Erdäquatorebene
h	$^\circ$	Sonnenhöhenwinkel
a	$^\circ$	Azimutwinkel, nordwärts (0° - Norden)
ϱ_e	[0..1]	Albedo

Tabelle 2: Liste aller verwendeten Symbole (Fortsetzung)

1 Einführung

Das thermische Raummodell basiert auf der Arbeit von Häupl et al. [3] stellt eine numerische und physikalische Weiterentwicklung dar. Neben Erweiterungen in der Anlagentechnik und Regelung unterscheidet sich das thermische Raummodell von CLIMT in einigen wesentlichen Punkten:

- Jede den Raum begrenzende Konstruktion wird als mehrschichtige, eindimensionale Konstruktion räumlich aufgelöst berechnet. Dadurch lassen sich die effektiv zur Verfügung stehenden Wärmespeicherkapazitäten exakt ohne weitere Anpassungsparameter abbilden.
- Für alle Konstruktionen werden unabhängige Temperaturprofile und entsprechend unterschiedliche Oberflächentemperaturen berechnet, welches eine genauere Abschätzung der Strahlungstemperatur und damit der operativen Temperatur erlaubt.
- Das Berechnungsverfahren ist numerisch und kann infolge variabler Zeitschrittgrößen Regelalgorithmen für Heizungsanlagen bzw. Klimatechnik genauer erfassen.
- Bei der Berechnung des Sonnenverlaufs wird eine alternative Gleichung für den Azimutwinkel verwendet, welches das Modell für alle Breitengrade (auch zwischen 23.45° und -23.45°) anwendbar macht.

Viele der grundlegenden Wärmetransportmechanismen sind jedoch identisch mit denen des CLIMT Modells.

1.1 Raumgeometrie

Das Raummodell beschreibt einen einfachen, durch rechteckige Umschließungsflächen definierten Raum. Abbildung 1 zeigt als Beispiel einen einfachen Grundriss.

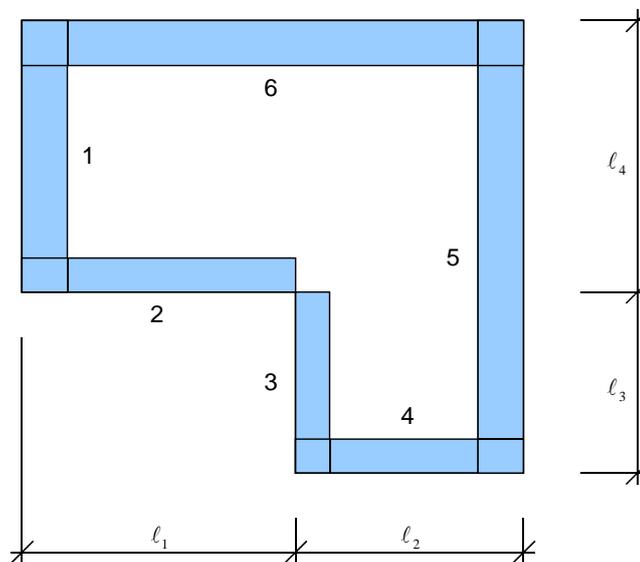


Abbildung 1: Beispielhafter Grundriss eines betrachteten Raumes

Bemaßt werden jeweils die Außenseiten. Die Grundfläche/Nutzfläche A_N des betrachteten Raumes wird dagegen bezogen auf die Innenmaße, d.h. mittels der Nettomaße berechnet. Die Raumgeometrie kann beliebig sein, jedoch wird eine Eigenverschattung einzelner Raumseiten im Modell hinsichtlich der einfallenden Solarstrahlung derzeit nicht berücksichtigt.

In Abbildung 1 fällt auf, dass die Definition der Wände mit Abmessungen der Außenseiten überall zu Überschneidung im Eckbereich führt, außer im Eckbereich zwischen Wand 2 und 3. Die Vereinfachung kann eingeführt werden, wenn die Wand-, Decken und Fußbodenflächen wesentlich größer als die Wandstärken sind, welches üblicherweise der Fall ist. Die aus den Eckbereichen resultierenden Wärmebrücken werden in einem dynamischen Modell dadurch berücksichtigt, dass die Wandlängen der angrenzenden Konstruktionen

entsprechend angepasst werden. Diese äquivalenten Wandlängen liegen stets zwischen Innen- und Außenabmessungen und sind von Schichtaufbau und Materialeigenschaften abhängig. Außenmaße liefern in der Regel eine bessere Abschätzung dieser äquivalenten Wandflächen/-längen, als Innenabmessungen.

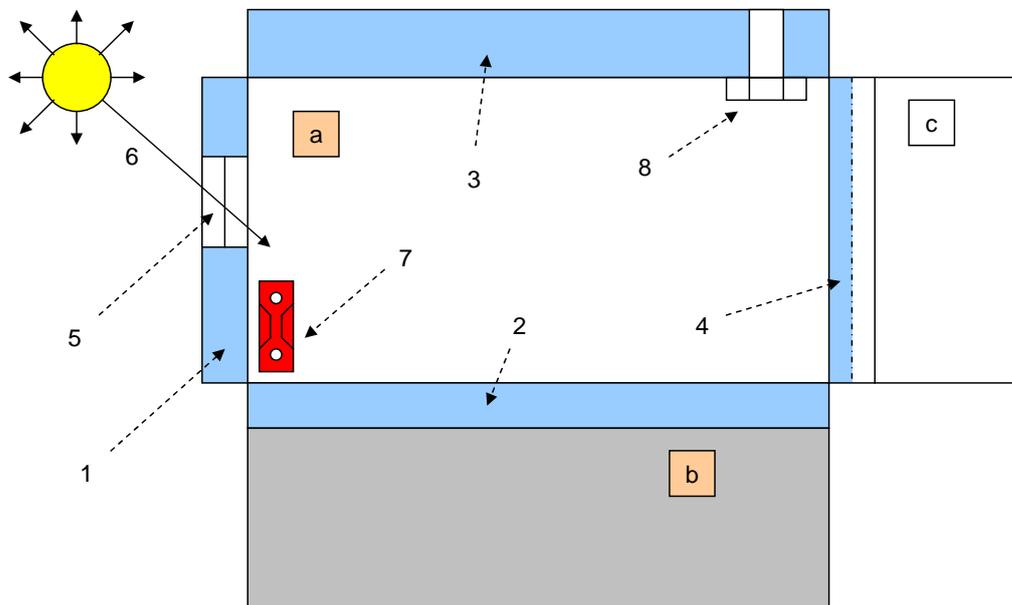


Abbildung 2: Schnitt des Raumes mit den betrachteten Wand-, Decken- und Fußbodenflächen, Nachbarzonen und Anlagenkomponenten

Abbildung 2 zeigt einen Schnitt durch den gleichen Raum. In dieser Abbildung sind alle im Raummodell betrachteten Komponenten und geometrischen Konfigurationen vertreten:

- a) der betrachtete Raum, in dem die Temperatur dynamisch berechnet wird,
- b) ein unter dem Raum befindlicher Keller/Raum mit näherungsweise konstanter Temperatur, und
- c) ein Nachbarraum, der näherungsweise stets die gleiche Temperatur wie Raum a) hat.

Die Unterscheidung der Zonen hat Einfluss auf die Randbedingungen der Bilanzgleichungen für die Raumbegrenzungsstrukturen.

Die Abbildung zeigt weiterhin:

- 1) Außenwand
- 2) Fußboden
- 3) Decke/Dach
- 4) Wand zu gleich temperierter Zone (reines Speicherelement)
- 5) Fenster
- 6) Direkte und diffuse Sonnenstrahlung
- 7) Heizkörper
- 8) Lüftungsauslass/Klimaanlage

Zur Berechnung des thermischen Verhaltens eines solchen Raumes, zum Beispiel im Sommerfall zur Bemessung für den sommerlichen Wärmeschutz oder für die Auslegung der Heizung, werden Bilanzgleichungen für alle Wände, die Decke und den Fußboden, sowie die Raumluft aufgestellt.

2 Bilanzgleichungen

Das Raummodell enthält eine gewöhnliche Bilanzgleichung für den Raum. Für alle Umschließungsflächen werden partielle Differentialgleichungen formuliert, die den Wärmetransport und die Speicherung in den Wand-, Fußboden- und Deckenflächen beschreiben.

2.1 Energiebilanzgleichung für den Raum

In diesem Modell wird in der Bilanzgleichung zunächst nur die Wärmekapazität der Raumluft und eventueller Einrichtungsgegenstände verwendet, da die thermischen Speichermassen der angrenzenden Wände, Decken und Fußbodenflächen über die jeweiligen Wärmeaustauschströme für die Raumbilanz wirksam werden. Die thermische Speichermasse der Einrichtung des Raumes bzw. schwerer Bauteile wird pauschal durch einen weiteren Speicherterm beschrieben.

In der Bilanzgleichung für die Raumluft werden folgende Prozesse berücksichtigt:

- die Energieverluste und -gewinne \dot{Q}_L durch Luftaustausch in Abhängigkeit von Lüftungsförderstrom, bzw. Luftwechselrate n_L §4.4,
- die Wärmetransmissionsverluste/-gewinne durch Fenster \dot{Q}_F §4.1,
- die von den Wandinnenoberflächen konvektiv an die Raumluft abgegebene Wärme \dot{Q}_W §4.3,
- anteilig die inneren Wärmequellen aus Heiz- und Kühllasten (Heating/Cooling) $\gamma_{HC}\dot{Q}_{HC}$ §4.6, und
- anteilig die Strahlungswärmegewinne (Solarstrahlung durch Fenster) $\gamma_{Rad}\dot{Q}_{Rad}$, §4.2,
- die nutzflächen- und personenbezogene Wärmelast \dot{Q}_N §4.5, und
- die Wärmespeicherung in der Raumluft und Einrichtungsgegenständen.

Damit ergibt sich Bilanzgleichung (1) für den Raum.

$$\frac{dU_R}{dt} = \dot{Q}_L + \sum_i^{n_F} \dot{Q}_{F,i} + \sum_i^{n_W} \dot{Q}_{W,i} + \gamma_{HC}\dot{Q}_{HC} + \gamma_{Rad}\dot{Q}_{Rad} + \dot{Q}_N \quad (1)$$

Die linke Seite der Bilanzgleichung beschreibt die Wärmespeicherung in der Raumluft und in weiteren, im Raum befindlichen Speichermassen. Die rechte Seite der Bilanzgleichung enthält die Wärmelasten und Wärmeströme. Die Bilanzgleichung beschreibt die zeitliche Veränderung der Raumlufttemperatur ϑ_R als Ergebnis dynamischer Einwirkungen von Wärmelasten. Da der Raum von mehreren Fenster- und Wandflächen umgeben sein kann (Decken- und Fußbodenflächen werden hier analog zu Wänden beschrieben), erscheinen die Wärmeleitungsströme durch Fenster und in Wandflächen als Summationsterme auf der rechten Seite der Bilanzgleichung.

Der Speicherterm (2) der Bilanzgleichung,

$$\frac{dU_R}{dt} = (m_M c_M + \varrho_L c_L V_L) \frac{d\vartheta_R}{dt} \quad (2)$$

ausgedrückt als Änderung der inneren Energie U_R des Raumes über der Zeit, enthält zum einen die Wärmespeicherfähigkeit der Luft, berechnet aus der spezifischen Wärmekapazität c_L und Dichte der Luft ϱ_L sowie dem Raumluftvolumen V_L . Die Dichte der Luft wird mit $\varrho_L \simeq 1,2 \text{ kg/m}^3$ und die Wärmekapazität mit $c_L = 1006 \text{ J/kg K}$ als konstant angenommen.

Weiterhin enthält der Speicherterm einen zusätzlichen Summanden, das Produkt aus einer Masse m_M (z.B. Einrichtungsgegenstände und Möbel) und einer spezifischen mittleren Wärmekapazität c_M . Dieses zusätzliche Speicherglied wirkt dämpfend und verzögert z.B. im Sommerfall das Eindringen einer Hitzewelle¹.

Der Parameter γ_{HC} ist ein Parameter, welcher zum detaillierten Anpassen des Modells verwendet werden kann. Im Allgemeinen kann $\gamma_{HC} = 50\%$ angenommen werden, d.h. 50% der von der Heizung abgegebenen Heizleistung wirkt direkt auf die Raumluft. Der zweite Anpassungsparameter γ_{Rad} kann im Allgemeinen zu $\gamma_{Rad} = 50\%$ angenommen werden. Beide Parameter haben nur einen minimalen Effekt auf die Berechnungsergebnisse und kommen erst bei höheren Luftwechselraten zum tragen².

¹Da die zusätzliche Masse und mittlere Speicherkapazität jedoch schwer zu quantifizieren sind, sollte sie normalerweise nicht verwendet werden ($m_W = 0 \text{ kg}$). Es kann jedoch hilfreich sein, mittels dieses Kalibrierungsparameters ein Raummodell mit realistische Messdaten abzugleichen, um danach eine Variantenanalyse mit dem nun kalibrierten Modell durchzuführen.

²Werden größere γ Werte verwendet, wird ein größerer Anteil der Wärmelast dem Raumluftknoten zugeschlagen und höhere Raumlufttemperaturen berechnet. Da die Raumlufttemperatur in die Berechnung der Wärmelasten aus Luftwechsel eingeht, wird eine höhere Lufttemperatur im Sommer zu einer Entlastung des Raumes führen. Man kann die Parameter auch als *Kurzschlussparameter* interpretieren, da kleine γ -Werte dazu führen, dass die Wärmeübergangswiderstände zwischen Raumluft und Wandoberflächen entsprechend übergangen werden.

2.2 Energiebilanzgleichung für Wände, Fußboden und Decke

Außenwände, Decken, Dächer und Fußböden werden detailliert durch instationäre Wärmeleitungsgleichungen modelliert und berechnet. Allgemein gilt die klassische eindimensionale Wärmeleitungsgleichung (3). Diese partielle Differentialgleichung beschreibt die instationäre Wärmeleitung durch eine mehrschichtige Konstruktion der Dicke L_W .

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(-\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) \quad (3)$$

Die Wärmespeicherung im Material wird dabei über Gleichung (4) beschrieben.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \rho c \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \quad (4)$$

Dabei können die Materialdichten ρ , spezifischen Wärmekapazitäten c und Wärmeleitfähigkeiten λ bei mehrschichtigen Konstruktionen jeweils von der Materialschicht abhängen und damit der Tiefe $x \in [0, L_W]$ innerhalb der Wand variieren.

Die Randbedingungen der Energiebilanzgleichung sind die Wärmeströme q_c in Richtung der Wandoberflächen:

$$q_c \Big|_{W,s} = -\mathbf{q} \cdot \mathbf{N}_{W,s} \quad (5)$$

wobei \mathbf{q} den Vektor der Wärmestromdichten beschreibt und \mathbf{N} die äußere Normale der Wandoberfläche W, s ist.

2.2.1 Raumseitige Randbedingungen

Auf der Innenseite von Konstruktionen wird konvektiver Wärmeübergang von der Raumluft zur Wandoberfläche betrachtet (6). Dabei ist $\vartheta_{W,si}$ die Oberflächentemperatur der Wandinnenseite.

$$q_c = \frac{1}{R_{\ddot{U}_i}} (\vartheta_R - \vartheta_{W,si}) \quad (6)$$

Die Wärmestromdichte q_c ist wie alle anderen Randströme positiv in Richtung Konstruktionsoberfläche definiert. Entsprechend der Vorzeichendefinition von \dot{Q}_W in §4.3 gilt:

$$q_c = -\frac{\dot{Q}_W}{A_W}$$

Zusätzlich werden auf die Innenseite der Konstruktion noch anteilig Wärmeströme aus solaren Gewinnen des Raumes \dot{Q}_{Rad} und Wärmequellen \dot{Q}_{HC} im Raum aufgeprägt. Die Wärmeströme der durch Fenster in den Raum einfallenden Sonnenstrahlung werden dabei entsprechend des Flächenanteils der jeweiligen Wand bezogen auf den Gesamtflächeninhalt aller Innenflächen gewichtet (7).

$$\dot{Q}_{W,Rad} = \frac{A_W}{\sum_j A_{W,j}} (1 - \gamma_{Rad}) \dot{Q}_{Rad} \quad (7)$$

Dabei ist $\sum_j A_{W,j}$ die Gesamtsumme aller innenseitigen Wandnettoflächen (Flächen ohne Fenster- oder Türöffnungen) und \dot{Q}_{Rad} ist die effektive Wärmelast aus solaren Gewinnen im Raum (siehe §4.2). Analog werden Wärmelasten bzw. Kältelasten eines Raumes aufgeteilt (8).

$$\dot{Q}_{W,HC} = \frac{A_W}{\sum_j A_{W,j}} (1 - \gamma_{HC}) \dot{Q}_{HC} \quad (8)$$

Die Parameter γ_{Rad} und γ_{HC} legen prozentual den Anteil der direkt an die Raumluft abgegebenen Wärme- und Kühllasten fest, siehe (1). Somit sind $(1 - \gamma_{HC})$ und $(1 - \gamma_{Rad})$ die Anteile, welche an *alle* Innenoberflächen des Raumes insgesamt abgegeben werden. Die Flächenwichtung $A_W / \sum_j A_{W,j}$ wird nun verwendet, um diese Anteile je nach Wandfläche zu verteilen. Die Positionierung der Flächen zueinander oder geometrische Anordnung der Flächen, z.B. Nähe zur Heizung oder Ausrichtung zum Fenster, bleiben dabei unberücksichtigt.

Die Wärmeströme $\dot{Q}_{W,Rad}$ und $\dot{Q}_{W,HC}$ sind als Wärmelasten bereits positiv für Raum und Wandinnenseiten definiert. Daher werden die Wärmestromdichten für die Wandoberflächen direkt durch

$$q_{HC} = \frac{\dot{Q}_{W,HC}}{A_W} \quad (9)$$

$$q_{Rad} = \frac{\dot{Q}_{W,Rad}}{A_W} \quad (10)$$

erhalten. Die auf der Wandinnenseite aufgeprägte Wärmestromdichte ergibt sich nun als Summe der drei Anteile:

$$q_{in} = q_c + q_{HC} + q_{Rad}$$

2.2.2 Raumabgewandte Randbedingungen

Es werden drei Fälle unterschieden:

1. Außenwand
2. Innenwand/Decke/Fußboden zu Raum mit gleicher Temperatur ϑ_R wie der betrachtete Raum,
3. Innenwand/Decke/Fußboden zu konstant temperierter Zone (z.B. Keller, Erdreich)

Je nach Fall werden auf der dem Raum abgewandten Wandseite andere Randbedingungen verwendet.

Außenwand Als Randbedingungen werden für die Außenseite die Wärmestromdichte aus konvektivem Wärmeübergang und die solare Strahlungswärmestromdichte verwendet. Die außen aufgeprägte Wärmestromdichte $q_{Rad,e}$ aus kurzweiliger Strahlung ist dabei von Ausrichtung α und Neigung der Konstruktion β , Sonnenstand und dem Absorptionskoeffizienten a_W der Außenoberfläche abhängig.

$$q_{Rad,e} = a_W q_{Rad,\alpha\beta} \quad (11)$$

Die Berechnung der Gesamtstrahlungsstromdichte $q_{Rad,\alpha\beta}$ ist in Abschnitt §7.2 erläutert.

Die außenseitige Wärmeübertragung wird nach Gleichung (12) berechnet. Für den zeitlichen Verlauf der Außentemperatur ϑ_e werden Klimadaten verwendet (siehe §7.1).

$$q_{c,e} = \frac{1}{R_{\ddot{U}_e}} (\vartheta_e - \vartheta_{W,se}) \quad (12)$$

$R_{\ddot{U}_e}$ ist der außenseitige Wärmeübergangswiderstand und $\vartheta_{W,se}$ ist die außenseitige Wandoberflächentemperatur.

Die Gesamtwärmestromdichte auf der Außenseite einer Wand ergibt sich als Summe der beiden Wärmestromdichten

$$q_{ex} = q_{c,e} + q_{Rad,e}$$

und ist ebenfalls positiv in Richtung der Konstruktion definiert.

Innenwand zu einer gleich temperierter Zone Wenn eine Innenwand an eine andere Zone gleicher Temperatur grenzt, halbiert sich effektiv die zur Verfügung stehende Wärmekapazität. Bei symmetrischem Wandaufbau könnte dieses durch Halbierung des Wandquerschnitts und Festlegung eines adiabaten Randes modelliert werden. Um jedoch asymmetrische Wandaufbauten berechnen zu können, wird im Raummodell der komplette Wandaufbau simuliert. Auf der dem Raum gegenüberliegenden Seite wird nun ein Raum mit der gleichen Temperatur ϑ_R wie der betrachtete Raum angenommen, und die Wärmestromdichte wird mit Gleichung (13) berechnet. Dabei wird der außenseitig definierte Übergangswiderstand $R_{\ddot{U}_e}$ ignoriert und stattdessen der gleiche Wärmeübergangswiderstand wie auf der Innenseite verwendet³.

$$q_{ex} = \frac{1}{R_{\ddot{U}_i}} (\vartheta_R - \vartheta_{W,se}) \quad (13)$$

³Man könnte auch versuchen, den wandinnenseitig berechneten Wärmestrom der Außenseite der Konstruktion aufzuprägen. Dies führt jedoch im Fall einer asymmetrischen Konstruktion eventuell zu physikalisch unsinnigen Ergebnissen. Konkret wird bei einer Konstruktion mit massiver, dem Raum zugewandten Seite bei Änderungen der Raumlufttemperatur ein Wärmestrom berechnet, bis die Oberflächentemperatur der trägen Konstruktion sich wieder der Raumtemperatur annähert. Prägt man diesen Wärmeleitungsstrom nun der besser gedämmten/leichten Außenseite der gleichen Konstruktion auf, so wird sich die Oberflächentemperatur deutlich schneller und stärker ändern, und eventuell auch die Raumtemperatur übersteigen.

Anders als im betrachteten Raum werden jedoch *keine* kurzwellige Solarstrahlung oder anteilige Heizlasten aufgeprägt. Der Einfluss dieser Bedingung ist normalerweise klein und lässt sich über Veränderung der Parameter γ_{HC} und γ_{Rad} untersuchen (werden beide Parameter auf 1 gesetzt, wirken sich Strahlungs- und Heizwärmelasten nur auf die Raumlufttemperatur ϑ_R aus und Innenwände erhalten so identische Randbedingungen auf beiden Seiten).

Innenwand/Decke/Fußboden zu einer Zone mit konstanter Temperatur Bei Konstruktionen, die an eine anderen Zone oder Konstruktion mit konstanter Temperatur grenzen, wird nur der Wärmeübergang nach Gleichung (12) verwendet.

$$q_{ex} = \frac{1}{R_{\ddot{U}e}} (\vartheta_Z - \vartheta_{W,se}) \quad (14)$$

Die Annahme einer konstanten Zonentemperatur ϑ_Z kann z.B. bei Erdreich oder Kellerräumen vereinfachend getroffen werden⁴.

3 Konstruktionsparameter mit Einfluss auf die Bilanzgleichungen

Eine (Raumumfassungs-) Konstruktion wird durch Wand-, Decken- und Fußbodenquerschnitte und der jeweils dazugehörigen Fläche definiert. Je Konstruktion darf nur ein Fenstertyp verbaut sein, wobei die Fläche mehrerer gleicher Fenster summiert werden kann. Gleichermäßen ist je Konstruktion nur ein Verschattungstyp möglich.

3.1 Material und Konstruktionsaufbauten

Eine Konstruktion wird durch den Schichtenaufbau von außen nach innen definiert, wobei für jede Materialschicht folgende Parameter bekannt sein müssen:

- Wärmeleitfähigkeit λ in W/mK,
- Dichte ρ in kg/m³,
- spezifische Wärmekapazität c in J/kgK, und
- Schichtdicke d in m.

Die spezifische Wärmekapazität kann für mineralische Baustoffe mit ca. 800 J/kgK abgeschätzt werden.

3.2 Phasenwechselmaterialien(PCM)

Die Modellierung von Phasenwechselmaterialien (PCM – Phase Change Materials) wird als Mischungsansatz unterstützt. Dabei werden die resultierenden Materialeigenschaften bei PCM-Zumischung eingegeben. Ein Paraffin-basiertes PCM hat üblicherweise eine spezifische Phasenumwandlungsenthalpie von $H_{pcm} = 200..240$ kJ/kg, eine Dichte von $\rho_{pcm} = 860..930$ kg/m³ und spezifische Wärmekapazität von ca. $c_{pcm} = 2000$ J/kgK. Wird nun z.B. ein Putz mit einer PCM-Beimischung von 10 Volumen-% versehen, berechnen sich die Materialeigenschaften des Gemisches aus volumetrischer Mittelung:

$$\begin{aligned} \rho &= 0.9\rho_{Putz} + 0.1\rho_{pcm} \\ c &= 0.9c_{Putz} + 0.1c_{pcm} \\ \lambda &= 0.9\lambda_{Putz} + 0.1\lambda_{pcm} \simeq \lambda_{Putz} \\ H_{pc} &= \frac{\rho_{pcm}}{\rho} H_{pcm} \end{aligned}$$

Für ein Material werden nun diese gewichtet-gemittelten Kenngrößen spezifiziert und zusätzlich noch die Phasenumwandlungsenthalpie und die untere Grenze ϑ_{pcm} der Schmelztemperatur definiert. Die Wärmespeicherung wird für PCM Materialien mittels Gleichung (15) anstelle von Gleichung (4) berechnet.

⁴Der Wärmeübergangskoeffizient bei Kellerräumen kann wie bei Innenräumen mit $R_{\ddot{U}e} = 0,125$ m²K/W abgeschätzt werden. Für anliegendes Erdreich kann ein sehr geringer Wärmeübergangswiderstand von $R_{\ddot{U}e} = 0,001$ m²K/W bei einer Erdreichtemperatur $\vartheta_Z = 8..10^\circ C$ angenommen werden.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \begin{cases} \vartheta \leq \vartheta_{pcm} & \varrho c \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \\ \vartheta_{pcm} < \vartheta \leq \vartheta_{pcm} + \Delta\vartheta_{pcm} & \varrho c \vartheta_{pcm} + \varrho \left(c + \frac{H_{pc}}{\Delta\vartheta_{pcm}} \right) \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \\ \vartheta_{pcm} + \Delta\vartheta_{pcm} < \vartheta & \varrho H_{pc} + \varrho c \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \end{cases} \quad (15)$$

Das Modell geht derzeit von einem Schmelzbereich von $\Delta\vartheta_{pcm} = 3 \text{ K}$ aus.

3.3 Fenster- und Verschattungsparameter

Fenster werden durch U-Wert in $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$, Rahmenfaktor f und Gesamtenergiedurchlassgrad g charakterisiert. Der Gesamtenergiedurchlassgrad wird zunächst für den senkrechten Einfall definiert, und dann durch ein einfallswinkelabhängiges Modell nach Arasteh et al. [1] (EnergyPlus) oder Karlsson und Roos [5] angepasst.

Der Rahmenfaktor ist der Prozentsatz der Glasfläche des Fensters und der Gesamtenergiedurchlassgrad der prozentuale Anteil des die Glasfläche durchdringenden solaren Wärmestroms.

Der Verschattungsgrad z ist als Prozentsatz der sonnenbeschienenen Fensterfläche definiert ($z = 0$ entspricht kompletter Verschattung).

Die Verwendung der Parameter zur Berechnung der solaren Strahlungswärmegewinne ist in §4.2 beschrieben. Die einfallswinkelabhängige Berechnung des Gesamtenergiedurchlassgrades ist in der vorliegenden Modellfassung noch nicht integriert.

3.4 Definition von Konstruktionen

Die Flächen von Wänden und Decken (und gegebenenfalls auch Fußböden) werden stets inklusive der enthaltenen Fenster als Bruttoflächen A_{W+F} spezifiziert. Bei der Angabe der Wandfläche sind jeweils die Außenoberflächen zu verwenden (siehe auch §1.1). In der Energiebilanzgleichung für den Raum (1) werden die Nettoflächen A_W (Wand ohne Fenster) A_F (Gesamtfensterfläche) verwendet.

Zusätzlich sind für jede Konstruktion (Wand, Fußboden, Decke/Dach) der innere und äußere Wärmeübergangswiderstand zu definieren. Hierbei können die in der DIN 4108 gegebenen Standardwerte verwendet werden. Zusätzlich muss bei Außenwänden noch der Absorptionskoeffizient der Oberfläche a_W angegeben werden. Für normale Fassenden mit mittlerer Farbtintensität kann pauschal $a_W = 0,7$ als Absorptionskoeffizient verwendet werden.

4 Wärmetransportgrößen und Wärmelasten in der Raumlufbilanzgleichung

Die in der Bilanzgleichung verwendeten Wärmeströme \dot{Q} (Einheit W) werden nachfolgend erläutert. Alle Wärmelasten sind positiv in ihrer Wirkung auf den Raum definiert, siehe Gleichung (1).

4.1 Wärmetransmission durch Fensterflächen

Wärmetransmissionsverluste (z.B. im Winter), bzw. Wärmetransmissionsgewinne (z.B. im Sommer) infolge Wärmeleitung durch Fenster werden aus U-Wert des Fensters und Temperaturdifferenz zwischen Außen- und Raumluf (ϑ_e und ϑ_R) beschrieben. Die Wärmespeicherung in Fenstern wird aufgrund der geringen Masse im Vergleich zu Wänden, Decke und Fußboden vernachlässigt.

$$\dot{Q}_F = A_F U_F (\vartheta_e - \vartheta_R) \quad (16)$$

Der U-Wert des Fensters U_F ist hier der flächengewichtete Mittelwert der U-Werte des Fensters und des Rahmens. A_F ist daher die gesamte Fensterfläche einschließlich des Rahmens.

4.2 Wärmequellen und -senken aus Solarstrahlung durch Fenster

Durch Fensterflächen gelangt kurzwellige Solarstrahlung in den Raum. Dabei wird davon ausgegangen, dass die gesamte einfallende Strahlung auf opake Flächen (z.B. Wände und den Fußboden) trifft, und nicht durch andere Fenster wieder austritt⁵.

$$\dot{Q}_{Rad} = \sum_i A_{F,i} z_{F,i} g_{F,i} f_{F,i} q_{Rad,\alpha\beta,i} \quad (17)$$

Der in dem Raum gelangende Anteil der auf die Fensterfläche von außen auftreffenden Strahlung hängt vom Glasflächenanteil f_F (Verhältnis Glas- zu Gesamtfensterfläche), Gesamtenergiedurchlassgrad g_F und Verschattungsgrad z_F des Fensters ab (siehe auch §3.3). Die Berechnung der Strahlungsstromdichte $q_{Rad,\alpha\beta}$ wird in Abschnitt §7.2 erläutert.

Um eine Raumumschließungsfläche zu modellieren, welche ausschließlich aus Glas besteht, muss lediglich die Fensterfläche A_F einer Konstruktion genauso groß wie die Wandbruttofläche A_{W+F} sein.

4.2.1 Regelung für Verschattungssysteme

Der Verschattungsgrad kann als Eingabeparameter zeitlich konstant oder variabel definiert werden (siehe §5). Dabei wird der Prozentsatz p_f der Verschattung (0% - Verschattungssystem offen, 100% - maximale durch das Verschattungssystem mögliche Verschattung) als zeitabhängige Größe beschrieben und der aktuelle Verschattungsgrad z berechnet sich aus:

$$z(t) = 1 - (1 - z_0) p_f(t)$$

wobei z_0 der Verschattungsgrad bei geschlossenem Verschattungssystem ist.

Alternativ kann für regelbare Verschattungssysteme ein Grenzwert der Strahlungsintensität $q_{z,limit}$ auf eine Horizontalfläche (z.B. auf dem Dach) vorgegeben werden. Für den Verschattungsgrad gilt dann:

$$z = \begin{cases} q_{Dir+Dif} < q_{z,limit} & 1 \\ q_{Dir+Dif} \geq q_{z,limit} & z_0 \end{cases}$$

wobei die Gesamtstrahlungsintensität $q_{Dir+Dif}$ aus interpolierten Klimadaten berechnet wird (siehe §7.2).

4.3 Wärmeübertragung von Wand-/Decken-/Fußbodenoberflächen

Bei der Berechnung der Wärmeübertragung von den Wandflächen zur Raumluft werden die jeweiligen Oberflächentemperaturen der Innenseite $\vartheta_{W,si}$ verwendet. Die Oberflächentemperaturen werden mithilfe der Bilanzgleichungen für die Wandkonstruktionen (siehe §2.2) bestimmt.

$$\dot{Q}_W = A_W \frac{1}{R_{\ddot{U}_i}} (\vartheta_{W,si} - \vartheta_R) \quad (18)$$

Der Wärmeleitungswiderstand auf der Innenseite von Umschließungsflächen kann mit $R_{\ddot{U}_i} = 0,125 \text{ m}^2\text{K/W}$ angenommen werden. A_W ist die Nettowandfläche, d.h. die Wandfläche abzüglich etwaiger Fensterflächen. Die Wärmelast \dot{Q}_W ist wie alle in der Raumbilanzgleichung verwendeten Wärmelasten positiv in Richtung Raum definiert. Entsprechend der Definition der konvektiven Wärmeübergangsrandbedingung q_c in Gleichung (6) kann q_c aus \dot{Q}_W berechnet werden.

$$q_c = -\frac{\dot{Q}_W}{A_W}$$

⁵Diese Annahme kann bei Räumen mit hohen Fensterflächenanteilen zu einer Überschätzung der Wärmegewinne durch Solarstrahlung führen

4.4 Lüftungswärmeverluste/-gewinne durch natürliche Lüftung

Die Lüftungswärmeverluste bzw. -gewinne werden in Abhängigkeit von Luftwechselrate n_L , Außentemperatur ϑ_e , sowie der Raumtemperatur ϑ_R mit Gleichung (19) berechnet. Es wird eine perfekte Durchmischung der Raumluft vorausgesetzt.

$$\dot{Q}_L = \varrho_L c_L n_L V_L (\vartheta_e - \vartheta_R) \quad (19)$$

Die Luftwechselrate ist ein vorgegebener, zeitabhängiger Parameter.

4.5 Personen- und flächenbezogene Wärmelasten

Die Berechnung der Wärmelast aus Nutzung und Betrieb von Geräten lässt sich als nutzflächenbezogene Wärmelast $q_{N,A}$, z.B. 10 W/m^2 , oder personenbezogene Wärmelast $\dot{Q}_{N,P}$ angeben. Dabei ist die Wärmelast je Person in W/Person ein konstanter Parameter. Während die flächenbezogene Wärmelast direkt als zeitabhängige Größe vorgegeben werden kann (siehe §5), werden personenbezogene Wärmelasten als Produkt aus zeitabhängiger Belegung des Raumes $P(t)$ und der Wärmelast je Person $\dot{Q}_{N,p}$ berechnet.

$$\dot{Q}_{N,P} = \dot{Q}_{N,p} P(t)$$

Die Wärmelast aus Raumnutzung ergibt sich somit als Summe beider Wärmelasten 20.

$$\dot{Q}_N = q_{N,A} A_N + \dot{Q}_{N,P} \quad (20)$$

4.6 Wärmequellen und -senken aus Heizung und Klimatisierung

Die Wärmelasten aus Heizung und Klimatisierung können unterschiedlich modelliert werden. Auch erfordern unterschiedliche Regelungsstrategien unterschiedliche Eingabeparameter. Innerhalb des Raummodells werden alle Heiz- und Kühllasten in dem Term \dot{Q}_{HC} zusammengefasst.

4.6.1 Heizkörper mit Thermostatregelung

Das einfachste Heizkörpermodell beschreibt einen idealisierten Heizkörper mit Thermostatregelung. Solange die Raumlufttemperatur unterhalb der Solltemperatur ϑ_{Set} liegt, heizt der Heizkörper mit einer maximalen Leistung $\dot{Q}_{HC,design}$. Erst bei Erreichen der Solltemperatur wird die Heizleistung reduziert. Beschrieben wird dieses Verhalten mittels der Gleichungen:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{HC,nominal} &= \max(0, k_P (\vartheta_{Set} - \vartheta_R)) \\ \dot{Q}_{HC,real} &= \min(\dot{Q}_{HC,design}, \dot{Q}_{HC,nominal}) \end{aligned}$$

Die maximale Heizleistung ist ein konstanter Parameter, während die Solltemperatur eine zeitlich veränderliche Vorgabegröße (nach §5) ist.

Der Proportionalitätsfaktor k_P muss in Abhängigkeit von thermischen Speichermassen im Raum und in den Umfassungskonstruktionen, sowie Nutzerverhalten, Lüftungsregime und Wärmetransmissionswiderständen der Fenster und Bauteile definiert werden. Da dieser vorab schwierig abzuschätzen ist, wird der Parameter beginnend von einem kleinen Wert adaptiv vergrößert, bis die gewünschte Genauigkeit gegeben ist. Diese wird definiert als:

$$\vartheta_{Set} - \vartheta_R \leq \Delta\vartheta_{lim}$$

wobei die Toleranz $\Delta\vartheta_{lim} = 0.2 \text{ K}$ fest eingestellt ist, d.h. bei Erreichen eines stationären Zustands beträgt die maximale Abweichung zwischen Raumtemperatur und Solltemperatur 0.2 K .

4.6.2 Einfaches Klimaanlageanmodell

Analog zum Heizkörpermodell ist ein einfaches Klimaanlageanmodell für ideale Klimaanlagean implementiert. Dabei gelten die Gleichungen:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{AC,nominal} &= \min(0, k_{AC} (\vartheta_{Set} - \vartheta_R)) \\ \dot{Q}_{L,AC} &= \max(\dot{Q}_{AC,design}, \dot{Q}_{AC,nominal})\end{aligned}$$

wobei die Klimaanlage aktiv ist, sobald die Raumtemperatur ϑ_R größer als die Solltemperatur ϑ_{Set} wird. Die ideale Kühlleistung $\dot{Q}_{AC,real}$ ist negativ und begrenzt durch die maximale Kühlleistung $\dot{Q}_{AC,design}$. Für die Wahl und Bestimmung des Proportionalitätsfaktors k_{AC} gelten die gleichen Regeln wie für k_p aus §4.6.1.

4.6.3 Mechanische Lüftung mit optionaler Wärmerückgewinnungsanlage

Wie bei natürlicher Lüftung wird der Wärmeverlust/-gewinn aus dem Luftwechsel und der Differenz aus Umgebungs- und Raumtemperatur berechnet. Dabei wird jedoch ein Lüftungsförderstrom \dot{V}_L als zeitabhängiger Parameter vorgegeben. Weiterhin kann optional eine Wärmerückgewinnungsanlage mit einem Wirkungsgrad W spezifiziert werden ($W = 0$ für eine mechanische Lüftung ohne Wärmerückgewinnungsanlage). Zusätzlich gilt eine Grenztemperatur $\vartheta_{R,WRC}$. Oberhalb dieser wird die Wärmerückgewinnungsanlage umgangen.

$$\Delta\vartheta = \begin{cases} \vartheta_R < \vartheta_{R,WRC} & (\vartheta_e - \vartheta_R)(1 - W) \\ \vartheta_R \geq \vartheta_{R,WRC} & (\vartheta_e - \vartheta_R) \end{cases} \quad (21)$$

$$\dot{Q}_{L,AC} = \varrho_L c_L \dot{V}_L \Delta\vartheta \quad (22)$$

4.6.4 Mechanische Lüftung mit Klimatisierung

Dieses Modell beschreibt eine mechanische Lüftungsanlage mit aktiver Klimatisierung. Der Lüftungsförderstrom wird bis zu einem Maximalwert $\dot{V}_{L,max}$ geregelt. Die Einlasstemperatur $\vartheta_{L,AC}$ muss dabei unterhalb der Solltemperatur ϑ_{Set} liegen. Im Modell wird zunächst der benötigte Lüftungsförderstrom \dot{V}_L berechnet basierend auf der Temperaturdifferenz zwischen Raumluft- und Solltemperatur.

$$\begin{aligned}\Delta\vartheta &= \max(0, \vartheta_R - \vartheta_{Set}) \\ \dot{V}_L &= \min(k_L \Delta\vartheta, \dot{V}_{L,max})\end{aligned}$$

Der empirische Koeffizient k_L bewirkt dabei ein idealisiertes Lüftungsverhalten. Sobald die Raumtemperatur über der Solltemperatur liegt, wird mit maximalem Lüftungsförderstrom klimatisiert. Erst bei Erreichen der Solltemperatur wird \dot{V}_L auf Null reduziert.

Mit berechnetem Volumenstrom wird nun mit Gleichung (23) der für den Raum wirksame Enthalpiestrom berechnet.

$$\dot{Q}_{L,AC} = \varrho_L c_L \dot{V}_L (\vartheta_{L,AC} - \vartheta_R) \quad (23)$$

Gleichzeitig wird die Wärmeleistung für die Aufbereitung der Luft aus der Zuluft berechnet (24). Dabei wird die Luft nur gekühlt, wenn die Außentemperatur ϑ_e über der Zulufttemperatur liegt.

$$\dot{Q}_{AC} = \varrho_L c_L \dot{V}_L \max(0, \vartheta_e - \vartheta_{L,AC}) \quad (24)$$

Die für die Kühlung der Zuluft benötigte Wärmeleistung wird *nicht* der Raumbilanz zugeschlagen, sondern als Ausgabegröße zur Berechnung des Gesamtenergiebedarfs für Heizung und Klimatisierung berechnet.

5 Definition zeitabhängiger Größen

Eine Vielzahl der Parameter, welche das zeitliche Verhalten der Nutzer oder der Anlage beschreiben, müssen als Eingabegrößen bereitgestellt werden.

Es gibt für die Definition vier Möglichkeiten:

- konstanter Wert,
- Tagesablauf (Stundenwerte) für zwei Jahresabschnitte (üblicherweise Sommer und Winter),
- Zwei Tagesablaufpläne (Stundenwerte) und Zuordnung dieser zu einzelnen Wochentagen (z.B. für einen regulären Arbeitstag und für das Wochenende), und
- Datentabelle mit Werten für jede Stunde des Jahres (8760 Werte).

Stundenwerte werden stets als konstant für die volle Stunde betrachtet. Für die 24-Stunden Ablaufpläne gilt der 1. Zahlenwert eines Tagesverlaufs für den Zeitraum 0:00 - 1:00 Uhr, der 2. Zahlenwert für die Stunde 1:00 - 2:00 Uhr, usw. Der Index der Stunde $i \in [0, 1, \dots, 23]$ für die Tagesablaufpläne wird mittels

$$i = \text{floor}(t/1h) \quad \text{mod} \quad 24$$

berechnet. Bei Definition von Stundenwerten für das gesamte Jahr wird der Index der Stunde analog jedoch ohne Modulo berechnet.

$$i = \text{floor}(t/1h)$$

Bei Zeitpunkten $t \geq 365d$ wird der Stundenwert für $t = 364d + 23h$, d.h. $i = 8759$ verwendet. Die Definition von stündlich konstanten Werten unterscheidet sich hinsichtlich der Interpretation von Klimadaten, siehe auch §7.1.

6 Bewertungs- und Ausgabegrößen

Zusätzlich zu den bereits definierten physikalischen Größen und deren Gleichungen werden zum Zweck der Ausgabe folgenden Größen berechnet.

6.1 Oberflächentemperatur der Fenster

Fenster werden durch reine Wärmetransmissionsterme beschrieben §4.1. Die Berechnung der Wandinnenoberflächentemperatur erfolgt durch Gleichung (25).

$$\vartheta_{F,si} = \vartheta_R + R_{\ddot{U}_e} U_F (\vartheta_e - \vartheta_R) \quad (25)$$

6.2 Strahlungstemperatur

Als Strahlungstemperatur wird die flächenanteilig gemittelte Oberflächentemperatur der Raumschliefungsstrukturen (Boden-, Decken- und Wandflächen zu angrenzenden Zonen, Außenbauteile, Fensterflächen) gemäß Gleichung (26) ausgegeben. Die räumliche Beziehung der Flächen zueinander bleibt dabei unberücksichtigt.

$$\vartheta_{rad} = \frac{\sum_i A_{W,i} \cdot \vartheta_{W,si} + \sum_i A_{F,i} \cdot \vartheta_{F,si}}{\sum_i A_{W,i} + \sum_i A_{F,i}} \quad (26)$$

Auch Innenwände ohne nennenswerte Speicherkapazität sollten stets im Raummodell definiert werden, sodass deren Oberflächentemperatur in die Berechnung der Strahlungstemperatur eingeht.

6.3 Operative Temperatur

Die operative Temperatur wird als Mittel zwischen der flächengewichteten Strahlungstemperatur der Raumschliefungsflächen und der Raumlufttemperatur nach Gleichung (27) berechnet.

$$\vartheta_{op} = \frac{\vartheta_R + \vartheta_{Rad}}{2} \quad (27)$$

7 Klimadaten und Strahlungsberechnung

Das Raummodell verwendet realistische Klimadaten, z.B. Testreferenzjahre. Benötigt werden:

- die Außenlufttemperatur $^{\circ}C$,
- die Strahlungsstromdichte aus direkter Strahlung auf eine Horizontalfläche in W/m^2 , und
- die Strahlungsstromdichte aus diffuser Strahlung auf eine Horizontalfläche in W/m^2 .

7.1 Berechnung der Außentemperatur

Die Klimadaten enthalten tabellarische Werte für die Außentemperatur $\vartheta_{e,j}$ zu entsprechenden Messzeitpunkten t_j . Es wird folgende Interpolationsvorschrift für die Berechnung der Außenlufttemperatur für einen beliebigen Zeitpunkt t angewendet. Mit $t_j \leq t \leq t_{j+1}$:

$$w = \frac{t_{j+1} - t}{t_{j+1} - t_j} \quad (28)$$

$$\vartheta_e(t) = w \vartheta_{e,j} + (1 - w) \vartheta_{e,j+1} \quad (29)$$

7.2 Strahlungsstrom auf beliebig ausgerichtete und geneigte Flächen

Ausgehend von gemessener direkter und diffuser kurzwelliger Strahlung auf eine horizontale Fläche können Strahlungswärmeströme für beliebig ausgerichtete Wand- oder Fensterflächen berechnet werden. Analog zur Interpolation der Außentemperatur werden für einen beliebigen Zeitpunkt zunächst die gemessenen, zumeist stündlichen Strahlungsintensitäten interpoliert.

Mit w aus Gleichung (28) ergeben sich die interpolierte direkte und diffuse Strahlungsintensität auf eine Horizontalfläche $q_{H,dir}$ und $q_{H,dif}$:

$$q_{H,dir}(t) = w q_{H,dir,j} + (1 - w) q_{H,dir,j+1} \quad (30)$$

$$q_{H,dif}(t) = w q_{H,dif,j} + (1 - w) q_{H,dif,j+1} \quad (31)$$

Die Strahlungswärmestromdichte $q_{Rad,\alpha\beta}$ auf eine Fläche ist abhängig von Ausrichtung β und Neigung α der Fläche. Abbildung 3 zeigt die im Folgenden verwendeten Winkelbezeichnungen.

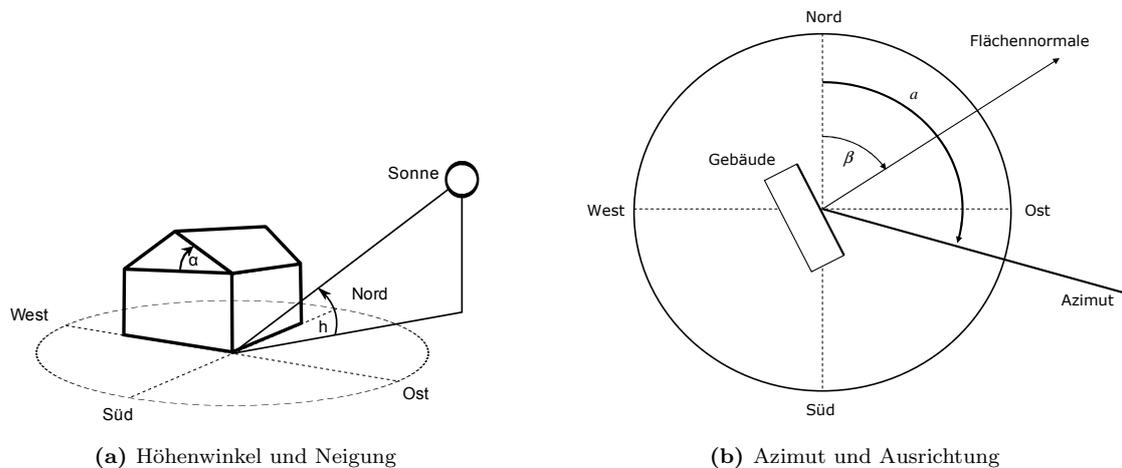


Abbildung 3: Geometrische Beziehungen zur Berechnung der Strahlungsintensität auf eine beliebig geneigte (α) und ausgerichtete (β) Fläche

Natürlich ist der Strahlungswärmestrom vom Sonnenstand abhängig, welcher für jeden Zeitpunkt des Tages und Jahres berechnet werden kann.

7.2.1 Sonnenstandsberechnung

Bei der Berechnung des Höhenwinkels der Sonne wird die Deklination bzw. der Winkel zwischen Himmelsäquator- und Erdäquatorebene $\delta(t)$ benötigt (32) (aus ASHRAE Fundamentals Handbook 2007).

$$\delta(t) = 23,45^\circ \sin\left(360^\circ \frac{t + 284 \text{ d}}{365 \text{ d}}\right) \quad (32)$$

Alternativ wird die Gleichung von Spencer (33) verwendet [4, S. 55 ff.].

$$\begin{aligned} \omega(t) &= 360^\circ \left(\frac{t}{365 \text{ d}}\right) \\ \delta_1 &= 0.006918 - 0.399912 \cos \omega + 0.070257 \sin \omega \\ \delta_2 &= 0.006758 \cos 2\omega + 0.000907 \sin 2\omega \\ \delta_3 &= 0.002697 \cos 3\omega + 0.00148 \sin 3\omega \\ \delta(t) &= \delta_1 - \delta_2 - \delta_3; \end{aligned} \quad (33)$$

Für einen gegebenen Breitengrad χ (ca. 51° für Dresden, Deutschland) kann der Sonnenhöhenwinkel $h(t)$ als Funktion der Zeit angegeben werden (34).

$$h(t) = \arcsin[\sin \chi \sin \delta - \cos \chi \cos \delta \cos(360^\circ t/1 \text{ d})] \quad (34)$$

Für $h > 0$ steht die Sonne über dem Horizont, es ist Tag; bei $h < 0$ ist es dunkel. In dieser Betrachtung wird die Sonne als Punktlichtquelle angenommen, obwohl natürlich in der Natur direkte Sonnenstrahlung bereits auf eine Fläche auftreffen kann, obwohl sich der Sonnenmittelpunkt noch unterhalb des Horizonts befindet.

Eine Längengradkorrektur gibt es nicht, d.h. der Standort des Gebäudes wird in der Nähe der Messstation angenommen. Daher verlangt das Modell auch keine separate Angabe des Standorts des Gebäudes.

Für die Berechnung des Azimuts wird Gleichung (35) vom Naval Oceanography Portal [6] verwendet. Dabei wird die Gleichung hinsichtlich der in Deutschland üblichen Definition des Azimutwinkels korrigiert, d.h. ein Azimutwinkel von 0° bedeutet Nordrichtung. Diese Gleichung hat im Gegensatz zu der in Häupl [2] gegebenen Gleichung den Vorteil, dass sie für alle Breitengrade Gültigkeit besitzt⁶.

$$a(t) = \arctan \frac{\sin(360^\circ t/1 \text{ d}) \cos \delta}{\sin \chi \cos(360^\circ t/1 \text{ d}) \cos \delta + \sin \delta \cos \chi} \quad (35)$$

Abbildung 4 zeigt den mit Gleichung (35) berechneten Azimutwinkel im Tagesverlauf für einen Sommer- und Wintertag.

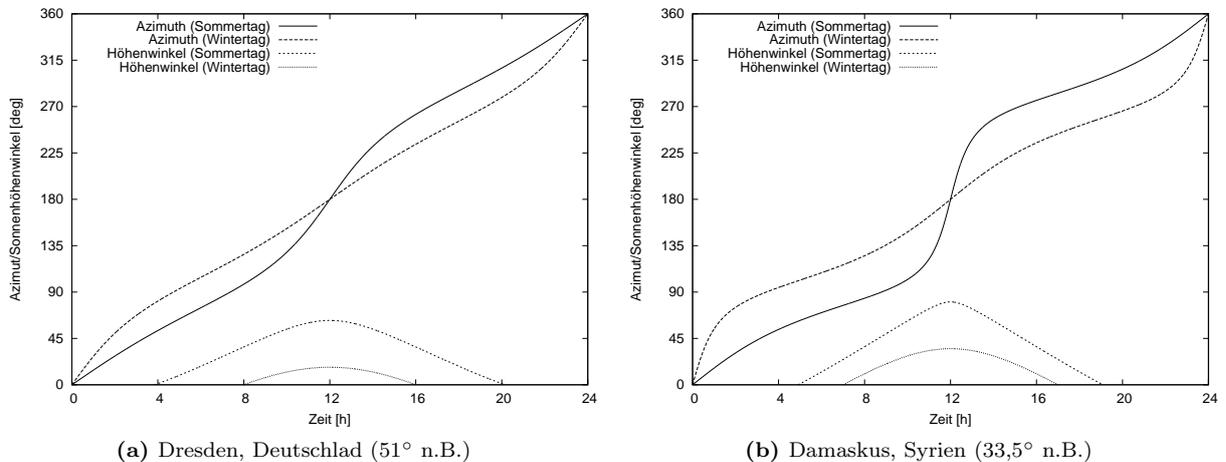


Abbildung 4: Beispielhafte Tagesverläufe des Azimutwinkels für einen Sommer- und Wintertag an zwei Standorten

⁶Bei der Implementierung wird die `atan2()` Version der Arkustangens-Funktion verwendet und bei negativem Ergebnis 360° zum Winkel hinzuaddiert.

Der Vergleich zwischen einem nördlichen und eher südlichen Standpunkt des Betrachters auf der Nordhalbkugel zeigt deutlich die vergrößerte Winkelgeschwindigkeit zur Mittagszeit bei südlicheren Standorten⁷. Neben Azimutwinkel ist auch der Sonnenhöhenwinkel aufgetragen. Damit lässt sich auch der Zeitpunkt des Sonnenauf- und -untergangs ablesen.

7.2.2 Direkte Strahlung auf beliebig geneigte und orientierte Flächen

Direkte Strahlung ist eine Komponente der kurzwelligigen Sonnenstrahlung. Sofern eine Fläche direkt von der Sonne beschienen wird, ist eine direkte Strahlung auf diese Fläche zu berechnen. Dabei ist auch eine mögliche Verschattung zu berücksichtigen.

Ausgehend vom berechneten Sonnenstand, angegeben durch den Höhenwinkel h und Azimut a , kann die Strahlungsbelastung auf eine beliebige Fläche berechnet werden.

Üblicherweise wird die Strahlungsintensität der direkten Strahlung auf eine horizontale Fläche $q_{H,dir}$ gemessen⁸. Durch Kenntnis des Sonnenhöhenwinkels $0^\circ < h < 180^\circ$ lässt sich aus der gemessenen Strahlungsintensität auf eine horizontale Fläche die Normalstrahlung q_N (Strahlungsintensität auf eine Fläche normal zur Strahlungsrichtung) berechnen. Da $q_{H,dir}$ die horizontale Komponente⁹ der Normalstrahlung ist, gilt:

$$q_{H,dir} = \sin h \, q_N$$

Die Vertikalfächenkomponente (Strahlung parallel zur Erdoberfläche aus Richtung der Sonne) $q_{V,dir}$ ist analog

$$q_{V,dir} = \cos h \, q_N = \frac{1}{\tan h} \, q_{H,dir}$$

und verläuft entlang des Azimutwinkels a in Richtung des Betrachterstandpunkts. Eine Fläche mit Ausrichtung $\beta \neq a$ erhält nur einen Anteil dieser Strahlung¹⁰.

$$\begin{aligned} q_{\beta,dir} &= \cos(a - \beta) \, q_{V,dir} \\ &= \cos(a - \beta) \, \frac{1}{\tan h} \, q_{H,dir} \end{aligned}$$

Eine um den Winkel α geneigte Fläche erhält nun Anteile aus den vertikalen und horizontalen Strahlungskomponenten (36)¹¹.

$$q_{\alpha\beta,dir} = q_{H,dir} \cos \alpha + q_{\beta,dir} \sin \alpha \quad (36)$$

7.2.3 Diffuse Strahlungsberechnung

Die diffuse Strahlung trifft zwischen Sonnenauf- und -untergang auf jede Fläche, welche dabei je nach Neigung einen Anteil der diffusen Strahlung aus der oberen Halbkugel (Himmel) und der unteren Halbkugel (Boden/Umgebung) erhält. Der Anteil, der von der Umgebung reflektierten Gesamtstrahlung wird auch als Albedo bezeichnet und hängt somit auch maßgeblich von der diffusen Himmelsstrahlung ab. Daher verwenden die meisten Modelle für die diffuse Strahlung eine Proportionalität zwischen diffuser Himmelsstrahlung und Albedo. Bei dieser Betrachtungsweise wird die Strahlungsintensität des oberen Halbraumes unabhängig vom Sonnenstand als gleichverteilt angenommen.

Bei Kenntnis der Albedo ϱ_e kann Gleichung (37) nach Petzold [7] verwendet werden.

$$q_{\alpha,dif} = \underbrace{q_{H,dif} \cos^2 \alpha / 2}_{\text{oberer Halbraum}} + \underbrace{\varrho_e \, q_{H,dir+dif} \sin^2 \alpha / 2}_{\text{unterer Halbraum}} \quad (37)$$

⁷Je südlicher sich der Betrachter befindet, umso direkter verläuft die Sonnenbahn über den Betrachter. Im Extremfall (Sonnenbahn verläuft direkt über dem Betrachter) hat die Funktion $a(t)$ eine Unstetigkeit zur Mittagszeit.

⁸Für Dächer und generell für Flächen mit einer Neigung $\alpha = 0$ werden die gemessenen Strahlungsintensitäten direkt ohne die unten aufgeführten Umrechnungen verwendet.

⁹Auch als Horizontalflächenkomponente bezeichnet.

¹⁰Bei der Berechnung werden die Bereichsgrenzen $-90^\circ < a - \beta < 90^\circ$ beachtet. Außerhalb dieser Bereichsgrenzen ist die Fläche verschattet und es trifft keine direkte Strahlung auf die Oberfläche. Ebenso wird die Unstetigkeit bei $h = 90^\circ$ berücksichtigt (Sonne steht senkrecht über dem Betrachter), bei der die Ausrichtung β der Fläche ohne Bedeutung ist. In diesen beiden Fällen gilt $q_{\beta,dir} = 0$. Weiterhin wird der Quotient $\cos(a - \beta) / \tan h$ bei sehr niedrigem Sonnenstand auf den Wert 10 begrenzt (entspricht $h \simeq 5.6^\circ$), um eine unrealistisch hohe Strahlungsintensität bei niedrigem Sonnenhöhenwinkel zu vermeiden.

¹¹Flächen mit Neigungswinkel $|\alpha| \geq 90^\circ$ (vertikale Wände und nach unten gerichtete Flächen) verschatten sich selbst und erhalten ausschließlich die horizontale Strahlungskomponente, sodass $q_{\alpha\beta,dir} = q_{\beta,dir} \sin \alpha$ gilt.

Bei diesem Ansatz wird zwischen diffuser Strahlungsbelastung aus dem oberen und unterem Halbraum getrennt, wobei sich letztere als Prozentsatz der Globalstrahlung auf eine horizontale Fläche $q_{H,dir+dif}$ ergibt. Die Albedo ρ_e ist ein standortabhängiger Parameter und wird üblicherweise mit $\rho_e = 0,2$ abgeschätzt.

7.2.4 Gesamte kurzwellige Strahlungsbelastung

Die gesamte kurzwellige Strahlungsintensität $q_{Rad,\alpha\beta}$ auf eine Fläche ergibt sich als Summe der beiden Strahlungskomponenten nach Gleichung (38).

$$q_{Rad,\alpha\beta} = q_{\alpha,dif} + q_{\alpha\beta,dir} \quad (38)$$

7.3 Verwendung von Messdaten für ausgerichtete/geneigte Flächen

Für den Fall, dass zusätzlich zu Messdaten für horizontale Flächen auch noch Messungen der direkten/-diffusion Strahlungsintensitäten bzw. globalen Strahlungsintensität auf eine ausgerichtete/geneigte Fläche existieren, können diese direkt für entsprechende Flächen verwendet werden. Die Strahlungsintensitäten auf die übrigen Flächen werden wie bisher mit dem oben dokumentierten Modell berechnet.

Literatur

- [1] D. Arasteh, C. Kohler, and B. Griffith. Modeling windows in energy plus with simple performance indices. Technical report, Ernest Orlando Lawrence Berkeley National Laboratory, 2009.
- [2] P. Häupl. *Bauphysik - Klima Wärme Feuchte Schall - Grundlagen, Anwendungen, Beispiele – Aktiv in MathCad*. Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2008.
- [3] P. Häupl, A. Bishara, and F. Hansel. Modell und Programm CLIMT zur einfachen Ermittlung der Raumlufttemperatur und Raumluftfeuchte bei freier Klimatisierung. *Bauphysik*, 32(3):185–206, 2010.
- [4] S. Kalogirou. *Solar energy engineering / processes and systems*. Elsevier/Academic Press, Amsterdam ; Heidelberg [u.a.], 1. ed. edition, 2009.
- [5] J. Karlsson and A. Roos. Modelling the angular behaviour of the total solar energy transmittance of windows. *Solar Energy*, 69(4):321 – 329, 2000.
- [6] Naval Meteorology and Oceanography Command. Naval oceanography portal, computing altitude and azimuth from greenwich apparent sidereal time, webpage. <http://www.usno.navy.mil/USNO/astronomical-applications/astronomical-information-center/comp-alt-az>, 2011.
- [7] K. Petzold. *Wärmelast - Reihe Luft- und Kältetechnik*. VEB Verlag Technik, Berlin, 1975.