

# **Torsionstragverhalten von textilbetonverstärkten Stahlbetonbauteilen**

**Torsion bearing behavior of  
textile-reinforced concrete (TRC) strengthened  
reinforced concrete components**

**Dissertation  
vorgelegt an der Fakultät Bauingenieurwesen  
der Technischen Universität Dresden  
zur Erlangung der Würde eines  
Doktors der Ingenieurwissenschaften  
– Dr.-Ing. –**

von

Frank Schladitz M.Sc.

geboren am 23. Juli 1977 in Leisnig

Gutachter:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Manfred Curbach

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Jürgen Schnell

Dresden 2011



für meine Familie



# Danksagung

Bedanken möchte ich mich zuerst bei meinem Doktorvater und Erstgutachter Prof. Dr.-Ing. Manfred Curbach für das in mich gesetzte Vertrauen sowie die Betreuung und die außerordentliche Förderung während meiner vierjährigen Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Massivbau. Dank seines stetigen Ansporns ist es gelungen, das Thema dieser Arbeit innerhalb der vergangenen drei Jahre zu bearbeiten.

Des Weiteren danke ich der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG), die durch die Förderung des Sonderforschungsbereiches 528 „Textile Bewehrungen zur bautechnischen Verstärkung und Instandsetzung“ die Voraussetzungen für die umfangreichen experimentellen und theoretischen Untersuchungen geschaffen hat.

Ebenso danke ich Prof. Dr.-Ing. Jürgen Schnell für die gutachterliche Beurteilung und wertvollen Hinweise als externer Gutachter.

Ein besonderer Dank geht an meine Familie, die mir mit viel Verständnis zu jeder Zeit den Rücken freigehalten hat und für die notwendige Erholung sorgte. Neben dieser tatkräftigen Unterstützung danke ich vor allem meiner mittlerweile vierjährigen Tochter Kiara, da beim gemeinsamen Malen, Basteln und Sandburgenbauen immer wieder zielführende Ideen und Impulse für diese Arbeit entstanden.

Darüber hinaus haben eine ganze Reihe weiterer Personen Anteil am Gelingen dieser Arbeit, bei denen ich mich nochmals ganz herzlich bedanken möchte:

- meinem Kollegen und derzeitigen Gastprofessor Dr.-Ing. Frank Jesse für die äußerst kritische Begleitung meiner Untersuchungen sowie die wertvollen Hinweise zu den ersten Veröffentlichungen und dieser Arbeit;
- Daniel Ehlig und Enrico Lorenz für die Unterstützung im Tagesgeschäft und die zahlreichen und überaus interessanten Diskussionen zum Textilbeton;
- Dr.-Ing. Lars Eckfeldt für sein umfangreich zur Verfügung gestelltes Wissen zu den neuesten globalen Entwicklungen von Normen und Regelwerken;
- den Mitarbeitern des Otto-Mohr-Laboratoriums, vor allem Reiner Belger, Jens Hohensee und Mario Polke-Schminke für die Herstellung der Probekörper, Maik Patricny und Bernd Wehner für die Applikation der Messtechnik, Ludwig Beier, Tino Jänke und Andreas Thieme für den Aufbau der Versuchsstände sowie die Vorbereitung und Durchführung der Versuche, Heiko Wachtel und Hans-Peter Werneke für die Messprogramme, Kathrin Dietz, Annett Pöhland, Doreen Sonntag für die Betreuung der Versuche, Heiko Günther und Christian Dittrich für die Prüfung der Regelprüfkörper und Stahlproben sowie dem Laborleiter Dr.-Ing. Torsten Hampel für das zur Verfügung gestellte Know-how und die erstklassige Versuchstechnik des Labors;
- Thomas Popp für die Unterstützung bei der Entwicklung des Versuchsstandes;

## *Danksagung*

- Prof. Dr.-Ing. Peter Offermann, Dr.-Ing. Silvio Weiland sowie Dr.-Ing. Regine Ortlepp, Anett Brückner und Dr.-Ing. Dirk Jesse für den Informationsaustausch zur aktuellen Entwicklung des Textilbetons;
- Cornelia Dehne, Silvia Haubold, Angela Heller und Petra Kahle für den reibungslosen Ablauf der täglichen Institutsangelegenheiten und die Hinweise zu aktuellen Rechtschreibregeln;
- Dr.-Ing. Silke Scheerer für ihren unvoreingenommenen Blick auf die Verständlichkeit dieser Arbeit;
- meinen studentischen Hilfskräften Mario Liebelt, Marc Koschemann und Ekkehard Schulz für die Unterstützung bei den experimentellen Untersuchungen, dem Aufarbeiten der Versuchsergebnisse und im Tagesgeschäft;
- meinen studentischen Hilfskräften Nadine Villwock, Gulmira Bejsembina und Lidian Wang für die Unterstützung bei der Übersetzung von Veröffentlichungen;
- Dr.-Ing. Harald Michler und Martin Weller für die zur Verfügung gestellte Rechentechnik, Software und vor allem den 365 Tage Vor-Ort-Support;
- Wolfgang Leiberg, der in seiner Tätigkeit als Oberingenieur Projektmanagement vor allem in den letzten Wochen bestrebt war, mir die notwendigen zeitlichen Freiräume für die Fertigstellung der Arbeit zu schaffen;
- Prof. Dr.-Ing. Chokri Cherif stellvertretend für die Mitarbeiter seines Instituts für Textilmaschinen und Textile Hochleistungswerkstofftechnik, die mir textile Bewehrungen in jeder gewünschten Konfiguration zur Verfügung gestellt haben;
- Prof. Dr.-Ing. Peer Haller stellvertretend für die Mitarbeiter seines Lehrstuhls für Ingenieurholzbau und baukonstruktives Entwerfen, die mich bei den photogrammetrischen Messungen unterstützten und
- natürlich auch bei allen weiteren, bisher noch nicht genannten Mitarbeitern des Instituts für Massivbau.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Danksagung</b>	<b>III</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Torsionstragverhalten . . . . .	1
1.2 Zielstellung und Aufbau der Arbeit . . . . .	4
<b>2 Stand des Wissens</b>	<b>7</b>
2.1 Allgemeines . . . . .	7
2.2 Möglichkeiten der Verstärkung von Stahlbetonbauteilen . . . . .	7
2.3 Allgemeine Materialeigenschaften der verwendeten Bau- und Verbundwerkstoffe	10
2.3.1 Allgemeines . . . . .	10
2.3.2 Beton . . . . .	10
2.3.3 Bewehrungsstahl . . . . .	13
2.3.4 Stahlbeton . . . . .	14
2.3.5 Feinbeton . . . . .	15
2.3.6 Textile Bewehrung . . . . .	16
2.3.7 Textilbeton . . . . .	18
2.4 Experimentelle Untersuchungen zum Torsionstragverhalten . . . . .	22
2.4.1 Allgemeines . . . . .	22
2.4.2 Versuchsstände . . . . .	22
2.4.2.1 Allgemeines . . . . .	22
2.4.2.2 Versuchsstand 1 (Zürich-Schweiz) . . . . .	22
2.4.2.3 Versuchsstand 2 (Stuttgart/Rolla-USA) . . . . .	24
2.4.2.4 Versuchsstand 3 (Bochum/Charlotte-USA) . . . . .	25
2.4.2.5 Versuchsstand 4 (Xanthi-Griechenland/Tainan-Taiwan) . . . . .	26
2.4.2.6 Zusammenfassung . . . . .	28
2.4.3 Versuchsdurchführung und Messverfahren . . . . .	28
2.4.4 Probekörper . . . . .	29
2.4.5 Versuchsergebnisse . . . . .	30
2.4.5.1 Allgemeines . . . . .	30
2.4.5.2 Betonprobekörper und Stahlbetonprobekörper im Zustand I . . . . .	30
2.4.5.3 Stahlbetonprobekörper im Übergangsbereich zum Zustand II . . . . .	33
2.4.5.4 Stahlbetonprobekörper im Zustand II/III . . . . .	35
2.4.5.5 Stahlbetonprobekörper mit einer Torsionsverstärkung . . . . .	37
2.5 Theoretische Betrachtungen und Modelle . . . . .	40
2.5.1 Allgemeines . . . . .	40
2.5.2 Torsionstragverhalten von Stahlbetonbauteilen im Zustand I . . . . .	40
2.5.2.1 Allgemeines . . . . .	40
2.5.2.2 Abgrenzung der „Reinen Torsion“ . . . . .	41

## Inhaltsverzeichnis

2.5.2.3	Querschnittsberechnung mit der Elastizitätstheorie . . . . .	41
2.5.2.4	Querschnittsberechnung bei teilplastizierten Querschnitten . . .	51
2.5.2.5	Querschnittsberechnung bei vollplastizierten Querschnitten . . .	55
2.5.2.6	Übertragbarkeit auf Stahlbetonbauteile . . . . .	56
2.5.3	Torsionstragverhalten von Stahlbetonbauteilen im Übergangsbereich zum Zustand II . . . . .	61
2.5.4	Torsionstragverhalten von Stahlbetonbauteilen im Zustand II/III . . . .	61
2.5.4.1	Allgemein . . . . .	61
2.5.4.2	Fachwerktheorie zur Berechnung der Torsionstragfähigkeit . . . .	62
2.5.4.3	Andere Torsionstheorien zur Berechnung der Torsionstragfähigkeit . . . . .	71
2.5.4.4	Berechnung der Verformung/Torsionssteifigkeit . . . . .	71
2.5.5	Torsionstragverhalten von mit CFK- bzw. GFK-Sheets-verstärkten Stahlbetonbauteilen . . . . .	73
2.6	Zusammenfassung . . . . .	77
<b>3</b>	<b>Experimentelle Untersuchungen</b>	<b>79</b>
3.1	Allgemeines . . . . .	79
3.2	Probekörper . . . . .	80
3.2.1	Probekörperübersicht und Definition der Probekörperbezeichnung . . . .	80
3.2.2	Geometrie der Stahlbetonprobekörper . . . . .	81
3.2.3	Material der Stahlbetonprobekörper . . . . .	84
3.2.4	Herstellung der Stahlbetonprobekörper . . . . .	86
3.2.5	Anordnung der Textilbetonverstärkung . . . . .	87
3.2.6	Material der Textilbetonverstärkung . . . . .	90
3.2.7	Verstärkung der Stahlbetonprobekörper . . . . .	91
3.3	Versuchseinrichtung . . . . .	93
3.3.1	Versuchsstand . . . . .	93
3.3.2	Messtechnik . . . . .	96
3.3.3	Versuchsdurchführung . . . . .	100
3.4	Versuchsergebnisse . . . . .	100
3.4.1	Allgemeines . . . . .	100
3.4.2	Prinzipielle Wirkung einer Verstärkungsschicht aus Textilbeton . . . . .	105
3.4.3	Wirkung einer Verstärkungsschicht aus unbewehrtem Feinbeton . . . . .	110
3.4.4	Unterschiedliche Übergreifungslängen der textilen Bewehrung . . . . .	111
3.4.5	Nicht umlaufend angeordnete Textilbetonverstärkung . . . . .	112
3.4.6	Unterschiedliche Betondeckungen der Stahlbewehrung . . . . .	114
3.4.7	Unterschiedliche Stahlmengen und -verteilungen . . . . .	115
3.4.8	Unterschiedliche Seitenverhältnisse der rechteckigen Querschnitte . . . .	117
3.4.9	Verwendung von textiler Bewehrung mit Garnen im 0°/90°-Winkel . . . .	120
3.4.10	Zusammenfassung . . . . .	122
<b>4</b>	<b>Theoretische Betrachtungen und Modelle</b>	<b>125</b>
4.1	Allgemeines . . . . .	125
4.2	Tragfähigkeit im Zustand I – Rissmoment . . . . .	125
4.3	Verformung im Zustand I . . . . .	136

4.4	Tragfähigkeit im Zustand II bzw. III – Bruchmoment . . . . .	139
4.4.1	Unverstärkte Probekörper . . . . .	139
4.4.2	Umlaufend verstärkte Probekörper . . . . .	140
4.4.3	Nicht umlaufend verstärkte Probekörper mit einem $\pm 45^\circ$ -Textil . . . . .	152
4.4.4	Auswirkung geringer Bewehrungsgrade der Verstärkungsschicht auf die Tragfähigkeit . . . . .	155
4.5	Verformung im Zustand II bzw. III . . . . .	158
4.6	Zusammenfassung . . . . .	160
<b>5</b>	<b>Bemessungsvorschlag</b>	<b>163</b>
5.1	Allgemeines . . . . .	163
5.2	Materialkennwerte . . . . .	163
5.3	Berechnung . . . . .	164
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>167</b>
6.1	Zusammenfassung . . . . .	167
6.2	Ausblick . . . . .	168
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>169</b>
<b>A</b>	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>185</b>
<b>B</b>	<b>Material der eigenen Probekörper</b>	<b>195</b>
B.1	Angaben zur Sieblinie der Betonzuschläge . . . . .	196
B.2	Ergebnisse der Betonprüfung des Betons der Stahlbetonprobekörper . . . . .	197
B.3	Ergebnisse der Biegezugprüfung des Betons der Stahlbetonprobekörper . . . . .	199
B.4	Angaben zum Stahl der Stahlbetonprobekörper . . . . .	200
B.5	Ergebnisse der Betonprüfung des Feinbetons der Verstärkung . . . . .	203
B.6	Angaben zur textilen Bewehrung . . . . .	205
<b>C</b>	<b>Geometrie der eigenen Probekörper</b>	<b>215</b>
C.1	Stahlbetonprobekörper . . . . .	216
C.2	Probekörper – Verstärkung . . . . .	218
C.3	Pläne . . . . .	220
<b>D</b>	<b>Ergebnisse der experimentellen Untersuchung</b>	<b>225</b>
D.1	Torsionsmomente und Verwindung . . . . .	226
D.2	Steifigkeiten . . . . .	228
<b>E</b>	<b>Gesamtansichten der geprüften Probekörper</b>	<b>231</b>
<b>F</b>	<b>Berechnung der Probekörper</b>	<b>299</b>
F.1	Rissmoment und Torsionssteifigkeit im Zustand I . . . . .	299
F.2	Bruchmoment und Torsionssteifigkeit im Zustand II . . . . .	301
F.3	Beispiele zur Berechnung der Torsionstragfähigkeit . . . . .	304

*Inhaltsverzeichnis*

# 1 Einleitung

## 1.1 Torsionstragverhalten

Das Torsionstragverhalten verschiedener Stoffe und Konstruktionen gewinnt seit ca. 250 Jahren immer mehr an Bedeutung. Für das heutige Bauwesen ist das Wissen über das Verhalten der Baukonstruktionen unter Torsionsbelastung unverzichtbar. Es fließt in die Planung von kleinen Bauteilen wie z. B. Kranbahnstützen, Stromleitungsmasten und Randbalken genauso ein wie in die von großen Konstruktion im Brücken- und Hochhausbau.

Als einer der Ersten befasste sich COULOMB im Rahmen der Entwicklung eines seetauglichen Kompasses mit dem Thema Torsion. Die dabei an der Pariser Akademie der Wissenschaft entstandene Abhandlung „Recherches sur la meilleure manière de fabriquer les aiguilles aimantées“ [33] zeigt u. a. Ergebnisse von Versuchen an menschlichem Haar und Seidenfäden, siehe auch [59]. Nachdem er mit dieser Arbeit im Jahr 1777 erfolgreich an einem Wettbewerb der Pariser Akademie der Wissenschaft teilnahm, dehnte er seine Untersuchung auf die Torsion von Metallfäden aus und veröffentlichte im Jahr 1784 seine Abhandlung „Recherches théoriques et expérimentales sur la force de torsion, et sur l'élasticité des fils de métal“ [32], [33]. Dieser Beitrag umfasst neben Versuchsergebnissen auch Angaben zum Versuchsaufbau, umfangreiche theoretische Betrachtungen und Berechnungsansätze zu runden Querschnitten, die noch heute ihre Gültigkeit besitzen. Das Bild 1.1 zeigt einen seiner Versuchsstände.

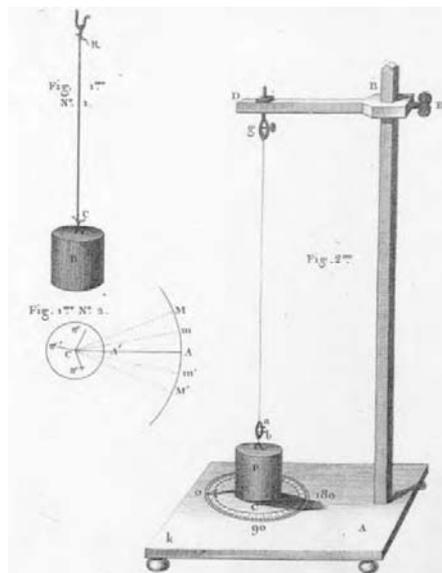


Bild 1.1: Versuchsaufbau zur Untersuchung des Torsionstragverhaltens von Metallfäden, COULOMB [32]

## 1 Einleitung

Mit der Industriellen Revolution Ende des 18./Anfang des 19. Jh. begannen intensive Untersuchungen zum Torsionstragverhalten von verschiedenen Bauteilen. Für die Bauteilversuche wurde beispielsweise der im Bild 1.2 dargestellte Versuchsstand genutzt. DUNLOP [52], RENNIE [168] und auch DULEAU [50] veröffentlichten zunächst Ergebnisse von Torsionsversuchen an unterschiedlichen Metallen mit runden und eckigen Querschnitten. Versuchsergebnisse von über 50 verschiedenen Holzarten wurden von BEVAN [17] und von weiteren Materialien wie Gips, Holz und Glas von SAVART [183] präsentiert.

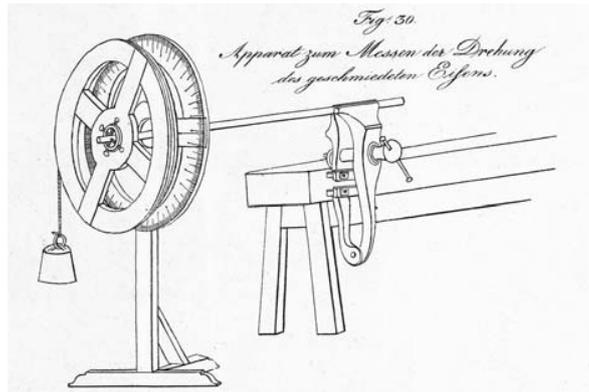


Bild 1.2: Versuchsaufbau zur Untersuchung des Torsionstragverhaltens von Eisen, DULEAU [51]

Aufbauend auf diesen experimentellen Untersuchungen und theoretischen Betrachtungen von COULOMB und BRAMAH [204] entwickelte NAVIER [142] in den 30er Jahren des 19. Jh. eine allgemeine Lösung für die Berechnung des Torsionstragverhaltens von runden, quadratischen und rechteckigen Querschnitten. Dabei ging er vom Ebenbleiben der Querschnitte aus und vernachlässigte damit die auftretende Verwölbung. Bei den nicht wölbfreien Querschnitten (z. B. den Rechteckquerschnitten) kommt es mit dieser Lösung zur Fehleinschätzung des Tragverhaltens [200].

Erst Mitte des 19. Jh. gelang es ST. VENANT [176] - [180], einem Schüler von NAVIER, das Torsionsproblem für beliebige Stabquerschnitte vollständig zu lösen. Aus diesem Grund wird die reine Torsion heute oft als ST. VENANT'sche Torsion bezeichnet [217].

Obwohl die neue Theorie schnell in die Lehrbücher, z. B. von WEISBACH [213], übernommen und in zahlreichen Beiträgen, z. B. von BAUSCHINGER [11], publiziert wurde, konnte man in Veröffentlichungen am Ende des 19./Anfang des 20. Jh. noch folgende Bemerkungen lesen:

„Tritt an den Konstrukteur die Aufgabe heran, einen auf Drehung beanspruchten Körper von nicht kreisförmigem Querschnitt zu berechnen, so pflegt er in einer sehr unsicheren Lage zu sein. Da erhebt sich zunächst die Frage: ist nach älterer oder nach der neueren Theorie zu rechnen? . . . Es widerspricht dem Gefühl desjenigen, welcher sich in die bezeichnete Anschauung eingelebt hat, anzunehmen, dass ein Stab mit beispielsweise rechteckigem Querschnitt bei der Verdrehung zuerst in der Mitte der längeren Rechteckseite brechen soll. Er wird – wie man häufig erfahren kann – nicht abgeneigt sein, die Voraussetzungen der neuen Torsionslehre hinsichtlich ihrer unbedingten Zuverlässigkeit anzuzweifeln. . . .“ BACH [5]

„ ... Die betreffenden Aufsätze sind für Nichtmathematiker kaum verständlich; infolgedessen ist die DE SAINT-VENANTSche Theorie auch heute noch in weitesten Kreisen der Ingenieure völlig unbekannt geblieben ...” GOETZKE [66]

Um die neue Theorie für alle Ingenieure anwendbar zu gestalten, musste sie deutlich vereinfacht werden. Somit verbreitete u. a. BACH [6] Anfang des 20. Jh. einige Ingenieurösungen.

Zu dieser Zeit gewann neben dem Stahlbau besonders das Bauen mit Stahlbeton immer mehr an Bedeutung. Die bis dahin bekannten Lösungen zum Torsionstragverhalten galten aber ausschließlich für homogenes Material und somit im Stahlbetonbau allenfalls für den ungerissenen Zustand (Zustand I). Durch diesen Umstand wurden in den folgenden Jahren im Stahlbau und im Stahlbetonbau sehr unterschiedliche Untersuchungen zum Torsionstragverhalten durchgeführt. Im Bereich des Stahlbaus wurden, wie neben FLÜGGE/MARGUERRE [60] und FÖPPL [61] auch TIMOSHENKO/GOODIER [202] zeigen, vorrangig feingliedrige Bauteile und die Wölbkrafttorsion untersucht. Da dies im Stahlbetonbau eine untergeordnete Rolle spielt, wurde hier das Augenmerk in erster Linie auf den gerissenen Zustand (Zustand II) gelegt.

Erste Torsionsversuche an gerissenen Beton- und Stahlbetonbauteilen führten u. a. MÖRSCH [138] im Jahr 1903, BACH/GRAF [8] im Jahr 1911 sowie GRAF/MÖRSCH [67] im Jahr 1922 durch. Für die Beschreibung des Tragverhaltens im Zustand II wurde erstmalig von RAUSCH [166] im Jahr 1929 eine Fachwerktheorie aufgestellt, welche etwas modifiziert noch heute zur rechnerischen Ermittlung des Torsionstragverhaltens von neuen Stahlbetonbauteilen genutzt wird.



Bild 1.3: Probekörper von MÖRSCH aus dem Jahr 1903 [140]

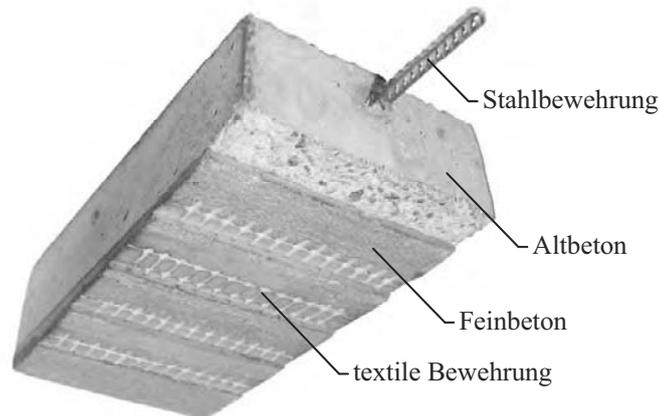
Aufbauend auf den o. g. Untersuchungen wurde die Torsionsforschung im Stahlbetonbau ausgeweitet und wird noch heute intensiv betrieben, siehe z. B. LAMPERT/THÜRLIMANN [115] und ZEDLER/MARK [218].

Mit dem Altern und auch der Umnutzung der ersten Stahlbetonbauwerke stellte sich bald die Frage der Instandsetzung und Verstärkung dieser Konstruktionen. Zunächst haben sich dafür Spritzbetonverfahren und später auch Verfahren mit faserverstärkten Kunststoffen etabliert, HANKERS [72], ROSTÁSY ET AL. [171]. Seit dem Ende des 20. Jh. wird nun, vorrangig im Rahmen eines Sonderforschungsbereiches an der Technischen Universität Dresden (TU Dresden), eine Verstärkung aus Textilbeton entwickelt, siehe Bilder 1.4 a und b. Damit diese Textilbetonverstärkung in der Praxis angewendet werden kann, sind, genau wie vor ca. 200 Jahren bei der Verbreitung des Eisens und wie vor etwa 100 Jahren bei der Einführung des Stahlbetons, belastbare Aussagen zum Tragverhalten und handhabbare Bemessungsmodelle für die verschiedensten Einwirkungen unverzichtbar.

Die erste untersuchte Art der Textilbetonverstärkung war die Biegeverstärkung, für die inzwischen umfangreiche Untersuchungsergebnisse aus über 15 Jahren Forschung vorliegen. Es

## 1 Einleitung

folgten Untersuchungen zur Querkraft- und Normalkraftverstärkung. Auch für diese Anwendung liegen erste Ergebnisse aus experimentellen und theoretischen Untersuchungen vor. Bei allen drei Verstärkungsvarianten zeichnete sich ab, dass es noch sehr schwierig ist, theoretische Modelle zu entwickeln, die alle Einflussparameter angemessen berücksichtigen. Somit sind die bisher aufgestellten Modelle als erste anwendbare Ansätze zu bewerten. Untersuchungen zur Torsionsverstärkung standen zu Beginn dieser Arbeit jedoch immer noch aus.



a) Prinzipieller Aufbau



b) Anwendung

Bild 1.4: Verstärkung aus Textilbeton

## 1.2 Zielstellung und Aufbau der Arbeit

Für die Torsionsverstärkung mit Textilbeton liegen bisher noch keine Kenntnisse in der Literatur vor. Diese Arbeit soll somit einen Einstieg in die Thematik schaffen und einen grundlegenden Beitrag für die Forschung auf dem Gebiet des Textilbetons und für die Anwendung des Textilbetons in der Praxis leisten.

Das Ziel der experimentellen Arbeit ist es, die prinzipielle Wirkung des Textilbetons im

Bereich der Torsionsverstärkung zu untersuchen. Mit den dafür genutzten Stahlbetonprobekörpern, die größtenteils eine Verstärkung aus Feinbeton bzw. Textilbeton erhielten und bei denen die Menge, das Material und die Ausrichtung der textilen Bewehrung in der Feinbetonschicht variiert wurden, sollen Zusammenhänge im Bezug auf das Torsionstragverhalten herausgearbeitet werden. Die Ergebnisse dieser Versuche sollen die Grundlage für die theoretischen Untersuchungen sein bzw. die aufgestellten Berechnungsansätze stützen.

Der Schwerpunkt der theoretischen Arbeit soll auf der Erarbeitung erster ingenieurmäßiger Berechnungsmodelle zur Bestimmung der Torsionstragfähigkeit (Bruchmoment) liegen, die in einem Vorschlag für ein Bemessungsmodell enden. Des Weiteren sollen Berechnungsansätze zur Abschätzung des Rissmomentes und der Verformung im Zustand I und II entwickelt werden.

Diese Arbeit gliedert sich in vier wesentliche Teile. Im Kapitel 2 wird ein allgemeiner Überblick über den Stand des Wissens gegeben. Es werden u. a. Möglichkeiten der Stahlbetonverstärkung, allgemeine Eigenschaften der verwendeten Bau- und Verbundstoffe sowie experimentelle und theoretische Untersuchungen zum Torsionstragverhalten von Stahlbetonbauteilen vorgestellt. Im Kapitel 3 werden die eigenen experimentellen Untersuchungen und deren Ergebnisse präsentiert. Das Kapitel 4 beinhaltet die eigenen theoretischen Betrachtungen und die aufgestellten Berechnungsansätze, die durch die Ergebnisse aus den 67 eigenen Versuchen gestützt werden. Der daraus abgeleitete erste Vorschlag für einen Bemessungsansatz kann dem Kapitel 5 entnommen werden.

## 1 *Einleitung*

## 2 Stand des Wissens

### 2.1 Allgemeines

In den folgenden Abschnitten wird der in die eigene Arbeit eingeflossene Stand des Wissens zusammengefasst. Neben einem Überblick über verschiedene Verstärkungsmethoden werden grundlegende Eigenschaften der verwendeten Bau- und Verbundwerkstoffe erläutert und auf experimentelle Untersuchungen sowie bestehende theoretische Berechnungsansätze eingegangen.

### 2.2 Möglichkeiten der Verstärkung von Stahlbetonbauteilen

Eine nachhaltige Nutzung der bestehenden Bausubstanz gewinnt immer mehr an Bedeutung, CURBACH [36]. Sie ist meist mit einer Verlängerung der Nutzungsdauer, einer Umnutzung, einer Erhöhung der Beanspruchung oder auch einer Anpassung an die geänderten normativen Regeln verbunden. Aktuelle Ansätze zur Bewertung von Bestandsbauwerken sind u. a. in SCHNELL ET AL. [190, 191] sowie FINGERLOOS/SCHNELL [58] zusammengefasst. Im Ergebnis einer derartigen Bewertung kann es erforderlich werden, die Tragfähigkeit, Gebrauchstauglichkeit, Dauerhaftigkeit oder auch das Ermüdungsverhalten der Bausubstanz zu verbessern bzw. wieder herzustellen. Dies kann beispielsweise wie von IVÁNYI [96] beschrieben durch das

- Vergrößern der Betonquerschnittsfläche in druckbeanspruchten Bereichen,
- Anbringen zusätzlicher Bewehrung in zugbeanspruchten Bereichen,
- nachträgliche Vorspannen und
- Ändern des statischen Systems erfolgen.

Die Eignung der einzelnen Verfahren lässt sich nicht pauschalisieren und ist stark von den konkreten Randbedingungen des Objektes abhängig. Die beiden letztgenannten Methoden sind meist mit einem erheblichen Aufwand verbunden, so dass sie nur in Sonderfällen zur Anwendung kommen. Somit liegt der Schwerpunkt auf den beiden erstgenannten Varianten, die vorrangig unter dem Begriff „Verstärken“ zusammengefasst werden und beispielsweise mit den nachfolgend genannten und in den Bildern 2.1 a bis d dargestellten Verfahren realisiert werden können, siehe auch JESSE, F./KAPLAN [100].

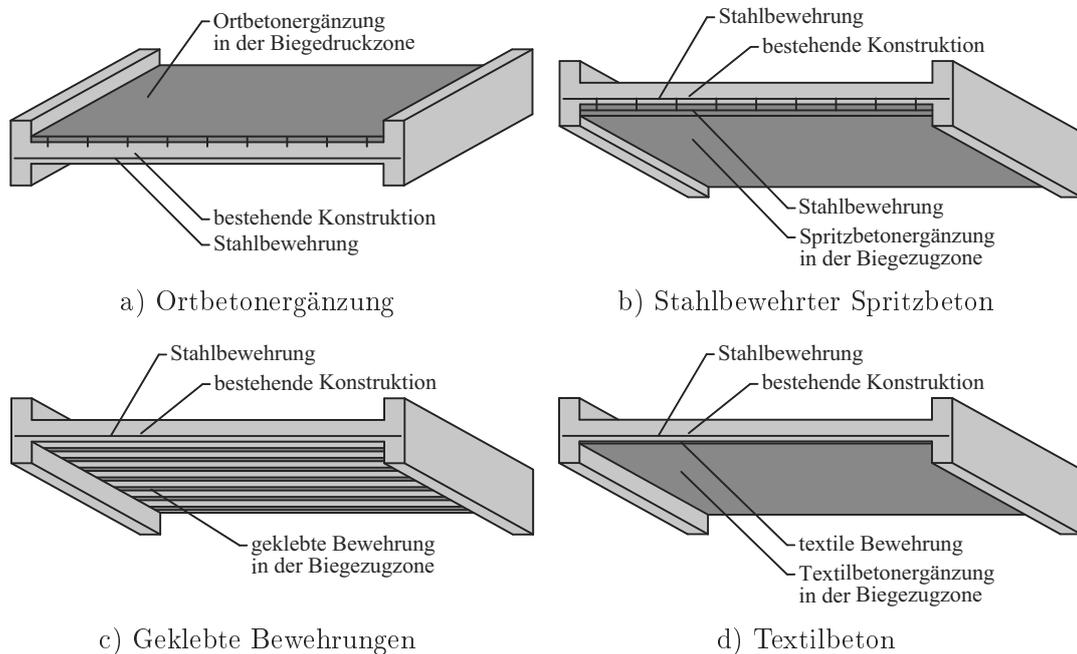


Bild 2.1: Varianten zur Verstärkung von Stahlbetonbauteilen

Mit einer **Ortbetonergänzung** auf der Oberseite von Decken und Plattenbalken kann das Biegetragverhalten verbessert werden. Der aufgebrauchte Beton führt zu einer Verstärkung der Druckzone und einer Erhöhung des Hebelarms der inneren Kräfte. Ein Vorteil dieser Technik ist das einfache Aufbringen des Ortbetons. Ein Nachteil liegt in der deutlichen Erhöhung des Eigengewichts der Baukonstruktion. Weitere Informationen zu dieser Art des Verstärkens sowie zum Verbund zwischen dem bestehenden Bauteil und der Ortbetonergänzung geben u. a. EMPELMANN ET AL. [56], HARTL/FEIX [75], MÜNGER/SCHÖFFENDT [135] und RANDL ET AL. [164].

Eine **stahlbewehrte Spritzbetonverstärkung** ermöglicht u. a. die Erhöhung der Bewehrungsmenge, die sowohl zur Vergrößerung der Biege- als auch der Querkrafttragfähigkeit genutzt werden kann. Weiterhin kann bei auf Druck beanspruchten Bauteilen eine Vergrößerung des Betonquerschnittes und der Querschnittsfläche der Druck- sowie der Bügelbewehrung erfolgen, die zu einer Erhöhung der Normalkrafttragfähigkeit führen kann. Die hohen Verstärkungsgrade, die mit dieser Technik zu erreichen sind, stellen einen erheblichen Vorteil gegenüber alternativen Methoden dar. Nachteilig sind neben dem hohen Eigengewicht der Verstärkungsschicht der große technische Aufwand und die sehr lärm- und schmutzverursachende Bauausführung. Für eine weitere Vertiefung des Themas stehen Publikationen bspw. von HANKERS/MATZDORFF [72, 73], MAIDL [127] und SCHORN ET AL. [195] zur Verfügung.

**Geklebte Bewehrungen** sind in zugbeanspruchten Bereichen eine Alternative zur Spritzbetonverstärkung mit Bewehrung. Unter Verwendung von Epoxidharzkleber werden Lamellen oder Sheets, meist aus Stahl- oder Carbon-faserverstärkten Kunststoffen (CFK), in äußerst seltenen Fällen auch aus Glas-faserverstärkten Kunststoffen (GFK), auf die Oberfläche der Stahlbetonbauteile geklebt. Bei den Lamellen besteht zudem die Möglichkeit, sie in vorbereitete Schlitze einzukleben. Die Sheets können im Gegensatz zu den Lamellen um abgerundete

Ecken geführt werden. Die Vorteile dieser Technik liegen in dem leichten Verstärkungsmaterial, der geringen Erhöhung des Eigengewichtes der Baukonstruktion, der vernachlässigbaren Einschränkung des Lichtraumprofils und bei den CFK-Produkten in der hohen Zugfestigkeit. Ein Nachteil sind die hohen Anforderungen an die Bauausführung. Auf der Betonoberfläche sind beispielsweise keine größeren Unebenheiten zugelassen und die Klebeflächen müssen trocken, staub- und fettfrei sein. Von Nachteil sind auch die geringe Temperaturbeständigkeit sowie die Wasserdampfdurchlässigkeit des Klebers und der notwendige Korrosionsschutz bei den Stahl-Lamellen. Zur Realisierung eines erhöhten Temperatur- und Feuerwiderstandes sind umfangreiche und aufwendige vorbeugende Brandschutzmaßnahmen notwendig. Auch der für aufgeklebte Bewehrungen maximal zulässige Verstärkungsgrad von 2,0, der durch die Unsicherheiten bei der Klebeverstärkung begründet ist, wirkt sich nachteilig aus. In BERGMESTER [13], ONKEN/GRUNEWALD [149], ROSTÁSY [171] und VORWAGNER [210] ist diese Technik näher beschrieben.

Die **Textilbetonverstärkung** ist die jüngste Verstärkungstechnik. Mit dieser Methode wird versucht, die Vorteile der beiden zuvor genannten Techniken zu verbinden und deren Nachteile zu minimieren. Zu Beginn der Verstärkung ist die Betonoberfläche des zu verstärkenden Bauteils, ähnlich wie bei einer Spritzbetonverstärkung, durch Feststoffstrahlen (Sandstrahlen) aufzurauen. Nachdem das Grobkorn freigelegt und die von ORTLEPP [151] vorgeschlagene Rautiefe von ca. 1 mm erreicht wurde, wird die Oberfläche vorgehäst. Anschließend erfolgt durch ein Laminier- oder Sprühverfahren der Auftrag einer ersten ca. 2 - 3 mm dicken Feinbetonschicht. In diese Schicht wird eine Lage textile Bewehrung, meist aus alkaliresistentem Glas oder Carbon, eingebettet und anschließend die nächste Feinbetonschicht aufgetragen. Das Einbetten der textilen Bewehrung und das anschließende Auftragen einer Feinbetonschicht wird sooft wiederholt, bis die gewünschte Lagenanzahl erreicht ist. Den Abschluss bildet immer eine Feinbetonschicht. Eine detaillierte Beschreibung der Applikation und der verwendeten Materialien kann zusammenfassend aus JESSE, F./CURBACH [99] entnommen werden.

Die Vorteile des Textilbetons liegen u. a. in der Korrosionsbeständigkeit, der leichten Formbarkeit und der hohen Zugfestigkeit des Bewehrungsmaterials. Das ermöglicht Betondeckungen von nur 2 - 3 mm, eine Anpassung an fast jede Geometrie und eine deutliche Reduzierung der Bewehrungsquerschnitte. Durch die kleinen Bewehrungsdurchmesser und die sehr dünnen Schichtdicken beträgt die Gesamtdicke der Verstärkungsschicht in der Regel nur 1 - 2 cm. Somit werden die Querschnittsfläche und das Eigengewicht der Baukonstruktion in einem deutlich geringeren Maße erhöht als bei der Spritzbetonverstärkung mit Stahlbewehrung. Die feingliedrige Bewehrung hat im Vergleich zur Stahlbewehrung eine deutlich größere Verbundfläche, so dass kurze Verankerungs- und Übergreifungslängen realisiert werden können und ein sehr fein verteiltes Rissbild entsteht, LORENZ [122]. Ein Vorteil gegenüber dem Verstärken mit Lamellen liegt in der flächigen Krafteinleitung, wodurch die Neigung zum Delaminationsversagen herabgesetzt wird. Das relativ einfache Applikationsverfahren, welches einem modernen Putzen mit Putzgewebe ähnelt, stellt einen weiteren Vorteil dar. Ein Nachteil ist, wie auch bei der Spritzbetonverstärkung, die lärm- und schmutzintensive Bauausführung. Auch die noch fehlenden Regelungen zur Verfahrenstechnik und den verwendeten Materialien, die für eine Bauausführung eine Zustimmung im Einzelfall erfordern, sind als Nachteil anzuführen.

Die durch eine Verstärkung mit Textilbeton erreichbaren Verbesserungen des Biegetragverhaltens wurden u. a. von BÖSCHE [24] sowie WEILAND [212] an kleinformatigen Platten und später von SCHLADITZ ET AL. [187] an großformatigen Platten gezeigt. BRÜCKNER [21], ORTLEPP ET AL. [152, 153] und SCHLADITZ ET AL. [184] präsentieren Ergebnisse aus Untersu-

chungen zur Querkraft- und Normalkraftverstärkung. Für Informationen zur Torsionsverstärkung kann neben dieser Arbeit lediglich auf eigene Veröffentlichungen, bspw. [185] und [186], verwiesen werden. Die ersten Praxisprojekte, bei denen die Textilbetonverstärkung erfolgreich eingesetzt wurde, sind in CURBACH ET AL. [39] und SCHLADITZ ET AL. [188] vorgestellt. Einsatzmöglichkeiten von Textilbeton im Bereich von Neubauteilen zeigen dagegen BRAMESHUBER ET AL. [20], CURBACH ET AL. [37] und HEGGER ET AL. [78, 82].

## 2.3 Allgemeine Materialeigenschaften der verwendeten Bau- und Verbundwerkstoffe

### 2.3.1 Allgemeines

Für die vorliegende Arbeit sind die Baustoffe Beton, Bewehrungsstahl, Feinbeton und textile Bewehrung sowie die Verbundwerkstoffe Stahlbeton und Textilbeton von Bedeutung. Relevante Angaben zu deren allgemeinen Materialeigenschaften werden in den folgenden Abschnitten kurz erläutert.

Für weiterführende Informationen zu den im Stahlbetonbau und bei der Verstärkung mit Textilbeton verwendeten Materialien wird auf die umfassende auf dem Markt vorhandene Literatur verwiesen. Umfangreiches Wissen ist beispielsweise in Baustoffbüchern von SCHOLZ/KNOBLAUCH [193] und WENDEHORST [214] sowie Beiträgen im Betonkalender [14] und speziell für den Bereich des Textilbetons in Veröffentlichungen von CURBACH/JESSE, F. [41, 99] und HEGGER ET AL. [81] gebündelt.

### 2.3.2 Beton

Der Baustoff Beton besteht im Wesentlichen aus Zement, Zuschlägen und Wasser. Seine Eigenschaften werden maßgeblich durch die Eigenschaften der Ausgangsstoffe, das Mischungsverhältnis und die Verarbeitung (z. B. Verdichtung) bestimmt. Durch die Zugabe von Zusatzmitteln und Zusatzstoffen können die Eigenschaften, wie z. B. die Festigkeit, die Dichte oder auch die Abbindezeit des Betons, beeinflusst werden. Die Anforderungen an die Eigenschaften der Ausgangsstoffe und die Herstellung sind in Normen und Richtlinien festgehalten und können aktuell u. a. aus der DIN EN 206-1:2001-7 und DIN 1045-2:2008-08 entnommen werden. Die Klassifizierung des Festbetons erfolgt vorrangig nach seiner Trockenrohddichte in Leicht-, Normal- und Schwerbeton und nach seiner Druckfestigkeit in verschiedene Druckfestigkeitsklassen. Zur Ermittlung der Trockenrohddichte, der Druckfestigkeit, aber auch des Elastizitätsmoduls, der Spaltzug-, der Biegezug- und der zentrischen Zugfestigkeit werden Zylinder, Würfel und Prismen verwendet, deren Abmessungen und Prüfungen genormt sind.

Ein auf Druck belasteter Beton zeigt die im Bild 2.2 a schematisch dargestellte Spannungs-Dehnungs-Beziehung und Rissentwicklung. Es ist zu erkennen, dass ab ca. 40 % der Druckfestigkeit vermehrt Mikrorisse entstehen, die sich bei ansteigender Druckbelastung zu Makrorissen vereinigen. Die zunehmende Rissbildung ist mit einem Steifigkeitsabfall verbunden, führt zur Störung des Betongefüges und schließlich zum Bruch. Das Bild 2.2 b zeigt den Einfluss der Betondruckfestigkeit auf das Tragverhalten und macht u. a. deutlich, dass die Bruchspannungen und die Bruchdehnungen nicht linear zusammenhängen. Die mit der Reduzierung der Belastungsgeschwindigkeiten verbundene Abnahme der Druckfestigkeit wird wiederum im Bild 2.2 c dargestellt.

### 2.3 Allgemeine Materialeigenschaften der verwendeten Bau- und Verbundwerkstoffe

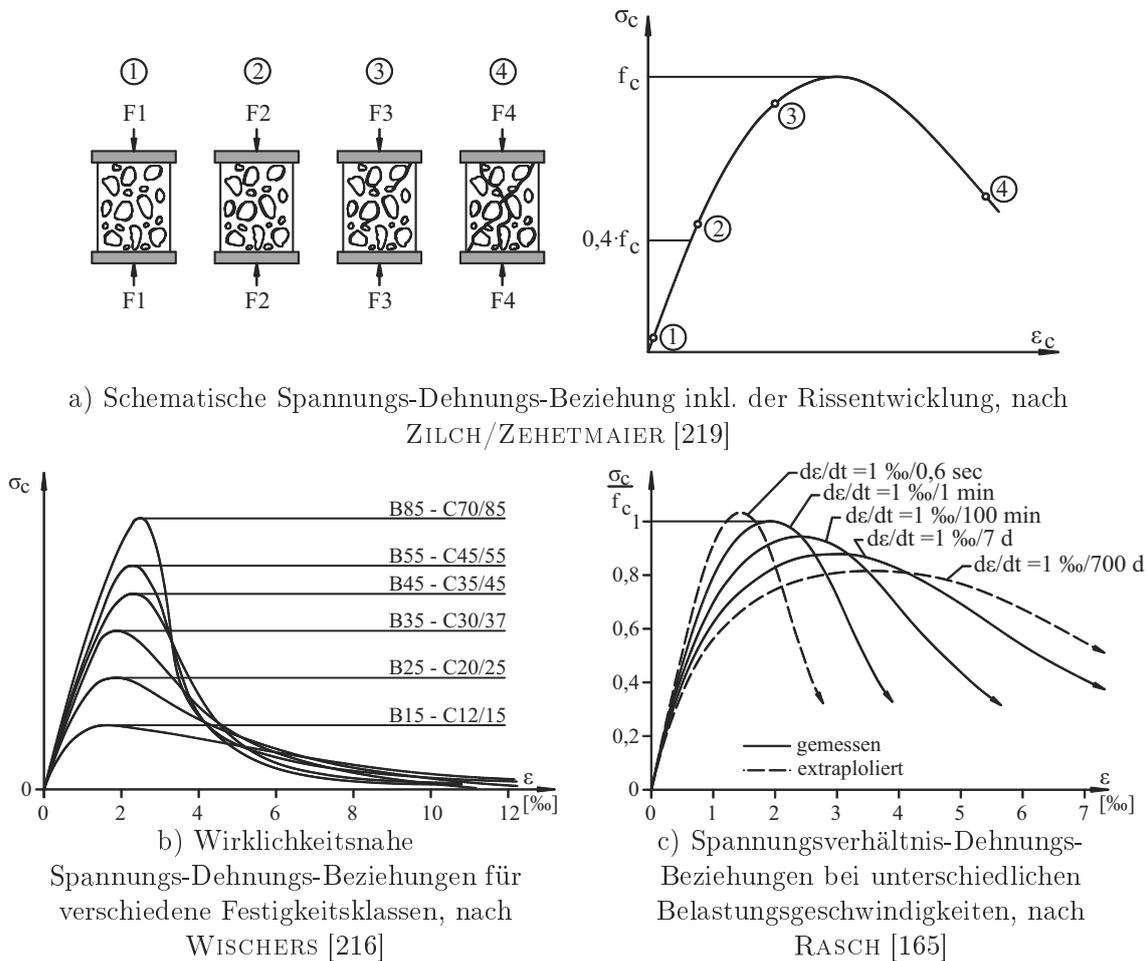


Bild 2.2: Beton unter Druckbelastung

Für diese Arbeit ist neben dem Tragverhalten des Betons unter Druckbelastung vor allem im ungerissenen Zustand das Zugtragverhalten des Betons von Bedeutung. Neben DUDA [49] und HILLERBORG [90] behandeln auch KESSLER-KRAMER [105], MECHTCHERINE [131] und SIGRIST [198] dieses Thema sehr umfassend und erläutern beispielsweise die folgenden Zusammenhänge.

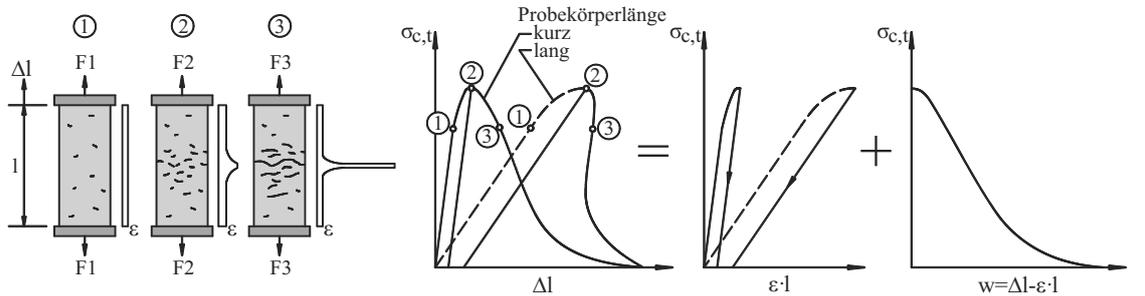
Die schematische Spannungs-Verlängerungs-Beziehung und Rissentwicklung eines auf Zug belasteten Betons zeigt das Bild 2.3 a. Dem ist u. a. zu entnehmen, dass der Beton bis ca. 70 % seiner Zugfestigkeit ein annähernd linear elastisches Verhalten zeigt. Bei zunehmender Zugbelastung bilden sich in der Rissprozesszone vermehrt senkrecht zur Zugrichtung verlaufende Mikrorisse, die sich sukzessiv zu einem Makroriss vereinigen. Auch nach der Makrorissbildung ist durch die rissüberbrückende Wirkung der Zuschläge und Verzahnung der Rissufer eine Übertragung von Zugspannungen möglich, so dass nach dem Erreichen der Höchstspannung ein allmählicher Abfall der Spannungs-Verlängerungs-Linie bis zur vollständigen Trennung der Rissufer zu erkennen ist. Der erste Teil der Spannungs-Verlängerungs-Beziehung dokumentiert die Verlängerung infolge der Zugdehnung des Betons vor dem Erreichen der Höchstspannung,

die neben den Materialeigenschaften vor allem durch die Länge der Probekörper bzw. der Messlänge beeinflusst wird. Die Verlängerung aus der Rissöffnung, welche unabhängig von der Probekörper- bzw. Messlänge ist, ist Bestandteil des zweiten Teils der Beziehung. Es ist zu erkennen, dass mit dem Erreichen der Höchstspannung und der damit einsetzenden Makrorissbildung die im Beton gespeicherte elastische Verformungsenergie frei wird und die elastische Verformung zurückgeht. Mit zunehmender Probekörperlänge besteht die Gefahr, dass die gespeicherte elastische Verformungsenergie die Energie erreicht, die für die Erzeugung eines Trennrisses erforderlich ist und es so zu einem schlagartigen Versagen kommt.

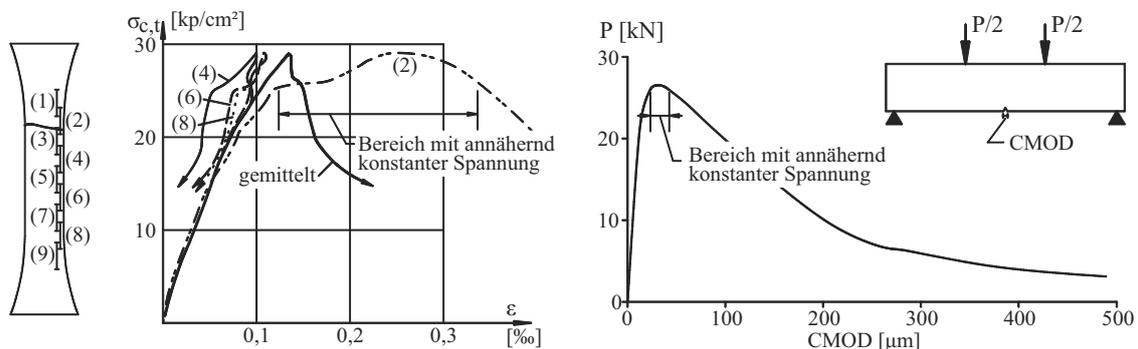
Im Gegensatz zur schematischen Spannungs-Verlängerungs-Beziehung, die eine über die Probekörperlänge gemittelte Verformung darstellt, zeigt das Bild 2.3 b abschnittsweise gemessene Verformungen. Hier wird das Zurückgehen der elastischen Verformung außerhalb des Risses und die stark zunehmende Verformung im Bereich des Risses deutlich. Bei dem Erreichen der Höchstspannung ist zu erkennen, dass im Bereich des Risses die Verformung zunächst deutlich zunimmt, bevor ein Abfall der Spannung zu verzeichnen ist. Dass dieser Bereich mit annähernd konstanten Spannungen und deutlich zunehmenden Verformungen auch bei Biegezugversuchen zu erkennen ist, zeigt das Bild 2.3 c.

Da die Bestimmung der Zugfestigkeit anhand einachsialer Zugversuche aufwendig und fehleranfällig ist, wird sie in der Regel indirekt in weniger fehlerbehafteten Biegezug- und Spaltzugversuchen ermittelt. Die mit den unterschiedlichen Versuchen ermittelten Zugfestigkeiten unterscheiden sich meist erheblich, was u. a. mit der im Probekörper vorhandenen Spannungsverteilung begründet wird. Im zentrischen Zugversuch wird der gesamte Probekörper mit der gleichen Zugspannung beansprucht und die schwächste Stelle wird maßgebend. Im Spaltzugversuch ist die Versagensebene vorgegeben und da dies meist nicht mit der Stelle der geringsten Tragfähigkeit zusammenfällt, liegt die Spaltzugfestigkeit fast immer über der zentrischen Zugfestigkeit. Bei einem 3-Punkt Biegezugversuch wird das Versagen in der Mitte der Unterseite provoziert, so dass der Versagensbereich noch kleiner ist als im Spaltzugversuch und somit die Biegezugfestigkeit über der Spaltzugfestigkeit liegt. Die zu erwartenden Abweichungen bei der Ermittlung der Zugspannungen zeigt RAMAKANTH [163] beispielhaft. HEILMANN ET AL. [84, 85] und REMMEL [167] erläutern Zusammenhänge, die die Grundlage für die Umrechnung zwischen den verschiedenen Zugfestigkeiten bzw. der Druckfestigkeit und den Zugfestigkeiten sind. Ihren Veröffentlichungen sowie dem CEB/FIB MC 2010 und der DIN EN 1992-1-1:2011-01 sind die für die Umrechnung empfohlenen Gleichungen zu entnehmen.

## 2.3 Allgemeine Materialeigenschaften der verwendeten Bau- und Verbundwerkstoffe



a) Schematische Spannungs-Verlängerungs-Beziehung inkl. der Rissentwicklung, nach DUDA [49]



b) Spannungs-Dehnungs-Beziehungen von abschnittsweise gemessenen Dehnungen, nach HEILMANN ET AL. [85]

c) Kraft-Verformungs-Beziehung eines Rissbereiches beim Biegezugversuch, nach DUDA [49]

Bild 2.3: Beton unter Zugbelastung

Neben den beschriebenen einachsialen Druck- und Zugbeanspruchungen können im Beton mehraxiale Beanspruchungen auftreten. Einen Überblick über wesentliche Erkenntnisse zur mehraxialen Beanspruchung von Normalbeton geben u. a. EIBL [55] und KUPFER [111]. Darauf aufbauend präsentieren u. a. CURBACH ET AL. [38], HAMPEL [71] und SPECK [199] Erkenntnisse von Hochleistungsbetonen.

Des Weiteren ist Beton durch ein ausgeprägtes zeitabhängiges Verformungsverhalten, wie Kriechen und Schwinden, gekennzeichnet. Grundlegende Informationen hierzu sind bspw. DI-SCHINGER [47, 48] und MÜLLER/KVITSEL [134] zu entnehmen.

Ist die Standsicherheit bzw. die Verstärkung bestehender Bauwerke zu bewerten, hat dies nach heutigen Normen zu geschehen. Dafür mögliche Umrechnungen historischer Baustoffkennwerte auf charakteristische Werte für die neuere Normengeneration stellen u. a. SCHNELL/LOCH [192] vor.

### 2.3.3 Bewehrungsstahl

Als Bewehrungsstahl werden naturharte, kaltverformte oder wärmebehandelte Stähle verwendet. Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung der verschiedenen Stähle sind im Bild 2.4 a dargestellt.

Die Stähle verhalten sich bis kurz vor dem Erreichen der Streckgrenze linear elastisch. Bei

naturharten und wärmebehandelten Stählen schließt sich an den linear elastischen Bereich ein ausgeprägtes Fließplateau mit anschließendem Verfestigungsbereich an. Die Spannung, bei der das Fließplateau erreicht wird, ist als Streckgrenze definiert. Kaltverformte Stähle sind dagegen durch einen kontinuierlichen Übergang in den Verfestigungsbereich gekennzeichnet. Als Streckgrenze wird bei diesen Stählen die Spannung definiert, bei der eine plastische Verformung von 0,2 % erreicht wird.

Da das Spannungs-Dehnungs-Verhalten des Stahls unter Druck- und Zugbeanspruchung annähernd gleich ist, werden Materialeigenschaften, wie der Elastizitätsmodul  $E_s$ , die Streckgrenze  $f_y$ , die Bruchdehnung  $\varepsilon_{s,u}$  und die Festigkeit  $f_t$ , mit einem einaxialen Zugversuch bestimmt. Die dafür notwendigen Proben, die Versuchsdurchführung und die zu erreichenden Materialeigenschaften sind in Deutschland zur Zeit u. a. in den DIN 488-1:2009-08, DIN EN 1992-1-1:2011-01, DIN EN 10080:2005-08 und DIN EN ISO 156301:2008-10 geregelt.

Für eine Bemessung nach DIN EN 1992-1-1:2011-01 werden die im Bild 2.4 dargestellten vereinfachten bilinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung verwendet. Als charakteristische Werte der Streckgrenze, der Zugfestigkeit und des Elastizitätsmoduls werden  $500 \text{ N/mm}^2$ ,  $550 \text{ N/mm}^2$  und  $200.000 \text{ N/mm}^2$  angesetzt.

Bei der Verstärkung bestehender Baukonstruktionen ist vor allem auf die geschichtliche Entwicklung und die damit verbundene Sortenvielfalt von Bewehrungsstählen zu achten. Einen Überblick über die Charakterisierung von Bewehrungsstahl und zu den zur Bauzeit gültigen Normen geben u. a. BARGMANN [9], FINGERLOOS [57], RUSSWURM [174] und SCHNELL/LOCH [192].

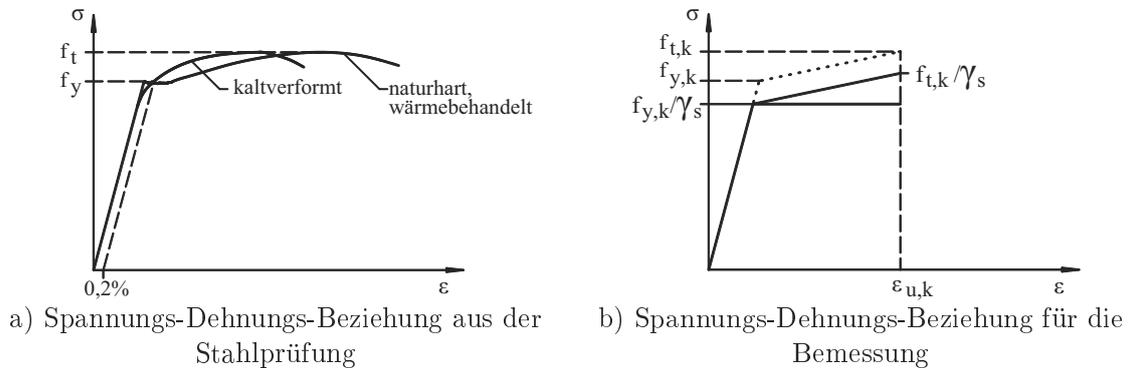


Bild 2.4: Qualitative Spannungs-Dehnungs-Linien von Bewehrungsstahl

### 2.3.4 Stahlbeton

Stahlbeton ist ein Verbundwerkstoff aus Beton und Bewehrungsstahl. Abgesehen von auf Druck beanspruchten Bauteilen durchläuft er in seiner Belastungsgeschichte, je nach Definition, drei bis vier Zustände. Der erste Zustand ist der ungerissene Zustand (Zustand I), an den sich mit der Erstrissbildung der Übergangsbereich in den gerissenen Zustand (hier bezeichnet als Zustand IIa) anschließt. Nach der abgeschlossenen Rissbildung ist der gerissene Zustand (Zustand II bzw. IIb) erreicht, dem, mit dem Einsetzen des Stahlfließens, der Zustand III folgt. Die Kraft-Verformungs-Beziehung von Stahlbeton ist von zahlreichen Faktoren, z. B. von der Belastungsrichtung, der Betonzugfestigkeit, dem Verbundverhalten zwischen Beton und Bewehrungsstahl, der Richtung der Bewehrung und der Bewehrungsmen-

### 2.3 Allgemeine Materialeigenschaften der verwendeten Bau- und Verbundwerkstoffe

ge, abhängig. Eine qualitative Kraft-Verformungs-Beziehung ist im Bild 2.5 dargestellt. Für torsionsbelastete Stahlbetonbauteile werden die einzelnen Bereiche dieser Beziehung in den Abschnitten 2.4.5 und 2.5 anhand von Versuchsergebnissen und theoretischen Betrachtungen ausführlich erläutert. Weitere detaillierte Informationen zum Stahlbeton sind u. a. in den gültigen Normen und Regelwerken sowie LEONHARDT/MÖNNIG [116], LOHMEYER ET AL. [121] und ZILCH/ZEHETMAIER [219] zusammengefasst.

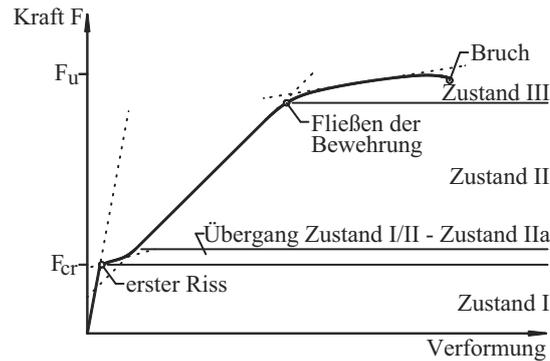


Bild 2.5: Qualitative Kraft-Verformungs-Beziehung von Stahlbeton

#### 2.3.5 Feinbeton

Für den Textilbeton wird ein Beton (Feinbeton) mit einem sehr kleinen Größtkorn benötigt. U. a. BROCKMANN [22] untersucht die Materialeigenschaften des Feinbetons und zeigt, dass das Tragverhalten, abgesehen von größeren Dehnungen, prinzipiell dem im Abschnitt 2.3.2 beschriebenen Verhalten des Betons entspricht.

Bei einer für die Verstärkung mit Textilbeton nutzbaren Betonmatrix ist das Hauptaugenmerk auf die nachfolgend genannten Eigenschaften zu legen:

- guter Verbund zum Altbeton und zur textilen Bewehrung
- ein Elastizitätsmodul, welcher in etwa dem Elastizitätsmodul des Betons der Stahlbetonkonstruktion entspricht
- geringes Schwind- und Kriechmaß
- geringes alkalisches Milieu zum Schutz der Dauerhaftigkeit der AR-Glas-Bewehrung
- Größtkorn mit einem Durchmesser von bis zu 1 mm zur Sicherstellung der Durchdringung der feingliedrigen textilen Bewehrung
- gut verarbeitbar und je nach Anwendungsbereich ggf. frost- und tausalzbeständig

Einige Eigenschaften konkurrieren dabei sehr stark. Feine Zuschläge sind zum Beispiel mit großen Bindemittelanteilen verbunden. Für ein geringes Schwindmaß wäre jedoch ein geringer Bindemittelanteil von Vorteil. Ein weiteres Beispiel ist der zu verwendende Zement. Zur Gewährleistung eines geringen alkalischen Milieus sollte ein Hochofenzement (CEM III) genutzt werden. Für die Frost- und Tausalzbeständigkeit ist wiederum ein Portlandzement (CEM I)

## 2 Stand des Wissens

vorteilhaft. Deshalb ist es sinnvoll, für die verschiedensten Einsatzzwecke unterschiedlich optimierte Feinbetonmischungen zu verwenden.

Als Ergebnis umfangreicher Materialuntersuchungen im Rahmen des SFB 528, die zum Teil in SCHORN ET AL. [194], BUTLER ET AL. [26, 27] und CURBACH/JESSE, F. [40] erläutert sind, wird für einen Feinbeton einer Verstärkungsschicht vorrangig die in der Tabelle 2.1 gezeigte Rezeptur verwendet. Das Verhältnis zwischen Zuschlag und Bindemittel sowie der geringe Größtkorndurchmesser gleicht eher der Zusammensetzung eines zementgebundenen Mörtels. In der Fachliteratur wird jedoch bewusst der Begriff „Feinbeton“ verwendet, um die Verwendung als Konstruktionswerkstoff und die Eigenschaften eines Hochleistungsbetons zu untermauern. Seine wichtigsten mechanischen Eigenschaften sind in der Tabelle 2.2 zusammengefasst.

Umfangreiche Erläuterungen zu Rezepturen, der Herstellung und den Eigenschaften verschiedener Feinbetone sowie deren einzelne Bestandteile sind u. a. dem RILEM Report 36 [19] zu entnehmen.

Tab. 2.1: Rezeptur des auch für die eigenen experimentellen Untersuchungen verwendeten Feinbetons, JESSE, F. [98]

Bestandteil	Masseteile [-]	Menge [kg/m <sup>3</sup> ]
Zement CEM III/B 32,5 NW/HS/NA	0,6670	628,0
Steinkohlenflugasche	0,2820	265,6
Elkem Mikrosilica (Suspension)	0,1067	100,5
Sand 0/1	1,0000	942,0
Wasser	0,2278	214,6
Fließmittel Woerment FM 30 (FM)	0,0112	10,5

Tab. 2.2: Mechanische Eigenschaften des auch für die eigenen experimentellen Untersuchungen verwendeten Feinbetons (Mittelwerte), JESSE, F. [98]

Eigenschaft	Einheit	Wert
Druckfestigkeit	N/mm <sup>2</sup>	76,3
Biegezugfestigkeit	N/mm <sup>2</sup>	7,11
Elastizitätsmodul	N/mm <sup>2</sup>	28.500
Dichte	g/mm <sup>2</sup>	2,17

### 2.3.6 Textile Bewehrung

Die Industrie stellt eine Vielzahl von Fasermaterialien zur Verfügung. Neben tierischen und pflanzlichen Fasern sind beispielsweise Asbest-, Aramid-, Basalt-, Carbon-, Glas-, Metall- und Polypropylenfasern erhältlich, HALM [70]. An geeignete Fasermaterialien für die Verwendung als Bewehrung im Textilbeton werden Forderungen gestellt nach:

- einer hohen Zugfestigkeit,
- ausreichend großer Bruchdehnung,
- geringer Relaxation bei Dauerbeanspruchung,

### 2.3 Allgemeine Materialeigenschaften der verwendeten Bau- und Verbundwerkstoffe

- Dauerbeständigkeit im alkalischen Milieu des Feinbetons,
- Korrosionsbeständigkeit,
- Verarbeitbarkeit auf Textilmaschinen,
- einem hohen Elastizitätsmodul und
- möglichst geringen Kosten, vergleiche CURBACH [35].

Die heute gebräuchlichsten Materialien für textile Bewehrungen sind alkaliresistentes Glas und Carbon. Aktuell laufende Forschungen an Basaltfasern zeigen jedoch, dass eine Grenze bei der Entwicklung neuer Bewehrungsmaterialien noch nicht abzusehen ist.

Für eine textile Bewehrungsstruktur werden zunächst mehrere hundert bis tausende Einzelfilamente mit Durchmessern von wenigen Mikrometern zu Multifilamentgarnen gebündelt und mit einer Schlichte versehen, OFFERMANN ET AL. [146]. Bild 2.6 zeigt qualitativ die Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Einzelfilamenten und Multifilamentgarnen. Die Einzelfilamente zeigen bis zum Versagen ein nahezu linear elastisches Verhalten. Bei Multifilamentgarnen ist dagegen zu Belastungsbeginn und kurz vor dem Versagen eine Abweichung vom linear elastischen Verhalten zu erkennen. Dies wird auf ungleichmäßige Streckung der Einzelfilamente zurückgeführt. Zu Belastungsbeginn sind einige Filamente bereits gestreckt während andere erst glattgezogen werden müssen, so dass ein allmählicher Anstieg der Steifigkeit zu erkennen ist. Durch das Versagen der bereits von Beginn an gestreckten Filamente fällt die Steifigkeit langsam ab, bis auch die Filamente versagen, die zunächst glattgezogen werden mussten. Durch die ungleichmäßige Aktivierung der Einzelfilamente wird auch die geringere Tragfähigkeit der Filamentgarne gegenüber den Einzelfilamenten begründet, ABDKADER [1], DANIELS [44] und OFFERMANN ET AL. [145].

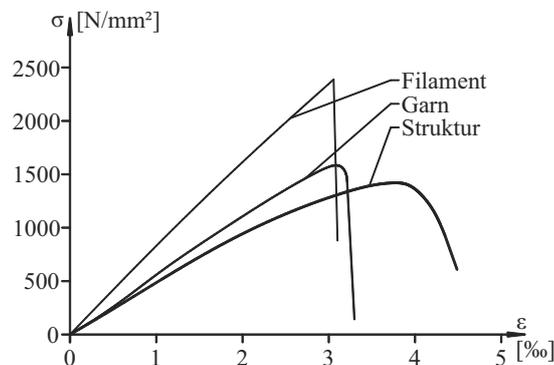


Bild 2.6: Qualitative Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Einzelfilamenten, Multifilamentgarnen und Gelegen, nach OFFERMANN ET AL. [145]

Unter Verwendung einer Nähwirkmaschine werden die einzelnen Multifilamentgarne lagenweise übereinander gelegt, mit einem Nähfaden zu einer Gelegestruktur verbunden und anschließend über eine Beschichtungseinheit mit einer Beschichtung versehen. Mit der an der TU Dresden vorhandenen MALIMO-Maschine der Firma KARL MAYER Textilmaschinenfabrik GmbH können beispielsweise bis zu vier Lagen Multifilamentgarne aus verschiedenen Materialien mit unterschiedlichen Orientierungen überlagert werden. Durch die Art und die Menge der

abschließend aufgetragenen Beschichtung kann u. a. der Verbund der Filamente untereinander, die Verarbeitbarkeit der Gelegestruktur und der Verbund zwischen den Multifilamentgarnen und dem Feinbeton eingestellt werden, GLOWANIA ET AL. [65], KÖCKRITZ [104].

Der im Bild 2.6 gezeigten Spannungs-Dehnungs-Beziehung der Gelegestruktur ist zu entnehmen, dass die Steifigkeit und die Festigkeit gegenüber den Multifilamentgarnen weiter abnimmt. Der Grund hierfür sind die Einflüsse aus der Verarbeitung, wie z. B. der Faserabrieb, der Faseranrich, die Querpressung und die Welligkeit, OFFERMANN ET AL. [145]. Bild 2.7 zeigt eine Auswahl möglicher Strukturen. Zur Charakterisierung einer fertigen textilen Bewehrungsstruktur werden in erster Linie das verwendete Fasermaterial, die Garnfeinheit, der Garnabstand, die Verlegerichtung der Garne sowie die Art und Menge der Beschichtung herangezogen.

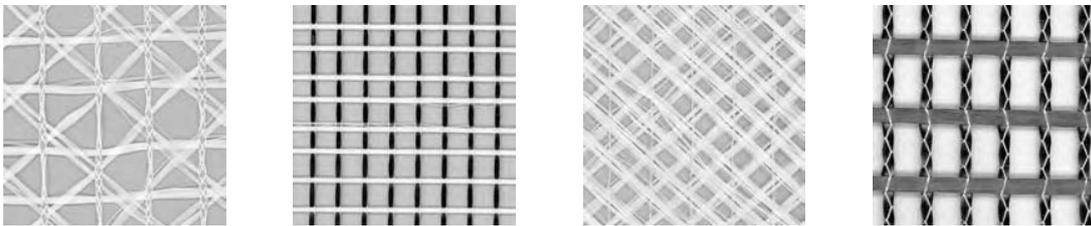


Bild 2.7: Beispiele für textile Bewehrungsstrukturen

Weitere umfangreiche Zusammenfassungen zu möglichen Fasermaterialien, zur Herstellung und zu Eigenschaften textiler Bewehrungen sind in KRÜGER [108] und VOSS [211] enthalten. Für aktuelle Entwicklungen im Bereich der Bindungsarten textiler Gelegestrukturen wird auf KLEICKE ET AL. [106] sowie HAUSDING [77] und für Informationen zu 3D-Textilien auf OFFERMANN ET AL. [146] und ROYE/GRIES [173, 172] verwiesen.

### 2.3.7 Textilbeton

Als textilbewehrter Beton oder kurz Textilbeton wird ein Verbundwerkstoff bezeichnet, der aus dem beschriebenen Feinbeton und der erläuterten textilen Bewehrung besteht. Bei Neubauteilen ist es möglich, in einer vorgefertigten Schalung die textile Bewehrung zu fixieren und anschließend den Feinbeton durch Gießen oder Injizieren zu ergänzen. Für die Verstärkung von bestehenden Stahlbetonbauteilen wird der lagenweise Einbau im Laminier- oder Spritzverfahren favorisiert.

Da u. a. die textile Bewehrung bereits selbst ein Verbundwerkstoff aus Filamenten und Beschichtung ist, wird deutlich, dass das Tragverhalten des Textilbetons von zahlreichen Faktoren beeinflusst wird. Somit kann von den bekannten Eigenschaften der Ausgangsstoffe nicht direkt auf das Tragverhalten des Textilbetons geschlossen werden. Theoretische Modelle, die alle Einflussgrößen angemessen berücksichtigen, liegen noch nicht vor, lediglich erste Ansätze, BRUCKERMANN [23], HARTIG [74], LEPENIES [118] und RICHTER [169].

Deshalb ist zur Beurteilung des Tragverhaltens auf experimentelle Untersuchungen am Verbundwerkstoff zurückzugreifen. Da in erster Linie das einaxiale Zugtragverhalten des Textilbetons von Bedeutung ist, werden hierzu einaxiale Dehnkörperversuche genutzt, deren Versuchsdurchführung und Ergebnisse in JESSE, F. [98], MOLTER [137] und VOSS [211] umfangreich

### 2.3 Allgemeine Materialeigenschaften der verwendeten Bau- und Verbundwerkstoffe

erläutert sind. In diesen Versuchen werden die Garne der Textilien belastungsparallel angeordnet. Ein Ergebnis der experimentellen Untersuchungen stellt das im Bild 2.8 beispielhaft dargestellte Spannungs-Dehnungs-Verhalten dar. Dieses verdeutlicht, dass der Textilbeton, ähnlich wie der Stahlbeton, von Belastungsbeginn bis zum Bruch mehrere Zustände durchläuft.

Im Zustand I ist der Beton noch ungerissen und die Steifigkeit des Textilbetons entspricht in etwa der des Feinbetons. Die in Belastungsrichtung angeordneten Garne beeinflussen die Steifigkeit in diesem Zustand nur minimal. Einen signifikanten, steifigkeitsreduzierenden Einfluss können dagegen die quer zur Belastungsrichtung verlaufenden Garne haben, da sie bei entsprechender Dicke die zu berücksichtigende Betonfläche erheblich reduzieren.

Nach der Elastizitätstheorie dürfte die Erstrisslast durch die textile Bewehrung in Längsrichtung, die maximal 5 % der Querschnittsfläche beträgt, nicht nennenswert beeinflusst werden. Ergebnisse aus Dehnkörperversuchen von JESSE, F. [98] mit einachsiger Bewehrung bestätigen jedoch Ergebnisse früherer Versuche von PELED ET AL. [157] und ROMUALDI ET AL. [170], die zeigen, dass auch mit derartig geringen Bewehrungsgraden die Erstrisslast deutlich erhöht werden kann. Die Begründung liefert die Bruchmechanik mit der rissunterdrückenden Wirkung der Bewehrung, BAYER [12]. JESSE, F. [98] zeigt, dass die Erstrissspannung bei üblichen Bewehrungsgehalten von 2 - 3 % in etwa der Biegezugfestigkeit des Feinbetons, die bei ihm ca.  $7 \text{ N/mm}^2$  betrug, entspricht. Bei zweiachsig bewehrten Dehnkörpern konnte er diesen Effekt allerdings nicht zeigen. Hier erfolgte die Erstrissbildung bei ca.  $4 - 5 \text{ N/mm}^2$ . Dies wird darauf zurückgeführt, dass die in Querrichtung angeordneten Garne bei den dünnen Dehnkörperquerschnitten zu erheblichen Querschnittsschwächungen führen. Er weist außerdem darauf hin, dass die Dehnkörper herstellungsbedingt leicht gekrümmt sind, so dass sie im Zustand I durch zusätzliche Biegebeanspruchungen belastet werden. Die in den Versuchen ermittelten Erstrisslasten könnten somit unterhalb der tatsächlichen Erstrisslasten liegen.

Mit der Überschreitung der Erstrisslast geht der Dehnkörper in den Zustand IIa über. In diesem Zustand verläuft die Spannungs-Dehnungs-Linie flacher als zuvor und es kommt zur mehrfachen Rissbildung. Nachdem die Rissbildung abgeschlossen ist, schließt sich der Zustand IIb an. Die Spannungs-Dehnungs-Linie verläuft im Vergleich zum Zustand IIa mit einer deutlich größeren Steifigkeit annähernd linear bis zum Bruch. Der Bruch erfolgt spröde. Ein Zustand III wie bei Stahlbeton kann wegen den fehlenden plastischen Materialeigenschaften der textilen Bewehrung nicht beobachtet werden.

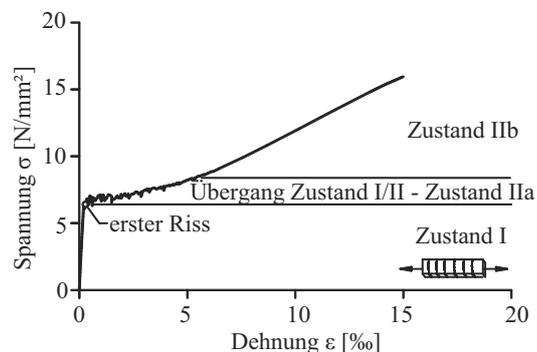
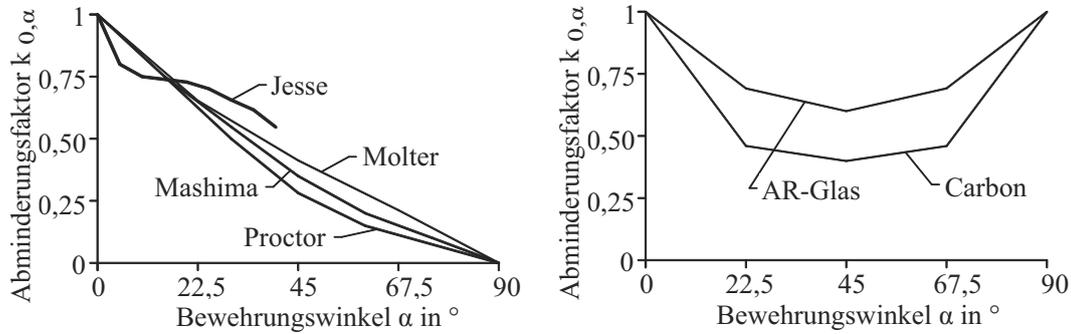


Bild 2.8: Qualitative Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Textilbeton, nach JESSE, F. [98]

Ergebnisse aus **Dehnkörperversuchen mit gedrehter Bewehrung**, bei denen die Bewehrungsrichtung nicht der Belastungsrichtung entspricht, zeigen, dass derartige Winkelabweichungen die Tragfähigkeit minimieren können. MASHIMA ET AL. [129] stellten derartige Versuche an polypropylenfaserbewehrten Dehnkörpern vor. Ergebnisse von glasfaserbewehrten Dehnkörpern sind JESSE, F. [98] sowie MOLTER [137] zu entnehmen und eine Ausweitung der Versuche auf carbonfaserbewehrte Dehnkörper werden in HEGGER/VOSS [79], JESSE, D. [97] und VOSS [211] beschrieben. Die Versuchsergebnisse der verschiedenen Forschungseinrichtungen sind auf Grund von unterschiedlicher Probekörpergestaltung, Versuchsdurchführung und Berücksichtigung von Verankerungsbereichen nicht direkt vergleichbar. Dennoch zeigen alle Untersuchungen, dass die Tragfähigkeit der Bewehrung mit zunehmendem Winkel zwischen der Kraft- und Bewehrungsrichtung deutlich abnimmt. Abminderungsfaktoren, die sich aus früheren Untersuchungen an Garnen ergeben, sind im Bild 2.9 a und die aus Versuchen an Textilien im Bild 2.9 b dargestellt. Versuchsergebnisse zu zwei Textilien, die auch für die eigenen Torsionsversuche verwendet wurden, sind dem Bild 2.10 zu entnehmen. Ergebnisse aus Dehnkörperversuchen, bei denen in einen Dehnkörper eine definierte Rissuferverschiebung eingeleitet wird, ähneln den hier dargestellten Ergebnissen, HEGGER/VOSS [79]. Die Ursachen für die Verringerung der Tragfähigkeit werden schon früh in der zusätzlichen Biegebeanspruchung an den Umlenkpunkten, die durch die Umlenkkräfte entstehenden Querpressungen und Veränderungen des Verbundverhaltens gesucht, BARTOS [10]. Auch aktuelle Arbeiten beziehen diese Ansätze in theoretische Betrachtungen sowie analytische und numerische Modelle mit ein, BEYER [18]. Da aber bis heute belastbare Berechnungsmodelle fehlen, die zeigen, wie die einzelnen Parameter die Tragfähigkeit beeinflussen, werden experimentelle Untersuchungen bzw. eine auf der sicheren Seite liegende Abschätzung empfohlen, JESSE, F. [98].



a) Fasern und Garne, nach MOLTER [137]      b) Textilien mit gleicher Bewehrung in Kett- und Schussrichtung, nach HEGGER/VOSS [79]

Bild 2.9: Einfluss der Bewehrungsrichtung auf die Zugtragfähigkeit (allgemein)

### 2.3 Allgemeine Materialeigenschaften der verwendeten Bau- und Verbundwerkstoffe

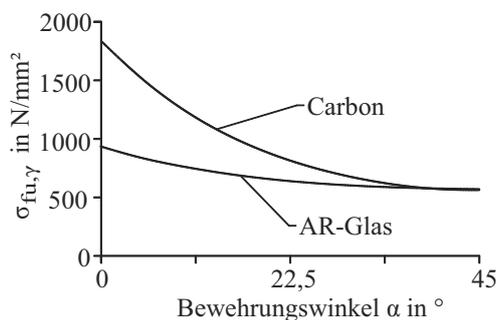


Bild 2.10: Einfluss der Bewehrungsrichtung auf die Zugtragfähigkeit (Textilien 1 und 2 der eigenen Versuche), nach JESSE, D. [97]

Die **Beurteilung des Tragverhaltens unter zweiachsialer Beanspruchung** erfolgt anhand von Ergebnissen aus biaxialen Zug-Zug- und Zug-Druck-Versuchen, HEGGER/VOSS [80], JESSE, D. [97], VOSS [211]. Bei einem torsionsbelasteten Bauteil werden die Einwirkungen über Zug- und Druckkräfte abgetragen, so dass hier vor allem die Ergebnisse der Zug-Druck-Versuche von Interesse sind. Diese Ergebnisse zeigen, dass der Einfluss der Querdruckspannung auf das Tragverhalten gering ist. Die Tragfähigkeit und die Steifigkeit im Zustand II ist mit Versuchen ohne Querdruck vergleichbar. Lediglich im Zustand I wurde eine geringere Steifigkeit als bei Versuchen ohne Querdruck ermittelt. Somit ist die Erstrissspannung mit größeren Dehnungen verbunden. Dieser Effekt wird mit der sich aus der Druckspannung ergebenden Querdehnung begründet. Den Ergebnissen aus den biaxialen Zug-Zug-Versuchen ist zu entnehmen, dass eine Querkzugbeanspruchung zu einer Reduzierung der Tragfähigkeit und der Steifigkeit im Zustand II führen kann. Bei der Beurteilung der Versuchsergebnisse aus biaxialen Versuchen ist die schwierige und zum Teil unterschiedliche Versuchsdurchführung zu berücksichtigen. Zudem ist darauf hinzuweisen, dass Versuchsergebnisse nur in einem sehr geringen Umfang vorliegen und die Ergebnisse sehr stark streuen.

Der **Verbund zwischen den Fasern und dem Feinbeton** beeinflusst das oben beschriebene Tragverhalten und spielt eine entscheidende Rolle bei der Bestimmung der Übergreifungs- und Verankerungslängen, BUTLER [26], LORENZ/ORTLEPP [123]. Zur Ermittlung des Verbundverhaltens werden in erster Linie Auszugsversuche verwendet, bei denen ein Roving aus dem Feinbeton ausgezogen wird. Die dabei gemessene Kraft-Verformungs-Beziehung wird in eine Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung umgerechnet, welche anschließend zur Bestimmung der Übergreifungs- und Verankerungslängen genutzt wird. Details zur Versuchsdurchführung und erste geeignete Berechnungsansätze, die innerhalb des vergangenen Jahres aufgestellt wurden, können LORENZ/ORTLEPP [124, 125, 126] entnommen werden.

Bezüglich der Dauerhaftigkeit von Textilbeton wird auf BUTLER [26] und ORLOWSKY [150] sowie die in KRÜGER [108] zitierte Literatur verwiesen. Der aktuelle Wissensstand zum Tragverhalten von Textilbeton und von mit Textilbeton verstärkten Stahlbetonbauteilen unter Temperatur und Brandbelastung kann u. a. in EHLIG ET AL. [53, 54], KRÜGER ET AL. [109, 110] sowie BÜTTNER ET AL. [25] nachgelesen werden.

## 2.4 Experimentelle Untersuchungen zum Torsionstragverhalten

### 2.4.1 Allgemeines

Im Folgenden werden bereits von verschiedenen Wissenschaftlern durchgeführte experimentelle Untersuchungen an verstärkten und unverstärkten Probekörpern vorgestellt. Dabei werden zunächst die Konstruktionen der meist verwendeten Versuchsstände erläutert, die auch als Vorlagen für den eigenen Versuchsstand dienen. Als Grundlage für die eigenen Versuche sind weiterhin die Durchführung der früheren Versuche, die verwendeten Messverfahren sowie die benutzten Probekörpergeometrien beschrieben. Abschließend erfolgt die Zusammenfassung der in zahlreichen Veröffentlichungen beschriebenen Versuchsergebnisse zu verstärkten und unverstärkten Probekörpern.

### 2.4.2 Versuchsstände

#### 2.4.2.1 Allgemeines

Verschiedene Beanspruchungen verlangen unterschiedliche Versuchsstände. Experimentelle Untersuchungen zur Normalkrafttragfähigkeit von Bauteilen werden vorrangig an stehenden Probekörpern in handelsüblichen Druck- bzw. Zugprüfmaschinen durchgeführt, z. B. ORTLEPP ET AL. [153]. Das Tragverhalten von Bauteilen unter Biege- und Querkraftbeanspruchung wird wiederum an liegenden Probekörpern in Dreipunkt- oder Vierpunkt-Biegeversuchen ermittelt, z. B. SCHLADITZ ET AL. [187]. Der Versuchsstand besteht dabei im Wesentlichen aus zwei Auflagern, einem Portalrahmen für den Prüfzylinder, einem Prüfzylinder und bei den Vierpunkt-Biegeversuchen aus einer Traverse zur Lastverteilung. Bei Versuchen zur Bestimmung des Torsionstragverhaltens von Bauteilen sind die Versuchsstände dagegen deutlich aufwendiger konstruiert und meist Einzelanfertigungen. Sie müssen u. a.

- in den Probekörper eine reine Torsionsbelastung einleiten,
- weder Biege- noch Querkraftbeanspruchungen im Probekörper hervorrufen,
- die Verwölbung der Probekörperquerschnitte ermöglichen und
- die Probekörperverformung in Längsrichtung nicht behindern.

Oft schließen sich daran noch die Forderungen nach einer einfachen Modifizierung für die verschiedensten Probekörperquerschnitte und nach einer finanziell günstigen Lösung an. Im Folgenden werden vier der bedeutendsten Versuchsstände mit ihren Vor- und Nachteilen vorgestellt.

#### 2.4.2.2 Versuchsstand 1 (Zürich-Schweiz)

Für die in den 1960er Jahren an der ETH Zürich durchgeführten Torsionsversuche an Stahlbetonbauteilen wurde ein Versuchsstand verwendet, mit dem neben einer reinen Torsionsbeanspruchung auch kombinierte Beanspruchungen aus Biegung, Querkraft und Torsion in einen Probekörper eingeleitet werden können, LAMPERT/THÜRLIMANN [114, 115]. Die Bilder 2.11 a und b zeigen den Versuchsaufbau für den Lastfall „Reine Torsion“, bei dem neben dem Probekörper die Lasteinleitungskonstruktionen sowie die beidseitig angeordneten Kipp- und Rollenlager zu erkennen sind.

## 2.4 Experimentelle Untersuchungen zum Torsionstragverhalten

An einem Ende des Probekörpers wird die Torsionsbelastung eingeleitet. Die Einleitung erfolgt durch einen Kragarm, der durch einen Zugzylinder belastet wird. Am anderen Probekörperende wird das Verdrehen des Probekörpers mit einer vergleichbaren Einrichtung verhindert. Durch den waagerechten Zug- und schrägen Druckträger besitzt die Kragarmkonstruktion eine fest definierte Bauhöhe, siehe Bild 2.12 a.

Vorteilhaft bei diesem Versuchsstand ist, dass die Lasteinleitung genau in der Auflagerachse erfolgt, wodurch im Probekörper keine Querkraft- und Biegebeanspruchungen, außer denen aus seinem Eigengewicht, hervorgerufen werden. Auch die im Vergleich zu den nachfolgend genannten Versuchsständen sehr steife Kragarmkonstruktion aus Zug- und Druckträgern ist ein Vorteil.

Als nachteilig kann die durch das Rollensystem fest vorgegebene Drehachse bewertet werden. Zur Prüfung von Querschnitten, die eine kleinere Höhe als der Standardquerschnitt haben, ist der Umbau des Rollensystems oder das Einlegen von Futterblechen an beiden Lasteinleitungen notwendig. Nur so kann sichergestellt werden, dass sich die Probekörper um ihren Schubmittelpunkt verdrehen, siehe Bild 2.12 b. Bei der Prüfung von Querschnitten mit einer größeren Höhe als der des Standardquerschnitts würde der Schubmittelpunkt oberhalb der Drehachse liegen, so dass in diesem Fall ein Umbau des Rollensystems erforderlich wäre, siehe Bild 2.12 b.

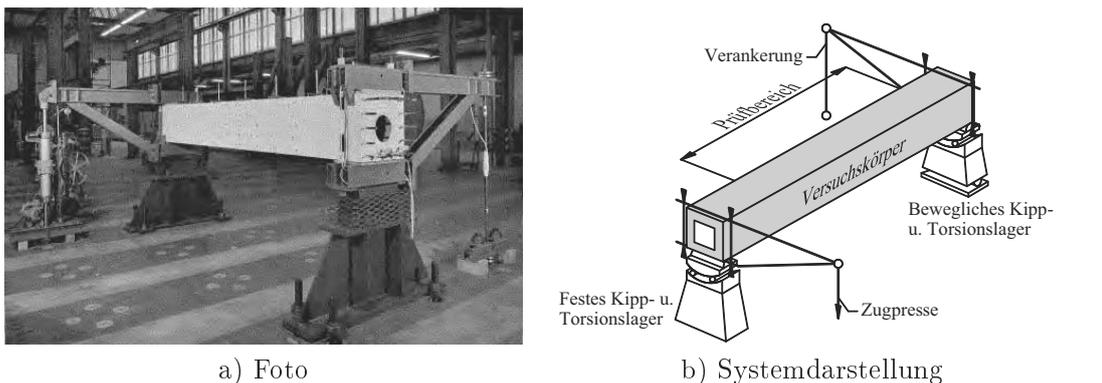


Bild 2.11: Versuchsstand der ETH Zürich, LAMPERT/THÜRLIMANN [115]

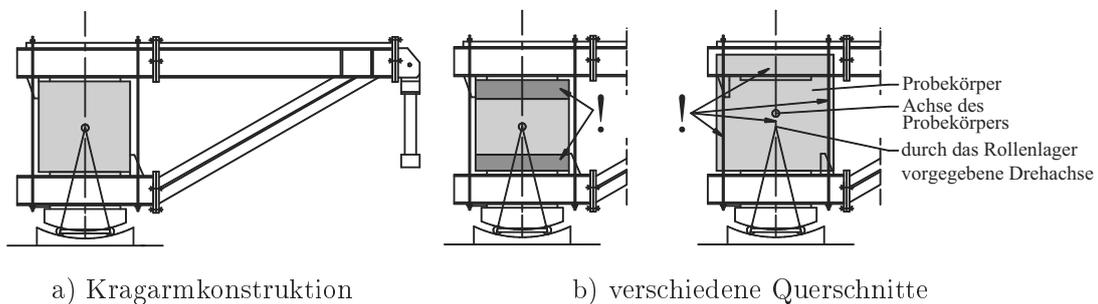


Bild 2.12: Lasteinleitung bei unterschiedlichen Querschnitten

### 2.4.2.3 Versuchsstand 2 (Stuttgart/Rolla-USA)

Diese Art der Konstruktion ist nur für reine Torsionsbelastungen geeignet und deutlich einfacher gestaltet als der zuvor beschriebene Versuchsstand. Sie wurde u. a. in den 1960er Jahren an der Universität Stuttgart und Anfang des 21. Jh. an der University of Missouri-Rolla verwendet, KOUTCHOUKALI/BELARBI [107], LEONHARDT/SHELLING [117]. Die Bilder 2.13 und 2.14 zeigen die Konstruktion der Lasteinleitung sowie die Unterscheidung in ein rollenfreies Festlager und ein drehbewegliches Lager mit einem Rollensystem. Der für die Einleitung der Torsionsbeanspruchung notwendige Kragarm ist als Biegeträger ausgebildet.

Neben der realisierten Lasteinleitung in der Auflagerachse ist auch die vereinfachte Gestaltung des Festlagers als günstig zu bewerten. Des Weiteren wird mit dem als Biegeträger ausgebildeten Kragarm die Anpassung an verschiedene Probekörperquerschnitte vereinfacht, siehe Bild 2.15.

Der Nachteil eines Rollensystems im Bereich der Lasteinleitung besteht jedoch auch bei diesem Versuchsstand. Als nachteilig kann auch die zur Realisierung einer hohen Gesamtsteifigkeit des Versuchsstandes notwendige hohe Biegesteifigkeit des Kragarmträgers gewertet werden. Diese führt besonders bei Probekörpern mit einem großen Torsionswiderstand zu sehr großen, schweren und damit unhandlichen Profilen.

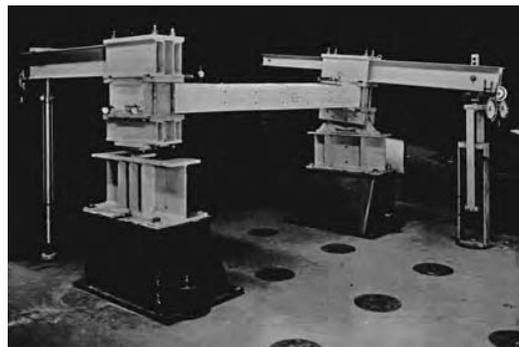


Bild 2.13: Versuchsstand der Universität Stuttgart – Foto, LEONHARDT/SHELLING [117]

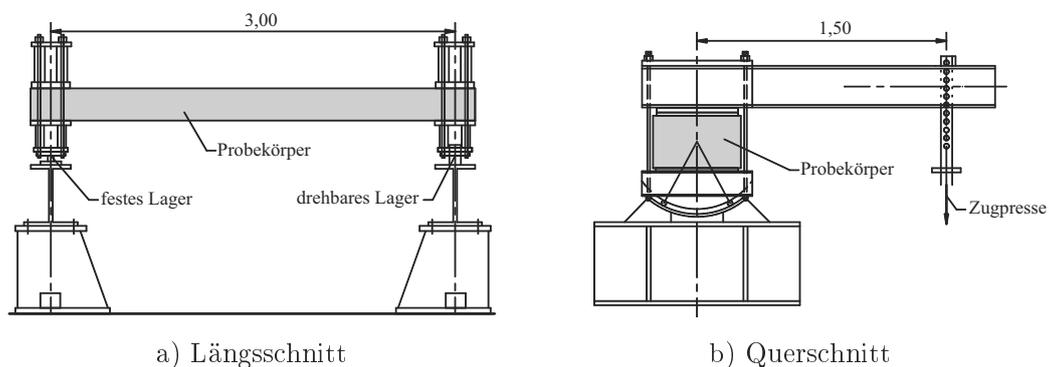


Bild 2.14: Versuchsstand der Universität Stuttgart – System, nach LEONHARDT/ SCELLING [117]

## 2.4 Experimentelle Untersuchungen zum Torsionstragverhalten

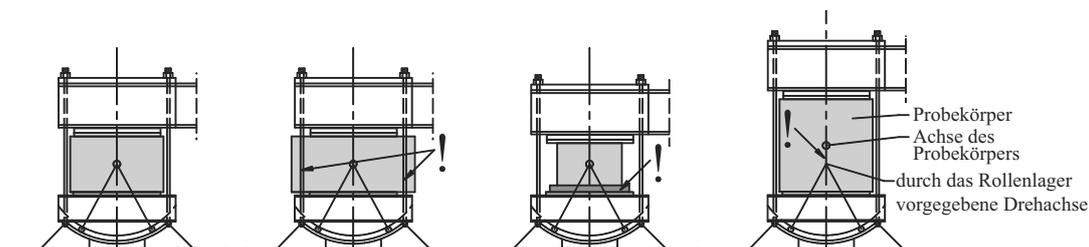


Bild 2.15: Lasteinleitung bei unterschiedlichen Querschnitten

### 2.4.2.4 Versuchsstand 3 (Bochum/Charlotte-USA)

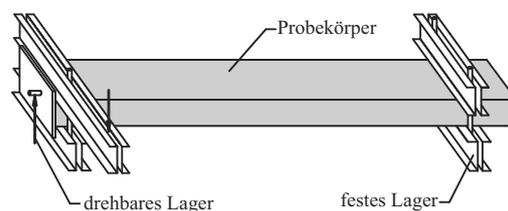
Der Versuchsstand 3, der Anfang des 21. Jh. beispielsweise an der Ruhr-Universität Bochum und der University of North Carolina at Charlotte für Torsionsversuche genutzt wurde, stellt einen vergleichsweise einfachen Aufbau dar, SALOM ET AL. [182], ZEDLER/MARK [218]. In den Bildern 2.16 a und b ist zu erkennen, dass der Probekörper an einem Ende fest eingespannt und am anderen Ende drehbar gelagert ist. Durch einen außerhalb der Auflagerachse einseitig angeordneten, als Biegeträger ausgebildeten Kragarm wird die Torsionsbelastung in den Probekörper eingeleitet.

Der Vorteil bei diesem Versuchsstand liegt in den einfachen Auflager- und Lasteinleitungs-konstruktionen. Durch diese ist die Prüfung von Probekörpern mit den verschiedensten Querschnitten durch eine einfache höhenmäßige Anpassung des Fest- oder des Drehlagers möglich, siehe Bild 2.17.

Der Nachteil besteht in der einseitigen Anordnung des Kragarms außerhalb der Auflagerachse. Mit dieser Gestaltung der Lasteinleitung werden neben dem gewünschten Torsionsmoment auch Biege- und Querkräfte in den Probekörper eingeleitet, so dass keine reine Torsionsbelastung erzeugt werden kann. Im Bild 2.18 sind beispielhaft die Schnittkraftbilder für einen Probekörper mit 2 m Spannweite dargestellt, bei dem ein Torsionsmoment von 50 kNm mit Hilfe eines 1 m langen Kragarms erzeugt wird.



a) Foto



b) Systemdarstellung

Bild 2.16: Versuchsstand der Universität Bochum, ZEDLER/MARK [218]

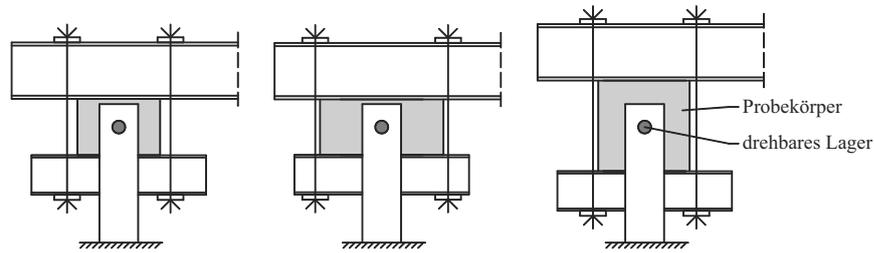


Bild 2.17: Lasteinleitung bei unterschiedlichen Querschnitten

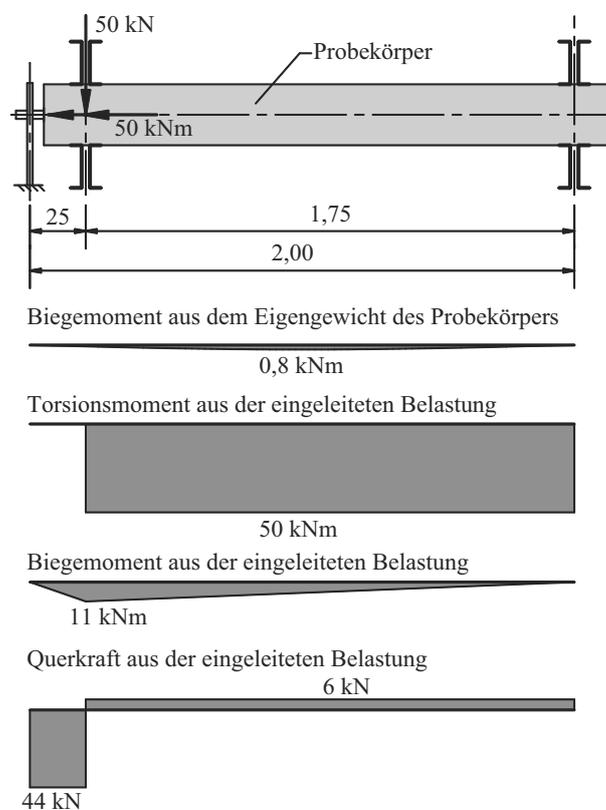


Bild 2.18: Schnittkraftbilder Versuchsstand 3

#### 2.4.2.5 Versuchsstand 4 (Xanthi-Griechenland/Tainan-Taiwan)

Bei dem u. a. an der Democritus University of Thrace und der National Cheng Kung University verwendeten Versuchsstand ist an keinem Probekörperende ein drehfestes Lager vorhanden, CHALIORIS [28], CHIU ET AL. [30]. Den Bildern 2.19 und 2.20 ist zu entnehmen, dass das Gleichgewicht der Kräfte zwischen beiden Probekörperenden durch eine diagonal liegende Traverse sichergestellt wird, die eine Einzellast auf zwei Kragarme verteilt. Verankerungen im Boden des Versuchsfeldes entfallen somit. Die einzelne Kraft kann mit einem Prüfzylinder

## 2.4 Experimentelle Untersuchungen zum Torsionstragverhalten

innerhalb eines Portalrahmens erzeugt werden.

Vorteilhaft bei dieser Konstruktion ist die Lasteinleitung in der Auflagerachse, mit der keine Querkräfte und Biegemomente hervorgerufen werden.

Von Nachteil ist vor allem die lange Traverse, die die Gesamtsteifigkeit des Versuchsstandes erheblich herabsetzt. Mit zunehmender Probekörperlänge oder auch ansteigendem Torsionswiderstand der Probekörper muss die Biegesteifigkeit der Traverse vergrößert werden, was zu einer großen und schweren Konstruktion führen kann. Ein weiterer Nachteil ist das im Bild 2.19 schematisch dargestellte drehbare Lager. Bei dieser Konstruktion würde sich der Probekörper nicht um seinen Schubmittelpunkt, sondern um die Auflagerachse verdrehen, siehe Bild 2.19 b. Damit der Torsionsversuch mit dieser Art der Lasteinleitung richtig durchgeführt werden kann, muss das im Bild 2.20 oder das im Abschnitt 2.4.2.2 erwähnte Auflagersystem verwendet werden. Die Vor- und Nachteile der unterschiedlichen Kragarm- und Auflagergestaltungen können den Abschnitten 2.4.2.2 und 2.4.2.3 entnommen werden.

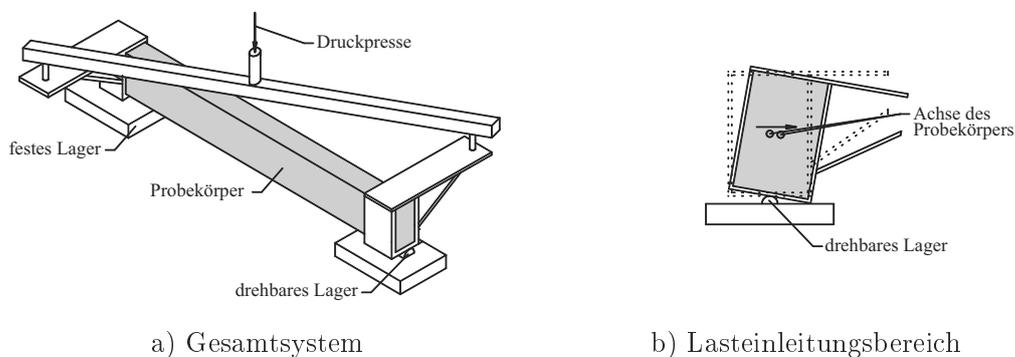


Bild 2.19: Versuchsstand der Democritus University of Thrace, nach CHALIORIS [28]

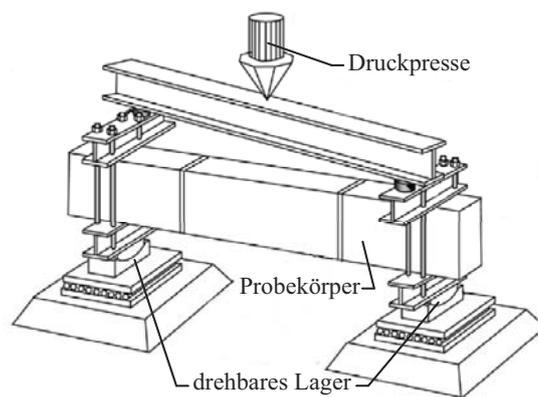


Bild 2.20: Versuchsstand der National Cheng Kung University, CHIU ET AL. [30]

Abschließend zu erwähnen ist eine vergleichbare Konstruktion der McMaster University [63], bei der die Achsen der Lasteinleitung nicht mit den Auflagerachsen übereinstimmen, was zu einer deutlichen Biege- und Querkraftbeanspruchung im Probekörper führt, siehe Bild 2.21. Reine Torsionsbeanspruchungen sind mit diesem Versuchsstand nicht zu erzeugen.

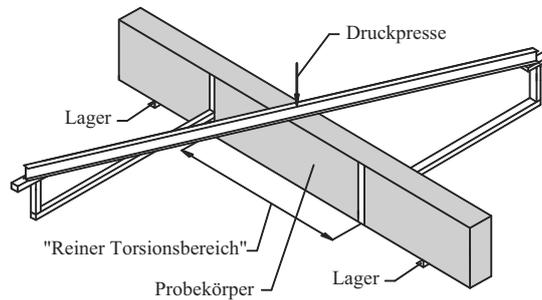


Bild 2.21: Versuchsstand der McMaster University, nach GHOBARAH ET AL. [63]

#### 2.4.2.6 Zusammenfassung

Für reine Torsionsbelastungen scheinen die Versuchsstände 1 und 2 am geeignetsten. Im Vergleich zu den anderen Versuchsständen sind diese Versuchsstände sehr steif und es werden durch die eingeleiteten Kräfte keine Biege- und Querkraftbeanspruchungen im Probekörper hervorgerufen. Der Versuchsstand 3 überzeugt in erster Linie durch seine Flexibilität, mit der es möglich ist, jeden beliebigen Querschnitt zu prüfen. Gelänge es, die hervorgerufenen Biege- und Querkraftbeanspruchungen der Probekörper zu unterbinden, wäre dies der favorisierte Versuchsstand. Die Lasteinleitungs- und Auflagerkonstruktion des Versuchsstandes 4 müsste ähnlich aufwendig gestaltet sein wie die der Versuchsstände 1 und 2. Somit ist kein Vorteil, sondern mit der langen Traverse eher ein Nachteil gegenüber diesen Versuchsständen zu erkennen. Der Versuchsstand 4 ist ausschließlich bei einem fehlenden Spannfeld empfehlenswert.

Ein Versuchsstand, der durch die eingeleiteten Kräfte keine Biege- und Querkraftbeanspruchungen im Probekörper hervorruft und sehr einfach auf unterschiedliche Probekörperquerschnitte angepasst werden kann, ist nicht bekannt. Er war somit im Rahmen der eigenen experimentellen Untersuchungen neu zu entwickeln.

#### 2.4.3 Versuchsdurchführung und Messverfahren

Die ersten veröffentlichten Torsionsversuche wurden vorrangig genutzt, um belastungsabhängige Verdrehungen zu ermitteln, DULEAU [51]. Da der Kragarm stufenweise mit vorher definierten Gewichten (z. B. Stahlgewichten) belastet wurde, war die Belastung während des Versuches bekannt, ohne sie in diesem Moment zu messen. Die Ermittlung der Verdrehung erfolgte mit Winkelmessern.

Nachdem sich auch die ersten Torsionsversuche an Beton- und Stahlbetonbauteilen nur auf die Ermittlung der belastungsabhängigen Verdrehung und der Rissentwicklung beschränkten, sollten bei den Versuchen ab Mitte des 20. Jh. deutlich mehr Informationen gewonnen werden, LAMPERT ET AL. [113], LEONHARDT/SHELLING [117]. Seitdem erfolgte die Neigungsmessung mit Klinometern und die Durchbiegungen wurden durch Nivellierung bestimmt. Zur Bestimmung der Oberflächenverformungen kamen Setzdehnungsmesser zum Einsatz und zur Messung der Rissbreiten ein Rissemikroskop. Da alle Messstellen manuell abgelesen werden mussten, konnte das Erfassen der Daten mehrere Stunden dauern. Die Zeit dafür wurde in den Belastungsverlauf, durch mehrere Belastungspausen mit konstanter Last bzw. konstanter

Verformung eingeplant. Mit den verwendeten Hydraulikpressen war das Aufbringen der Kraft jetzt stufenlos möglich.

Bei den neuesten Versuchen werden zur Ermittlung der Oberflächenverformungen u. a. Dehnmessstreifen (DMS) eingesetzt. Mit diesen können sehr kleine Dehnungen gemessen werden. Bei sehr großen Verformungen, z. B. beim Messen über Risse, besteht die Gefahr, dass der DMS auf Grund seiner Bauart zerstört wird. Somit werden zum Messen von größeren Verformungen vorrangig induktive Wegaufnehmer (IWA) verwendet. Die Messbereiche der IWA sind dabei frei wählbar. In den letzten Jahren kommen immer häufiger auch photogrammetrische Messverfahren zum Einsatz. Sie ermöglichen flächige Messungen von kleinen als auch großen Verformungen.

Die durch Prüfzylinder in den Probekörper eingeleiteten Kräfte werden vorrangig mittels Kraftmessdosen gemessen oder durch Öldruckmessungen im Prüfzylinder ermittelt. Mit der aktuellen elektronischen Rechen- und Messtechnik können die Messwerte der Messstellen in Bruchteilen einer Sekunde erfasst werden, so dass heutzutage auf die Pausen im Belastungsverlauf verzichtet werden kann. Diese Freiheit führt u. a. dazu, dass bei den verschiedensten Versuchen – wie auch früher – sehr unterschiedliche Belastungsverläufe, aber auch Belastungsgeschwindigkeiten verwendet werden. Konstante Belastungsverläufe bis zum Versagen des Probekörpers, aber auch Belastungsverläufe mit zyklischer Be- und Entlastung werden genutzt. Die Versuchsdauer unterscheidet sich von wenigen Minuten bis zu mehreren Tagen. Der Versuch wird meist nach einem deutlichen Lastabfall beendet. Es kommen sowohl die Kraft- als auch die Wegsteuerung zum Einsatz. AL-MAHAIDI/HII [2], KOUTCHOUKALI/BELARBI [107] und RAHAL/COLLINS [161] können aktuelle Versuchsdurchführungen entnommen werden.

### 2.4.4 Probekörper

Erste Versuche zum Torsionstragverhalten metallischer Körper begannen mit runden und quadratischen Querschnitten, NAVIER [142]. Sie wurden im Laufe der vergangenen zwei Jahrhunderte u. a. auf elliptische, rechteckige, trapez- und dreieckförmige sowie dünnwandige, profilierte Querschnitte ausgeweitet, BACH [5, 7].

Auch im Bereich des Beton- und Stahlbetonbaus begannen die Untersuchungen mit runden und quadratischen Querschnitten und wurden erst später auf rechteckige sowie T- und L-förmige Querschnitte ausgedehnt, siehe bspw. BACH/GRAF [8], MÖRSCH [139]. Sie umfassten sowohl Voll- als auch Hohlquerschnitte. Die Außenabmessungen der Querschnitte betragen meist ca. 20 bis 40 cm. Die kleinsten und größten Querschnittsabmessungen waren in Bereichen von 10 bis 15 cm und 60 bis 80 cm zu finden.

Die Bauteillängen setzen sich aus dem Prüfbereich und den Lasteinleitungsbereichen zusammen. Dabei wurden die Längen der Prüfbereiche so gewählt, dass sie größer als der Umfang der Probekörper waren. Nur so konnte sichergestellt werden, dass sich die im Winkel von ca. 45° zu erwartenden Risse ungehindert, mindestens einmal umlaufend um den Probekörper ausbilden. Bei den ersten Versuchen erhielten die Probekörper in den Lasteinleitungsbereichen vergrößerte Querschnitte, die bis zum Prüfbereich auf den zu prüfenden Querschnitt verjüngt wurden, BACH [7]. Bei rechteckigen Probekörpern wird seit den 1920er Jahren auf eine derartige Aufweitung in den Randbereichen verzichtet. Nur bei runden Probekörpern ist es noch heute üblich, im Randbereich rechteckige Querschnitte vorzusehen.

Neben den Querschnittsgeometrien unterschieden sich die Konstruktionen der Probekörper durch die Bewehrungsanordnung. Längs- und Bügelbewehrungen sowie wendelförmige Beweh-

rungen wurden mit unterschiedlichen Stababständen und Bewehrungsgehalten kombiniert. Um das Versagen im Bereich der Lasteinleitung zu vermeiden, erfolgte dort eine Verdichtung der Bewehrung. Die Dicke der Betondeckung betrug, abgesehen von wenigen Versuchen u. a. von ZEDLER/MARK [218], die zur Untersuchung von Betondeckungen genutzt wurden, 1 bis 2 cm.

Bis auf die wendelförmige Bewehrungsanordnung, die seit den Versuchen von LEONHARDT/SCHELLING [117] nicht weiter untersucht wurde, und dem frühzeitigen Wegfall der Aufweitungen im Randbereich, sind die Geometrien der Probekörper bis heute relativ konstant geblieben.

Im Bereich der verwendeten Baustoffe wird dagegen die materielle Entwicklung im Stahlbetonbau deutlich. Bei den ersten Versuchen kamen noch glatte Stähle mit einer Streckgrenze von ca.  $390 \text{ N/mm}^2$  und einer Zugfestigkeit von ca.  $590 \text{ N/mm}^2$  zum Einsatz, BACH [7]. Die heute verwendeten, gerippten Stähle besitzen meist eine Streckgrenze von über  $550 \text{ N/mm}^2$  und eine Zugfestigkeit von über  $600 \text{ N/mm}^2$ . Noch deutlicher wird der Unterschied bei den verwendeten Betonen. Sie besaßen Anfang des 20. Jh. eine Druckfestigkeit von ca.  $25 \text{ N/mm}^2$ , BACH [7]. Neuere Torsionsversuche wurden zum Teil schon mit Betondruckfestigkeiten von ca.  $100 \text{ N/mm}^2$  durchgeführt, KOUTCHOUKALI/BELARBI [107].<sup>1</sup>

### 2.4.5 Versuchsergebnisse

#### 2.4.5.1 Allgemeines

Im Folgenden wird das Torsionstragverhalten von Beton- und Stahlbetonbauteilen zusammengefasst, welches sich in zahlreichen experimentellen Untersuchungen abzeichnete und u. a. von GRAF/MÖRSCH [67, 139], HSU [95, 92], LAMPERT ET AL. [113, 115], LEONHARDT/SCHELLING [117], MIYAMOTO [133] sowie TURNER/DAVIES [206] veröffentlicht wurde. Dabei werden die im Abschnitt 2.3.4 beschriebenen Zustände, die ein Stahlbetonprobekörper in seiner Belastungsgeschichte durchläuft, getrennt betrachtet.

Die Versuchsergebnisse zum Torsionstragverhalten von Stahlbetonprobekörpern im Zustand I und die von unbewehrten Betonprobekörpern ähneln sich und werden damit im Abschnitt 2.4.5.2 zusammen aufgeführt. Nach einer anschließenden Betrachtung des Übergangsbereiches in den Zustand II und des Zustandes II/III folgen im Abschnitt 2.4.5.5 Ergebnisse zu verstärkten Stahlbetonprobekörpern.

#### 2.4.5.2 Betonprobekörper und Stahlbetonprobekörper im Zustand I

Die Beton- und die Stahlbetonprobekörper unterscheiden sich hauptsächlich durch ihr Versagen.

Das **Bruchmoment**, welches bei unbewehrten Betonprobekörpern zum vollständigen Versagen führte, wird mit der Erstrissbildung erreicht. Somit entspricht das Bruchmoment dem Rissmoment. Bei Stahlbetonprobekörpern schließt sich mit der Erstrissbildung der Übergang in den Zustand II an, so dass das Bruchmoment meist deutlich über dem Rissmoment liegt.

Das **Rissmoment** bei identischen Probekörperquerschnitten ist bei einem Beton- und einem Stahlbetonprobekörper weitgehend identisch. Die Längs- und Bügelbewehrung zeigen bei den untersuchten Bewehrungsgraden von bis zu ca. 2 % keinen nennenswerten Einfluss auf das Rissmoment. Bei den untersuchten Bewehrungsgraden besitzen ausschließlich Probekörper mit einer wendelförmig angeordneten Bewehrung ein bis zu 50 % erhöhtes Rissmoment.

---

<sup>1</sup>Prüfkörpergeometrien für die Druckprüfung unterschieden sich

## 2.4 Experimentelle Untersuchungen zum Torsionstragverhalten

Unterschiedliche Rissmomente werden in erster Linie bei unterschiedlichen Querschnittsformen sichtbar. So erreichen Probekörper mit identischen Betoneigenschaften und gleichen Außenabmessungen mit einem Vollquerschnitt ein höheres Rissmoment als Probekörper mit einem Hohlquerschnitt. Des Weiteren wird bei gleichbleibender Betoneigenschaft und identischer Querschnittsform das Rissmoment mit steigender Querschnittsgröße vergrößert. Bei der Vergrößerung der Betonzugfestigkeit erhöht sich ebenfalls das maximal aufnehmbare Rissmoment.

Die **Verwindung** wird im Wesentlichen durch die gleichen Faktoren beeinflusst wie das Rissmoment. Bei gleichen Außenabmessungen sind Laststeigerungen bei Vollquerschnitten mit geringeren Verwindungen verbunden als bei Hohlquerschnitten und auch mit steigender Querschnittsgröße nimmt die belastungsabhängige Verwindung ab. Eine Erhöhung des Elastizitätsmoduls des Betons ist ebenfalls mit einer Verringerung der Verwindung verbunden.

Das Bild 2.22 zeigt die eben genannten Zusammenhänge beispielhaft an einer Torsionsmomenten-Verwindungs-Beziehung.

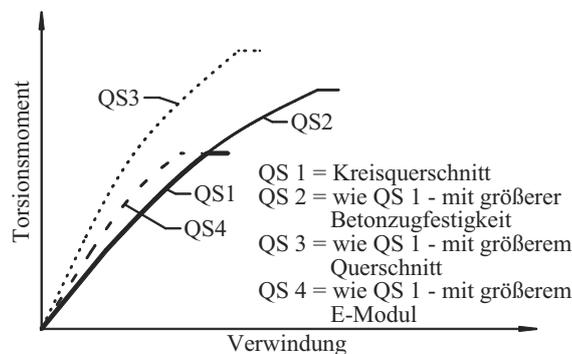


Bild 2.22: Torsionsmomenten-Verwindungs-Beziehung unbewehrter Betonprobekörper

Die **Torsionssteifigkeit** im Zustand I nimmt von Belastungsbeginn bis zum Rissmoment um ca. 30 % ab und ist im Mittel ca. zehnmal so groß wie im Zustand II, siehe auch Bild 2.26.

Der **Riss**, der sich mit dem Erreichen des Rissmomentes ausbildet, führt bei allen Betonprobekörpern zum Versagen. Die Bruchfläche ist charakterisiert durch eine umlaufende Bruchkante, die zu ca. 3/4 ihrer Länge (bei rechteckigen Probekörpern auf drei Seitenflächen) spiralförmig im 45°-Winkel verläuft. Auf der restlichen Länge wird die Verbindung zwischen dem Anfangs- und Endpunkt der im Winkel von 45° verlaufenden Bruchkante hergestellt, siehe dazu Bilder 2.23 - 2.25.

Bei den Stahlbetonprobekörpern kommt es mit Beginn der ersten Rissbildung nicht zum Versagen. Es bilden sich fast zeitgleich mehrere Risse und es schließt sich der Übergang in den Zustand II an.

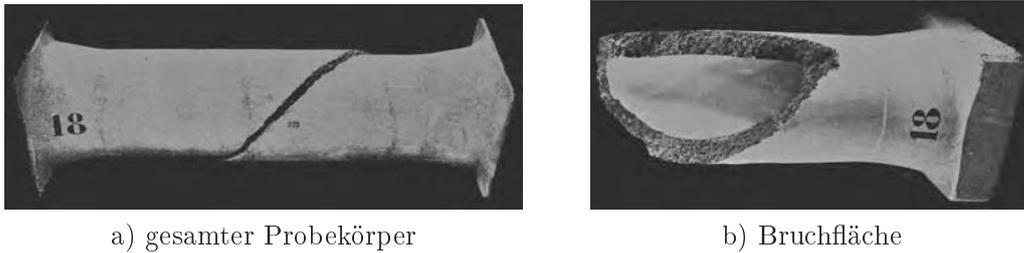


Bild 2.23: Bruchfläche eines unbewehrten Betonkörpers mit ringförmigem Querschnitt, BACH/GRAF [8]



Bild 2.24: Bruchfläche eines unbewehrten Betonkörpers mit rechteckigem Querschnitt, BACH/GRAF [8]

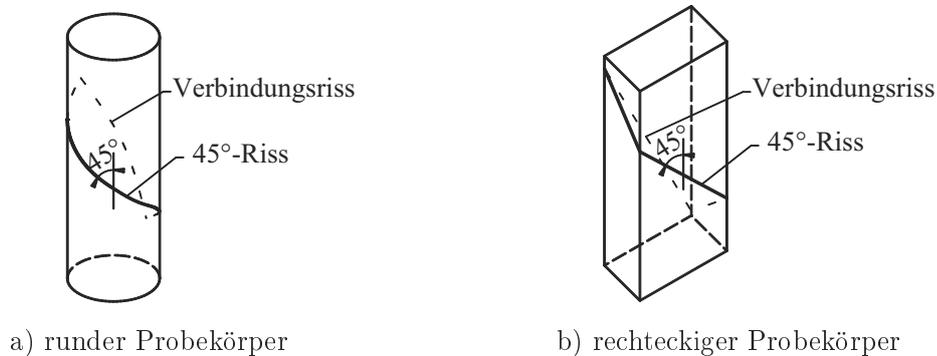


Bild 2.25: Bruchkante unbewehrter Betonprobekörper

Die **Verformung des Betons** ist durch im Winkel von  $45^\circ$  zur Längsachse des Probekörpers geneigte Hauptdehnungen charakterisiert, welche durch den Verlauf der Risse bestätigt werden. Nachdem die Dehnungen und Stauchungen bis zu einem Viertel des Rissmomentes linear zunehmen, weichen sie bis zum Rissmoment immer mehr vom linearen Verlauf ab. Sowohl die Dehnungen als auch die Stauchungen werden größer. Bei runden Probekörperquerschnitten sowie bei Hohlquerschnitten ist die Dehnung über den gesamten Umfang in etwa gleich groß. Der Dehnungsverlauf quadratischer Vollquerschnitte besitzt dagegen die größten Dehnungen in den Mitten der Seitenflächen. Zu den Ecken hin werden diese Dehnungen geringer. Dabei haben rechteckige Probekörper die größten Dehnungen auf der breiten Querschnittsseite.

Die **Verformung der Stahlbewehrung** ist abhängig von der Verlegerichtung. Bei Bewehrungen aus Bügeln und Längseisen, die senkrecht bzw. parallel zu den Probekörperaußenkanten verlegt sind, ist bis zum Erreichen des Rissmomentes die Dehnung der Bewehrungseisen in etwa Null. Die wendelförmig im Winkel von  $45^\circ$  verlegte Bewehrung besitzt die Dehnungen des Betons in seinen Hauptdehnungsrichtungen.

### 2.4.5.3 Stahlbetonprobekörper im Übergangsbereich zum Zustand II

Mit der Erstrissbildung und dem damit einsetzenden Übergang in den Zustand II wird der Einfluss der Bewehrung klar erkennbar.

Das **Bruchmoment** bei Probekörpern, die ausschließlich eine Längs- oder Bügelbewehrung besitzen, entspricht größtenteils dem Rissmoment oder ist nur geringfügig größer. Diese Probekörper versagen meist in dem Übergangsbereich zum Zustand II. Deutlich anders stellt sich der Übergang bei Probekörpern dar, in denen Längs- und Bügelbewehrung bzw. eine senkrecht zu den auftretenden Rissen angeordnete Wendelbewehrung vorhanden sind. Sind diese Probekörper nicht unterbewehrt, liegt das Bruchmoment deutlich über dem Rissmoment und wird erst nach dem Übergangsbereich, im Zustand II oder III, erreicht.

Die **Lastzunahmen** im Übergangsbereich sind sehr gering und die im Folgenden beschriebenen Beobachtungen stellen zwei Grenzfälle dar. Die größten Lastzunahmen werden erreicht bei Probekörpern mit einem hohen Bewehrungsgehalt, einer geringen Betonzugfestigkeit und einem kleinen Betonquerschnitt (z. B. Hohlquerschnitt). Die kleinen Zugkräfte, die durch das geringe Rissmoment frei werden, können umgehend und ohne große Verformungszunahme, durch die vorhandene Bewehrung aufgenommen werden, so dass die Lasten gesteigert werden können. Bei Probekörpern mit geringem Bewehrungsgehalt, einer hohen Betonzugfestigkeit und einem großen Betonquerschnitt (z. B. Kreisvollquerschnitt) ist die Lastzunahme am geringsten. Hier sind zunächst große Verformungen der Bewehrung notwendig, um die hohen frei werdenden Zugkräfte aufnehmen zu können.

Die **Verwindung** der Probekörper nimmt nach dem Erreichen des Rissmomentes sprunghaft zu. Dem Bild 2.26 kann man u. a. den starken Abfall der **Torsionssteifigkeit** und die große Verformungszunahme der bewehrten Probekörper entnehmen.

Bei Probekörpern, die sich ausschließlich durch den Bewehrungsgrad unterscheiden, wird die Größe der sprunghaften Verwindungszunahme mit steigendem Bewehrungsgrad geringer. Mit steigendem Elastizitätsmodul der Bewehrung zeigt sich der gleiche Effekt. Auch eine wendelförmige Bewehrungsführung, die senkrecht zu den Rissen angeordnet ist, führt zu einer deutlich geringeren Verwindungszunahme im Übergangsbereich als eine Bewehrung aus Längs- und Quereisen.

Die Beobachtungen zur Verwindungszunahme bei unterschiedlichen Querschnittsformen wird an einem beispielhaften Vergleich von einem Voll- und einem Hohlquerschnitt mit gleichen Außenabmessungen, Materialeigenschaften und identischen Bewehrungsgraden sowie Bewehrungsanordnungen im Bild 2.26 gezeigt. Der Vollquerschnitt hat ein höheres Rissmoment als der Hohlquerschnitt, so dass der Übergang in den Zustand II bei einem größeren Torsionsmoment beginnt. Das größere Moment hat im Zustand II eine größere Verwindung zur Folge. Somit ist der Übergangsbereich bei dem Vollquerschnitt mit einer größeren Verwindungszunahme verbunden als bei dem Hohlquerschnitt.

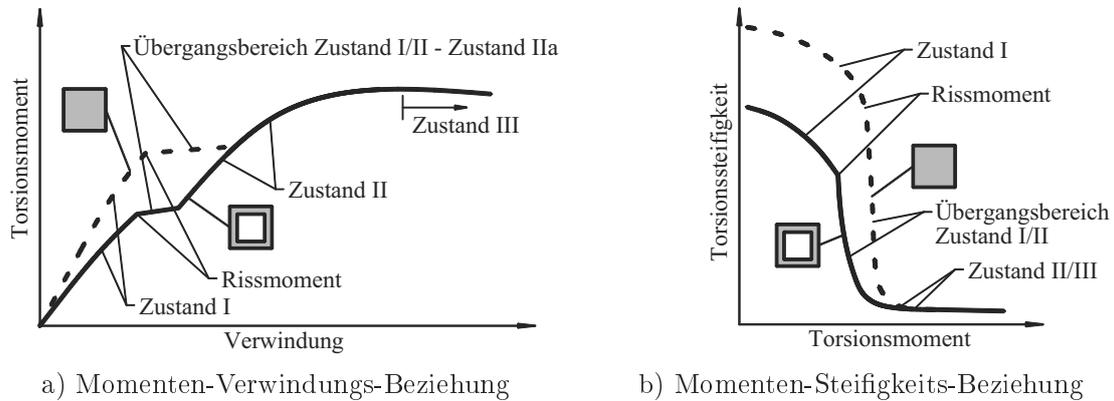


Bild 2.26: Tragverhalten von Stahlbetonprobekörper im Übergangsbereich vom Zustand I in den Zustand II, nach LEONHARDT/SHELLING [117]

Die **Risse** entstehen unabhängig von der Querschnittsgestaltung, Bewehrungsanordnung und der Materialqualität immer umlaufend im Winkel von ca.  $45^\circ$ . Bei Probekörpern, die ausschließlich eine Längs- oder Bügelbewehrung besitzen, bildet sich, ähnlich wie bei unbewehrten Probekörpern, meist nur ein umlaufender Riss im Winkel von ca.  $45^\circ$ , dem das Versagen des Probekörpers folgt. Besitzen die Probekörper eine Bewehrung aus Bügeln und Längseisen bzw. eine senkrecht zu den auftretenden Rissen angeordnete Wendelbewehrung, bilden sich nach dem Erreichen des Rissmomentes mehrere Risse im Winkel von ca.  $45^\circ$ , die bei runden Probekörpern schraubenlinienförmig von einem zum anderen Probekörperende verlaufen. Bei den rechteckigen Probekörpern beginnt die Rissbildung auf den Seitenflächen. Die Risslängen wachsen mit steigender Belastung weiter an, bis die Risse über die gesamten Seitenflächen reichen. Obwohl sich die Risse der unterschiedlichen Seitenflächen an den Probekörperecken nur selten treffen, hat man auch hier den Eindruck, dass die Risse schraubenlinienförmig von einem zum anderen Probekörperende verlaufen. Betrachtet man die Bilder 2.23 a, 2.24 a sowie 2.27 a und b, werden die Unterschiede in der Rissbildung von unbewehrten und bewehrten Probekörpern sichtbar.

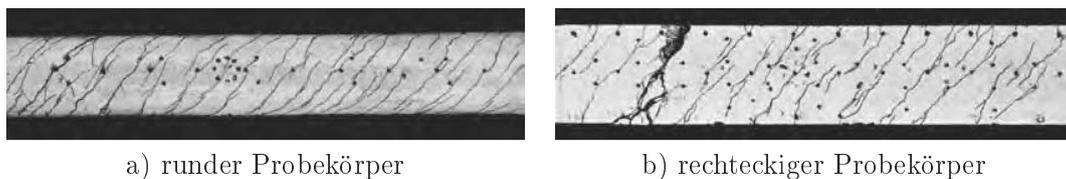


Bild 2.27: Risse an bewehrten Betonprobekörpern, LEONHARDT/SHELLING [117]

Die **Verformung der Stahlbewehrung** zeigt einen plötzlichen Anstieg, wobei die mittleren Dehnungen der Bügel über den Umfang und die der Längsbewehrung über die Probekörperlänge konstant sind.

Die **Verformung des Betons** ist gekennzeichnet durch eine zunehmende Rissentwicklung in der Hauptzugrichtung und einen deutlich Anstieg der Stauchungen in der Hauptdruckrichtung.

#### 2.4.5.4 Stahlbetonprobekörper im Zustand II/III

Nachdem der Großteil der Rissbildung abgeschlossen ist, befinden sich die Probekörper, welche die o. g. wendelförmige Bewehrung oder Bewehrung aus Bügeln und Längsseisen besitzen, im Zustand II.

Das **Bruchmoment**, welches das maximal aufnehmbare Torsionsmoment des Probekörpers darstellt, wird in diesem Zustand II erreicht. Ein ggf. anschließender Zustand III, in dem die Bewehrung fließt, ist mit einer Verformungszunahme sowie einem Abfall der Torsionstragfähigkeit verbunden und spielt somit eine untergeordnete Rolle, vergleiche Bild 2.26.

Nach dem Erreichen des Maximalmomentes im Zustand II fällt die Tragfähigkeit ab und es kommt zum Versagen des Probekörpers. Dieser Abfall der Tragfähigkeit und das Versagen kann mehrere Ursachen haben, die im Folgenden kurz erläutert werden.

- **Betonversagen:** Ist die Tragfähigkeit des Betonanteils geringer als die des Stahlquerschnittes, das heißt der Beton versagt bevor die Stahlbewehrung ins Fließen kommt, versagt das Bauteil plötzlich beim Überschreiten der Betontragfähigkeit. Dies ist eher selten und nur bei deutlich überbewehrten Bauteilen der Fall.
- **Stahlversagen:** Liegt die Tragfähigkeit der Stahlbewehrung unter der des Betons, kündigt sich das Versagen durch das Fließen der Bewehrung an. Das Fließen des Stahls ist mit sehr großen Verformungen verbunden, was wiederum ein Versagen des Betons auf Druck zur Folge hat.
- **Trennbruchversagen:** Bei größeren Bügelabständen kann sich der maßgebende Riss auf mindestens einer Seite zwischen zwei Bügeln ausbilden. Vereinzelt zeigen, dass sich anschließend die Rissufer trennen und keine weitere Laststeigerung möglich ist. Umfangreiche experimentelle Untersuchungen zum Trennbruchversagen und zu seinen Grenzen gibt es noch nicht.
- **Verankerungsbruch:** Durch nachgebende Verankerungen der Stahlbewehrung kann es bereits vor dem Erreichen der Fließgrenze zu großen Verformungen kommen, die, wie beim Stahlversagen, zum Versagen des Betons führen.
- **Kantenbruch:** Bei Probekörpern mit großen Bügelabständen und kleinen Durchmessern der Eck-Längsstäbe kommt es noch vor dem Beton- und Stahlversagen zum Ausbrechen der Ecken, was zum vorzeitigen Versagen des Bauteils führt.

Die Versuchsergebnisse, aus denen die o. g. Versagensarten erkennbar sind, zeigen, dass das Bruchmoment neben den Eigenschaften des verwendeten Materials im Wesentlichen von der Querschnittsgestaltung beeinflusst wird.

Betrachtet man zunächst die durch die Außenkanten des Probekörpers umschlossene Querschnittsfläche, ist zu erkennen, dass Probekörper mit einer größeren Querschnittsfläche, bei sonst identischen Eigenschaften (z. B. gleiche Querschnittsform), eine größere Tragfähigkeit besitzen als Probekörper mit einer kleineren Querschnittsfläche. Dabei ist es von untergeordneter Bedeutung, ob der Querschnitt als Voll- oder Hohlquerschnitt ausgebildet ist. Es werden in beiden Fällen die gleichen Bruchmomente erreicht, siehe beispielhaft Bild 2.26.

Zusätzlich zur Querschnittsform wirkt sich die Anordnung der Bewehrung im Querschnitt auf die maximale Tragfähigkeit des Probekörpers aus. Mit einer Anordnung der Bewehrungen

nah an den Querschnittsaußenkanten, unter Beachtung der Betondeckung, wird eine höhere Tragfähigkeit erreicht als bei einer Anordnung im Kernbereich des Querschnittes. Dabei führt bei gleichem Bewehrungsgrad eine senkrecht zu den Rissen, wendelförmig angeordnete Bewehrung zu deutlich höheren Bruchmomenten als eine Bewehrung aus Längs- und Quereisen. Mit einer über den Umfang gleichmäßig aufgeteilten Längs- bzw. Wendelbewehrung wird eine höhere Tragfähigkeit erreicht als bei einer ungleichmäßigen Verteilung. Bei quadratischen Probekörpern mit Längs- und Bügelbewehrung ist es dabei nicht von Bedeutung, ob die Längsbewehrung gleichmäßig auf die vier Eckbereiche oder gleichmäßig auf den Umfang verteilt wird, solange mindestens ein Längseseisen pro Ecke angeordnet wird.

Prinzipiell steigt, bis zum Erreichen des Betonversagens, mit zunehmendem Bewehrungsgrad das Bruchmoment. Dabei nimmt das Bruchmoment bei einer gleichmäßigen Erhöhung des Bewehrungsgrades in Längs- und Querrichtung deutlicher zu als bei einer sehr ungleichmäßigen Erhöhung. Bei sehr unterschiedlichen Bewehrungsgraden in Längs- und Querrichtung versagt der Probekörper nach dem beginnenden Fließen der schwächeren Bewehrung, ohne die stärkere Bewehrung auszunutzen. Eine Erhöhung des Bewehrungsgrades der bereits schon stärker bewehrten Richtung führt dann zu keiner nennenswerten Vergrößerung des Bruchmomentes. Die Auswirkungen des steigenden Bewehrungsgrades sind mit dem Effekt einer steigenden Fließgrenze des Bewehrungsstahls vergleichbar.

Eine Erhöhung der Betondruckfestigkeit führt nur bei der Versagensart „Betonversagen“ zu einer deutlichen Vergrößerung des Bruchmomentes. Bei der Versagensart „Stahlversagen“ hat die höhere Betondruckfestigkeit keinen nennenswerten Einfluss. Bei den anderen Versagensarten liegen im Hinblick auf die Auswirkungen der Betondruckfestigkeit keine aussagekräftigen Versuchsergebnisse vor, so dass diese nur theoretisch im Abschnitt 2.5 betrachtet werden können.

Die **Verwindung** des Probekörpers nimmt im Zustand II mit steigender Belastung deutlich mehr zu als im Zustand I. Die Größe der belastungsabhängigen Verwindung wird dabei hauptsächlich durch die Bewehrung bestimmt, die z. B. mit höheren Bewehrungsgraden, bei gleichem Torsionsmoment, zu geringeren Verwindungen führt. Des Weiteren wird bei gleichem Bewehrungsgrad mit der bereits genannten wendelförmigen Bewehrung eine um ca. 50 % geringere Verwindung erreicht als mit einer Bewehrung aus Bügeln und Längseisen. Von unterschiedlichen Betondruckfestigkeiten konnte keine Auswirkung auf die Verwindung festgestellt werden.

Die **Risse**, die im Zustand II auftreten, besitzen, unabhängig von der Bewehrungsanordnung, einen Winkel von ca. 45°. Je kleiner der Stababstand und umso größer der Bewehrungsgrad ist, umso kleiner ist die Rissbreite. Mit dünnen Stäben und engem Stababstand wird eine gleichmäßige und enge Rissverteilung mit kleinen Rissbreiten erreicht. Bei einer Bewehrung aus Längs- und Quereisen kommt es, unabhängig vom Bewehrungsgrad der beiden Richtungen, ab Rissbreiten von ca. 0,15 mm zu einer Rissverschiebung in Richtung der Bügel.

Mit einer senkrecht zu den Rissen angeordneten wendelförmigen Bewehrung sind die Rissbreiten in etwa halb so groß wie bei einer Bewehrung aus Längs- und Quereisen. Des Weiteren öffnen sich die Risse bis zum Versagen des Probekörpers parallel zu den Rissufer und es kommt zu keiner nennenswerten Rissverschiebung.

Die **Verformung der Stahlbewehrung** ist, abgesehen von den Rissen, im Mittel bei der Längsbewehrung über die gesamte Probekörperlänge und bei den Bügeln über die gesamte Bügellänge konstant. Bei gleichen aber auch leicht unterschiedlichen Bewehrungsmengen in Längs- und Querrichtung werden beide Bewehrungen gleichmäßig ausgenutzt und erreichen

die Fließgrenze bei gleichem Torsionsmoment. Erhöhte Dehnungen in den Seitenmitten der Probekörper mit rechteckigem Querschnitt, wie im Zustand I, sind hier nicht erkennbar. Bei allen Bügelbewehrungen kommt es zu einem Schlupf im Eckbereich, der bei wendelförmigen Bewehrungen nicht auftritt.

Die **Verformung des Betons** wird stark durch die Bewehrungsführung beeinflusst. Besitzt die Längs- und Bügelbewehrung den gleichen Bewehrungsgrad, stellt sich im Beton zunächst eine zu den Rissen parallele Hauptdruckrichtung im Winkel von ca.  $45^\circ$  zur Bauteillängsachse ein. Unterscheiden sich die Bewehrungsgrade in Längs- und Querrichtung, neigt sich die Hauptdruckrichtung, ungeachtet der im Winkel von ca.  $45^\circ$  verlaufenden Risse, in Richtung des größeren Bewehrungsgrades. Bei einer wendelförmigen Bewehrungsführung sind die Betonstauchungen bei gleichem Torsionsmoment 50 % kleiner als bei einer Bewehrungsführung mit Quer- und Längseisen.

### 2.4.5.5 Stahlbetonprobekörper mit einer Torsionsverstärkung

Wie bereits im Abschnitt 2.2 beschrieben, kann mit einer Verstärkung aus Beton, Stahl, Glas- oder Carbon-faserverstärkten Kunststoffen (GFK/CFK) die Tragfähigkeit von druck- und zugbeanspruchten Bereichen verbessert werden. Als Torsionsverstärkung sind bis heute ausschließlich GFK- und CFK-Sheets untersucht worden. Lamellen aus CFK, GFK oder Stahl können nicht oder nur sehr schwer um die Bauteilecken geführt werden, so dass sie für eine Torsionsverstärkung ungeeignet sind. Untersuchungen zu Spritzbetonverstärkungen mit Stahlbewehrung (siehe Bild 2.28), die zur Verbesserung des Torsionstragverhaltens prinzipiell geeignet sein könnten, sind nicht bekannt.

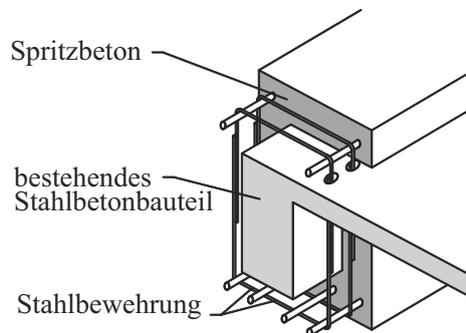


Bild 2.28: Prinzipskizze einer Spritzbetonverstärkung mit Stahlbewehrung, nach VARGHESE [209]

Die experimentellen Untersuchungen umfassen Versuche an Voll-, Hohl-, T- und L-Querschnitten, wobei die Probekörperabmessungen in etwa den im Abschnitt 2.4.4 beschriebenen unverstärkten Stahlbetonquerschnitten entsprechen. Bei der Anordnung der Stahlbewehrung unterscheiden sich die Probekörper zum Teil erheblich. Neben einer Längsbewehrung, die immer vorhanden ist, sind Bügelbewehrungen nicht vorhanden (CHALIORIS [29]) oder über die gesamte Länge gleichmäßig verteilt (SALOM ET AL. [182]) bzw. in den Lasteinleitungsbereichen konzentriert (HOLTZ SILVA FILHO ET AL. [91]). Für die Verstärkung wurden vorrangig die in den Bildern 2.29 a bis f und 2.30 a bis c gezeigten Anordnungen der Sheets untersucht, GHO-

## 2 Stand des Wissens

BARAH ET AL. [63]. Weitere theoretisch mögliche aber nicht untersuchte Sheetsanordnungen sind u. a. in DEIFALLA/GHOBARAH [46] dargestellt.

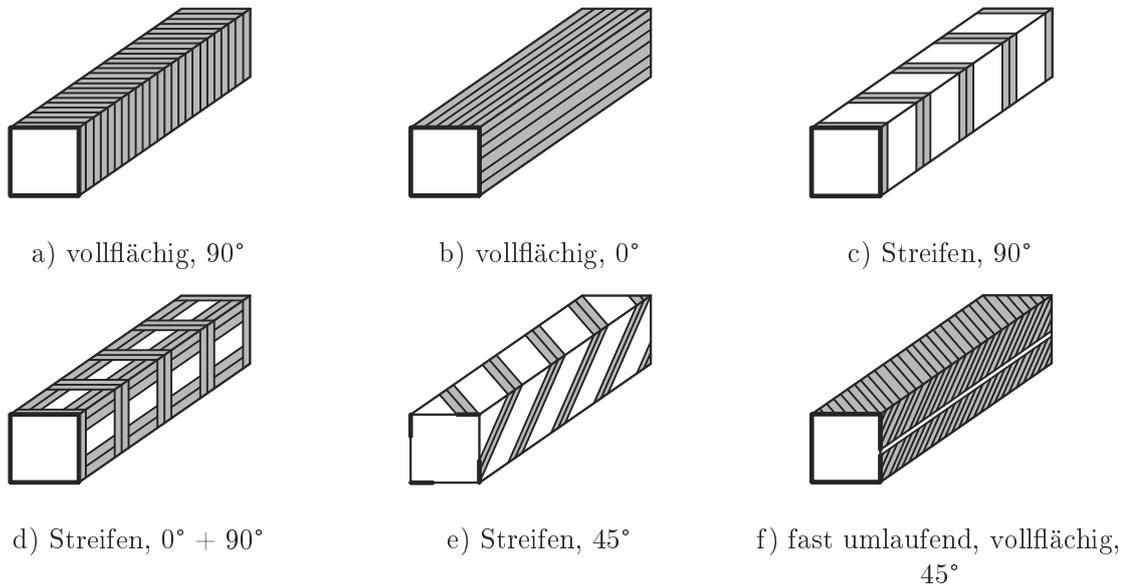


Bild 2.29: Umlaufende Anordnung der Torsionsverstärkung aus GFK- bzw. CFK-Sheets am Beispiel von quadratischen Vollquerschnitten

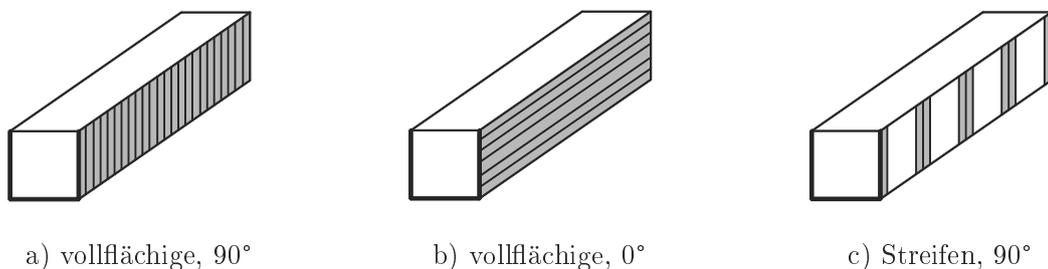


Bild 2.30: U-förmige Anordnung der Torsionsverstärkung aus GFK- bzw. CFK-Sheets am Beispiel von quadratischen Vollquerschnitten

Neben den o. g. Arbeiten präsentieren auch AMELI ET AL. [3], PANCHACHARAM/BELARBI [154] und SALOM ET AL. [181] Versuchsergebnisse die zeigen, dass durch eine Verstärkung mit GFK- oder CFK-Sheets das Rissmoment, die maximale Torsionstragfähigkeit sowie die Steifigkeit im Zustand I und Zustand II gesteigert werden können, siehe Bild 2.31. Mit einer umlaufend vollflächigen Anordnung im  $90^\circ$ - aber auch im  $0^\circ$ -Winkel ist ein sehr großer Verstärkungsgrad zu erreichen, der nur durch eine umlaufend vollflächige Anordnung im Winkel von  $45^\circ$  übertroffen wird. Weiterhin wird verdeutlicht, dass sich die Torsionstragfähigkeit mit steigender Lagenanzahl erhöhen kann. Bei einer umlaufenden Anordnung tritt das Versagen meist durch das Reißen der Sheets an den Umlenkstellen (Ecken) ein, siehe Bild 2.32 a. Bei einigen

## 2.4 Experimentelle Untersuchungen zum Torsionstragverhalten

Probekörpern wurden die Ecken ausgerundet, um diesen Effekt zu minimieren. Ein Vergleich zwischen Versuchen mit spitzen und ausgerundeten Ecken ist im Bereich der Torsionsverstärkung jedoch nicht bekannt. Die maximalen Traglaststeigerungen, die erreicht wurden, liegen bei ca. 250 %.

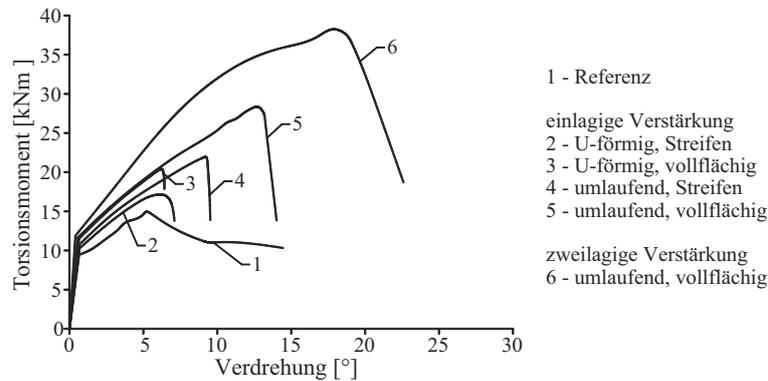


Bild 2.31: Beispielhafte Momenten-Verdrehungs-Beziehung von Sheets-verstärkten Stahlbetonkörpern, nach AMELI ET AL. [3]

Bei der streifenförmigen Verstärkung im 90°-Winkel wird die Tragfähigkeit vor allem durch die Gleichmäßigkeit der Anordnung und die Bewehrungsmenge des Verstärkungsmaterials bestimmt. Wird eine gleiche Bewehrungsmenge vorausgesetzt, führen viele eng verlegte schmale Streifen zu einer höheren Tragfähigkeit als wenige breite Streifen, welche in einem großen Abstand verlegt sind. Das Versagen erfolgt vorrangig in den unverstärkten Bereichen, siehe Bild 2.32 b. Werden die Streifen in einem Winkel von 45° aufgebracht, können die Sheets deutlich höher ausgenutzt werden. Die maximale Torsionstragfähigkeit wird hier durch das Reißen der Sheets und weniger durch das Versagen der unverstärkten Bereiche bestimmt.

Die U-förmige Anordnung führt zu einer sehr geringen Tragfähigkeitssteigerung. Das Versagen tritt durch das frühzeitige Delaminieren der Sheets bzw. auf der unverstärkten Seite ein, siehe Bild 2.32 c. Die wenigen Untersuchungen mit zusätzlich angebrachten Verankerungen, die das frühzeitige Delaminieren verhindern sollten, zeigen keine nennenswerten Verbesserungen.

Eine gemeinsame Anordnung von Streifen im 0°- und 90°-Winkel führt in etwa zu gleichen Tragfähigkeiten wie die separate Verwendung im 0°- oder 90°-Winkel, HOLTZ SILVA FILHO ET AL. [91].



Bild 2.32: Versagen der torsionsverstärkten Probekörper

## 2.5 Theoretische Betrachtungen und Modelle

### 2.5.1 Allgemeines

GÖLDNER/HOLZWEISSIG [64] beschrieben die Torsion einmal recht einfach und klar verständlich mit folgenden Worten:

„Ein gerader Stab, an dem nur zwei entgegengesetzt gerichtete, gleich große Momente angreifen, deren Vektoren in der Stablängsachse liegen, wird auf reine Torsion beansprucht. An jeder Schnittstelle des Stabes tritt als Schnittgröße ebenfalls nur das Torsionsmoment  $M_T$  auf, ... ”

Diese allgemeine Aussage trifft, abgesehen von Schnittkräften, die sich aus dem Eigengewicht der Probekörper ergeben, auch auf die für den Stahlbetonbau durchgeführten Torsionsversuche zu und gilt sowohl für den Zustand I als auch für den Zustand II/III.

In diesem Abschnitt werden theoretische Grundlagen für die eigenen, im Abschnitt 4 erläuterten Berechnungsansätze zusammengetragen, die in Anlehnung an den Satz von GÖLDNER/HOLZWEISSIG richtig und vor allem einfach und klar verständlich sein sollen. Vor diesem Hintergrund wurde darauf geachtet, dass die etablierten Modelle zum Teil auch mit Vereinfachungen und Näherungslösungen vorgestellt werden. In Anlehnung an den Abschnitt 2.4.5 werden auch bei der folgenden theoretischen Betrachtung die Zustände I und II/III getrennt behandelt. Dabei wird speziell auf das Tragverhalten von geraden Stäben mit konstantem Vollquerschnitt unter Torsionsbelastung eingegangen.

In Anlehnung an die Fachliteratur wird zur Beschreibung der allgemeingültigen, nicht stahlbetonspezifischen Zusammenhänge das Torsionsmoment mit  $M_T$  bezeichnet. Speziell für den Stahlbeton hat sich für das Torsionsmoment das Formelzeichen  $T$  etabliert, so dass  $T_I$  für das Torsionsmoment im Zustand I,  $T_{I,max}$  für das Rissmoment,  $T_{II}$  für das Torsionsmoment im Zustand II und  $T_{II,max}$  für das Bruchmoment verwendet wird.

### 2.5.2 Torsionstragverhalten von Stahlbetonbauteilen im Zustand I

#### 2.5.2.1 Allgemeines

In der Mehrzahl der Stahlbeton-Fachliteratur, u. a. auch in ZILCH/ZEHETMAIER [219], wird vereinfacht davon ausgegangen, dass das Torsionstragverhalten von einem Stahlbetonprobekörper im Zustand I mit einem Probekörper aus homogenem Material, z. B. Stahl, vergleichbar

ist. Unter Voraussetzung einer linearen Spannungs-Verformungs-Beziehung werden die Stahlbetonkörper bis zur Rissbildung als ideal elastischer Stab betrachtet, dessen Tragverhalten auf der Grundlage der Elastizitätstheorie beschreibbar ist.

Bekannte Versuchsergebnisse zeigen entgegen dieser Annahme zum Teil erhebliche Abweichungen zwischen den gemessenen Werten und den mittels der Elastizitätstheorie rechnerisch ermittelten Werten. Die gemessene Tragfähigkeit und die Verformung im Zustand I liegen meist über den Berechnungsergebnissen.

Einige Wissenschaftler haben dies auf ein inelastisches Verhalten des Betons zurückgeführt. Es wurde beispielsweise versucht, die Versuchsergebnisse mit der Plastizitätstheorie zu beschreiben. Ein anderer Weg war die Modifikation der mit der Elastizitätstheorie errechneten Werte durch empirisch ermittelte Faktoren.

In nur sehr wenigen Arbeiten, u. a. der von RAMAKANTH [163], wird hinterfragt, ob die o. g. Abweichungen nicht auch durch eine im Vorfeld fehlerhaft bestimmte Betonzugfestigkeit, das Kriechen des Betons bei sehr langsamen Belastungsgeschwindigkeiten oder der unterschiedlichen Dehnungsgeschwindigkeit am Rand und im Kern des Probekörpers begründet sein können.

Nachdem in den folgenden Abschnitten grundlegende Zusammenhänge bei der elastischen und plastischen Querschnittsberechnung beschrieben werden, wird anschließend auf die abweichenden Ergebnisse und die Besonderheiten des Stahlbetons eingegangen.

### 2.5.2.2 Abgrenzung der „Reinen Torsion“

Im ungerissenen Zustand I ruft ein einwirkendes Torsionsmoment  $M_T$  im Querschnitt Schubspannungen  $\tau_{xz}$  und  $\tau_{xy}$  hervor, siehe Bild 2.33. Aufgrund der Gleichheit der Schubspannungen ( $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ ,  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ) treten auch Schubspannungen in Stablängsrichtung auf. Mit Ausnahme von wölbfreien Querschnitten führen diese Schubspannungen zu Verwölbungen des Stabquerschnittes  $u_x(y, z)$ . Können sich diese Verwölbungen ungehindert ausbilden, ist die Längsspannung  $\sigma_x = 0$  und man spricht ausschließlich von der „Reinen Torsion“ oder auch der „ST. VENANT'schen Torsion“. Werden die Verwölbungen dagegen behindert, z. B. durch eine Wölbeinspannung, treten Wölbkräfte auf, die Spannungen in Bauteillängsrichtung  $\sigma_x$  hervorrufen. Dadurch werden die Spannungen aus der „Reinen Torsion“ mit Spannungen aus der Wölbkrafttorsion überlagert.

Da Stahlbetonbauteile bereits bei sehr kleinen Verformungen in den Zustand II übergehen, wird die Wölbkrafttorsion im Stahlbetonbau vernachlässigt, ZILCH/ZEHETMAIER [219]. Bei Torsionsversuchen im Stahlbetonbau wird darauf geachtet, dass die Verwölbung der Querschnitte nicht behindert wird, so dass im Weiteren ausschließlich die „Reine Torsion“ betrachtet wird.

### 2.5.2.3 Querschnittsberechnung mit der Elastizitätstheorie

**Allgemeine Zusammenhänge** Für die Berechnung des Torsionstragverhaltens mittels der Elastizitätstheorie gelten folgende Voraussetzungen:

- homogenes, isotropes und linear elastisches Werkstoffverhalten,
- konstanter Querschnitt entlang der Stabachse,
- Verdrehungen der Querschnitte gegenüber der Ausgangslage sind klein,

## 2 Stand des Wissens

- die Querschnittsform ändert sich nicht durch die Einwirkung des Torsionsmomentes.

Sind diese Voraussetzungen erfüllt, bestehen die nachfolgenden Zusammenhänge.

Ein einwirkendes Torsionsmoment  $M_T$  belastet den Probekörper konstant über die gesamte Bauteillänge und führt zu einer Verdrehung des Probekörpers. Die dadurch hervorgerufenen Verdrehwinkel  $\varphi$  der Probekörperquerschnitte nehmen mit zunehmendem Abstand vom Verdrehungsnullpunkt, hier  $x = 0$ , linear zu.

$$\varphi(x) = \frac{x}{l} \cdot \varphi(x=l) \quad (2.1)$$

Da der Verdrehwinkel  $\varphi$  an jeder Stelle  $x$  des Probekörpers unterschiedlich groß ist, eignet er sich nur begrenzt für den Vergleich unterschiedlicher Probekörper und die Berechnung des über die gesamte Länge des Probekörpers konstanten Torsionsmomentes  $M_T$ . Für die weitere Nutzung wird der Verdrehwinkel  $\varphi$  auf einen Verdrehwinkel pro Längeneinheit, die sogenannte Verwindung oder Verdrillung  $\vartheta$ , umgerechnet.

$$\vartheta = \varphi' = \frac{d\varphi}{dx} = \frac{\varphi(x)}{x} = \frac{\varphi(x=l)}{l} \quad (2.2)$$

Mit Hilfe der Verwindung  $\vartheta$  kann der Verdrehwinkel  $\varphi$  an jeder beliebigen Stelle  $x$  des Probekörpers ermittelt werden.

$$\varphi(x) = \vartheta \cdot x + \varphi(0) \quad (2.3)$$

Im Bild 2.33a sind die beschriebenen Zusammenhänge grafisch dargestellt.

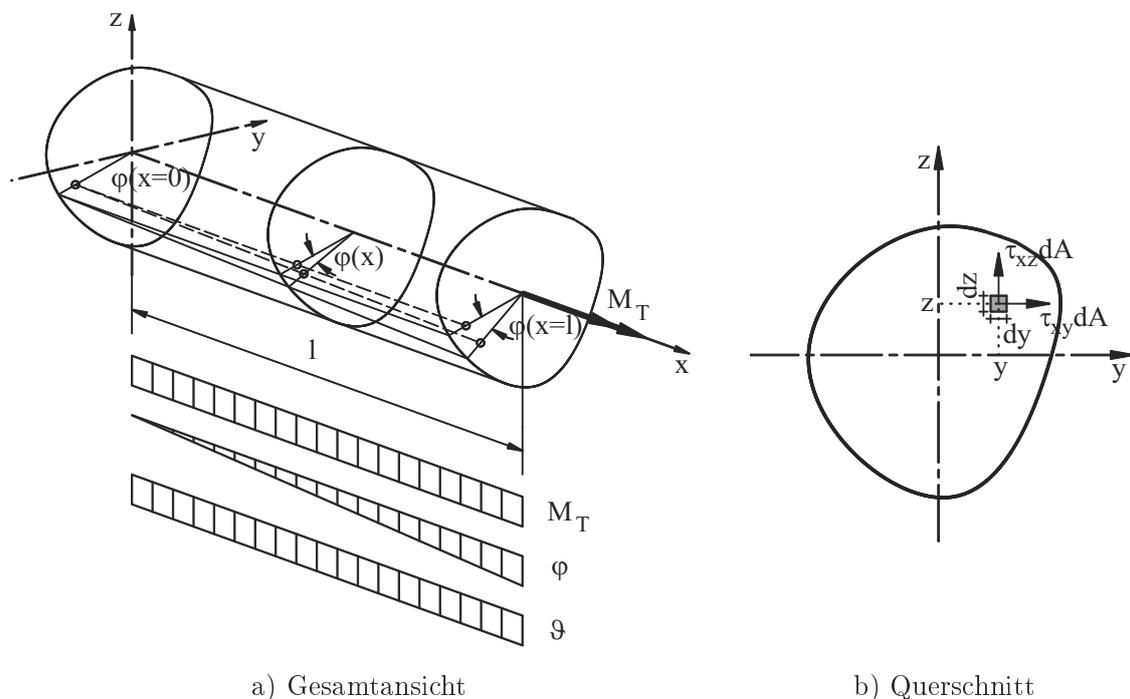


Bild 2.33: Verformungen und Schubspannungen – allgemein im Zustand I, nach SZABO [200]

Der Zusammenhang zwischen der Verwindung  $\vartheta$  und dem Torsionsmoment  $M_T$  wird über die Torsionssteifigkeit  $G \cdot I_T$  geschaffen, wobei  $G$  der Schubmodul und  $I_T$  das Torsionsträgheitsmoment widerspiegelt.

$$\vartheta = \frac{M_T}{G \cdot I_T} \quad (2.4)$$

Der Schubmodul  $G$  kann mit dem Elastizitätsmodul  $E$  und der Querdehnung  $\mu$  errechnet werden.

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)} \quad (2.5)$$

Die Größe von  $I_T$  wird durch den Probekörperquerschnitt bestimmt. Die Berechnung von  $I_T$  ist in den folgenden Abschnitten dargestellt.

Sind das Material und der Probekörperquerschnitt über die Probekörperlänge  $l$  konstant, so sind auch der Schubmodul  $G$  und das Torsionsträgheitsmoment  $I_T$  über die Probekörperlänge  $l$  konstant. Es zeigt sich, dass die Verwindung  $\vartheta$  und das Torsionsmoment  $M_T$  linear zusammenhängen und unabhängig von  $x$  über die Probekörperlänge  $l$  konstant sind.  $M_T$  selbst lässt sich, bei Kenntnis der vorhandenen Torsionssteifigkeit  $GI_T$  und Verwindung  $\vartheta$ , durch die Umstellung der Gleichung 2.4 mit

$$\vartheta = \frac{M_T}{G \cdot I_T} \rightarrow M_T = \vartheta \cdot G \cdot I_T \quad (2.6)$$

oder bei bekannten Schubspannungen  $\tau_{xz}$  und  $\tau_{xy}$  mit

$$M_T = \iint (\tau_{xz} \cdot y - \tau_{xy} \cdot z) dydz = \int_A (\tau_{xz} \cdot y - \tau_{xy} \cdot z) dA \quad (2.7)$$

bestimmen.

Aus den Schubspannungen  $\tau_{xz}$  und  $\tau_{xy}$  lässt sich über den „Satz des PYTHAGORAS“ eine resultierende Schubspannung  $\tau$  ermitteln, die vor allem bei der Berechnung von runden Querschnitten genutzt wird, siehe u. a. Bild 2.34.

$$\tau = \sqrt{\tau_{xz}^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.8)$$

Die maximale auftretende Schubspannung  $\tau_{max}$  ist von dem einwirkenden Torsionsmoment  $M_T$  und dem Torsionswiderstandsmoment  $W_T$  abhängig und kann mit

$$\tau_{max} = \frac{M_T}{W_T} \quad (2.9)$$

ermittelt werden.

Das Torsionswiderstandsmoment  $W_T$  ist genau wie das Torsionsträgheitsmoment  $I_T$  von der Geometrie des Probekörperquerschnittes abhängig. Auf die Bestimmung beider Werte wird in den folgenden, querschnittsspezifischen Abschnitten eingegangen.

**Runde Querschnitte** Zu den runden Querschnitten gehören die Kreisvollquerschnitte sowie die dick- und dünnwandigen Kreisringquerschnitte. Für die Berechnung dieser Querschnitte gibt es einfache exakte Lösungen.

Das Bild 2.34 zeigt die Schubspannungsverteilung der resultierenden Schubspannung  $\tau$  für einen runden Querschnitt. Es ist zu erkennen, dass die Schubspannungen proportional zum Abstand  $r$  von der Mittellinie ansteigen und ihr Maximum am Außenradius  $r_a$  erreichen. Da die Schubspannungsverteilung rotationssymmetrisch ist, wird die resultierende Schubspannung  $\tau$  hier auch als radiale Schubspannung  $\tau(r)$  bezeichnet und kann mit den Gleichungen 2.8 und 2.10 berechnet werden.

$$\tau(r) = \frac{M_T}{I_T} \cdot r \tag{2.10}$$

Mit diesem Zusammenhang lässt sich u. a. die Gleichung 2.7 vereinfacht darstellen als

$$M_T = \int_A (\tau_{xz} \cdot y - \tau_{xy} \cdot z) dA = \int_A \tau(r) \cdot r dA = \vartheta \cdot G \int_A r^2 dA. \tag{2.11}$$

Ist die Verteilung der Schubspannung  $\tau$  über den Querschnitt bekannt und betrachtet man die Fläche  $dA$ , an der  $\tau$  wirkt, als differenziell kleinen Ring der Fläche  $dA = 2 \cdot \pi \cdot r dr$ , kann die Gleichung 2.11 für Kreisvollquerschnitte auch als

$$M_T = 2 \cdot \pi \int_0^{r_a} \tau \cdot r^2 dr \tag{2.12}$$

und für Kreisringquerschnitte als

$$M_T = 2 \cdot \pi \int_{r_i}^{r_a} \tau \cdot r^2 dr \tag{2.13}$$

geschrieben werden. Diese einfache Berechnung setzt sich bei der Bestimmung des Torsionswiderstandsmomentes  $W_T$  und des Torsionsträgheitsmomentes  $I_T$  fort.

Bei den **Kreisvollquerschnitten** kann das Torsionsträgheitsmoment  $I_T$  und das Torsionswiderstandsmoment  $W_T$  u. a. mit

$$I_T = \int_A r^2 dA = \frac{\pi}{2} \cdot r_a^4 = \frac{\pi}{32} \cdot d_a^4 \tag{2.14}$$

und

$$W_T = \frac{I_T}{r_a} = \frac{\pi}{2} \cdot r_a^3 = \frac{\pi}{16} \cdot d_a^3 \tag{2.15}$$

unter der ausschließlichen Verwendung des Außenradius  $r_a$  oder des Außendurchmessers  $d_a$  bestimmt werden. Das Bild 2.34 zeigt hierzu den typischen Spannungsverlauf für Kreisvollquerschnitte mit den Zusammenhängen von  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{xy}$  und  $\tau(r)$  sowie die Abhängigkeit von  $\tau(r)$  zu  $r$ .

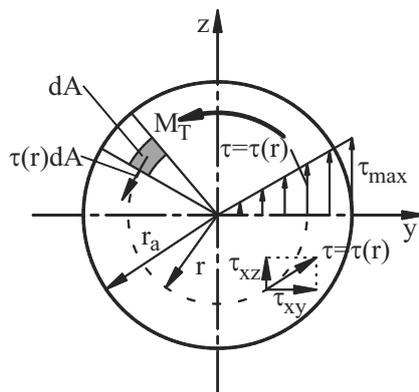


Bild 2.34: Kreisvollquerschnitt im Zustand I

Für die **dickwandigen Kreisringquerschnitte** ist zu beachten, dass im mittleren Bereich, vom Mittelpunkt ( $r = 0$ ) bis zum Erreichen des Innenradius ( $r = r_i$ ), keine Schubspannungen aufgenommen werden können. Dieser Bereich ist bei der Ermittlung des Torsionswiderstandsmomentes  $W_T$  und des Torsionsträgheitsmomentes  $I_T$  vom Kreisvollquerschnitt, welcher sich mit dem Außenradius  $r_a$  bzw. dem Außendurchmesser  $d_a$  ergeben würde, abzuziehen. Somit sind

$$I_T = \int_A r^2 dA = \frac{\pi}{2} \cdot (r_a^4 - r_i^4) = \frac{\pi}{32} \cdot (d_a^4 - d_i^4) \quad (2.16)$$

und

$$W_T = \frac{\frac{\pi}{32} \cdot (d_a^4 - d_i^4)}{d_a} = \frac{I_T}{d_a} \cdot 2 = \frac{I_T}{r_a} \quad (2.17)$$

für eine Berechnung zu nutzen. Das Bild 2.35 a zeigt die eben beschriebenen Zusammenhänge.

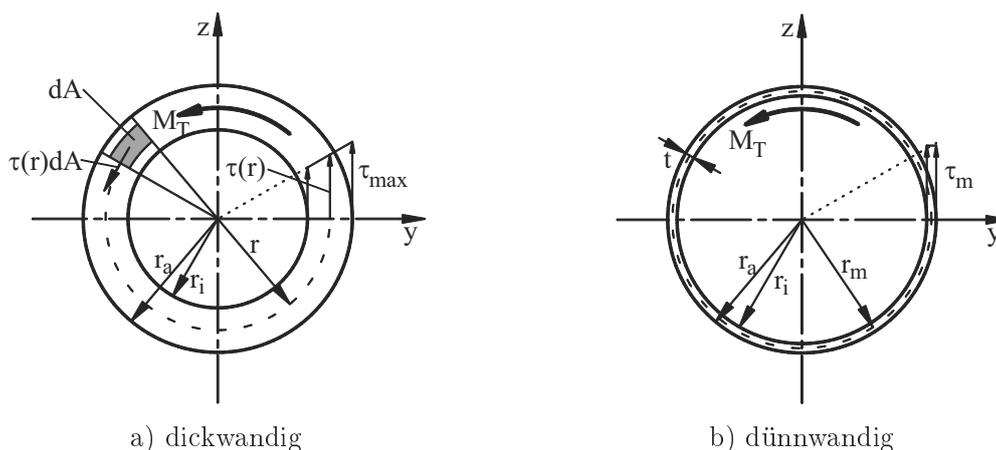


Bild 2.35: Kreisringquerschnitt im Zustand I

Für **dünnwandige Kreisringquerschnitte** gelten die gleichen Zusammenhänge wie für

die dickwandigen Kreisringquerschnitte, siehe Bild 2.35 b. Da sich aber der Innenradius  $r_i$  und der Außenradius  $r_a$  nicht wesentlich unterscheiden, sich die Schubspannungen an beiden Stellen in etwa gleich groß. Das Torsionswiderstandsmoment  $W_T$  und das Torsionsträgheitsmoment  $I_T$  kann somit mit

$$I_T = \int_A r^2 dA = \frac{\pi}{2} \cdot (r_a^4 - r_i^4) = \frac{\pi}{32} \cdot (d_a^4 - d_i^4) \approx 2 \cdot \pi \cdot r_m^3 \cdot t \quad (2.18)$$

und

$$W_T = \frac{I_T}{r_a} = \frac{I_T}{d_a} \cdot 2 \approx 2 \cdot \pi \cdot r_m^2 \cdot t \quad (2.19)$$

unter Ansatz eines mittleren Radius  $r_m$  und einer Wanddicke  $t$  berechnet werden. Die Ermittlung des mittleren Radius  $r_m$  und der Wanddicke  $t$  erfolgt mit

$$r_m = \frac{r_a + r_i}{2} \quad (2.20)$$

und

$$t = r_a - r_i. \quad (2.21)$$

**Geschlossener Hohlquerschnitt** Die Berechnung beliebig geformter, geschlossener Hohlquerschnitte ist eine allgemeine Form der Berechnung dünnwandiger Kreisringquerschnitte, vergleiche Bilder 2.36 a und 2.36 b. Man geht davon aus, dass sich in der Wand des Hohlquerschnittes ein umlaufend konstanter Schubfluss  $v_T$  einstellt. Der Schubfluss  $v_T$  kann aus dem Torsionsmoment  $M_T$  mit

$$v_T = \frac{M_T}{2 \cdot A_m} = \text{konstant} \quad (2.22)$$

bestimmt werden, wobei  $A_m$  die Fläche angibt, die durch die Wandmittellinie umrandet wird. Abhängig von der Wanddicke  $t$  ruft der Schubfluss  $v_T$  eine über die Wanddicke  $t$  näherungsweise konstante Schubspannung  $\tau$  hervor.

$$\tau(s) = \frac{v_T}{t(s)} \quad (2.23)$$

Es wird deutlich, dass die größte Schubspannung  $\tau$  an der Stelle mit der kleinsten Wanddicke  $t$  auftritt und die kleinste Schubspannung  $\tau$  an der Stelle mit der größten Wanddicke  $t$ .

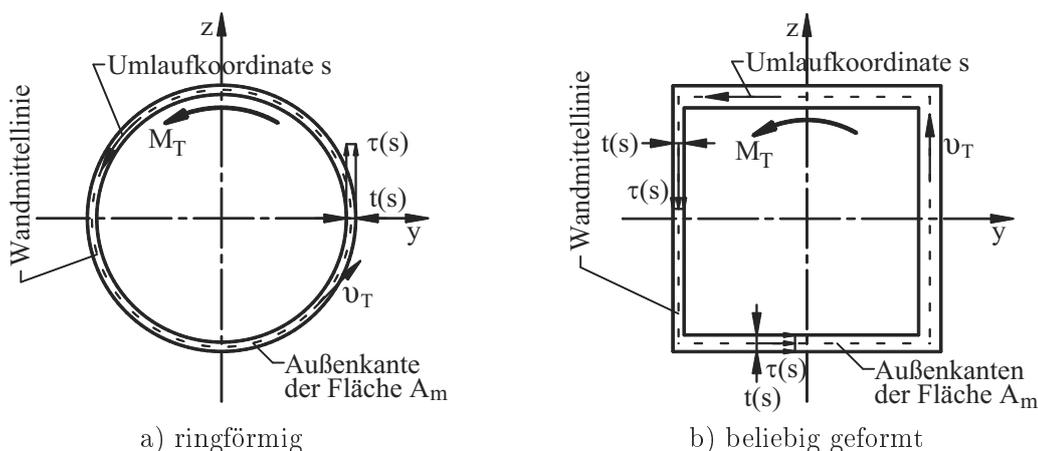


Bild 2.36: Geschlossener Hohlquerschnitt im Zustand I

Das Torsionsträgheitsmoment  $I_T$  lässt sich allgemein mit

$$I_T = \frac{4 \cdot A_m^2}{\oint \frac{ds}{t(s)}} \quad (2.24)$$

bestimmen. Bei abschnittsweise konstanter Wanddicke  $t$  kann vereinfacht

$$I_T = \frac{4 \cdot A_m^2}{\sum_i \frac{s_i}{t_i}} \quad (2.25)$$

und bei umlaufend konstanter Wanddicke  $t$

$$I_T = \frac{4 \cdot A_m^2}{\frac{u_m}{t}} \quad (2.26)$$

genutzt werden, wobei  $u_m$  den Umfang angibt, der durch die Wandmittellinie beschrieben wird. Das Torsionswiderstandsmoment  $W_T$  kann unabhängig von der Konstanz der Wanddicke  $t$  immer mit

$$W_T = 2 \cdot A_m \cdot t_{min} \quad (2.27)$$

berechnet werden.

**Rechteckige Querschnitte** Die Ermittlung einer exakten Lösung von  $I_T$  und  $W_T$  für Rechteckquerschnitte ist deutlich aufwendiger als bei den zuvor genannten Querschnitten. Das Bild 2.37 zeigt bereits deutlich, dass die Schubspannungen  $\tau$  von der  $x$ -Achse zur Probekörperaußenkante nicht linear zunehmen und dass die Schubspannungen  $\tau$  an jeder Stelle des Querschnittes eine unterschiedliche Größe besitzen. Des Weiteren ist zu erkennen, dass in den Ecken die Schubspannungen  $\tau = 0$  sind. Die Verteilung der Schubspannungen  $\tau$  ist von der Höhe  $h$  und der Breite  $b$  sowie dem Verhältnis von  $h/b$  abhängig.

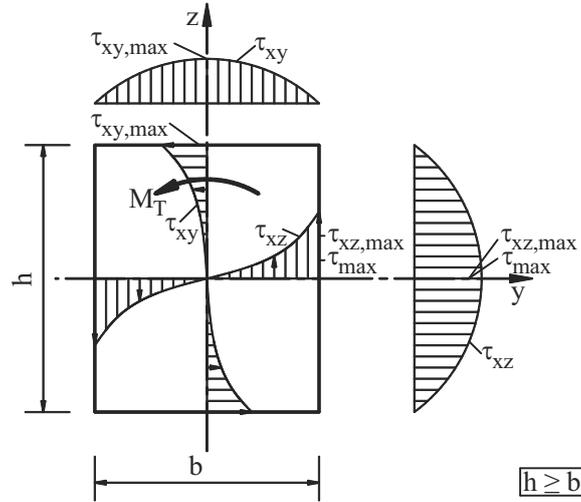


Bild 2.37: Rechteckquerschnitt im Zustand I

Eine exakte Lösung für  $I_T$  kann am einfachsten mit einer Reihenentwicklung mit

$$I_T = \frac{1}{3} \cdot b^3 \cdot h - \frac{64}{\pi^5} \cdot b^4 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2 \cdot n + 1)^5} \tanh \frac{(2 \cdot n + 1) \cdot \pi \cdot h}{2 \cdot b} \quad (2.28)$$

bestimmt werden. Die Herleitung dieser Gleichung und die nachfolgenden Gleichungen sind u. a. SZABO [200] und UEBEL [207] zu entnehmen.

In gleicher Form wie  $I_T$  sind auch die exakten Schubspannungen  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$ , und  $\tau_{max}$  mit den Gleichungen 2.29 bis 2.31 zu ermitteln.

$$\tau_{xy} = -8G\vartheta b \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2 \pi^2 \cosh \frac{(2n+1)\pi h}{2b}} \cos \frac{(2n+1)\pi y}{b} \sinh \frac{(2n+1)\pi z}{b} \quad (2.29)$$

$$\tau_{xz} = 8G\vartheta \left[ \frac{y}{4} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b(-1)^n}{(2n+1)^2 \pi^2 \cosh \frac{(2n+1)\pi h}{2b}} \sin \frac{(2n+1)\pi y}{b} \sinh \frac{(2n+1)\pi z}{b} \right] \quad (2.30)$$

$$\tau_{max} = -8G\vartheta b \left[ \frac{1}{8} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2 \pi^2 \cosh \frac{(2n+1)\pi h}{2b}} \right] \quad (2.31)$$

Da diese o. g. Gleichungen für die Praxis sehr unhandlich sind, gibt es zahlreiche Näherungsverfahren, die aber zum Teil deutlich von der exakten Lösung abweichen, GOETZKE [66].

Eine in der Praxis **etablierte Näherungslösung**, welche für  $I_T$ -Ergebnisse nur zu sehr geringen Abweichungen zur exakten Lösung führt, ist u. a. in Tabellenbüchern wie SCHNEIDER [189] festgehalten. Sie beruht darauf, dass die Reihe in der Gleichung 2.28 sehr gut konvergiert und nur der erste Teil des Glieds für die Näherungslösung verwendet wird. Somit ergibt sich für  $I_T$

$$I_T = \frac{1}{3}b^3h - \frac{64}{\pi^5}b^4 \tanh \frac{\pi h}{2b} = \left(1 - \frac{192}{\pi^5} \frac{b}{h} \tanh \frac{\pi h}{2b}\right) \frac{1}{3}b^3h = \alpha b^3h \quad (2.32)$$

und für  $W_T$

$$W_T = \beta \cdot b^2 \cdot h, \quad (2.33)$$

wobei  $\alpha$  und  $\beta$  für verschiedene Verhältnisse von  $h/b$  in Tabellenform zur Verfügung gestellt werden, siehe Tabelle 2.3.

Tab. 2.3: Koeffizienten für  $I_T$  und  $W_T$

h/b	1	1,25	1,5	2	3	4	6	10	$\infty$
$\alpha$	0,140	0,171	0,196	0,229	0,263	0,281	0,299	0,313	0,333
$\beta$	0,208	0,211	0,231	0,246	0,267	0,282	0,299	0,313	0,333

Eine weitere **Näherungslösung nach dem RITZschen Verfahren** liefert, abgesehen von sehr schmalen Rechtecken  $h \gg b$ , ebenfalls Ergebnisse mit nur sehr geringen Abweichungen zur exakten Lösung, SZABO [200]. Das Torsionsträgheitsmoment  $I_T$  sowie die Schubspannungen  $\tau_{xy}$  und  $\tau_{xz}$  können bei dieser Näherungslösung mit

$$I_T = \frac{5}{18} \cdot \frac{b^3 \cdot h^3}{h^2 + b^2}, \quad (2.34)$$

$$\tau_{xy} = 36 \cdot \frac{M_T}{b^3 \cdot h^3} \left[ y^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 \right] \cdot z \quad (2.35)$$

und

$$\tau_{xz} = 36 \cdot \frac{M_T}{b^3 \cdot h^3} \left[ z^2 - \left(\frac{h}{2}\right)^2 \right] \cdot y \quad (2.36)$$

bestimmt werden. Die maximale Schubspannung  $\tau_{max}$  ergibt sich für  $h > b$  an der Stelle  $z = 0$ ,  $y = b/2$  nach

$$\tau_{max} = \tau_{xz,max} = 4,5 \cdot \frac{M_T}{h \cdot b^2} \quad (2.37)$$

und die Verwindung  $\vartheta$  unter Verwendung der Gleichungen 2.4 und 2.34 nach

$$\vartheta = \frac{M_T}{G \cdot I_T} = \frac{18}{5} \cdot \frac{h^2 + b^2}{G \cdot b^3 \cdot h^3} \cdot M_T. \quad (2.38)$$

Die Gleichungen dieser Näherungslösung bilden die Grundlage für die Betrachtung der teilplastizierten Querschnitte im Abschnitt 2.5.2.4.

**Membran-Analogie/Seifenhautgleichnis** PRANDTL [158] stellte erstmals eine Analogie zwischen der grundlegenden Differenzialgleichung von Torsionsproblemen und der Differenzialgleichung für die Verformung einer unter Innendruck stehenden Membran vor. Mit Hilfe dieser Analogie können das Torsionsträgheitsmoment  $I_T$ , der Schubspannungsverlauf sowie die Größe der Schubspannungen  $\tau$  für Vollquerschnitte, aber auch für geschlossene und offene

Querschnitte anschaulich dargestellt werden. Gleichungen für T-, I- und L-förmige sowie zusammengesetzte Querschnitte wurden in erster Linie mit dieser Analogie gewonnen. Da diese Analogie für die eigenen theoretischen Betrachtungen eine untergeordnete Rolle spielt, wird diese hier nicht näher beschrieben und auf die weiterführende Literatur von PRANDTL [159] und ZILCH/ZEHETMAIER [219] verwiesen.

**Aus mehreren Materialien zusammengesetzte Vollquerschnitte** Exakte Lösungen zu Querschnitten, die aus mehreren Materialien bestehen, sind deutlich seltener dokumentiert als Lösungen zu den zuvor genannten Querschnitten. Wie u. a. aus MUSCHELISVILI [141], WINDISCH [215] und ZLATANOVSK [220, 221] zu entnehmen ist, sind die Lösungen sehr aufwendig und somit nicht für einfache Ingenieurmodelle geeignet. Damit sind sie auch kein Bestandteil von Lehr- oder Tabellenbüchern.

Ausschließlich für einen aus zwei Materialien zusammengesetzten runden Querschnitt existiert nach Kenntnis des Verfassers ein vereinfachtes Modell. Es ist aus HIBBELER [87] entnommen und wird im Folgenden vorgestellt, siehe auch Bild 2.38.

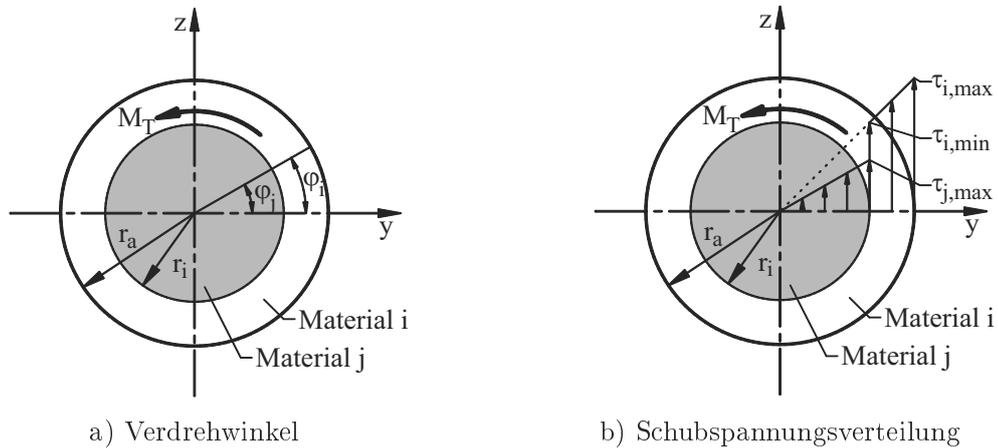


Bild 2.38: Zusammengesetzter Querschnitt im Zustand I

Es wird davon ausgegangen, dass beide Teilquerschnitte schubfest miteinander verbunden sind und somit an jeder Stelle  $x$  einen gemeinsamen Verdrehwinkel  $\varphi$  besitzen.

$$\varphi = \varphi_i = \varphi_j \quad (2.39)$$

Somit sind auch die Verwindungen  $\vartheta_i$  und  $\vartheta_j$  der Teilquerschnitte gleich der Verwindung  $\vartheta$  des Gesamtquerschnittes.

$$\vartheta = \vartheta_i = \vartheta_j \quad (2.40)$$

Des Weiteren setzt man voraus, dass sich das Torsionsmoment  $M_T$  des Gesamtquerschnittes aus den Torsionsmomenten  $M_{T,i}$  und  $M_{T,j}$  der Teilquerschnitte zusammensetzt.

$$M_T = M_{T,i} + M_{T,j} \quad (2.41)$$

Unter Verwendung der Gleichungen 2.4 und 2.40 ergibt sich der in der Gleichung 2.42 dargestellte Zusammenhang. Die Gleichung 2.43 zeigt die sich daraus ergebende Berechnung für  $M_{T,i}$  und die Gleichung 2.45 die Berechnung von  $M_{T,j}$ .

$$\frac{M_{T,i}}{I_{T,i} \cdot G_i} = \frac{M_{T,j}}{I_{T,j} \cdot G_j} \quad (2.42)$$

$$M_{T,i} = \frac{M_{T,j} \cdot I_{T,i} \cdot G_i}{I_{T,j} \cdot G_j} \quad (2.43)$$

$$M_T = \frac{M_{T,j} \cdot I_{T,i} \cdot G_i}{I_{T,j} \cdot G_j} + M_{T,j} \quad (2.44)$$

$$M_{T,j} = \frac{M_T}{1 + \frac{I_{T,i} \cdot G_i}{I_{T,j} \cdot G_j}} \quad (2.45)$$

Für den im Bild 2.38 a dargestellten Querschnitt kann  $M_{T,j}$  mit

$$M_{T,j} = \frac{M_T}{1 + \frac{(r_a^4 - r_i^4) \cdot G_i}{r_i^4 \cdot G_j}} \quad (2.46)$$

errechnet werden und  $M_{T,i}$  ist anschließend mit der Gleichung 2.41 ermittelbar. Die zugehörigen Schubspannungen an der Außenkante des Gesamtquerschnittes und der Verbindungslinie der Teilquerschnitte können mittels

$$\tau_{i,max} = \frac{M_{T,i} \cdot r_a}{I_{T,i}} = \frac{M_{T,i} \cdot r_a}{\frac{\pi}{2} \cdot (r_a^4 - r_i^4)} \quad (2.47)$$

$$\tau_{i,min} = \frac{M_{T,i} \cdot r_i}{I_{T,i}} = \frac{M_{T,i} \cdot r_i}{\frac{\pi}{2} \cdot (r_a^4 - r_i^4)} \quad (2.48)$$

$$\tau_{j,max} = \frac{M_{T,j} \cdot r_i}{I_{T,j}} = \frac{M_{T,j} \cdot r_i}{\frac{\pi}{2} \cdot r_i^4} \quad (2.49)$$

berechnet werden, siehe Bild 2.38 b.

#### 2.5.2.4 Querschnittsberechnung bei teilplastizierten Querschnitten

Die in den vorangegangenen Abschnitten genannten Zusammenhänge zwischen dem Torsionsmoment  $M_T$ , der Schubspannung  $\tau$  und der Verwindung  $\vartheta$  gelten für Probekörper, bei denen kein Bereich des Querschnittes über den linear elastischen Bereich einer Spannungs-Verformungs-Beziehung belastet wird, siehe Bild 2.39.

Wird durch die Beanspruchung des Probekörpers ein Bereich der Spannungs-Verformungs-Beziehung erreicht, in dem die Schubspannungen  $\tau > \tau_F$  sind, so gelten ein Großteil der o. g. Zusammenhänge nicht mehr. Es kann nicht mehr davon ausgegangen werden, dass die Schubspannungen  $\tau$  und die Verwölbungen  $u_x(y, z)$  proportional zu den Verwindungen  $\vartheta$  sind. Somit ist die analytische Behandlung der teilplastizierten Querschnitte, abgesehen von runden Querschnitten, äußerst anspruchsvoll, BETTEN [16], SZABO [200]. Die allgemeinen exakten mechanischen Lösungswege können, wie GRUTTMANN/WAGNER [69] zeigen, in FE-Programmen

umgesetzt werden, sind aber für Ingenieurmodelle ungeeignet. Unter den nachfolgend genannten Voraussetzungen können die Berechnungen des Torsionsmomentes  $M_T$ , der Verwindungen  $\vartheta$  und der Verteilung der Schubspannungen  $\tau$  auch analytisch erfolgen, so dass diese Ansätze für Ingenieurmodelle genutzt werden können. Die nachfolgende Betrachtung ist HIBBELER [87] und GELEJI [62] entnommen und gilt für eine idealelastisch-idealplastische Spannungs-Verformungs-Beziehung, siehe Bild 2.39 b.

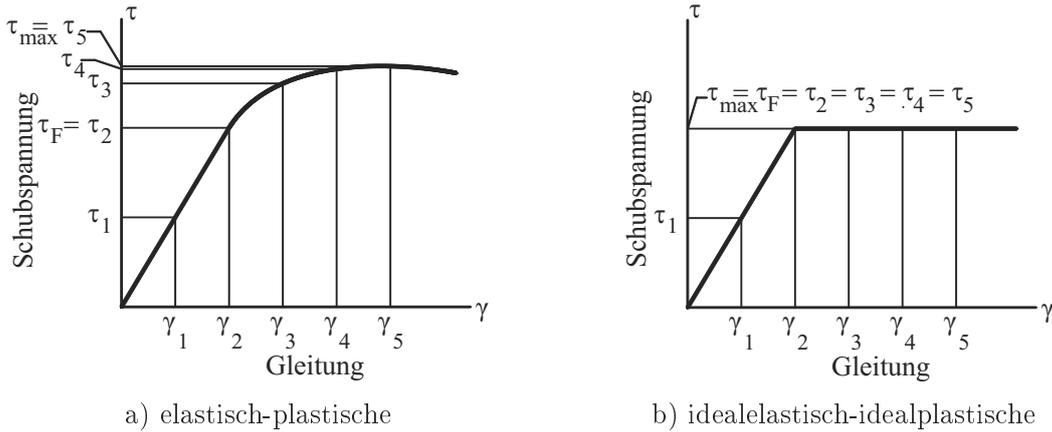


Bild 2.39: Spannungs-Verformungs-Beziehung, nach HIBBELER [87]

Es wird zunächst vorausgesetzt, dass der Querschnitt mindestens eine Symmetrieachse besitzt. Eine weitere Voraussetzung ist, dass die Grenzlinie zwischen dem elastischen und dem plastischen Bereich, an der die Schubspannung  $\tau = \tau_F$  ist, diese Symmetrieachse schneidet und die Tangente dieser Grenzlinie im Schnittpunkt  $C'$  senkrecht auf der Symmetrieachse steht, siehe Bild 2.40 a. Das Bild 2.40 b zeigt einen Querschnitt, der diese Voraussetzung nicht erfüllt.

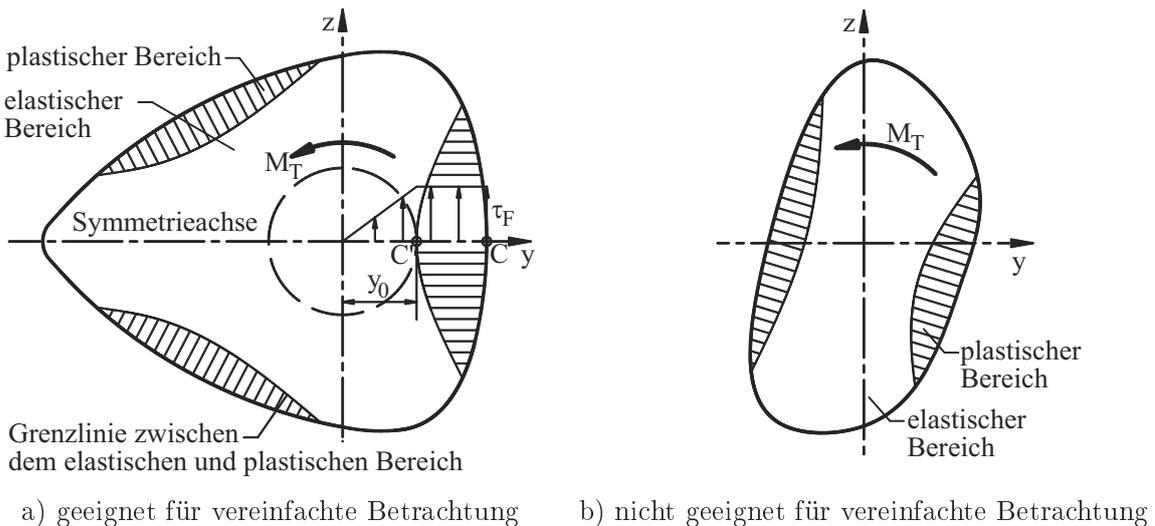


Bild 2.40: Teilplastizierter Querschnitt, nach GELEJI [62]

Sowohl bei dem im Bild 2.40 a dargestellten Querschnitt als auch den runden und rechteckigen Querschnitten (Bild 2.41 und 2.42) gehört der Punkt C' neben dem plastischen auch zu dem elastischen Bereich, so dass in diesem Punkt immer

$$\tau_F = G \cdot \gamma = G \cdot \left( \frac{\varphi(x=l)}{l} \right) \cdot y_0 = G \cdot \vartheta \cdot y_0 \quad (2.50)$$

gilt.

Ein teilplastizierter **Kreisvollquerschnitt** besteht aus einem inneren elastischen Kreisquerschnitt und einem äußeren plastischen Kreisringquerschnitt, siehe Bild 2.41. Der Radius  $r_F$  entspricht  $y_0$  und kann bei bekannter Schubspannung  $\tau_F$  und Verwindung  $\vartheta$  sowie Kenntnis über den Schubmodul  $G$  mit der Gleichung 2.50 bestimmt werden. Die Berechnung des Torsionsmomentes  $M_T$  kann mit

$$M_T = \frac{\pi \cdot \tau_F}{6} \cdot (4 \cdot r_a^3 - r_F^3) \quad (2.51)$$

erfolgen.

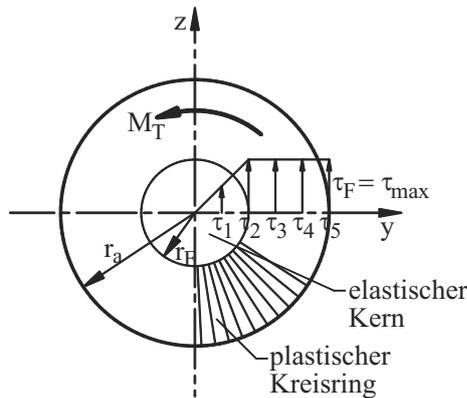


Bild 2.41: Teilplastizierter Kreisvollquerschnitt, nach HIBBELER [87]

Ein teilplastizierter **rechteckiger Querschnitt** besitzt einen elastischen Bereich, der sich von der Mitte zu den Ecken erstreckt und zwei bzw. vier plastische Bereiche, die sich von den Seitenflächen aus zur Mitte hin ausdehnen, siehe Bild 2.42 b.

Unter Annahme der vereinfachten elastischen Schubspannungsverteilung (Bild 2.42 a) und der im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Näherungslösung nach dem RITZ'schen Verfahren mit den Gleichungen 2.35 und 2.36 kann für den teilplastizierten Querschnitt (Bild 2.42 b)  $y_0$  bei  $z = 0$  und  $z_0$  bei  $y = 0$  mit

$$y_0 = \pm \frac{16}{9} \cdot \tau_F \cdot \frac{\left(\frac{h}{2}\right)^3 \cdot \frac{b}{2}}{M_T} \quad (2.52)$$

und

$$z_0 = \pm \frac{16}{9} \cdot \tau_F \cdot \frac{\frac{h}{2} \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^3}{M_T} \quad (2.53)$$

bestimmt werden.

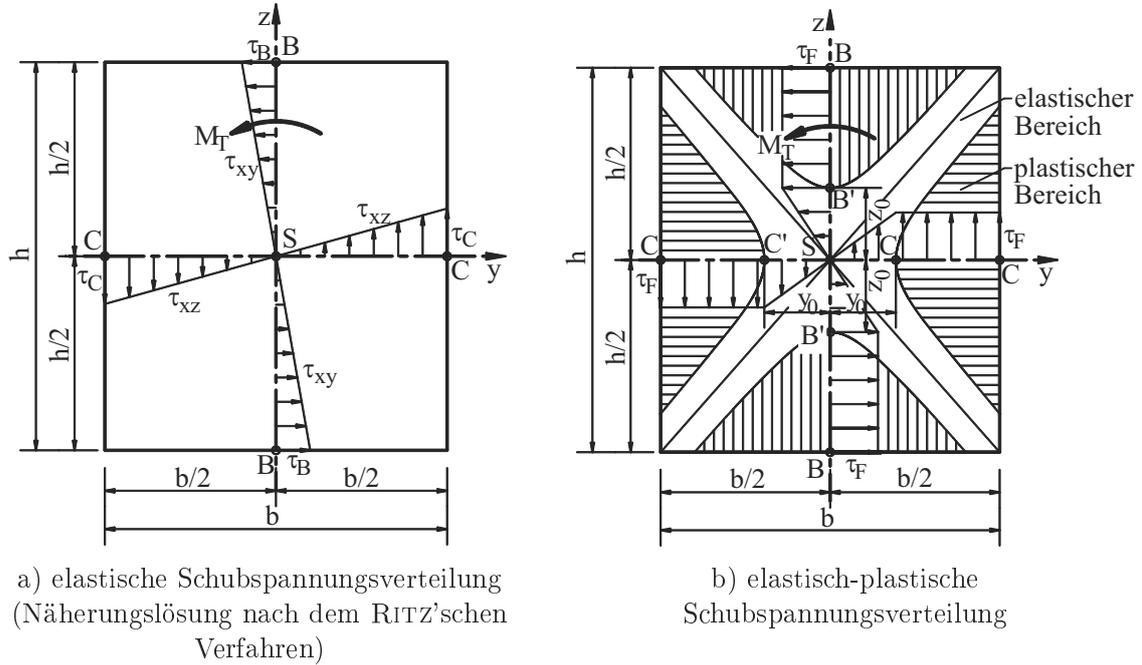


Bild 2.42: Teilplastizierter rechteckiger Querschnitt, nach GELEJI [62]

Bei der Verwendung der Gleichung 2.50 ist zwingend darauf zu achten, dass  $y_0$  die Entfernung zur nächstliegenden Grenzlinie darstellt. Bei rechteckigen Querschnitten ist es die Grenzlinie, die den plastischen Bereich der Querschnittslängsseiten abgrenzt, siehe Bild 2.43.

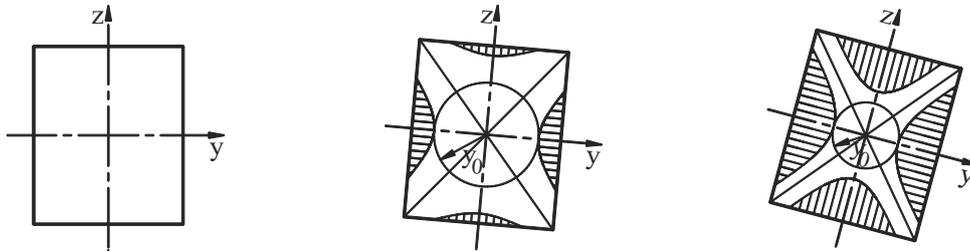


Bild 2.43: Entfernung  $y_0$ , nach GELEJI [62]

Die Berechnung von  $M_T$  kann unter Verwendung der Gleichungen 2.53 und 2.50 mit

$$M_T = \pm \frac{16}{9} \cdot \tau_F \cdot \frac{\frac{h}{2} \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^3}{y_0} = \pm \frac{16}{9} \cdot \tau_F \cdot \frac{\frac{h}{2} \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^3}{\frac{\tau_F}{G \cdot \vartheta}} = \pm \frac{16}{9} \cdot \frac{h}{2} \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^3 \cdot G \cdot \vartheta \quad (2.54)$$

erfolgen.

Für weitere Informationen zur Verwendung von nichtlinearen Spannungs-Verformungs-Beziehungen (Bild 2.39) soll an dieser Stelle neben der o. g. Literatur auch auf NÁDAI [143] verwiesen werden.

2.5.2.5 Querschnittsberechnung bei vollplastizierten Querschnitten

Die plastische Querschnittstragfähigkeit ist mit Hilfe der von NÁDAI [144] aufgestellten Sandhügel-Analogie berechenbar. Diese Analogie stellt eine Erweiterung der für die Elastizitätstheorie gültigen PRANDTL'schen Membran-Analogie dar, siehe Abschnitt 2.5.2.3. NÁDAI setzt eine idealelastische-idealplastische Spannungs-Verformungs-Beziehung (siehe u. a. Bild 2.39 b) voraus und löst das Torsionsproblem im plastischen Bereich wie folgt.

Die Schubspannungen  $\tau$  entsprechen der maximalen Schubspannung  $\tau_{max}$  und diese wiederum der plastischen Schubspannung  $\tau_F$  gem. Bild 2.39 b.

$$\tau = \tau_{max} = \tau_F = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2}$$

Für die Berechnung wird über dem zu untersuchenden Querschnitt ein Sandhügel errichtet. Der Böschungswinkel des Sandhügels ist an jeder Stelle der Querschnittsbegrenzung gleich groß und entspricht dem Wert der Schubspannung, siehe Bilder 2.44 und 2.45.

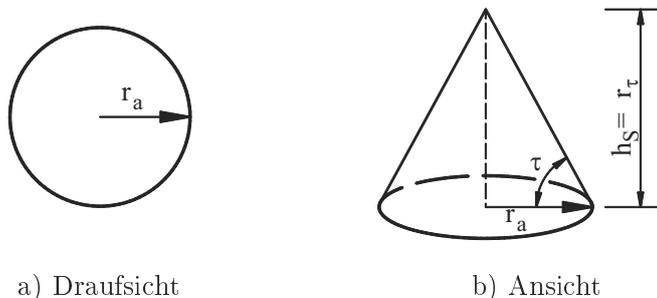


Bild 2.44: Sandhügel-Analogie für Kreisvollquerschnitte

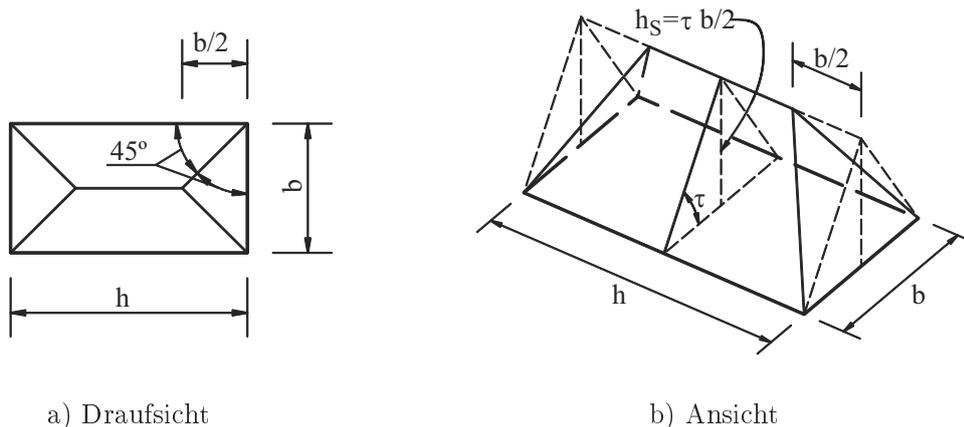


Bild 2.45: Sandhügel-Analogie für Rechteckquerschnitte

Die Torsionstragfähigkeit des zu untersuchenden Querschnittes entspricht dem doppelten Volumen des darüberliegenden Sandhügels, so dass sich für den Kreisvollquerschnitt

$$M_T = 2 \cdot \text{Volumen} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_a^2 \cdot h_S}{3} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_a^3}{3} \cdot \tau = \frac{\pi \cdot r_a^3}{1,5} \cdot \tau \quad (2.55)$$

mit  $h_S = \tau \cdot r_a$  und für den Rechteckquerschnitt

$$M_T = 2 \cdot \text{Volumen} = 2 \cdot \left( \frac{b \cdot h_S}{2} \cdot h - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{b \cdot h_S}{2} \cdot \frac{b}{2} \right) = \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \cdot \frac{b}{h} \right) \cdot b^2 \cdot h \cdot \tau \quad (2.56)$$

mit  $h_S = \tau \cdot \frac{b}{2}$  ergibt.

Bei den dünnwandigen Hohlquerschnitten wird die beschriebene Analogie nicht angewendet. Die Berechnung der Torsionstragfähigkeit erfolgt, indem für die Schubspannungen  $\tau$  die plastische Schubspannung  $\tau_F$  eingesetzt wird.

Weitere Ausführungen zur Berechnung vollplastizierter Querschnitte sind u. a. HARTUNG [76] sowie RYCHLEWSK [175] und im Zusammenhang mit Stahlbeton HSU [95], LIU [120] und RAMAKANTH [163] zu entnehmen.

### 2.5.2.6 Übertragbarkeit auf Stahlbetonbauteile

Zu Beginn der Untersuchungen zum Torsionstragverhalten von Betonprobekörpern wurde versucht, das experimentell ermittelte Torsionstragverhalten mit der Elastizitätstheorie zu beschreiben. Zur Bestimmung des Rissmomentes wurde gemäß des „MOHRschen Spannungskreis“ die maximal aufnehmbare Schubspannung  $\tau_{max}$  mit der maximal aufnehmbaren Zugspannung, hier der mittleren Betonzugfestigkeit  $f_{c,t,m}$ , gleichgesetzt. Nach der Elastizitätstheorie reißt der Probekörper, sobald an der höchstbelasteten Stelle diese maximal aufnehmbare Schubspannung  $\tau_{max}$  erreicht wird. Bereits bei den ersten Vergleichen zwischen den rechnerisch und experimentell ermittelten Werten wurde festgestellt, dass die Versuchsergebnisse zum Teil deutlich über den mit der Elastizitätstheorie ermittelten Werten liegen, MÖRSCH [140], BACH/GRAF [8]. Dies betrifft das Rissmoment, welches teilweise um bis zu 50 % abweicht, aber auch die Verformung bis zum Erreichen des Rissmomentes. Die möglichen Ursachen für derartige Abweichungen erläuterten verschiedene Wissenschaftler u. a. auch RAMAKANTH [163] wie folgt:

- Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons ist nicht wie angenommen linear. Ein Vergleich zwischen einer linearen und nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung zeigt, dass bei gleichem  $\tau_{max}$  eine nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung zu einem deutlich höheren Torsionsmoment führt.
- Die Betonzugfestigkeit, welche im Zugversuch ermittelt wurde, liegt unterhalb der tatsächlichen Betonzugfestigkeit. Wie im Abschnitt 2.3.2 erläutert, ist die Bestimmung der Betonzugfestigkeit zum Teil mit erheblichen Fehlern behaftet, so dass die im einaxialen Zugversuch ermittelte Zugfestigkeit deutlich unter der tatsächlichen Zugfestigkeit liegen kann. Die Gleichung 2.9 zeigt beispielsweise, dass in der Berechnung von einem linearen Zusammenhang zwischen der Zugfestigkeit und dem Torsionsmoment ausgegangen wird. Wurde eine zu geringe Zugfestigkeit ermittelt, wird auch ein zu geringes Torsionsmoment berechnet.

- Die Belastungsgeschwindigkeit im Torsionsversuch ist deutlich geringer als im üblichen Druck- bzw. Zugversuch. Somit kriecht der Beton im Torsionsversuch mehr als im Druck- bzw. Zugversuch, was zu größeren Verformungen im Torsionsversuch führen kann.
- Das Alter des Betons wirkt sich ebenfalls auf das Kriechverhalten und damit auf die Größe der Verformung aus. Junge Betone kriechen mehr als ältere Betone.
- Der Elastizitätsmodul im Zugbereich ist geringer als im Druckbereich. Dies führt zu Verwölbungen im Querschnitt, welche wiederum zu Druckspannungen führen, die den Zugspannungen in den Randfasern entgegenwirken. Hierdurch kommt es erst bei höheren Torsionsmomenten zur Rissbildung. Weitgehende Überlegungen hierzu gibt es u. a. in GRAF/MÖRSCH [67].

Weiterhin werden von RAMAKANTH die

- unterschiedliche Belastungsgeschwindigkeit über den Querschnitt,
- mehrachsige Spannungszustände,
- Wölbbehinderung durch die Einspannung im Auflager,
- zusätzliche Normalkraft bei stehenden Versuchen,
- sehr lange Zeit beim Ablesen der Verformung,
- schiefe Bruchflächen,
- Größenunterschiede bei den Probekörpern und
- Mikrorissbildung

als mögliche Gründe aufgeführt.

Eine zusammenhängende Untersuchung der einzelnen Einflüsse, welche die Abweichung zwischen dem rechnerisch und dem experimentell ermittelten Torsionstragverhalten beschreibt, ist nicht bekannt.

Für die **Ermittlung des Rissmomentes** sind den zahlreichen Veröffentlichungen in erster Linie Vorschläge zu entnehmen, wie die Gleichungen der Elastizitätstheorie (siehe Abschnitt 2.5.2.3) modifiziert und mit empirisch ermittelten Korrekturfaktoren ergänzt werden können, um die rechnerisch ermittelten Rissmomente an die experimentell bestimmten Rissmomente anzupassen. Neben der Elastizitätstheorie wird auch die Theorien (siehe Abschnitte 2.5.2.4 und 2.5.2.5) mit teil- und vollplastizierten Querschnitten in die Betrachtung eingebunden. Die folgenden Vorschläge zur Berechnung des Rissmomentes für Kreisvollquerschnitte zeigen beispielhaft, dass die gesamte Bandbreite zwischen der Elastizitätstheorie und der Plastizitätstheorie genutzt wird, um die experimentell ermittelten Ergebnisse zu beschreiben.

- PROBST [160] geht beispielsweise von einer exponentiellen Beziehung zwischen der Schubspannung  $\tau$  und der Gleitung  $\gamma$  aus, so dass sich folgender Zusammenhang zwischen der maximalen aufnehmbaren Schubspannung  $\tau_{max}$  und dem Rissmoment  $T_{I,max}$  ergibt, MARSHALL/TEMBE [128].

$$T_{I,max} = \frac{\tau_{max} \cdot \pi \cdot r_a^3}{1,95} \quad (2.57)$$

- MIYAMOTO [133] verfolgt einen ähnlichen Ansatz und geht von einer parabolischen Beziehung zwischen der Schubspannung  $\tau$  und der Gleitung  $\gamma$  aus. Dies ergibt zwischen der maximalen aufnehmbaren Schubspannung  $\tau_{max}$  und dem Rissmoment  $T_{I,max}$  folgenden Zusammenhang.

$$T_{I,max} = \frac{\tau_{max} \cdot \pi \cdot r_a^3}{1,75} \quad (2.58)$$

- TURNER/DAVIES [206] ermittelten einen empirischen Korrekturfaktor von 0,835, der in die mittels der Elastizitätstheorie errechneten Werte einfließt. Dies führt zu der nachfolgenden Beziehung.

$$T_{I,max} = \frac{\tau_{max} \cdot \pi \cdot r_a^3}{0,835 \cdot 2} = \frac{\tau_{max} \cdot \pi \cdot r_a^3}{1,67} \quad (2.59)$$

- MARSHALL/TEMBE [128] schlagen ein arithmetisches Mittel zwischen den mittels der Elastizitätstheorie errechneten Werten und den mittels der Plastizitätstheorie errechneten Werten vor, so dass sich folgender Zusammenhang zeigt.

$$T_{I,max} = \left( \frac{\tau_{max} \cdot \pi \cdot r_a^3}{2} + \frac{\tau_{max} \cdot \pi \cdot r_a^3}{1,5} \right) / 2 = \frac{\tau_{max} \cdot \pi \cdot r_a^3}{1,714} \quad (2.60)$$

- COWAN [34] geht ebenfalls von einem teilweise plastizierten Querschnitt aus, so dass je nach Größe des plastizierten Bereiches die Beziehung zwischen der maximalen aufnehmbaren Schubspannung  $\tau_{max}$  und dem Rissmoment  $T_{I,max}$  in etwa wie folgt dargestellt wird.

$$T_{I,max} = \frac{\tau_{max} \cdot \pi \cdot r_a^3}{1,55} \quad (2.61)$$

Deutlich abweichend von den zuvor beschriebenen Theorien wurde Mitte des 20. Jh. erstmalig von LESSIG [119] eine Theorie der schiefen Bruchfläche aufgestellt. Die bisher beschriebenen Ansätze zur Bestimmung des Rissmomentes setzen eine spiralförmige Bruchfläche voraus. Dem Abschnitt 2.4.5.2 ist dagegen zu entnehmen, dass zumindest bei unbewehrten Probekörpern der Spiralariss nur drei Seiten umschließt und sich eine schiefe Bruchfläche im Winkel von ca. 45° zur Probekörperlängsachse ergibt. LESSIG beschäftigte sich mit diesem Unterschied und versuchte das Tragverhalten mit der schiefen Biegung zu beschreiben. Die von ihm aufgestellte Theorie wurde später u. a. von HSU [92, 95] vereinfacht. Da diese beschriebene schiefe Bruchfläche, abgesehen von unterbewehrten Probekörpern, bei bewehrten Probekörpern im Übergang vom Zustand I in den Zustand II unüblich ist, sich die Theorie der schiefen Bruchfläche überwiegend auf empirisch ermittelte Gleichungen stützt und nicht für die Verformungsberechnung geeignet ist, ist sie nicht sehr etabliert und wird hier nicht weiter betrachtet. Umfangreiche Informationen hierzu können neben den o. g. auch HERZOG [86], LIU [120] und OJHA/KORDINA [148] entnommen werden.

Für die **Ermittlung der Verformung** gibt es drei wesentliche Ansätze. Bei dem ersten Ansatz, der in einem Großteil der Veröffentlichungen beschrieben wird, werden die Verformungen näherungsweise mit Hilfe der Gleichungen 2.4 und 2.5 nach der Elastizitätstheorie

bestimmt, siehe bspw. bei UNGER [208], LIU [120] und TEUTSCH [201]. Für die Ermittlung des Schubmoduls  $G$  wird der Elastizitätsmodul  $E_c$  des Betons verwendet. Der zuvor beschriebene Abfall der Steifigkeit  $K_T^I$  mit zunehmender Belastung bleibt unberücksichtigt. Nur in wenigen Veröffentlichungen, wie in der von OJHA [147], wird allgemein darauf hingewiesen, dass der Schubmodul  $G$  unter einer Langzeitbelastung um  $2/3$  abnehmen kann.

Ein zweiter Ansatz ist die Einführung eines Korrekturfaktors  $k_{T,I}$ , mit dem die Gleichung 2.4 ergänzt und so der abfallenden Steifigkeit pauschal Rechnung getragen wird.

$$K_{T,el}^I = G \cdot I_T \tag{2.62}$$

$$\vartheta = \frac{T_I}{k_{T,I} \cdot (G \cdot I_T)} = \frac{T_I}{k_{T,I} \cdot K_{T,el}^I} = \frac{T_I}{K_T^I} \tag{2.63}$$

Von BERNARDO/LOPES [15] wird beispielsweise ein Korrekturfaktor von

$$k_{T,I} = 0,7 \text{ bis } 1$$

und von GRASSER/THIELEN [68] von

$$k_{T,I} = 0,8$$

vorgeschlagen. Wird der Korrekturfaktor  $k_{T,I}$  gleich bei der Berechnung des Schubmoduls  $G$  in der Gleichung 2.5 berücksichtigt, wird der Steifigkeitsabfall deutlicher. Geht man von einer Querdehnzahl  $\mu = 0,2$  aus, ergibt sich folgender Zusammenhang.

$$G = k_{T,I} \cdot \frac{E_c}{2 \cdot (1 + \mu)} = 0,7 \dots 1 \cdot \frac{1}{2,4} \cdot E_c = 0,29 \dots 0,42 \cdot E_c$$

Der dritte Ansatz beschreibt den Abfall der Steifigkeit durch die Aufteilung des Schubmoduls  $G$  in ein Tangentenmodul  $G_0$  und ein Sekantenmodul  $G_{Sek}$ , HSU [92], KARLSSON [103]. Dem Bild 2.46 ist zu entnehmen, dass der Tangentenmodul  $G_0$  zur Ermittlung der Steifigkeit zum Belastungsbeginn genutzt wird und der Sekantenmodul  $G_{Sek}$  zur Ermittlung der Steifigkeit bei dem Übergang in den Zustand II.

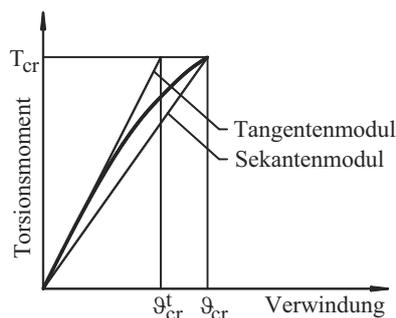


Bild 2.46: Tangenten- und Sekantenmodul, nach KARLSSON [102]

KARLSSON [102] ermittelte beide Werte empirisch in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit  $f_{c,k}$ .

$$G_0 = \frac{(10.500 - 91 \cdot f_{c,k}) \cdot \sqrt{10 \cdot f_{c,k}}}{10} \quad (2.64)$$

$$G_{Sek} = \frac{(6.100 - 36 \cdot f_{c,k}) \cdot \sqrt{10 \cdot f_{c,k}}}{10} \quad (2.65)$$

Auch LEONHARDT/SCHELLING [117] weisen darauf hin, dass der Schubmodul  $G$  zu Belastungsbeginn mit der Gleichung 2.5 und dem Elastizitätsmodul  $E_c$  bestimmt werden kann und dass er bis zum Übergang in den Zustand II auf ca. 60 - 80 % abfällt.

Ebenfalls wird der **Einfluss der Bewehrung** auf das Rissmoment und die Verformung rechnerisch unterschiedlich berücksichtigt. Bei den experimentellen Untersuchungen wurde, abgesehen von der wendelförmigen Bewehrung, kein eindeutiger Einfluss der Bewehrung festgestellt, siehe hierzu Abschnitt 2.4.5.2. LEONHARDT/SCHELLING [117] liefern hierzu u. a. folgende theoretische Begründung.

An der Bauteiloberfläche verlaufen die Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  im Winkel von  $45^\circ$  bzw.  $135^\circ$  zur Bauteillängsachse, so dass  $\tau = \sigma_1 = -\sigma_2$  gilt. Dem Bild 2.47 ist zu entnehmen, dass in der Achse der Längs- und Bügelbewehrung keine Dehnungen auftreten. Somit kann davon ausgegangen werden, dass die Bewehrung in ihrer Längsachse spannungslos ist und so keinen Einfluss auf das Rissmoment und die Verformung hat. Die Verdrehung der Längsbewehrung, die durch die Verdrehung des Probekörpers hervorgerufen wird, könnte zu einer Erhöhung der Steifigkeit führen. Da dieser Einfluss selbst bei großen Bewehrungsgehalten sehr gering ist und innerhalb der Streubreite der Betonkennwerte liegt, wird er vernachlässigt.

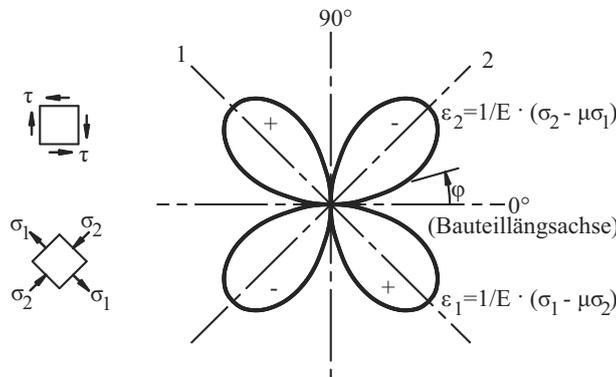


Bild 2.47: Einfluss der Bewehrung im Zustand I, nach LEONHARDT/SCHELLING [117]

Betrachtet man dagegen die Wendelbewehrung, kann man dem Bild 2.47 entnehmen, dass deren Längsachse mit der Achse der Hauptdehnung zusammenfällt. Somit nimmt die Wendelbewehrung Spannungen auf und hat einen Einfluss auf das Rissmoment und die Verformung. Mit Hilfe des Bildes 2.48 erläutern LEONHARDT und SCHELLING beispielhaft, wie die für den unbewehrten Kreisvollquerschnitt gültigen Gleichungen des Rissmomentes und der Torsionssteifigkeit um den Anteil der Wendelbewehrung zu ergänzen sind, um das Rissmoment und die Torsionssteifigkeit eines bewehrten Kreisvollquerschnittes errechnen zu können.

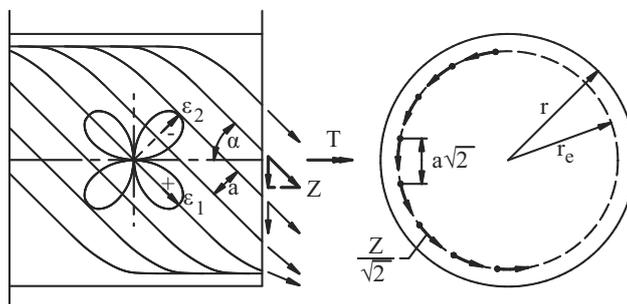


Bild 2.48: Wendelbewehrung im Zustand I, nach LEONHARDT/SHELLING [117]

Da die wendelförmige Bewehrung aber wiederum keine übliche Bewehrungsform ist, bleibt in fast allen Veröffentlichungen der Einfluss der Bewehrung vollkommen unberücksichtigt. Nur ab und zu wird u. a. die von HSU [92] aufgestellte Beziehung zwischen dem Bewehrungsgrad  $\rho$  und dem Rissmoment  $T_{I,max}$  in der Fachliteratur genannt.

$$T_{I,max,\rho} = (1 + 4\rho) \cdot T_{I,max} \quad (2.66)$$

Trotz der vielfältigen Ansätze zur Bestimmung des Torsionstragverhaltens von Stahlbetonprobekörpern im Zustand I wird in der einschlägigen Fachliteratur zum Stahlbetonbau grundsätzlich die Berechnung nach der Elastizitätstheorie ohne Berücksichtigung der Bewehrung empfohlen und die maximal aufnehmbare Schubspannung  $\tau_{max}$  mit der mittleren Betonzugfestigkeit  $f_{c,t,m}$  gleichgesetzt.

### 2.5.3 Torsionstragverhalten von Stahlbetonbauteilen im Übergangsbereich zum Zustand II

Mit der Rissbildung verändert sich das Tragsystem deutlich, so dass sich ein neues Gleichgewicht einstellt. Der Übergang zu dem neuen Tragsystem erfolgt in erster Linie durch die Zunahme der Verformung bei annähernd konstanter Belastung, siehe Abschnitt 2.4.5.3. In der theoretischen Betrachtung wird dieser Übergangsbereich meist nicht berücksichtigt.

### 2.5.4 Torsionstragverhalten von Stahlbetonbauteilen im Zustand II/III

#### 2.5.4.1 Allgemein

Im Zustand II/III ist neben dem Beton die Bewehrung zur Kraftübertragung notwendig. Zur Beschreibung des neu entstandenen Tragsystems werden weltweit mehrere Theorien verwendet. Für die Bestimmung der Tragfähigkeit ist die **Fachwerktheorie** dabei die am weitesten verbreitete Theorie. Sie liefert auch das grundlegende Bemessungsmodell für die vorliegende Arbeit und wird im Folgenden detailliert beschrieben. Die **klassische Theorie** und die **Theorie der schiefen Bruchfläche** konnten sich nicht so stark etablieren. Auf diese Theorien und die Berechnung der Verformung wird hier nur kurz eingegangen.

### 2.5.4.2 Fachwerktheorie zur Berechnung der Torsionstragfähigkeit

Bei dieser, erstmals von RAUSCH [166] im Jahr 1929 veröffentlichten Theorie, wird ein räumliches Stabwerk verwendet, welches Druckstreben aus Beton und Zugstreben aus Stahl besitzt. Für das Stabwerkmodell wird aus dem Stahlbetonkörper (Bild 2.49 a) zunächst der Querschnittskern vernachlässigt, so dass ein Hohlkasten (Bild 2.49 b) entsteht. Die Vernachlässigung des Querschnittskerns bei der Modellbildung ist durch Versuche an Voll- und Hohlquerschnitten begründet. Sie haben gezeigt, dass der Querschnittskern keine Auswirkung auf die Tragfähigkeit im Zustand II hat, siehe Abschnitt 2.4.5.

Die Bewehrungen sowie der Beton dieses Stahlbetonhohlkastens werden anschließend auf einer Mantelfläche eines fiktiven Hohlkastens (Bild 2.49 c) zusammengefasst, dessen Geometrie im Wesentlichen durch die Bewehrungsanordnung bestimmt wird. Dabei ist darauf hinzuweisen, dass die Länge des fiktiven Hohlkastens keinen Einfluss auf die errechnete Torsionstragfähigkeit hat. Die Definition der Deckfläche, welche auch als Kernfläche bezeichnet wird, beeinflusst das Berechnungsergebnis dagegen deutlich.

Bei dem Modell wird davon ausgegangen, dass die an beiden Enden des Hohlkastens entgegengesetzt angreifenden Torsionsmomente  $T_{II}$ , die einen Torsionsschubfluss  $v_T$  erzeugen, über wendelförmig verlaufende Druckstreben miteinander verbunden sind, siehe Bild 2.49 d.

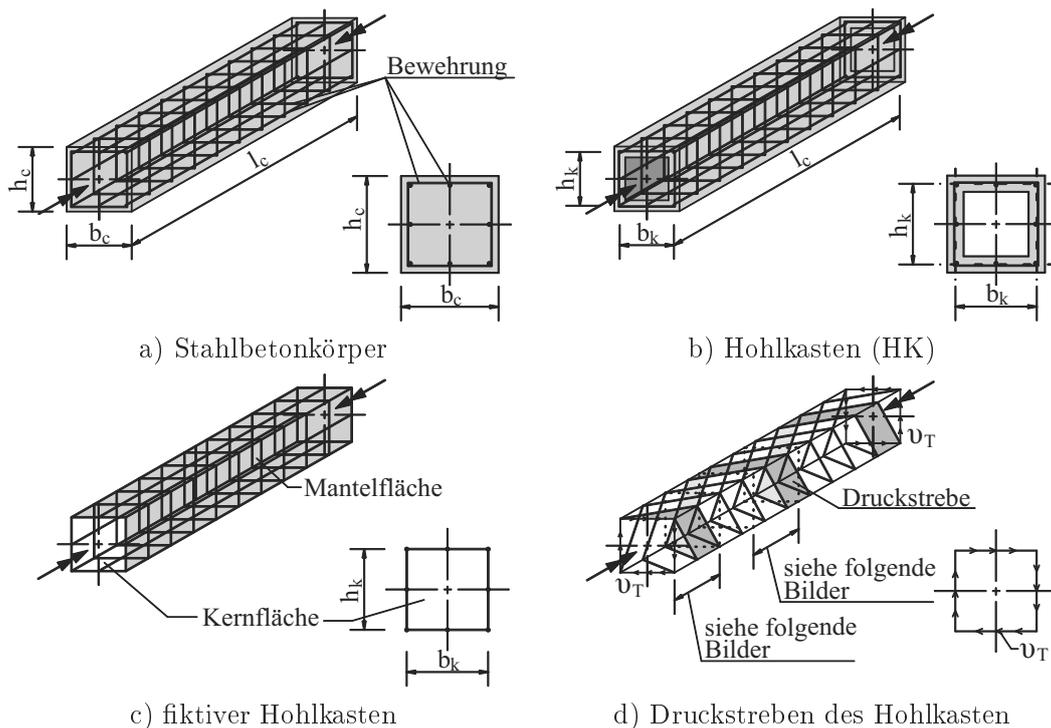


Bild 2.49: Vom Stahlbetonkörper zum fiktiven Hohlkasten

Durch die Umlenkung der Druckstreben entstehen Umlenkkräfte. Die Bilder 2.50 a bis d verdeutlichen dies anhand eines Eckausschnittes. Die an der Ecke angreifenden schrägen Druckkräfte (Bilder 2.50 a und b) können in Kräfte, die in Längs- und Querrichtung wirken (Bild 2.50 c), aufgeteilt werden. Die Druckkräfte in Längsrichtung sind gleich groß und he-

ben sich auf. Übrig bleiben die Druckkräfte in Querrichtung (Bilder 2.50 d und e), die einer abtreibenden Kraft entsprechen und u. a. zu einem Aufdrehen der wendelförmig verlaufenden Druckstreben und einem Ausbrechen der Ecken führen würden. Um diesem Effekt entgegen zu wirken, müssen den abtreibenden Druckkräften äußere Druckkräfte, die in der Regel nicht vorhanden sind, oder innere Zugkräfte entgegen wirken. Diese inneren Zugkräfte werden durch umlaufende Zugstreben in Querrichtung (Quer- bzw. Bügelbewehrungen) realisiert, die die in Querrichtung wirkenden Druckstreben der einzelnen Umlenkstellen miteinander verbinden und somit „kurzschließen“, siehe Bild 2.50 f.

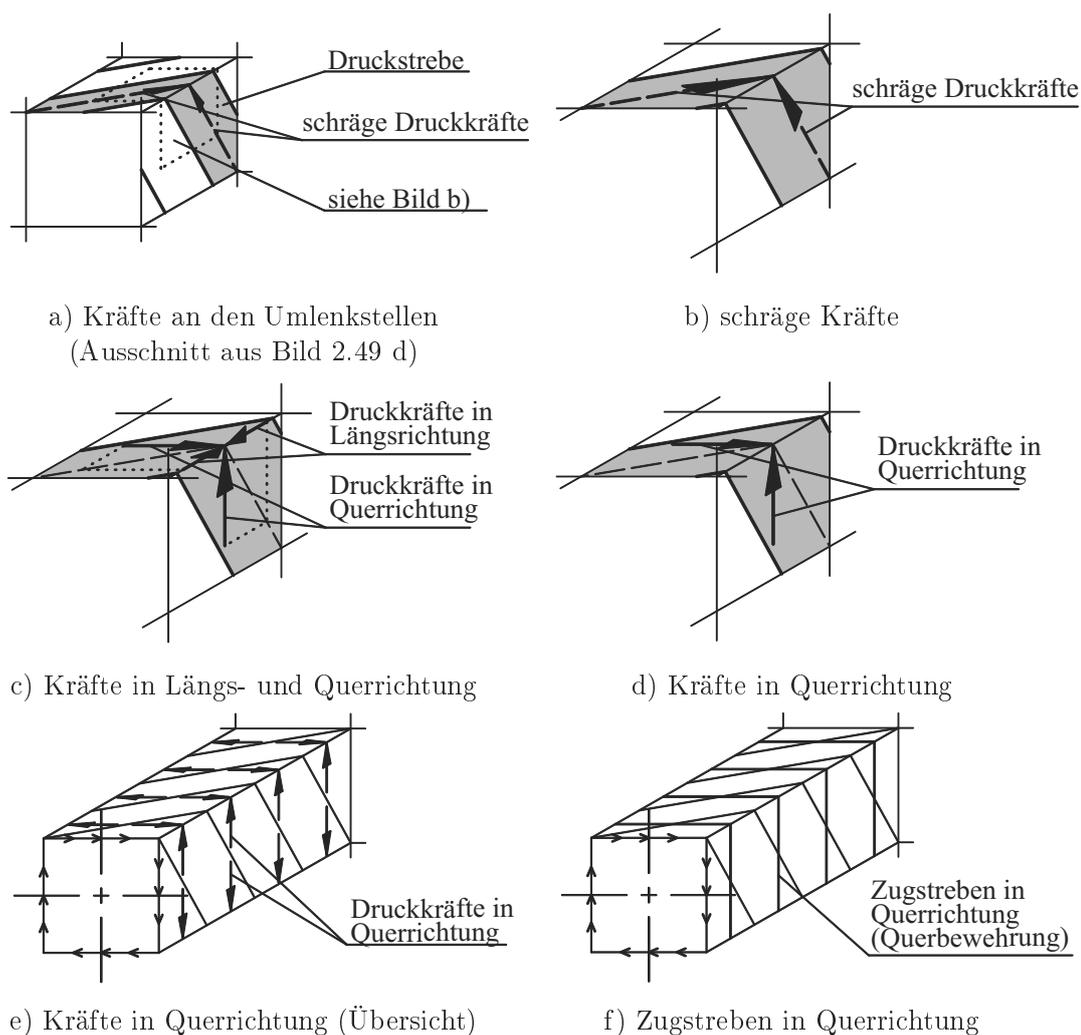


Bild 2.50: Kräfte an den Umlenkstellen der Druckstreben

Die an den Enden des Hohlkastens angreifenden Druckkräfte der schrägen Druckstreben (Bilder 2.51 a und b) können ebenfalls in Kräfte, die in Längs- und Querrichtung wirken (Bild 2.51 c), unterteilt werden. Die Kräfte in Querrichtung wirken den Schubkräften, die durch die Torsionsbelastung eingeleitet werden, entgegen. Da Schubkräfte als äußere Einwirkung

und die in Querrichtung wirkenden Kräfte der Druckstreben gleich groß sind, heben sie sich auf, siehe Bild 2.51 d. Den in Längsrichtung wirkenden Kräften der Druckstreben stehen dagegen keine äußeren Einwirkungen entgegen, siehe Bild 2.51 e. Da diese längsgerichteten Druckkräfte an beiden Enden des Hohlkastens gleich groß sind, können sie durch Zugstreben in Längsrichtung (Längsbewehrungen) miteinander verbunden und so „kurzgeschlossen“ werden, siehe Bild 2.51 f.

Wendelförmig angeordnete Zugstreben (Wendelbewehrung) nehmen sowohl Längskräfte an den Hohlkastenenden als auch die in Querrichtung wirkenden Kräfte an den Umlenkestellen auf. Damit können sie neben den Aufgaben der Bügelbewehrung auch die Aufgaben der Längsbewehrung übernehmen und es kann auf eine separate Längsbewehrung verzichtet werden.

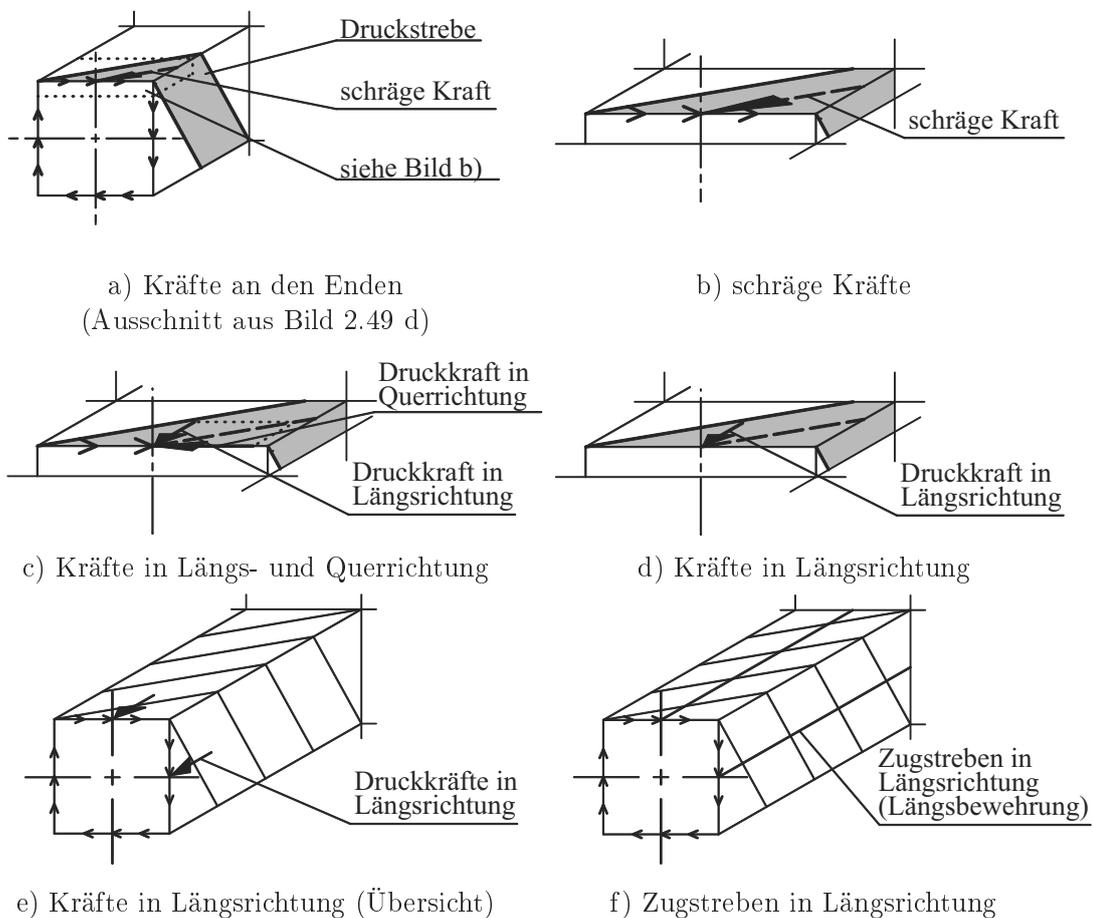


Bild 2.51: Kräfte an den Enden des fiktiven Hohlkastens bzw. des Stahlbetonkörpers

Für eine Berechnung der Torsionstragfähigkeit werden die beschriebenen Druck- und Zugstreben in einem Stabwerkmodell zusammengefasst. Das Bild 2.52 a zeigt ein Modell mit senkrecht zueinander stehenden Zugstreben in Längs- und Querrichtung, welches bei einem Stahlbetonkörper mit Bewehrung aus Längs- und Quereisen verwendet werden kann. Für eine wendelförmig angeordnete Bewehrung ist das im Bild 2.52 b gezeigte Modell zu verwenden.

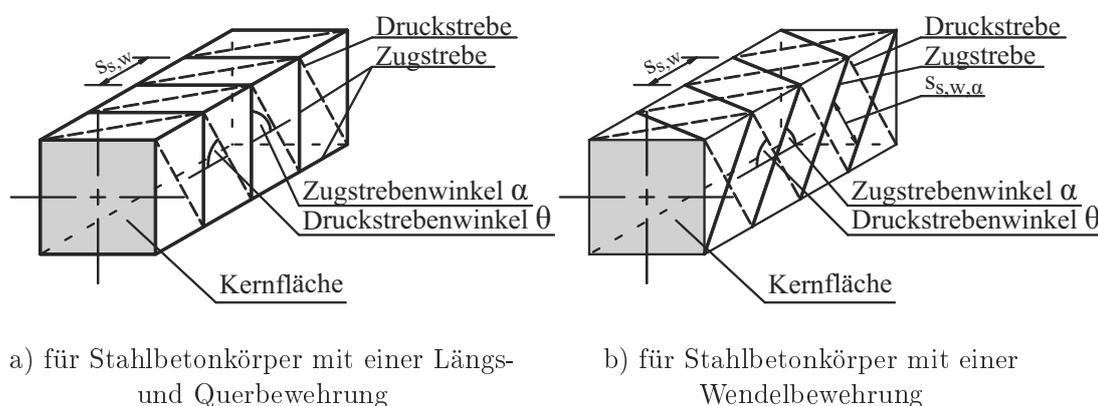


Bild 2.52: Stabwerkmodelle

Die **Kernfläche** spielt bei beiden Modellen eine entscheidende Rolle. Je größer diese gewählt wird, um so größer wird die rechnerisch ermittelte Torsionstragfähigkeit.

RAUSCH [166] definiert die Kernfläche, mit der Fläche  $A_{k,c}$  und dem Umfang  $u_{k,c}$ , als die Fläche, die von der Bügelachse oder der Achse der Wendelbewehrung umschlossen ist, siehe Bild 2.53 a. In späteren Arbeiten, z. B. von LAMPERT/THÜRLIMANN [112, 115] wird die Auslegung der Kernfläche immer wieder überdacht und die Außenkanten, die die Kernfläche ummanteln, neu definiert. Es wurde gezeigt, dass die Definition von RAUSCH zu einer zu großen Kernfläche führt und eine Definition für eine kleinere Kernfläche gefunden werden muss.

In der DIN EN 1992-1-1:2011-01 ist die Kernfläche beispielsweise als die Fläche definiert, die durch die Verbindungslinie der Achsen der Längsbewehrung ummantelt wird, siehe Bild 2.53 b. Bei einer Berechnung nach EC2 wäre die Außenkante der Kernfläche ca.  $(A_c/u_c)/2$  von der Außenkante des Stahlbetonkörpers entfernt, wobei der Wert  $A_c/u_c$  mindestens doppelt so groß wie die Betondeckung der Längsbewehrung sein muss. Der ACI 318-08 greift wiederum die Definition von RAUSCH auf und multipliziert die sich ergebende Fläche mit 0,85. Neben diesen vier Ansätzen gibt es noch zahlreiche weitere Definitionen, die je nach Bewehrungslage, zu einer etwa gleichgroßen oder deutlich kleineren Kernfläche führen als nach der ersten Definition von RAUSCH, LEONHARDT/MÖNNIG [116].

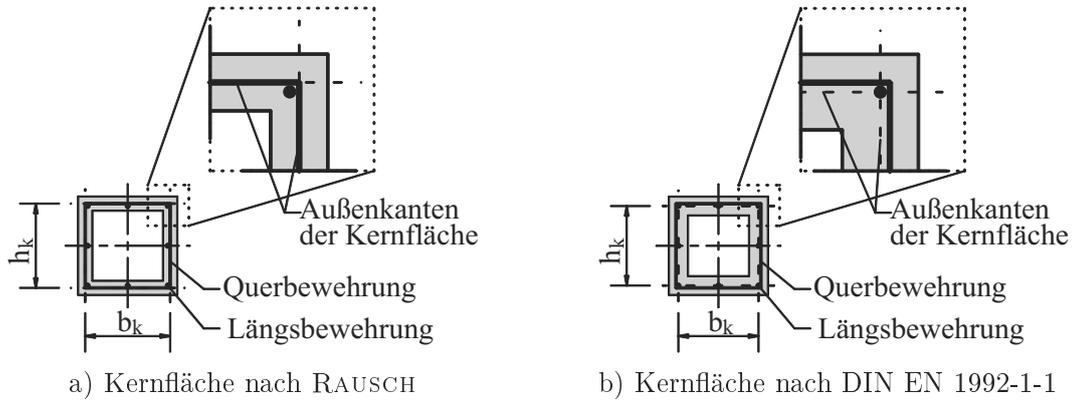


Bild 2.53: Definitionen der Kernflächen

Für die **Berechnung der Torsionstragfähigkeit** mit Hilfe der Stabwerkmodelle wird davon ausgegangen, dass ein Torsionsmoment  $T_{II}$  mit einem umlaufend konstanten Torsionsschubfluss  $v_T$  verbunden ist. Die Beziehung zwischen Torsionsmoment  $T_{II}$ , Torsionsschubfluss  $v_T$  und Torsionsschubkraft  $V_T$  zeigen die folgenden Gleichungen.

$$v_T = \frac{T_{II}}{2 \cdot A_{k,c}} \quad (2.67)$$

$$V_T = v_T \cdot z_i = \frac{T_{II} \cdot z_i}{2 \cdot A_{k,c}} \quad (2.68)$$

Wird zunächst das Modell für Stahlbetonkörper mit einer Längs- und Bügelbewehrung betrachtet, ergeben sich die im Folgenden gezeigten Zusammenhänge zwischen einer Schubkraft  $V_T$  und den Kräften der Druckstrebe  $F_c$ , der längsgerichteten Zugstrebe  $F_{s,l}$  und der Zugstrebe in Querrichtung  $F_{s,w}$ , siehe Bild 2.54.

$$F_c = \frac{V_T}{\sin \theta} = \frac{T_{II} \cdot z_i}{2 \cdot A_{k,c} \cdot \sin \theta} \quad (2.69)$$

$$F_{s,l} = V_T \cdot \cot \theta = \frac{T_{II} \cdot z_i \cdot \cot \theta}{2 \cdot A_{k,c}} \quad (2.70)$$

$$F_{s,w} = V_T = \frac{T_{II} \cdot z_i}{2 \cdot A_{k,c}} \quad (2.71)$$

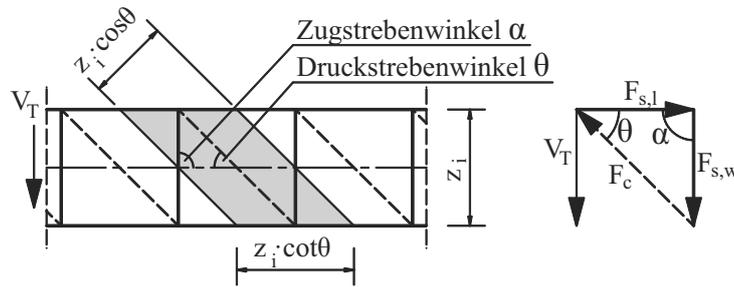


Bild 2.54: Stabwerkmodelle für Stahlbetonkörper mit einer Längs- und Querbewehrung (Seitenansicht)

Zur Bestimmung der Zusammenhänge zwischen den Strebenkräften und Spannungen in den Streben werden mit

$$a_{s,l} = \frac{A_{s,l}}{u_{k,c}} \quad (2.72)$$

und

$$a_{s,w} = \frac{A_{s,w}}{s_{s,w}} \quad (2.73)$$

zunächst die auf den Umfang  $u_{k,c}$  bezogene Längsbewehrung  $a_{s,l}$  und die auf die Länge  $l$  bezogene Bügelbewehrung  $a_{s,w}$  ermittelt. Dabei ist darauf zu achten, dass  $A_{s,l}$  die Querschnittsfläche aller Längsstäbe und  $A_{s,w}$  die Querschnittsfläche eines Bügelschenkels ist. Für die Berechnung der Druckstrebendicke  $t_{eff}$  gibt es ähnlich viele Ansätze wie bei der Berechnung der Kernfläche. Die Dicke wird jedoch meist als doppelter Abstand zwischen der Bauteilaußenkante und der Kernflächenaußenkante definiert, siehe u. a. DIN EN 1992-1-1:2011-01.

$$t_{eff} = (c_{nom} + d_{s,w} + \frac{d_{s,l}}{2}) \cdot 2 \quad (2.74)$$

Die Spannungen  $\sigma_c$ ,  $\sigma_{s,l}$  und  $\sigma_{s,w}$  der Druck- und Zugstreben können mit

$$\begin{aligned} \sigma_c &= \frac{F_c}{t_{eff} \cdot z_i \cdot \cos \theta} = \frac{V_T}{t_{eff} \cdot z_i \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta} = \frac{T_{II}}{2 \cdot A_{k,c} \cdot t_{eff} \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta} = \dots \\ &\dots = \frac{T_{II} \cdot (\cot \theta + \tan \theta)}{2 \cdot A_{k,c} \cdot t_{eff}} \end{aligned} \quad (2.75)$$

und

$$\sigma_{s,l} = \frac{F_{s,l}}{a_{s,l} \cdot z_i} = \frac{V_T \cdot \cot \theta}{a_{s,l} \cdot z_i} = \frac{T_{II} \cdot \cot \theta}{2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l}} \quad (2.76)$$

sowie

$$\sigma_{s,w} = \frac{F_{s,w}}{a_{s,w} \cdot z_i \cdot \cot \theta} = \frac{V_T}{a_{s,w} \cdot z_i \cdot \cot \theta} = \frac{T_{II}}{2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} \cdot \cot \theta} = \frac{T_{II} \cdot \tan \theta}{2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w}} \quad (2.77)$$

## 2 Stand des Wissens

bestimmt werden, wobei  $z_i \cdot \cos \theta$  der Breite der Druckstrebe,  $z_i$  der Breite der längsgerichteten Zugstrebe und  $z_i \cdot \cot \theta$  der Breite der quergerichteten Zugstrebe entspricht, siehe Bild 2.54.

Durch ein Umstellen der Gleichungen 2.75 bis 2.77 und das Ersetzen der Spannungen durch die Festigkeiten der Materialien  $f_c$  und  $f_y$  ist, bei bekannter Bewehrungsanordnung, eine Ermittlung des aufnehmbaren Torsionsmomentes (Bruchmoment) mit

$$T_{II,max,c} = f_c \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot t_{eff} \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta = \frac{f_c \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot t_{eff}}{(\cot \theta + \tan \theta)} \quad (2.78)$$

und

$$T_{II,max,s,l} = f_{y,l} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l} \cdot \tan \theta \quad (2.79)$$

sowie

$$T_{II,max,s,w} = f_{y,w} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} \cdot \cot \theta \quad (2.80)$$

möglich. Das maximal aufnehmbare Torsionsmoment  $T_{II,max}$  entspricht dem kleinsten der drei Werte  $T_{II,max,c}$ ,  $T_{II,max,s,l}$  und  $T_{II,max,s,w}$ .

$$T_{II,max} = \min \begin{cases} T_{II,max,c} \\ T_{II,max,s,l} \\ T_{II,max,s,w} \end{cases} \quad (2.81)$$

Der anzusetzende **Druckstrebenwinkel**  $\theta$  wird durch die Bewehrung in Längs- und Quer- richtung bestimmt. Bei ersten Berechnungen von RAUSCH [166] wurde ein fester Druckstrebenwinkel  $\theta$  von  $45^\circ$  verwendet. Dabei ging RAUSCH davon aus, dass bei der Verwendung von Längs- und Bügelbewehrung die schwächere der beiden Bewehrungen die Tragfähigkeit bestimmt, unabhängig von der dazu senkrecht angeordneten Bewehrung. In diesem Fall würde  $T_{II,max,s,l}$  ungleich  $T_{II,max,s,w}$  sein und der kleinere der beiden Werte als maximal aufnehmbares Torsionsmoment angenommen werden.

Versuche zeigen, dass RAUSCH bei ungleicher Längs- und Bügelbewehrung, die Torsionstragfähigkeit deutlich unterschätzt und eine Modifizierung des Modells notwendig ist. Unter anderem LAMPERT/THÜRLIMANN [115] erweiterten das Modell von RAUSCH und führten einen variablen Winkel  $\theta$  der Druckdiagonale ein. Der variable Winkel  $\theta$  wird unter der Annahme ermittelt, dass sowohl die Längs- als auch die Bügelbewehrung im Bruchzustand die Streckgrenze  $f_y$  erreichen, wobei Vergleiche mit experimentellen Untersuchungen zeigen, dass sich der Winkel  $\theta$  nur in einem Bereich von etwa  $30^\circ$  bis  $60^\circ$  einstellen kann, siehe Abschnitt 2.4.5.4. Durch das Gleichsetzen der Werte  $T_{II,max,s,l}$  und  $T_{II,max,s,w}$  kann bei vorgegebener Bewehrung der sich einstellende Druckstrebenwinkel  $\theta$  mit

$$T_{II,max,s,l} = T_{II,max,s,w} \quad f_{y,l} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l} \cdot \tan \theta = f_{y,w} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} \cdot \cot \theta$$

$$\cot \theta = \sqrt{\frac{f_{y,l} \cdot a_{s,l}}{f_{y,w} \cdot a_{s,w}}} = \begin{cases} > \cot 60^\circ \\ < \cot 30^\circ \end{cases} \quad (2.82)$$

ermittelt werden. Würde die Bewehrungsverteilung theoretisch einen flacheren Winkel als  $30^\circ$  bzw. einen steileren Winkel als  $60^\circ$  zulassen, wird der Druckstrebenwinkel  $\theta$  auf  $30^\circ$  bzw.  $60^\circ$  begrenzt. Dies führt dazu, dass bei rechnerisch ermittelten Winkeln, die zwischen  $30^\circ$  und  $60^\circ$  liegen,  $T_{II,max,s,l}$  gleich  $T_{II,max,s,w}$  ist. Bei Bewehrungsanordnungen, die theoretisch zu einem Winkel außerhalb des Bereiches von  $30^\circ$  bis  $60^\circ$  führen, würden die Begrenzung auf  $30^\circ$  bzw.  $60^\circ$ ,  $T_{II,max,s,l}$  und  $T_{II,max,s,w}$  unterschiedlich große Werte aufweisen.

Für Stahlbetonkörper mit einer Wendelbewehrung und einer ggf. vorhandenen Längsbewehrung ergeben sich die in den Gleichungen 2.84 bis 2.92 dargestellten Zusammenhänge. Das Bild 2.55 a dient zur Erläuterung für die Berechnung von Druck- und Zugstrebenbreiten.

Es ist zu beachten, dass bei den Berechnungen zur Wendelbewehrung nicht, wie üblich, der Wendelabstand in Bauteillängsrichtung  $s_{s,w}$  sondern der lichte Abstand  $s_{s,w,\alpha}$  verwendet wurde, siehe Bild 2.55 b. Dies ist für die spätere Betrachtung im Abschnitt 4.4 von Vorteil. Die Umrechnung von  $s_{s,w,\alpha}$  zu  $s_{s,w}$  zeigt die Gleichung 2.83.

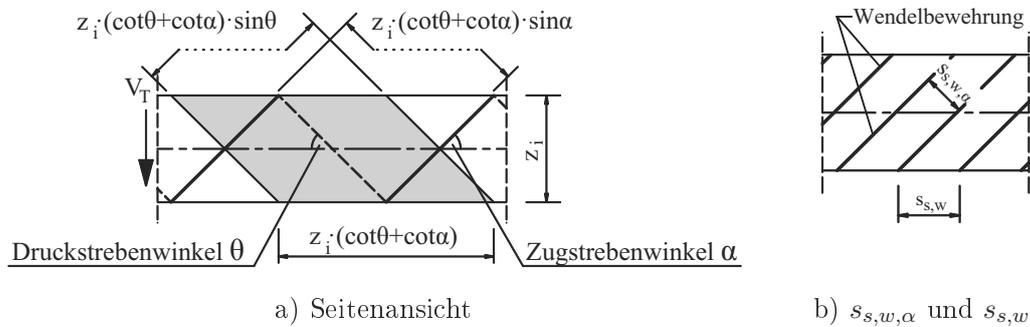


Bild 2.55: Stabwerkmodelle für Stahlbetonkörper mit einer Wendelbewehrung

$$s_{s,w} = \frac{s_{s,w,\alpha}}{\sin \alpha} \quad (2.83)$$

$$F_c = \frac{V_T}{\sin \theta} = \frac{T_{II} \cdot z_i}{2 \cdot A_{k,c} \cdot \sin \theta} \quad (2.84)$$

$$F_{s,l} = V_T \cdot \cot \theta - \frac{V_T}{\sin \alpha} \cdot \cos \alpha = \frac{T_{II} \cdot z_i}{2 \cdot A_{k,c}} \cdot (\cot \theta - \cot \alpha) \quad (2.85)$$

$$F_{s,w} = \frac{V_T}{\sin \alpha} = \frac{T_{II} \cdot z_i}{2 \cdot A_{k,c} \cdot \sin \alpha} \quad (2.86)$$

$$\sigma_c = \frac{F_c}{t_{eff} \cdot z_i \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \theta} = \frac{V_T}{t_{eff} \cdot z_i \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \theta \cdot \sin \theta} = \dots \quad (2.87)$$

$$\dots = \frac{V_T}{t_{eff} \cdot z_i \cdot (\cot \theta + \cot \alpha)} \cdot (1 + \cot^2 \theta) = \frac{T_{II}}{2 \cdot A_{k,c} \cdot t_{eff} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha)} \cdot (1 + \cot^2 \theta)$$

## 2 Stand des Wissens

$$\sigma_{s,l} = \frac{F_{s,l}}{a_{s,l} \cdot z_i} = \frac{V_T \cdot \cot \theta - V_T \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{a_{s,l} \cdot z_i} = \frac{V_T \cdot (\cot \theta - \cot \alpha)}{a_{s,l} \cdot z_i} = \frac{T_{II} \cdot (\cot \theta - \cot \alpha)}{2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l}} \quad (2.88)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{s,w} &= \frac{F_{s,w}}{a_{s,w} \cdot z_i \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha} = \frac{V_T}{a_{s,w} \cdot z_i \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \sin \alpha} = \dots \quad (2.89) \\ &\dots = \frac{T_{II}}{2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \sin \alpha} \end{aligned}$$

$$T_{II,max,c} = f_c \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot t_{eff} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \theta \cdot \sin \theta = \frac{f_c \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot t_{eff} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha)}{(1 + \cot^2 \theta)} \quad (2.90)$$

$$T_{II,max,s,l} = \frac{f_{y,l} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l}}{\cot \theta - \cot \alpha} \quad \text{gilt nur für } \theta < \alpha \quad (2.91)$$

$$T_{II,max,s,w} = f_{y,w} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \sin \alpha \quad (2.92)$$

Im Gegensatz zu einer Bewehrung mit Bügeln ist bei einer Wendelbewehrung nicht zwingend eine Längsbewehrung notwendig. Ist keine Längsbewehrung vorhanden, wird sich der Druckstrebenwinkel  $\theta$  dem Zugstrebenwinkel  $\alpha$  anpassen, so dass alle Längskräfte durch die Wendelbewehrung aufgenommen werden. Ist eine Längsbewehrung vorhanden, wird sich ein Druckstrebenwinkel  $\theta$  einstellen, der kleiner als der Zugstrebenwinkel  $\alpha$  ist. Auch bei diesem Modell wird der Druckstrebenwinkel  $\theta$  durch das Gleichsetzen der Werte  $T_{II,max,s,l}$  und  $T_{II,max,s,w}$  ermittelt.

$$T_{II,max,s,l} = T_{II,max,s,w} \quad \frac{f_{y,l} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l}}{\cot \theta - \cot \alpha} = f_{y,w} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin^2 \alpha$$

$$\cot \theta = \sqrt{\frac{f_{y,l} \cdot a_{s,l}}{f_{y,w} \cdot a_{s,w} \cdot \sin^2 \alpha} + \cot^2 \alpha} = \begin{cases} > \cot 60^\circ \\ < \cot 30^\circ \end{cases} \quad (2.93)$$

Wird in die Gleichungen 2.83 bis 2.92 und 2.93  $\alpha = 90^\circ$  eingesetzt, können die Gleichungen ebenso für die Berechnung des Stabwerkmodells mit Längs- und Bügelbewehrung verwendet werden und sind somit allgemeingültig.

Für eine Bemessung sind die Gleichungen 2.79 und 2.80 bzw. 2.91 und 2.92 nach  $a_{s,l}$  und  $a_{s,w}$  umzustellen und für Werte  $f_c$  und  $f_y$  Bemessungswerte einzusetzen. Entsprechend der gegenwärtig in Deutschland geltenden DIN EN 1992-1-1:2011-01 sind z. B.  $f_c$  durch  $\alpha_{c,red} \cdot f_{c,d}$  und  $f_y$  durch  $f_{y,d}$  zu ersetzen.

### 2.5.4.3 Andere Torsionstheorien zur Berechnung der Torsionstragfähigkeit

Bei der **klassischen Theorie** wird zur Bestimmung der Torsionstragfähigkeit des gerissenen Querschnittes die Tragfähigkeit der Bewehrung zur Tragfähigkeit des reinen Betonquerschnitts addiert. Dabei wird der Betonanteil u. a. auch nach der Elastizitäts- oder der Plastizitätstheorie (siehe Abschnitt 2.5.2) bestimmt. Der Anteil der Bewehrung wird zum Teil durch das Fachwerkmodell, aber auch durch die Dübelwirkung der Längsbewehrung beschrieben.

Ein Kritikpunkt an dieser Theorie ist, dass, obwohl der Beton gerissen ist und deutliche sichtbare Risse aufweist, die Betonzugfestigkeit angesetzt wird. Des Weiteren wird kritisiert, dass, obwohl Versuche an Voll- und Hohlquerschnitten (siehe Abschnitt 2.4) gezeigt haben, dass der Querschnittskern keinen Einfluss auf die Tragfähigkeit im Zustand II hat, dieser hier mit angesetzt wird. Ansätze dieser Theorie sind u. a. in ANDERSEN [4] und PANDIT/WARWARUK [155] näher erläutert.

Die **Theorie der schiefen Bruchfläche** beruht auf Versuchsergebnissen, bei denen sich der im Winkel von  $45^\circ$  verlaufende Spiralliss nur auf  $3/4$  des Umfangs ausbildet und sich eine schiefe Bruchfläche ergibt, siehe Bild 2.56. Eine derartige Bruchfläche ist überwiegend bei kombinierten Beanspruchungen aus Torsion, Biegung und Querkraft zu erkennen, da sich durch die Biegung auf einer Seite eine Druckzone ausbilden kann. Diese Theorie ist verbreiteter als die klassische Theorie und war bereits Bestandteil einiger Normen. In den letzten Jahren hat sie jedoch an Bedeutung verloren und wurde in den Lehrbüchern und Normen immer mehr durch die Fachwerktheorie ersetzt. Gründe für das Zurückdrängen dieser Theorie könnten in den aufwendigen und zum Teil auf empirischen Werten aufbauenden Berechnungen liegen, die am Ende zu ähnlichen Ergebnissen wie die Fachwerktheorie führen. Umfangreiche Erläuterungen zu dieser Theorie sind u. a. COLLINS ET AL. [31], HSU [94] sowie LESSIG [119] und Vergleiche verschiedener Ansätze LIU [120], OJHA/KORDINA [148] sowie TEUTSCH [201] zu entnehmen.

Des Weiteren sind **empirische Ansätze** sowie die **Diagonal Compression Field Theory** zu nennen, die in MITCHELL/COLLINS [132] und OJHA/KORDINA [148] erläutert sind.

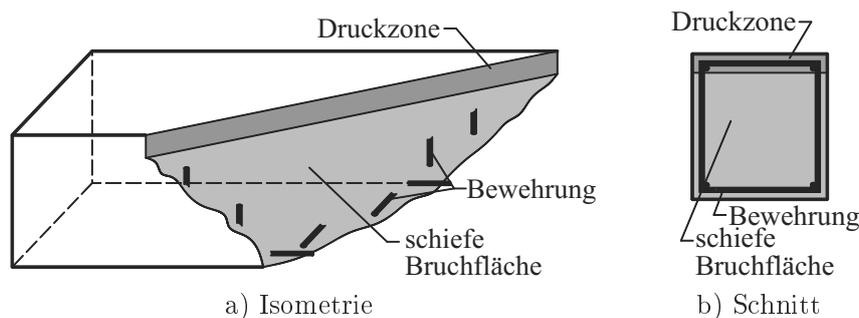


Bild 2.56: Theorie der schiefen Bruchfläche, nach TEUTSCH [201]

### 2.5.4.4 Berechnung der Verformung/Torsionssteifigkeit

Ergebnisse aus theoretischen Untersuchungen zur Verformung  $\vartheta$  und Torsionssteifigkeit  $K_T^{II}$  liegen im Gegensatz zur Torsionstragfähigkeit nur in einem sehr geringen Umfang vor. LEONHARDT/SHELLING [117] zeigen anhand der im Bild 2.57 dargestellten Momenten-Verwindungs-Beziehung beispielhaft, dass aber selbst die vorliegenden theoretischen Betrachtungen nur

schwer vergleichbar sind. Die unterschiedlichen Ansätze beziehen sich u. a. auf verschiedene Punkte der Momenten-Verwindungs-Beziehung. Des Weiteren weichen die Definition der Steigung/Torsionssteifigkeit voneinander ab. In einem Teil der Untersuchungen wird die Steigung der Ursprungsgerade und in einem anderen Teil die Steigung der Momenten-Verwindungs-Beziehung als Torsionssteifigkeit definiert. Weitere Informationen geben u. a. Hsu [93], KARLSSON [102] und RAHLWES [162].

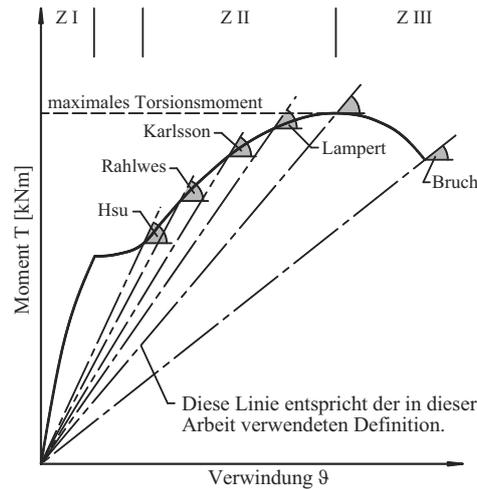


Bild 2.57: Unterschiedliche Definitionen der Torsionssteifigkeit  $K_T^{II}$ , nach LEONHARDT/SHELLING [117]

LEONHARDT/SHELLING [117] und LAMPERT/THÜRLIMANN [115] sehen, wie auch andere, den Ansatz des Schubmoduls  $G$  für die Berechnung der Torsionssteifigkeit im Zustand II als nicht gerechtfertigt an, da die Wirkung der Querdehnzahl  $\mu$  fast vollständig verloren geht. Da aber bis heute noch keine praxistauglichen Formeln zur Berechnung der Verformung im Zustand II vorliegen, kann darauf nicht verzichtet werden. In der Fachliteratur wird für die Berechnung der Verformung der Ansatz einer abgeminderten, für den Zustand I ermittelten Torsionssteifigkeit empfohlen.

$$K_T^{II} = k_{T,II} \cdot G \cdot I_T = k_{T,II} \cdot K_{T,el}^I \quad (2.94)$$

Der dafür notwendige Korrekturfaktor  $k_{T,II}$  ist empirisch ermittelt. LEONHARDT/SHELLING [117] schlagen zur realistischen Abschätzung der Torsionssteifigkeit im Zustand II beispielsweise einen Faktor zwischen 0,1 und 0,15 vor und weisen darauf hin, dass dieser zum Zeitpunkt des Versagens zwischen 0,04 und 0,05 liegen kann. Der im CEB-FIB MODEL CODE 1990 aufgeführte Korrekturfaktor liegt ebenfalls im Bereich von 0,1. GRASSER/THIELEN [68] ist ein Faktor von 0,24 zu entnehmen. Hsu [93] schlägt einen Korrekturfaktor in Abhängigkeit des Gesamt-Bewehrungsgehaltes vor. Er ist 0,1 wenn der Gesamt-Bewehrungsgehalt 5 % beträgt.

### 2.5.5 Torsionstragverhalten von mit CFK- bzw. GFK-Sheets-verstärkten Stahlbetonbauteilen

Für die Berechnung der Torsionstragfähigkeit von CFK- bzw. GFK-Sheets-verstärkten Stahlbetonbauteilen sind noch keine normativen Regelungen getroffen. Seit Anfang des 21. Jh. sind in der Fachliteratur jedoch einzelne sehr vereinfachte Berechnungsansätze zu finden. In einem Großteil der Veröffentlichungen wird davon ausgegangen, dass die Tragfähigkeiten des Stahlbetonkörpers  $T_{II,max,Stb,d}$  und der Verstärkung  $T_{II,max,f,d}$  getrennt ermittelt werden können und sich durch eine Addition beider Tragfähigkeiten die Gesamttragfähigkeit  $T_{II,max,d}$  ergibt.

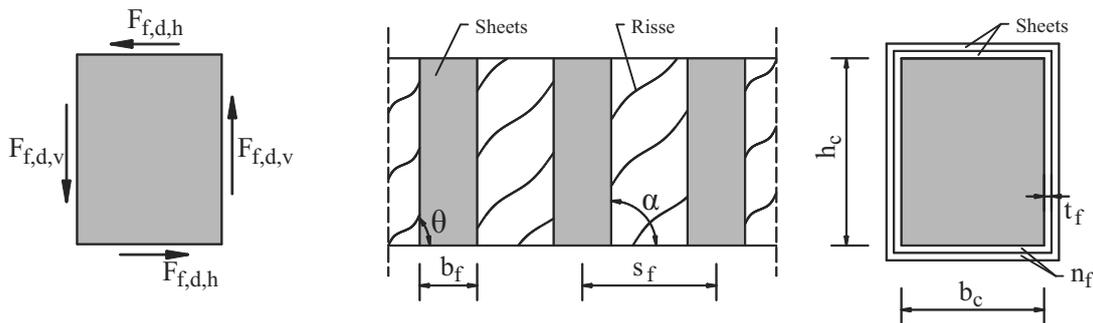
$$T_{II,max,d} = T_{II,max,Stb,d} + T_{II,max,f,d} \quad (2.95)$$

Dabei entfällt die separate Betrachtung in Bauteillängs- und Bauteilquerrichtung. Der Druckstrebenwinkel  $\theta$  wird unabhängig von der Verteilung der Stahlbewehrung und der Sheets meist vereinfacht mit  $45^\circ$  angenommen.

Die Berechnungen des Stahlbetonkörpers erfolgen mit Berechnungsmodellen, die im Abschnitt 2.5.4 dargestellt sind. Für die Ermittlung der Torsionstragfähigkeiten der Verstärkung werden die nachfolgenden Gleichungen genutzt. Mit Hilfe von

$$\begin{aligned} T_{II,max,f,d} &= F_{f,d,v} \cdot b_c + F_{f,d,h} \cdot h_c = \dots \\ \dots &= \varepsilon_{f,d,e} \cdot E_f \cdot \frac{n_f \cdot t_f \cdot b_f}{s_f} \cdot h_c \cdot \cot \theta \cdot b_c + \varepsilon_{f,d,e} \cdot E_f \cdot \frac{n_f \cdot t_f \cdot b_f}{s_f} \cdot b_c \cdot \cot \theta \cdot h_c = \dots \\ \dots &= 2 \cdot \varepsilon_{f,d,e} \cdot E_f \cdot \frac{n_f \cdot t_f \cdot b_f}{s_f} \cdot b_c \cdot h_c \cdot \cot \theta = 2 \cdot A_c \cdot \sigma_{f,d} \cdot \frac{A_f}{s_f} \cdot \cot \theta \end{aligned} \quad (2.96)$$

und dem Bild 2.58 a wird u. a. im *fib* Bulletin 14 [205] und in PANCHACHARAM/BELARBI [154] die Berechnung der Torsionstragfähigkeiten von umlaufenden Sheets, welche im Winkel von  $90^\circ$  zur Bauteillängsachse angeordnet sind, beschrieben. Das Bild 2.58 b verdeutlicht die geometrischen Parameter der nachfolgenden Gleichungen.



a) Kräfte am Querschnitt

b) Parameter der Berechnung

Bild 2.58: Berechnungsmodell für Sheets, nach PANCHACHARAM/BELARBI [154] und TÄLJSTEN [203]

## 2 Stand des Wissens

Für den Fall, dass die Sheets in einem von  $90^\circ$  abweichenden Winkel angeordnet werden, ist zur Bestimmung der Torsionstragfähigkeit der Verstärkung u. a. in DEIFALLA/GHOBARAH [45], HII/AL-MAHAIDI [89] und TÄLJSTEN [203] die um den Winkel  $\alpha$  erweiterte Gleichung

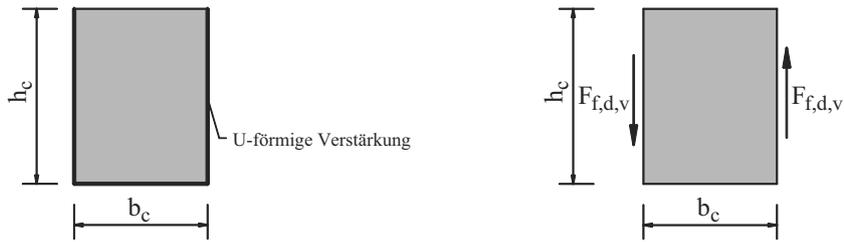
$$\begin{aligned} T_{II,max,f,d} &= 2 \cdot \varepsilon_{f,d,e} \cdot E_f \cdot \frac{n_f \cdot t_f \cdot b_f}{s_f} \cdot b_c \cdot h_c \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha = \dots \\ &\dots = 2 \cdot A_c \cdot \sigma_{f,d} \cdot \frac{A_f}{s_f} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \end{aligned} \quad (2.97)$$

zu finden.

Bei einer U-förmigen Anordnung der Sheets werden ausschließlich die zwei gegenüberliegend verstärkten Seiten berücksichtigt. Die Seite, deren gegenüberliegende Seite nicht verstärkt ist, bleibt unberücksichtigt, siehe Bild 2.59. Zur Berechnung der Torsionstragfähigkeit wird in HII/AL-MAHAIDI [89] und MOHAMMADIZADEH/FADAEE [136] die Gleichung

$$T_{II,max,f,d} = \varepsilon_{f,d,e} \cdot E_f \cdot \frac{t_f b_f}{s_f} \cdot b_c \cdot h_c \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha = A_c \cdot \sigma_{f,d} \cdot \frac{A_f}{s_f} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \quad (2.98)$$

vorgestellt.



a) Anordnung der Sheets

b) Kräfte am Querschnitt

Bild 2.59: U-förmige Anordnung der Sheets, nach PANCHACHARAM/BELARBI [154]

Die Lagenanzahl  $n_f$ , die Dicke  $t_f$ , die Breite  $b_f$ , der Achsabstand  $s_f$  und der Elastizitätsmodul  $E_f$  der Sheets sowie die Außenmaße  $b_c$  und  $h_c$  des Stahlbetonkörpers sind klar definiert und einfach zu bestimmen. Der Bemessungswert der Sheetdehnung  $\varepsilon_{f,d,e}$  ist dagegen von Parametern wie dem Sicherheitsfaktor  $\gamma_f$ , dem Reduktionsfaktor  $k_f$ , der mittleren Betondruckfestigkeit  $f_{c,m}$ , dem Bewehrungsgrad  $\rho_f$  und der maximalen Sheetdehnung  $\varepsilon_{f,u}$  abhängig.

Im *fib* Bulletin 14 [205] und in PANCHACHARAM/BELARBI [154] wird das folgende Vorgehen bei der Ermittlung von  $\varepsilon_{f,d,e}$  empfohlen. Mit

$$\varepsilon_{f,d,e} = \varepsilon_{f,k,e} / \gamma_f \quad (2.99)$$

kann unter Verwendung des Sicherheitsfaktors  $\gamma_f$ , der abhängig vom Material und der Anordnung der Verstärkung mit 1,2 bis 1,5 angegeben wird, aus der charakteristischen Sheetdehnung

$\varepsilon_{f,k,e}$  der Bemessungswert  $\varepsilon_{f,d,e}$  bestimmt werden. Die charakteristische Sheetdehnung  $\varepsilon_{f,k,e}$  ist mit

$$\varepsilon_{f,k,e} = k_f \cdot \varepsilon_{f,e} \quad (2.100)$$

durch Multiplikation der effektiven Sheetdehnung  $\varepsilon_{f,e}$  mit dem Reduktionsfaktor  $k_f$  zu bestimmen. Der Reduktionsfaktor  $k_f$  ist konstant mit 0,8 angegeben und die charakteristische Sheetdehnung  $\varepsilon_{f,k,e}$  wird auf 5 ‰ begrenzt. Zur Berechnung der effektiven Dehnung der Sheets  $\varepsilon_{f,e}$  werden die empirisch ermittelten Gleichungen

$$\varepsilon_{f,e} = 0,17 \cdot \left( \frac{f_{c,m}^{2/3}}{E_f \cdot \rho_f} \right)^{0,3} \cdot \varepsilon_{f,u} \quad \text{für CFK} \quad (2.101)$$

$$\varepsilon_{f,e} = 0,048 \cdot \left( \frac{f_{c,m}^{2/3}}{E_f \cdot \rho_f} \right)^{0,47} \cdot \varepsilon_{f,u} \quad \text{für GFK} \quad (2.102)$$

genutzt.

Um die Delaminationsneigung zu berücksichtigen, die bei einer U-förmigen Anordnung gegeben ist (siehe Abschnitt 2.4.5.5), wird bei der Ermittlung der effektiven Sheetdehnung  $\varepsilon_{f,e}$  die Betrachtung eines weiteren Grenzfalles empfohlen. Die Gleichung

$$\varepsilon_{f,e} = \min \left\{ \begin{array}{ll} 0,17 \cdot \left( \frac{f_{c,m}^{2/3}}{E_f \cdot \rho_f} \right)^{0,3} \cdot \varepsilon_{f,u} & \text{Grenzfall Faserversagen} \\ 0,65 \cdot \left( \frac{f_{c,m}^{2/3}}{E_f \cdot \rho_f} \right)^{0,56} \cdot 10^{-3} & \text{Grenzfall Delamination} \end{array} \right. \quad (2.103)$$

zeigt die Bestimmung der effektiven Sheetdehnung  $\varepsilon_{f,e}$  am Beispiel von U-förmig angeordneten CFK-Sheets.

Die für die Gleichungen 2.101 bis 2.103 notwendigen Materialkennwerte  $f_{c,m}$ ,  $E_f$  und  $\varepsilon_{f,u}$  sind gegeben. Ausschließlich die Ermittlung des Bewehrungsgrades  $\rho_f$  bedarf einer weiteren Berechnung. Der Bewehrungsgrad  $\rho_f$  wird u. a. im *fib* Bulletin 14 [205], abgeleitet von der Querkraftverstärkung, als Verhältnis zwischen der beidseitigen Sheetsdicke  $t_f$  und der Bauteilbreite  $b_c$  angegeben.

$$\rho_f = \frac{2 \cdot t_f \cdot \frac{b_f}{s_f}}{b_c} \quad (2.104)$$

Mit dem Verhältnis zwischen der Breite  $b_f$  und dem Abstand  $s_f$  der Sheets wird die Mindermenge bei einer streifenförmigen Anordnung berücksichtigt.

Abweichend von dieser Definition wird in DEIFALLA/GHOBARAH [45] und HII/AL-MAHAIDI [89] der Bewehrungsgrad  $\rho_f$  als das Verhältnis zwischen Sheetsdicke  $t_f$  und Wanddicke des angenommenen Stahlbetonhohlkastens  $t_c$  dargestellt. Sind die Sheets in Streifen angeordnet, ist

$$\rho_f = \frac{t_f \cdot \frac{b_f}{s_f}}{t_c} \quad (2.105)$$

zu verwenden. Bei einer vollflächigen Verstärkung ist  $b_f = s_f$  und somit  $b_f/s_f = 1$ , so dass

## 2 Stand des Wissens

$$\rho_f = \frac{t_f}{t_c} \quad (2.106)$$

zur Anwendung kommen kann.

Die Ermittlung von  $t_c$  erfolgt mit

$$t_c = \frac{3 \cdot A_c}{4 \cdot u_c}. \quad (2.107)$$

Mit den Gleichungen

$$A_c = b_c \cdot h_c \quad (2.108)$$

und

$$u_c = 2 \cdot (b_c + h_c) \quad (2.109)$$

sind die dafür notwendige Querschnittsfläche  $A_c$  sowie der Umfang des Querschnittes  $u_c$  zu bestimmen.

U. a. in DEIFALLA/GHOBARAH [45, 46] wird gezeigt, dass mit den zuvor beschriebenen Ansätzen die Torsionstragfähigkeit deutlich überschätzt wird. Die Begründung wird u. a. in der fehlerhaften Bestimmung der effektiven Sheetdehnung  $\varepsilon_{f,e}$  gesucht, so dass die empirisch ermittelten Gleichungen

$$\varepsilon_{f,e} = \frac{0,33}{L_e} \cdot \frac{b_f}{s_f} \quad (2.110)$$

und

$$\varepsilon_{f,e} = \frac{0,02 \cdot \alpha_f}{L_e} \quad (2.111)$$

sowie

$$\varepsilon_{f,e} = 0,1 \cdot (E_f \cdot \rho_f)^{-0,86} \cdot \varepsilon_{f,u} \quad (2.112)$$

vorgeschlagen werden, die sowohl für CFK- als auch GFK-Sheets gelten. Die hierfür notwendige effektive Verbundlänge  $L_e$  und die Konstante  $\alpha_f$  werden mit

$$L_e = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{\sqrt{f_c}}} \quad (2.113)$$

und

$$\alpha_f = \sqrt{\frac{2 - \frac{b_f}{s_f \cdot \sin \alpha}}{1 + \frac{b_f}{s_f \cdot \sin \alpha}}} \quad (2.114)$$

bestimmt.

GHOBARAH ET AL. [63] zeigen wiederum, dass eine sehr differenzierte Bestimmung der effektiven Sheetdehnung  $\varepsilon_{f,e}$  nicht zwingend notwendig ist und selbst bei unterschiedlichen

Sheetanordnungen mit  $\varepsilon_{f,e} = 3\%$  eine gute Übereinstimmung zwischen rechnerisch und experimentell ermittelten Tragfähigkeiten zu erreichen ist. Von CHALIORIS [29] wird dagegen erläutert, dass derartig pauschale Aussagen nicht möglich sind.

Die Vielzahl der erwähnten Berechnungsansätze, aber auch die von MATTHYS/TRIANTAFILLOU [130] dargestellten Streubreiten bei der experimentellen Ermittlung von  $\varepsilon_{f,e}$  machen die Unsicherheiten bei der rechnerischen Bestimmung von  $\varepsilon_{f,e}$  deutlich, die sich zum Teil in erheblichen Abweichungen zwischen rechnerisch und experimentell ermittelten Tragfähigkeiten widerspiegeln.

Die zum Teil fehlerhafte Berechnung der Torsionstragfähigkeit bei der Anwendung der Gleichungen 2.95 bis 2.103 wird auch in HII/AL-MAHAIDI [89] beschrieben. Im Gegensatz zu den zuvor gewählten Ansätzen, die sich durch die Ermittlung der effektiven Sheetdehnung  $\varepsilon_{f,e}$  unterscheiden, wird hier in den Gleichungen 2.96 bis 2.98 die Querschnittsfläche  $A_c$  durch die Kernfläche  $A_k$  der Stahlbewehrung ersetzt. Da  $A_k$  deutlich kleiner ist als  $A_c$ , wird auch  $T_{II,max,f,d}$  deutlich kleiner. Anhand von Kernflächen, die nach AS3600-2001 und ACI 318-05 (siehe Abschnitt 2.5.4.2) ermittelt wurden, konnte gezeigt werden, dass die rechnerisch ermittelten Tragfähigkeiten deutlich besser den in Versuchen bestimmten Tragfähigkeiten entsprechen, dies zeigt auch MOHAMMADIZADEH/FADAEI [136].

Von CHALIORIS [28] und HOLTZ SILVA FILHO ET AL. [91] werden Modelle und Berechnungsalgorithmen vorgestellt, mit denen vollständige Torsionsmomenten-Verdrehungs-Beziehungen beschrieben werden können, die gute Übereinstimmungen mit den experimentell ermittelten Beziehungen liefern. Für eine händische Rechnung sind diese Algorithmen nicht geeignet. Jedoch wurde hier das in den zuvor genannten Veröffentlichungen ungenügend betrachtete Zusammenwirken der Stahllängs- und Stahlbügelbewehrung mit den Sheets in Längs- und Querrichtung erörtert. Es wurde die für eine Handrechnung geeignete Gleichung

$$\tan \theta = \sqrt{\frac{\rho_{s,w} \cdot f_{s,w} + \rho_{f,w} \cdot f_{f,w}}{\rho_{s,l} \cdot f_{s,l} + \rho_{f,l} \cdot f_{f,l}}} \quad (2.115)$$

für die Ermittlung eines gemeinsamen Druckstrebenwinkels  $\theta$  vorgestellt. In diese Gleichung fließen neben den Bewehrungsgraden der Stahlbewehrung  $\rho_{s,w}$ ,  $\rho_{s,l}$  und der Verstärkung  $\rho_{f,w}$ ,  $\rho_{f,l}$  die Streckgrenze des Bewehrungsstahls  $f_{s,w}$ ,  $f_{s,l}$  und die Zugfestigkeit der Sheets  $f_{f,w}$ ,  $f_{f,l}$  ein.

Neben den beschriebenen analytischen Ansätzen werden u. a. in AMELI ET AL. [3] und HII/AL-MAHAIDI [88] umfangreiche numerische Modelle, die sowohl lineares als auch nichtlineares Baustoffverhalten berücksichtigen, vorgestellt. Kombinierte Beanspruchungen aus Torsion, Querkraft und Biegung werden in JING/GRÜNBERG [101] und das Verbundverhalten zwischen den Sheets und dem Untergrund in AL-MAHAIDI/HII [2] näher erläutert.

## 2.6 Zusammenfassung

Bereits seit Anfang des 20. Jh. werden experimentelle Untersuchungen an unbewehrten und bewehrten Stahlbetonbauteilen durchgeführt. Die dafür genutzten Versuchseinrichtungen variieren sehr stark und nur mit äußerst komplexen Konstruktionen war es tatsächlich möglich, reine Torsionsbelastungen in die Probekörper einzuleiten. Bei Versuchsständen, die durch ihre Einfachheit und Variabilität überzeugen, werden durch die eingeleitete Kraft meist auch Biege- und Querkraftbeanspruchungen hervorgerufen.

Die Versuchsergebnisse zeigen, dass sich die torsionsbelasteten Probekörper zu Beginn der Belastung in einem ungerissenen Zustand befinden. Mit steigender Belastung setzt die Rissbildung mit Risswinkeln von  $40^\circ$  -  $50^\circ$  ein. Die Größe des Rissmomentes wird vor allem durch die Querschnittsgeometrie und die Betoneigenschaften bestimmt. Die Bewehrung spielt dabei meist eine untergeordnete Rolle. Mit der einsetzenden Rissbildung versagen die unbewehrten und die unzureichend bewehrten Probekörper. Die Probekörper mit einer geeigneten Bewehrung gehen, verbunden mit einem starken Steifigkeitsabfall, in den gerissenen Zustand über und können über das Rissmoment hinaus belastet werden. Die Art des Versagens im Zustand II ist im Wesentlichen von der Querschnittsgeometrie, den Betoneigenschaften und den Materialeigenschaften sowie der Verteilung der Bewehrung abhängig. Es kann sowohl zum Versagen der Bewehrung als auch des Betons kommen.

Mit den Ergebnissen der Versuche ist es in umfangreichen theoretischen Untersuchungen gelungen, mehrere Ingenieurmodelle für die Berechnung der Tragfähigkeit (Bruchmoment) im gerissenen Zustand aufzustellen. Am meisten etabliert hat sich das Fach- bzw. Stabwerkmodell. Die Abweichungen zwischen den Berechnungs- und Versuchsergebnissen liegen hier meist bei unter 20 %.

Theoretische Betrachtungen zur Tragfähigkeit (Rissmoment) im ungerissenen Zustand wurden bis heute – da sie u. a. für die Baupraxis von untergeordneter Bedeutung sind – in einem sehr geringen Umfang durchgeführt. Es zeigt sich, dass Ergebnisse aus einer elastischen Querschnittsberechnung deutlich von den Versuchsergebnissen abweichen. Plastische Querschnittsberechnungen führen zu besseren Übereinstimmungen zwischen den rechnerisch und experimentell ermittelten Werten. Da diese Berechnungen äußerst aufwendig sind, werden für die praktische Anwendung Korrekturfaktoren vorgeschlagen, mit denen die Ergebnisse der deutlich einfacheren elastischen Querschnittsberechnung korrigiert werden können.

Ähnlich verhält es sich bei den theoretischen Untersuchungen zu Verformungen im Zustand I und II. Die Steifigkeit des ungerissenen Querschnittes wird mit der Elastizitätstheorie berechnet und für die Verformungsberechnung mit Korrekturfaktoren versehen.

Untersuchungen zur Torsionsverstärkung beschränken sich auf die Verstärkung mit GFK- und CFK-Sheets. Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen zeigen, dass neben den Materialeigenschaften die Anordnung der Verstärkung einen entscheidenden Einfluss auf die Tragfähigkeit hat. Aufbauend auf den Versuchsergebnissen wurden bereits erste Berechnungsansätze mit empirisch ermittelten Gleichungen vorgestellt. Diese Ansätze sind jedoch immer noch mit erheblichen Abweichungen zwischen den rechnerisch und experimentell ermittelten Werten verbunden, die nicht zuletzt auf die großen Streuungen bei der experimentellen Ermittlung der effektiven Sheetdehnung zurückzuführen sind.

Ergebnisse aus Untersuchungen zur Torsionsverstärkung mit Textilbeton liegen noch nicht vor. Für die Anwendung des Textilbetons in diesem Bereich sind somit erste experimentelle Untersuchungen notwendig, die die prinzipielle Wirkung des Textilbetons zeigen. Des Weiteren sind erste Berechnungsansätze erforderlich, mit denen das Tragverhalten der verstärkten Stahlbetonbauteile abgeschätzt werden kann.

# 3 Experimentelle Untersuchungen

## 3.1 Allgemeines

Die nachfolgend vorgestellten experimentellen Untersuchungen erfolgten im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 528 der DFG im Otto-Mohr-Laboratorium der TU Dresden. Sie wurden in den Jahren 2008 bis 2010 in mehreren Phasen durchgeführt. Ziel war es, die prinzipielle Wirkung einer Verstärkung aus Textilbeton auf das Torsionstragverhalten von Stahlbetonbauteilen zu untersuchen.

In der Vergangenheit durchgeführte Torsionsversuche an Stahlbetonbauteilen zeigten, dass das Torsionstragverhalten von der Querschnittsgröße, Querschnittsform, Betonqualität, Betondeckung, Bewehrungsmenge, Bewehrungsverteilung in Längs- und Querrichtung und dem Einbauwinkel der Bewehrung bestimmt wird. Bisher durchgeführte Biege-, Querkraft- und Normalkraftversuche an textilbetonverstärkten Probekörpern als auch Versuche an reinen Textilbetonprobekörpern zeigten weiterhin, dass die Wirkung der Verstärkungsschicht vor allem durch die Bewehrungsmenge, Ausrichtung der Bewehrung, Übergreifungslängen und das Bewehrungsmaterial beeinflusst wird. Eine Untersuchung aller möglichen Kombinationen der Einflussparameter aus dem Stahlbeton und der Verstärkungsschicht würde mehrerer tausend Versuche bedürfen und wäre somit zu aufwendig, siehe auch Bild 3.1. Für die hier durchgeführten Tastversuche wurden zunächst 34 Parameterkombinationen ausgewählt und in 67 Versuchen geprüft.

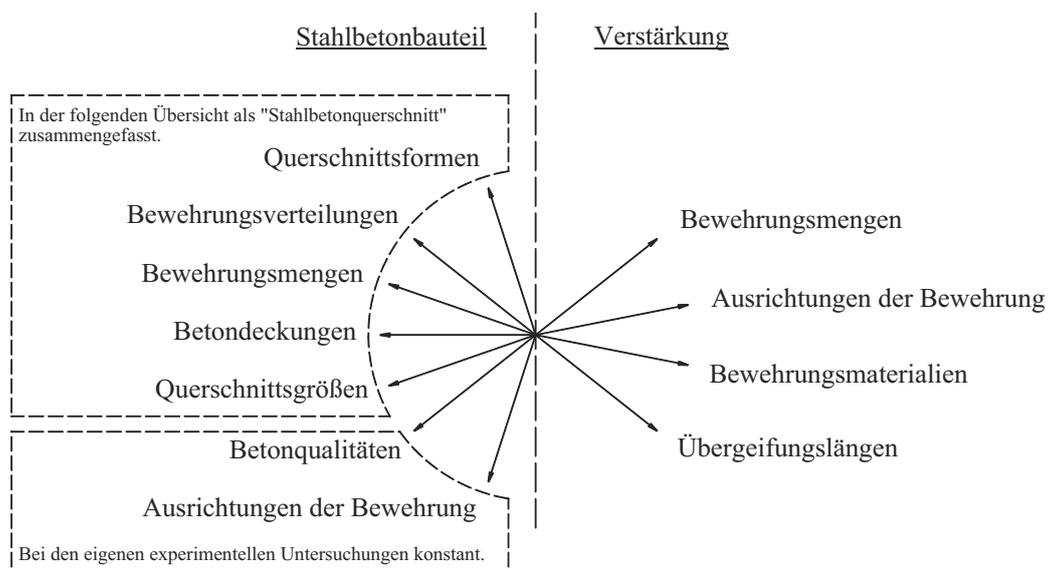


Bild 3.1: Wesentliche Faktoren, die das Torsionstragverhalten beeinflussen

### 3 Experimentelle Untersuchungen

Es wurden ausschließlich nicht vorgeschädigte Probekörper untersucht. Die beruht u. a. auf Ergebnissen von Weiland [212], die zeigen, dass vorgeschädigte und nicht vorgeschädigte Probekörper in etwas die gleichen Tragfähigkeiten aufweisen.

## 3.2 Probekörper

### 3.2.1 Probekörperübersicht und Definition der Probekörperbezeichnung

Die hier verwendeten Probekörperbezeichnungen beinhalten vier Teile. Der erste Teil gibt Auskunft über den verwendeten Stahlbetonquerschnitt, der zweite Teil über die Ausbildung der Verstärkungsschicht und der dritte Teil über das verwendete Textil. Gleiche Kombinationen aus den ersten drei Teilen wurden mehrfach hergestellt und geprüft, so dass sie im vierten Teil mit einer laufenden Probekörpernummer versehen wurden. Im Folgenden sind die einzelnen Teile beschrieben und zwei Beispiele für Probekörperbezeichnungen dargestellt. Das Bild 3.2 zeigt eine Übersicht der untersuchten Probekörperkombinationen.

Teile der Probekörperbezeichnung:

- Querschnitt der Stahlbetonprobekörper (weitere Angaben siehe Abschnitt 3.2.2)
  - Q1        Stahlbetonquerschnitt 1
  - Q2        Stahlbetonquerschnitt 2
  - ...
  - bis Q10    Stahlbetonquerschnitt 10
- Ausbildung der Verstärkung (weitere Angaben siehe Abschnitt 3.2.5)
  - U        unverstärkt
  - L0        umlaufend nur mit Feinbeton ohne Textil verstärkt
  - L2        umlaufend mit 2-lagig bewehrtem Textilbeton verstärkt
  - L2(k)    umlaufend mit 2-lagig bewehrtem Textilbeton verstärkt,  
mit kurzer Übergreifungslänge
  - L4        umlaufend mit 4-lagig bewehrtem Textilbeton verstärkt
  - L4(k)    umlaufend mit 4-lagig bewehrtem Textilbeton verstärkt,  
mit kurzer Übergreifungslänge
  - L4(2)    zwei einzelne Seiten mit 4-lagig bewehrtem Textilbeton verstärkt
  - L4(3)    drei Seiten mit 4-lagig bewehrtem Textilbeton verstärkt
  - L4(4)    vier einzelne Seiten mit 4-lagig bewehrtem Textilbeton verstärkt
  - L6        umlaufend mit 6-lagig bewehrtem Textilbeton verstärkt
- Verwendetes Textil (weitere Angaben siehe Abschnitt 3.2.6)
  - T1        Textil 1 mit 1.200 tex AR-Glas-Rovings im Winkel von  $\pm 45^\circ$
  - T2        Textil 2 mit 800 tex Carbon-Rovings im Winkel von  $\pm 45^\circ$
  - T3        Textil 3 mit 2.400 tex AR-Glas-Rovings im Winkel von  $0^\circ/90^\circ$
  - T4        Textil 4 mit 800 tex Carbon-Rovings im Winkel von  $0^\circ/90^\circ$
  - T5        Textil 5 mit 3.300 tex Carbon-Rovings im Winkel von  $0^\circ/90^\circ$
- Probekörpernummer
  - 1        Probekörper 1
  - 2        Probekörper 2
  - 3        Probekörper 3

Beispiele:

Q1-U-2 Diese Bezeichnung steht für den zweiten unverstärkten Stahlbetonquerschnitt 1.

Q2-L4(3)-T1-1 Diese Bezeichnung steht für den ersten Stahlbetonquerschnitt 2 der dreiseitig mit vier Lagen des Textils 1 verstärkt wurde.

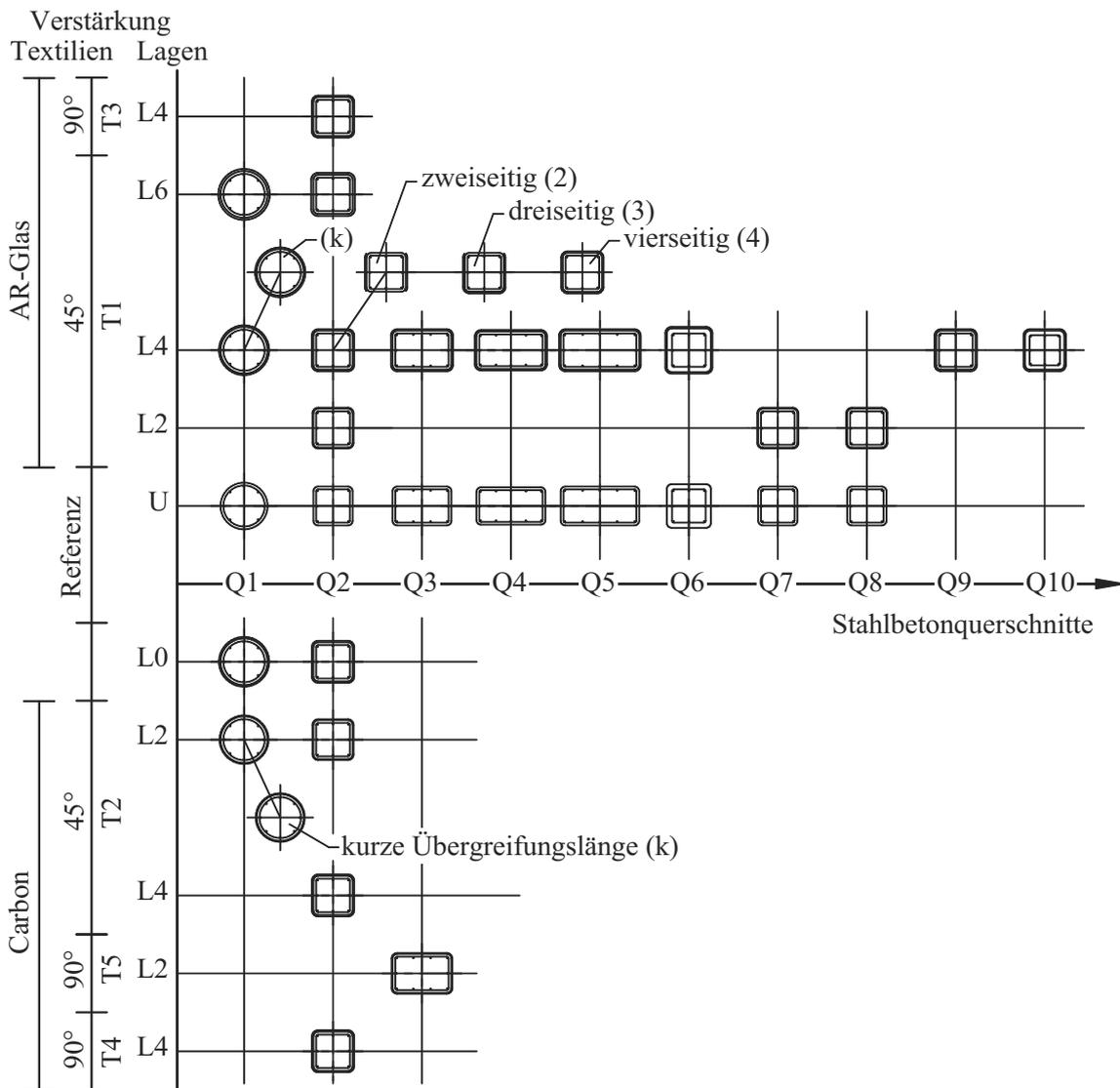


Bild 3.2: Übersicht der untersuchten Probekörperkombinationen

### 3.2.2 Geometrie der Stahlbetonprobekörper

Die verwendeten runden, rechteckigen und quadratischen Probekörperquerschnitte zeigen die Bilder 3.3 und 3.4. Eine detaillierte Übersicht ist dem Anhang C zu entnehmen. Die Probekörperquerschnitte wurden in Anlehnung an Probekörpergeometrien von bereits durchgeführten

### 3 Experimentelle Untersuchungen

Torsionsversuchen an Stahlbetonprobekörpern gewählt, siehe u. a. Abschnitt 2.4.4.

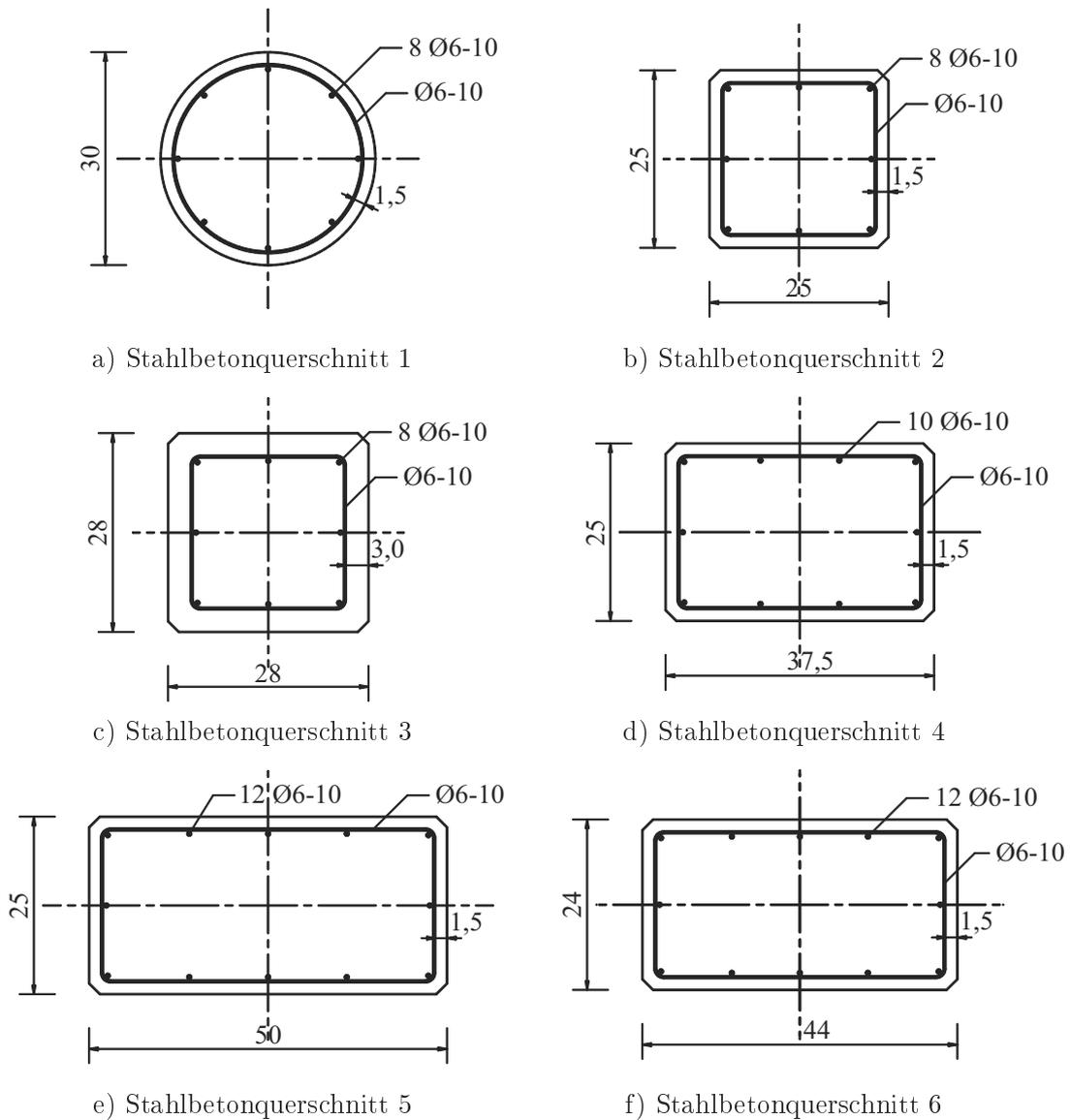


Bild 3.3: Querschnitte der Stahlbetonprobekörper mit Bewehrungsdurchmessern von 6 mm

Für die Untersuchungen der prinzipiellen Wirkungsweise der Torsionsverstärkung aus Textilbeton wurden die Stahlbetonquerschnitte 1 und 2 genutzt. Der runde Stahlbetonquerschnitt 1 hat einen Außendurchmesser von 30 cm und der quadratische Stahlbetonquerschnitt 2 eine Kantenlänge von 25 cm. Bei beiden Querschnitten kam für die Längs- und Querbewehrung ein Stahl mit einem Durchmesser von 6 mm zur Anwendung. Die Betondeckung betrug 1,5 cm.

Zur Untersuchung der Auswirkung der Dicke der Betondeckung der Stahlbewehrung wurde der Stahlbetonquerschnitt 3 verwendet. Dieser besaß den gleichen Bewehrungskorb wie der Stahlbetonquerschnitt 2. Durch die größere Betondeckung von 3 cm betrug die Außenab-

messungen 28 x 28 cm.

Die Stahlbetonquerschnitte 4, 5 und 6 besaßen, wie der Stahlbetonquerschnitt 2, eine Längs- bzw. Querbewehrung mit einem Durchmesser von 6 mm und eine Betondeckung von 1,5 cm. Mit den vom Seitenverhältnis 1:1 abweichenden Seitenverhältnissen von 1:1,5 und 1:2 wurde die Wirkungsweise bei rechteckigen Probekörpern untersucht. Der Stahlbetonquerschnitt 6 mit dem Seitenverhältnis 1:1,83 entspricht dem Querschnitt VS2 von LEONHARDT/SCHELLING [117], den sie umfangreich untersuchten. Somit kann dieser Querschnitt für Anschlussversuche genutzt werden.

Die Untersuchungen zum Einfluss von unterschiedlichen Stahlbewehrungsmengen in Längs- und Querrichtung auf das Zusammenwirken mit der Textilbetonverstärkung erfolgte an den Stahlbetonquerschnitten 7, 8, 9 und 10. Hierzu wurden die Durchmesser der Längs- bzw. Querbewehrung zwischen 6 mm, 8 mm und 10 mm variiert.

Bei allen Probekörpern war die Stahllängsbewehrung, abhängig vom Querbewehrungsdurchmesser und den Biegerollenradien der Querbewehrung, im Abstand von ca. 10 cm angeordnet. Die Anordnung der Stahlquerbewehrung erfolgte im Untersuchungsbereich der Probekörper im Abstand von 10 cm und in den Lasteinleitungsbereichen im Abstand von 5 cm.

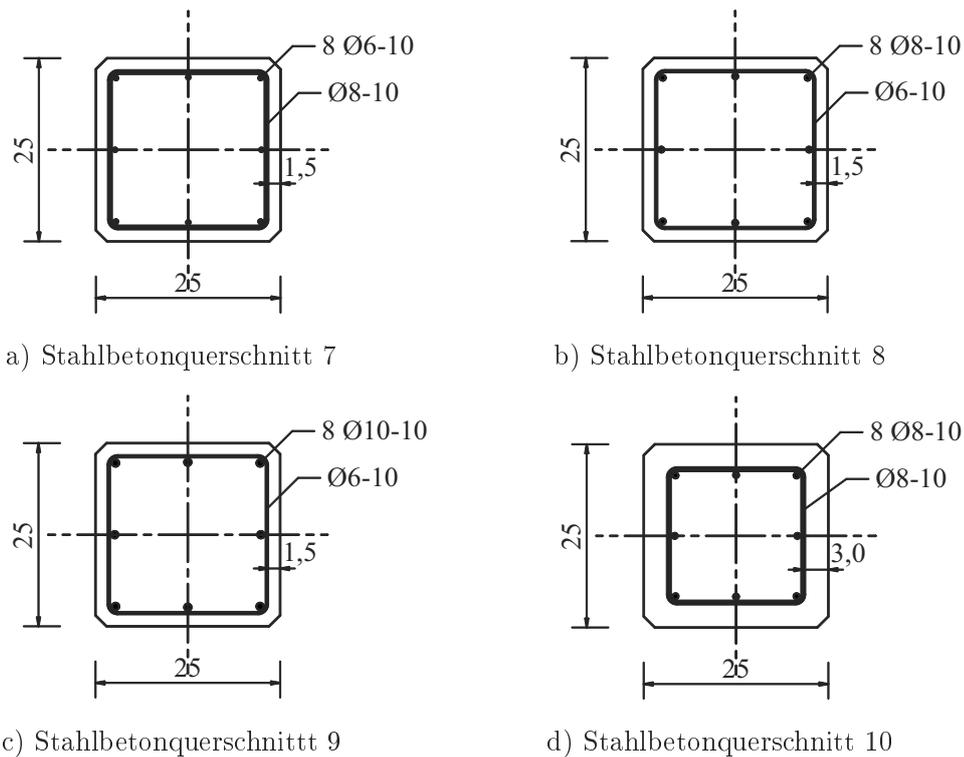


Bild 3.4: Querschnitte der Stahlbetonprobekörper mit Bewehrungsdurchmessern von 6 mm, 8 mm und 10 mm

Die Gesamtlänge der Probekörper ergab sich in erster Linie aus den verwendeten Querschnittsgrößen. Um die Biege- und Querkraftbeanspruchung der Probekörper, welche sich aus ihrem Eigengewicht ergeben, klein zu halten, müssten Probekörper mit einer geringen Länge

### 3 Experimentelle Untersuchungen

verwendet werden. Damit sich aber bei den quadratischen und runden Probekörpern, die einen Umfang von rund 1 m besitzen, ein umlaufender Riss im Winkel von  $45^\circ$  ungestört ausbilden kann, musste die Länge des Untersuchungsbereiches mindestens 1 m betragen. Zur Prüfung der großen rechteckigen Querschnitte mit den Querschnittsabmessungen von bis zu 25 x 50 cm beträgt die Mindestlänge 1,50 m, siehe Bild 3.5 a. Deshalb wurde ein Untersuchungsbereich von 1,55 m Länge gewählt. Auf diese Weise ist es möglich, die großen rechteckigen Querschnitte, aber auch Probekörper mit quadratischen und runden Querschnitten, die von  $45^\circ$  abweichende Risswinkel (z. B. durch ungleichmäßige Bewehrungsmengen in Längs- und Querrichtung) besitzen, zu untersuchen. Zwei 25 cm lange Bereiche, in denen die Lasten in den Probekörper eingeleitet werden, ergänzen den Untersuchungsbereich, so dass die Probekörper eine einheitliche Länge von 2,05 m besitzen, siehe Bild 3.5 b. Beispiele von Schal- und Bewehrungsplänen sind dem Anhang C zu entnehmen.

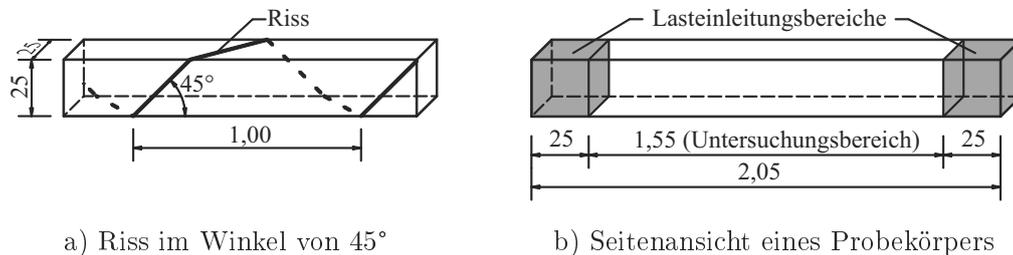


Bild 3.5: Probekörperlänge

#### 3.2.3 Material der Stahlbetonprobekörper

Der verwendete Beton entspricht einer Betonfestigkeitsklasse C20/25 nach DIN EN 206-1:2001-7 bzw. DIN 1045-2:2008-08. Er besteht aus Portlandzement CEM I 32,5 R der Firma SCHWENK Zement KG, ungebrochenem Zuschlag aus den Korngruppen 0/2 und 2/8 der Firma Kieswerk Ottendorf-Okrilla GmbH & Co. KG und Wasser. Das Mischungsverhältnis ist der Tabelle 3.1 und die Sieblinien der Zuschläge dem Anhang B.1 zu entnehmen. Bei einem Ausbreitversuch nach DIN EN 12350-2:2009-08 erreicht der Frischbeton im Mittel ein Ausbreitmaß von 42 cm.

Die Ermittlung der Betondruck- sowie der Spaltzugfestigkeit des Festbetons erfolgte an Würfeln ( $l/b/h = 150 \text{ mm}/150 \text{ mm}/150 \text{ mm}$ ) und die des Elastizitätsmoduls an Zylindern ( $\text{Ø}/l = 150 \text{ mm}/300 \text{ mm}$ ). Parallel zur Betonage von zwei Stahlbetonprobekörpern wurden dafür 6 Zylinder und 12 Würfel hergestellt. Die Lagerung erfolgte unter Normbedingungen gemäß DIN EN 12390-2:2009-08. Nach 28 Tagen wurde an drei Würfeln die Betondruckfestigkeit, an drei Würfeln die Spaltzugfestigkeit und an zwei Zylindern der Elastizitätsmodul bestimmt. An den Prüftagen der Stahlbetonprobekörper wurden jeweils drei Würfel und zwei Zylinder zur Bestimmung der Betondruckfestigkeit und des Elastizitätsmoduls geprüft. Die Prüfungen erfolgten nach DIN EN 12390-3:2009-07, DIN EN 12390-6:2010-09 und DIN 1048-5:1991-06. Neben diesen regelmäßigen Prüfungen wurde der Beton einmalig fünf Biegezugversuchen an Prismen ( $l/b/h = 500 \text{ mm}/100 \text{ mm}/100 \text{ mm}$ ) nach DIN EN 12390-5:2009-07 unterzogen. In der Tabelle 3.2 sind die über alle Versuche gemittelten Festbetoneigenschaften zusammengetragen. Eine umfangreiche Darstellung ist dem Anhang B.2 zu entnehmen.

Im Rahmen von Forschungsprojekten, deren Ergebnisse u. a. in SCHRÖDER [196] erläutert sind, wurde belegt, dass bei dem hier verwendeten Beton die Spaltzugfestigkeit in etwa der zentrischen Zugfestigkeit entspricht. Dies konnte auch durch die eigenen Biegezugversuche und die Umrechnung auf die zentrische Zugfestigkeit bestätigt werden, siehe Anhang B.3.

Tab. 3.1: Betonzusammensetzung des verwendeten Betons

Bestandteil	Menge [kg/m <sup>3</sup> ]
Zement CEM I 32,5 R	330
Zuschlag 0/2	989
Zuschlag 2/8	716
Wasser	231

Tab. 3.2: Festbetoneigenschaften des verwendeten Betons (Mittelwerte)

Eigenschaft	Einheit	Wert
Druckfestigkeit		
Zylinderdruckfestigkeit nach 28 Tagen	N/mm <sup>2</sup>	30,3
Zylinderdruckfestigkeit am Prüftag	N/mm <sup>2</sup>	32,0
Würfeldruckfestigkeit nach 28 Tagen	N/mm <sup>2</sup>	32,7
Würfeldruckfestigkeit am Prüftag	N/mm <sup>2</sup>	34,3
Spaltzugfestigkeit	N/mm <sup>2</sup>	2,6
Biegezugfestigkeit	N/mm <sup>2</sup>	3,9
Elastizitätsmodul	N/mm <sup>2</sup>	27.000
Dichte	g/cm <sup>3</sup>	2,3

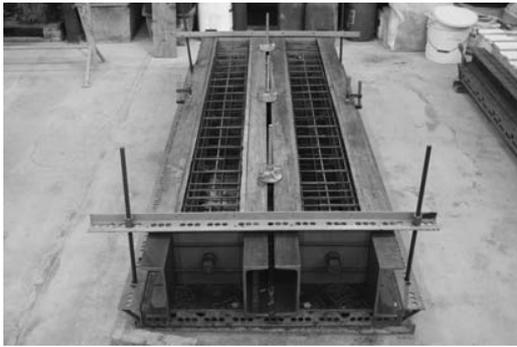
Als Stahlbewehrung kam gerippter Betonstahl BSt 500 S nach DIN 488-1:2009-08 mit Durchmessern von 6, 8 und 10 mm zur Anwendung. Durch die Iteration von Probekörperprüfung, Auswertung der Versuchsergebnisse und anschließender Planung weiterer Probekörpergeometrien waren drei Stahllieferungen notwendig. Der Stahl jeder dieser Lieferungen wurde Zugversuchen nach DIN EN ISO 156301:200810 unterzogen. Die zugehörigen Spannungs-Dehnungs-Diagramme sind der Anlage B.4 zu entnehmen und in der Tabelle 3.3 sind die Mittelwerte der Streckgrenzen bzw. 0,2%-Dehngrenzen, der Zugfestigkeiten und der Elastizitätsmodule der einzelnen Lieferchargen zusammengefasst.

Tab. 3.3: Eigenschaften des verwendeten Betonstahls (Mittelwerte)

Eigenschaft	Einheit		Wert					
	Nr.		1	2	2	3	3	3
Liefercharge								
Durchmesser	mm		6	6	8	6	8	10
Streckgrenze bzw. 0,2 %-Dehngrenzen	N/mm <sup>2</sup>		549	526	549	612	534	532
Zugfestigkeit	N/mm <sup>2</sup>		628	604	616	648	614	610
Elastizitätsmodul	N/mm <sup>2</sup>		207.744	204.496	204.367	189.593	196.270	191.458

### 3.2.4 Herstellung der Stahlbetonprobekörper

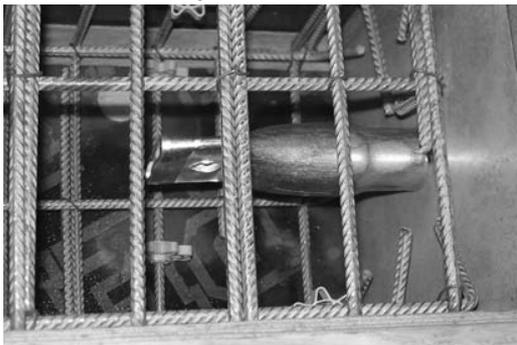
Durch das auf 320l beschränkte Volumen des im Otto-Mohr-Laboratorium vorhandenen Betonmischers und den damals noch begrenzten Platzverhältnissen war die Betonage auf zwei Probekörper pro Tag beschränkt. Somit wurden zwei Schalungen verwendet, siehe Bilder 3.6 a und b.



a) Schalung für die rechteckigen Querschnitte



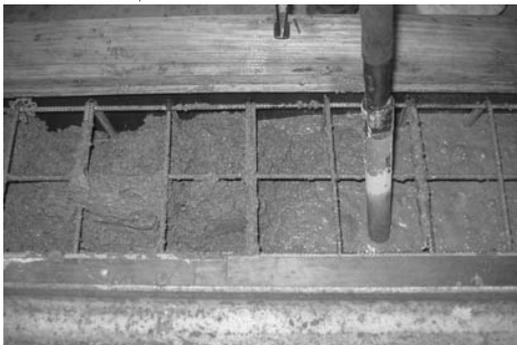
b) Schalung für die runden Querschnitte



c) Pfeifer-Hülsendübel



d) HILTI-Kompaktdübel



e) Betonarbeiten an einem rechteckigen Querschnitt



f) Betonarbeiten an einem runden Querschnitt

Bild 3.6: Herstellung der Probekörper

An einer Stirnseite pro Schalung wurde ein Pfeifer-Hülsendübel mit Querloch M30 x 150 für die drehbare Lagerung bei den Versuchen angeordnet, siehe Bild 3.6 c. Die Anordnung

eines weiteren Pfeifer-Hülsendübels mit Querloch M16 x 70 erfolgte an der gegenüberliegenden Stirnseite. Dieser diente nach dem Ausschalen als Transport- und Auflageranker während dem Sandstrahlen und Verstärken der Probekörper. Während des Belastungsversuches blieb er ungenutzt.

Damit bei den quadratischen Querschnitten auch nach dem Verstärken in beiden Lasteinleitungsbereichen jeweils zwei ebene und parallele Flächen zur Verfügung stehen, wurden in diesen Bereichen an den späteren Ober- und Unterseiten jeweils vier HILTI-Kompaktdübel HKD-S M6 x 30 angeordnet, siehe Bild 3.6 d. Die weitere Verwendung der Hülsen- und Kompaktdübel wird im Abschnitt 3.2.7 erläutert. In der Schalung der quadratischen und rechteckigen Querschnitte erfolgte zur Abschrägung der Prüfkörperkanten in Längsrichtung zusätzlich eine Anordnung von Dreikantleisten. Bei den Schalungen für die runden Probekörper waren weder Kompaktdübel noch Dreikantleisten notwendig.

Nach der Vorbereitung der Schalung wurden die im Vorfeld gefertigten Bewehrungskörbe eingebaut und durch Abstandhalter die gewünschte Betondeckung sichergestellt. Bei der anschließenden Betonage erfolgte gleichzeitig die Herstellung der Regelprüfkörper zur Charakterisierung der Betoneigenschaften. Die fertigen Probekörper wurden zunächst drei Tage mit feuchten Tüchern und Folie abgedeckt und nach dem Ausschalen unter annähernd konstantem Raumklima gelagert.

### 3.2.5 Anordnung der Textilbetonverstärkung

Der Aufbau der über die gesamte Probekörperlänge angeordneten Verstärkungsschicht aus Textilbeton entspricht grundsätzlich dem im Abschnitt 2.2 detailliert beschriebenen textilbetontypischen Aufbau aus Feinbeton und Textil.

Zur Untersuchung der prinzipiellen Wirkung und des Einflusses der Menge der textilen Bewehrung auf das Torsionstragverhalten wurden die Stahlbetonprobekörper mit den Querschnitten 1 und 2 mit zwei, vier bzw. sechs Lagen textiler Bewehrung verstärkt. Die Stahlbetonprobekörper mit den Querschnitten 3 bis 10 erhielten eine zwei- oder dreilagige Verstärkung. Durch die Dicke der Feinbetonschichten von ca. 2 mm ergab sich bei einer Textilbetonverstärkung mit zwei Lagen textiler Bewehrung eine Gesamtdicke von ca. 6 mm. Bei vier bzw. sechs Lagen textiler Bewehrung betragen die Gesamtdicken ca. 10 bzw. 14 mm.

Für die textile Bewehrung wurden in erster Linie zwei Textilien (hier als Textil 1 und Textil 2 bezeichnet) verwendet, bei denen die Garne im Winkel von  $\pm 45^\circ$  angeordnet sind. Die Wahl von schräg angeordneten Garnen ist gestützt auf Ergebnisse aus früheren Untersuchungen an Stahlbetonprobekörpern. Diese zeigten, dass das beste Tragverhalten mit einer im  $45^\circ$ -Winkel verlegten Bewehrung zu erreichen ist, siehe Abschnitt 2.4.5. Im Stahlbetonbau ist eine im  $\pm 45^\circ$ -Winkel verlegte Stahlbewehrung mit sehr hohem Aufwand und hohen Kosten verbunden, so dass zur Zeit auf eine derartige Anordnung verzichtet wird. Im Gegensatz dazu kann bei Textilbeton der Winkel der Bewehrung bereits bei der Herstellung des Textils festgelegt werden. Damit ergibt sich kein Mehraufwand bei der Verarbeitung von Bewehrungen im Winkel von  $\pm 45^\circ$  im Vergleich zu Bewehrungen im Winkel  $0^\circ/90^\circ$ .

Durch die Probekörperabmessungen und die maximal zur Verfügung stehende Geleebreite von 1,20 m war keine übergreifungsfreie Verlegung der textilen Bewehrung möglich. Würde man die Längsrichtung (Kettrichtung) des textilen Geleges in Probekörperquerrichtung anordnen, wäre ein mehrfaches Umwickeln der Probekörper möglich. Bei dieser Anordnung wäre aber ein Übergreifungsstoß in Bauteilmitte notwendig, siehe Bild 3.7 a. Eine über den Untersu-

### 3 Experimentelle Untersuchungen

chungsbereich gleichmäßige Bewehrungsführung wäre in diesem Fall nicht gegeben. Aus diesem Grund wurde die Längsrichtung des textilen Geleges parallel zur Probekörperlängsrichtung angeordnet. Somit verlaufen auch die Übergreifungsstöße in Probekörperlängsrichtung und sind über den gesamten Untersuchungsbereich konstant, siehe Bild 3.7 b. Die Übergreifungsstöße der verschiedenen Lagen wurden über den Umfang versetzt angeordnet, um Konzentrationen von textiler Bewehrung an einer Stelle zu vermeiden, siehe Bild 3.7 c.

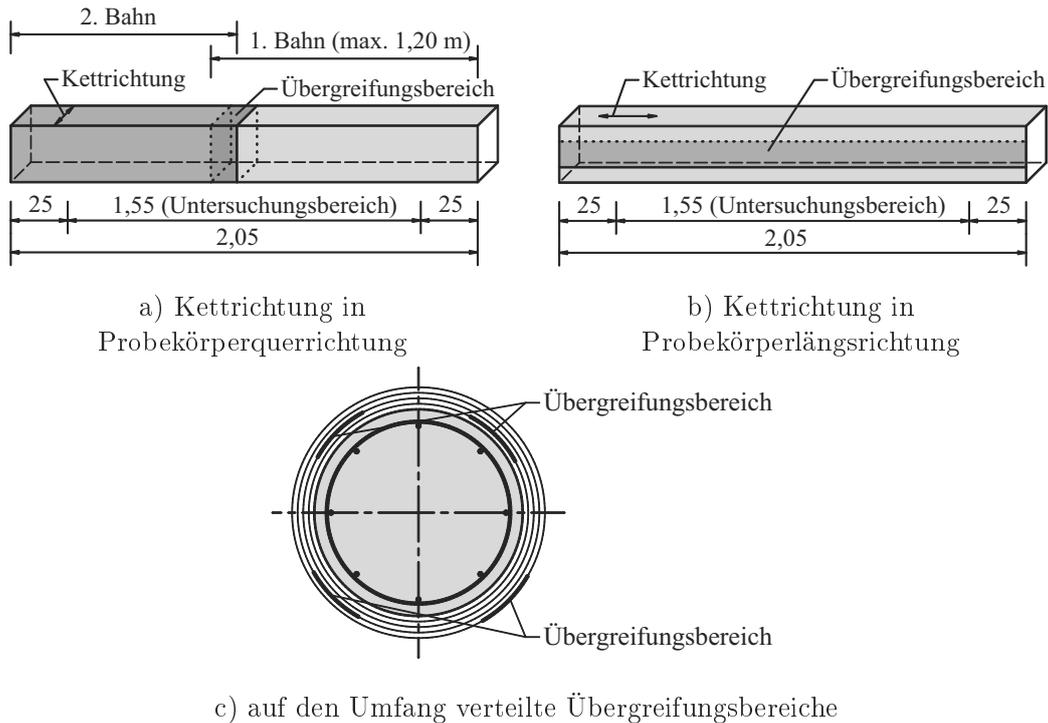


Bild 3.7: Anordnung der textilen Bewehrung

Zu Beginn der experimentellen Untersuchungen gab es noch keine Aussagen zu notwendigen Übergreifungslängen bei textilen Bewehrungen. Aus diesem Grund mussten aus den im Abschnitt 2.3.7 erwähnten Auszugversuchen die notwendigen Übergreifungslängen für die 1.200 tex-Glasgelege und 800 tex-Carbongelege abgeschätzt werden. Die Abschätzung ergab Längen von ca. 10 bzw. ca. 20 cm. Da ein Versagen der Übergreifungsstöße in jedem Fall verhindert werden musste, wurden für das Glasgelege zunächst Übergreifungslängen von über 10 cm und für das Carbongelege Übergreifungslängen von über 20 cm gewählt. Bei den runden Probekörpern wurden die Übergreifungslängen variiert, um den Einfluss auf das Versuchsergebnis abschätzen zu können. Erst kurz vor dem Ende der eigenen experimentellen Untersuchungen ließen Übergreifungsversuche von LORENZ (siehe Abschnitt 2.3.7) darauf schließen, dass deutlich geringere Übergreifungslängen (Textil 1: ca. 3 cm und Textil 2: ca. 7 cm) für die Kraftübertragung ausreichend sein könnten. Um dies auch im Torsionsversuch zu bestätigen, wurden zwei Probekörper mit einem Carbongelege, welches eine Übergreifungslänge von 7 cm besaß, verstärkt. Dabei ist der im Bild 3.8 a gezeigte Zusammenhang zwischen der Breite des Übergreifungsstoßes und der Übergreifungslänge bei einem  $\pm 45^\circ$ -Textil zu berücksichtigen. Ein

Übergreifungsstoß mit einer Breite von beispielsweise 15 cm ist mit einer Übergreifungslänge von 21 cm verbunden.

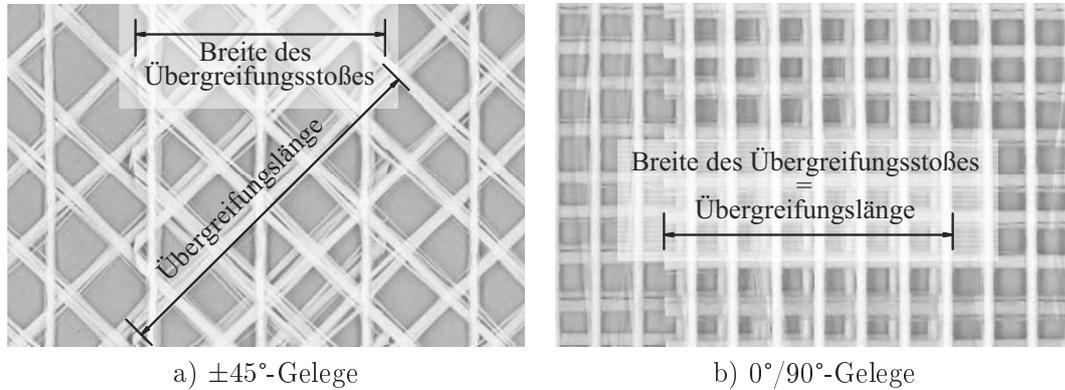


Bild 3.8: Übergreifungsstöße der textilen Bewehrung

Alle bis hierher erwähnten Verstärkungen erfolgten, wie beispielhaft im Bild 3.9 a gezeigt, allseitig und umlaufend. Zur Beurteilung des Torsionstragverhaltens bei davon abweichenden Anordnungen der Verstärkung wurden jeweils zwei Probekörper auf vier Seiten, zwei gegenüberliegenden Seiten und drei Seiten verstärkt, siehe Bilder 3.9 b - d.

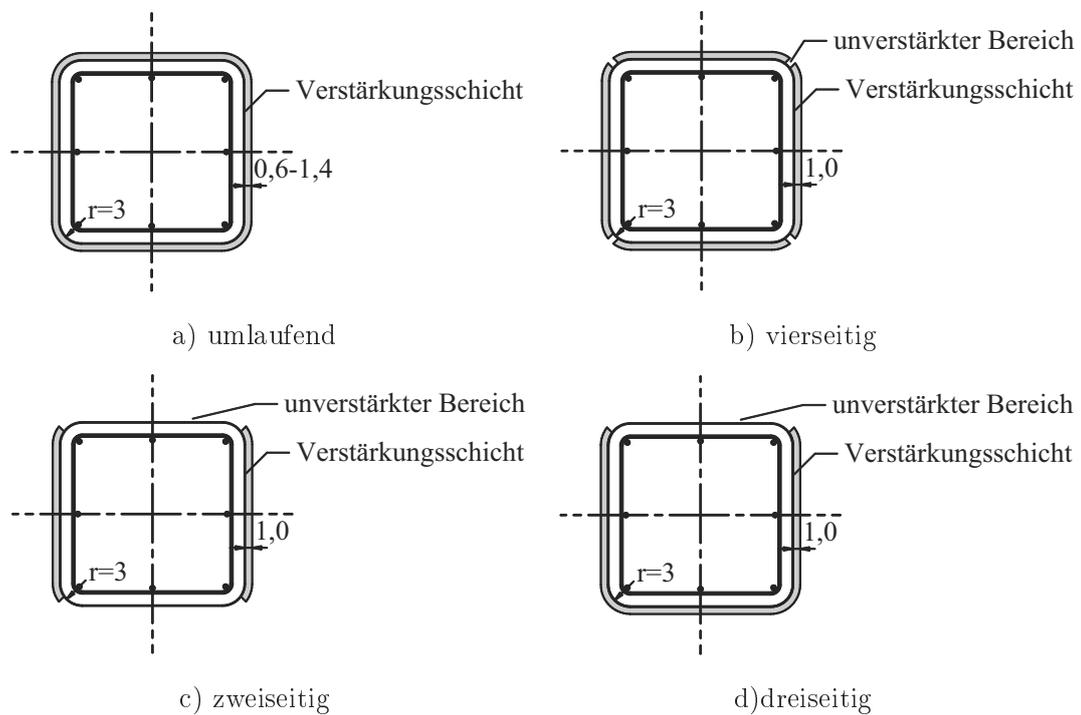


Bild 3.9: Verstärkung von Teilbereichen

Neben der großen Anzahl von Probekörpern, die eine Verstärkung mit einem  $\pm 45^\circ$ -Textil

### 3 Experimentelle Untersuchungen

erhielten, wurden die Probekörper mit den Querschnitten 2 und 3 auch mit einem 0°/90°-Textil verstärkt. Hier kamen die Textilien 3 - 5 (siehe Abschnitt 3.2.6) zur Anwendung. Bei diesen Textilien entspricht die Breite des Übergreifungsstoßes der Übergreifungslänge, die mit 15 cm gewählt wurde, siehe Bild 3.8 b.

#### 3.2.6 Material der Textilbetonverstärkung

Als mineralische Matrix wurde der im Abschnitt 2.3.5 beschriebene Feinbeton verwendet. Er besitzt ein für den Textilbeton optimiertes Trag-, Verbund- sowie Schwindverhalten und ausreichend gute Hafteigenschaften, um einen Verbund zum Altbeton herstellen zu können. Die Anwendbarkeit dieser mineralischen Matrix wurde bereits vor den eigenen Versuchen bei Laborversuchen an Stützen, Balken und Platten sowie zahlreichen Praxisprojekten gezeigt. Somit war davon auszugehen, dass diese Matrix auch für die Torsionsversuche geeignet ist. Zur Bestimmung der Biegezug- und Druckfestigkeit des verwendeten Feinbetons wurden bei jeder Verstärkung drei Prismen (40 x 40 x 160 mm) hergestellt, die am Tag der Probekörperprüfung einer Prüfung nach DIN EN 196-1:2005-05 unterzogen wurden. Im Mittel betragen die Druckfestigkeit  $f_{fc,m}$  73 N/mm<sup>2</sup> und die Biegezugfestigkeit  $f_{fc,t,fl,m}$  5,6 N/mm<sup>2</sup>. Die ausführlichen Ergebnisse der Materialuntersuchungen können dem Anhang B.5 entnommen werden. In Anlehnung an die Gleichung 3.23 der DIN EN 1992-1-1:2011-1 wird rechnerisch eine zentrische Zugfestigkeit  $f_{fc,t,m}$  von 3,6 N/mm<sup>2</sup> ermittelt.

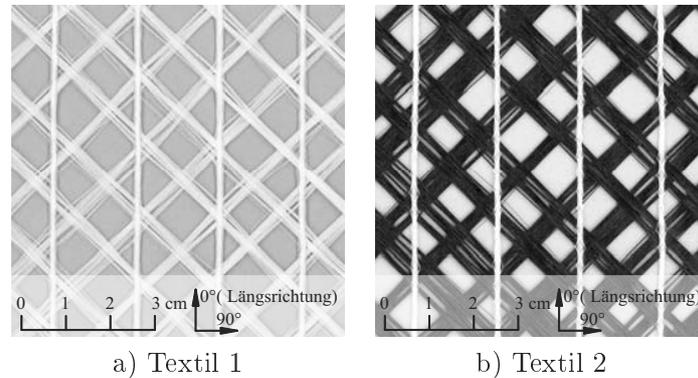
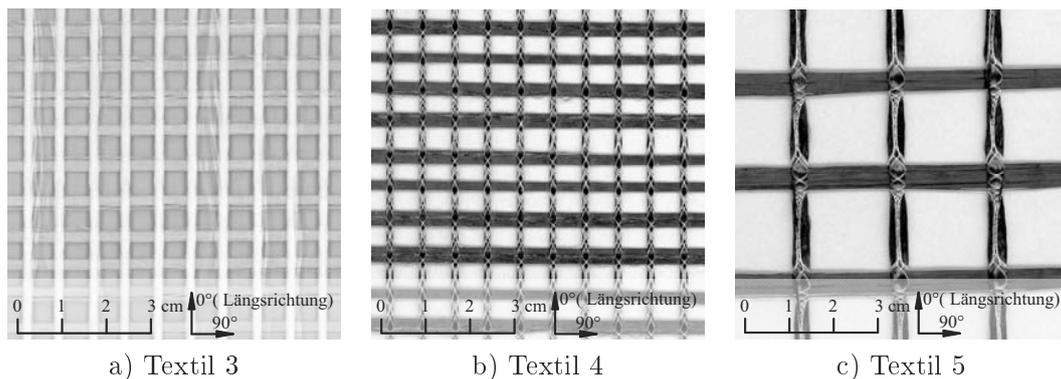
Für die Bewehrung kamen fünf verschiedene Textilien zur Anwendung. Sie wurden am Institut für Textilmaschinen und Textile Hochleistungswerkstofftechnik der TU Dresden gefertigt und im Otto-Mohr-Laboratorium auf ihre Eigenschaften im Feinbeton untersucht. Für die Textilien lieferte die Firma Saint-Gobain Vetrotex Deutschland GmbH (VET) die Garne aus alkaliresistentem Glas (AR-Glas). Die Carbonsgarne der Feinheit 800 tex lieferte die Firma Toho Tenax Europa GmbH und die 3.300 tex Carbonsgarne stellte die Firma SGL CARBON SE zur Verfügung. Dem Anhang B.6 sind detaillierte Angaben zu den Garnen und den Filamenten zu entnehmen. Die Tabelle 3.4 gibt eine Übersicht über die verwendeten Textilien.

Tab. 3.4: Eigenschaften der verwendeten Textilien im Beton

Textil	Lage	Material	Feinheit	Abstand	Querschnitts- fläche	Zugfestigkeit	Bruchdehnung
[Nr.]	[°]	[-]	[tex]	[mm]	[mm <sup>2</sup> /m]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[%o]
1	±45	AR-Glas	1.274	10,8	43,1	890	13
	0	AR-Glas	665	18,0			
2	±45	Carbon	803	10,8	41,5	2 125	10,5
	0	AR-Glas	665	18,0			
3	0/90	AR-Glas	2.356	7,2	120,0	615/810	11,0/12,5
4	0/90	Carbon	807	7,2	63,7	1.670/2.110	11,5/10,0
5	0/90	Carbon	3.300	21,6	84,9	1.300/1.670	10/9

Die Textilien 1 und 2 zeichnen sich durch die im Winkel von 45° angeordneten Garne aus, die durch einen Stützfaden verschiebesicher gehalten werden, siehe Bilder 3.10 a und b. Bei den Textilien 3, 4 und 5 sind die Garne sowohl in 0°- als auch in 90°-Richtung angeordnet. Die Garnabstände sind in beiden Richtungen (Kett-/Schussrichtung) gleich groß. Ein separater

Stützfaden war hier nicht erforderlich, siehe Bilder 3.11 a bis c. Die Eigenschaften der Textilien und die Ergebnisse aus den Dehnkörperuntersuchungen sind im Anhang B.6 detailliert zusammengefasst.

Bild 3.10: Verwendete  $\pm 45^\circ$ -TextilienBild 3.11: Verwendete  $0^\circ/90^\circ$ -Textilien

### 3.2.7 Verstärkung der Stahlbetonprobekörper

Nach einer Lagerungsdauer von mindestens 28 Tagen wurden in die zuvor einbetonierten Hülsendübel der Stahlbetonprobekörper Schrauben eingeschraubt. Mit Hilfe dieser Schrauben war eine drehbare Lagerung der Probekörper während der Verstärkung möglich, so dass eine umlaufend gleichmäßige Verstärkung sichergestellt werden konnte.

Zu Beginn der Verstärkung erfolgte das Sandstrahlen der Oberfläche des Stahlbetonprobekörpers. Das Korngerüst des Betons konnte hierdurch freigelegt und die, für einen ausreichenden Verbund zwischen Altbeton und Verstärkungsschicht notwendige, Rautiefe von ca. 1 mm (ORTLEPP [151]) erreicht werden.

Anschließend wurden in den Lasteinleitungsbereichen der quadratischen Probekörper in die Kompaktdübel Schrauben eingeschraubt. Die Einschraubtiefe wurden dabei an die gewünschten Schichtdicken angepasst.

Nach dem Säubern und Vornässen der Stahlbetonoberfläche erfolgt das Auftragen der ersten

### 3 Experimentelle Untersuchungen

ca. 2 mm dicken Feinbetonschicht, in die die erste Textillage eingebettet wurde. Diese Schritte des Aufbringens der Feinbetonschicht und des Einbettens des Textils wurden so oft wiederholt, bis die gewünschte Lagenanzahl (zwei, vier oder sechs Lagen) erreicht war. Abschließend erhielten die Verstärkungsschichten eine ca. 2 mm dicke Deckschicht. Die Bilder 3.12 a und b zeigen das Sandstrahlen und das Auftragen der Verstärkung.

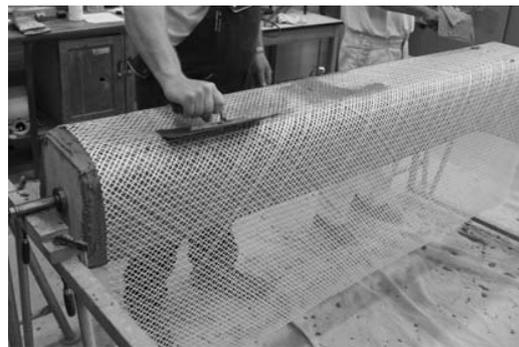
Mit der Fertigstellung der Verstärkungsschicht wurden auf die Schrauben in den Lasteinleitungsbereichen der quadratischen Probekörper Schalttafeln aufgespannt, siehe Bild 3.12 c. Dies stellt die für die spätere Lasteinleitung notwendigen ebenen und parallelen Flächen im Lasteinleitungsbereich sicher. Nach ca. 2 Tagen wurden die Schalttafeln entfernt. Bei den runden Probekörperquerschnitten wurden diese ebenen und parallelen Flächen in den Lasteinleitungsbereichen durch ein späteres Anbetonieren von quadratischen Ummantelungen realisiert, siehe Bild 3.12 d.

Zur Nachbehandlung der fertig verstärkten Probekörper wurden diese zunächst fünf Tage mit feuchten Tüchern und Folie ummantelt. Die Lagerung bis zur Prüfung erfolgte unter Raumklima.

Parallel zur Verstärkung erfolgte die Herstellung der im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Regelprüfkörper zur Charakterisierung der Feinbetoneigenschaften.



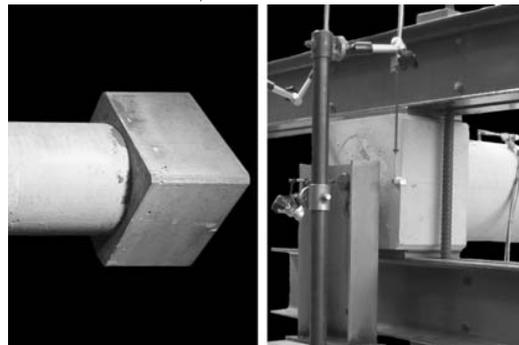
a) Sandstrahlen



b) Verstärken



c) Schalttafel im Lasteinleitungsbereich



d) quadratischer Endbereich der runden Probekörperquerschnitte

Bild 3.12: Verstärkung der Probekörper

### 3.3 Versuchseinrichtung

#### 3.3.1 Versuchsstand

Für die Torsionsversuche wurde ein eigener Versuchsstand entwickelt. Dieser baut auf Erkenntnissen von bereits verwendeten Versuchsständen anderer Forschungseinrichtungen auf, siehe Abschnitt 2.4.2. Mit dem selbst entwickelten Versuchsstand ist es möglich, reine Torsionsbelastungen in den Probekörper einzuleiten und Probekörper mit unterschiedlichen Größen und Querschnitten zu prüfen. Das Bild 3.13 zeigt ein Foto und Bild 3.14 eine zeichnerische Darstellungen des Versuchsstandes. Dieser besteht im Wesentlichen aus einem festen und einem drehbaren, längsverschieblichen Auflager sowie einer Lasteinleitung. Der Achsabstand der zwei Auflager beträgt 1,95 m und die Lasteinleitung hat zu dem festen Auflager einen lichten Abstand von 1,75 m.

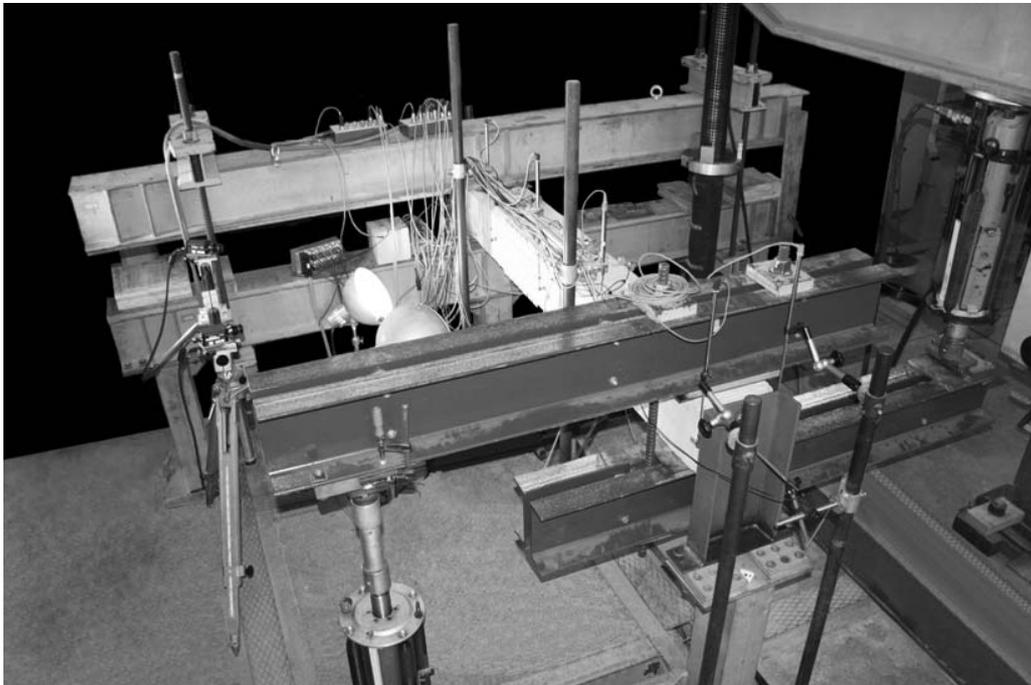
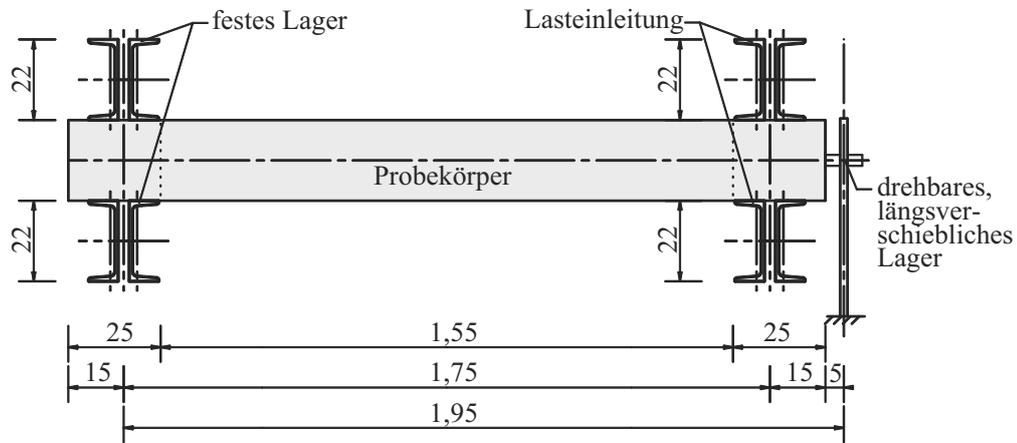
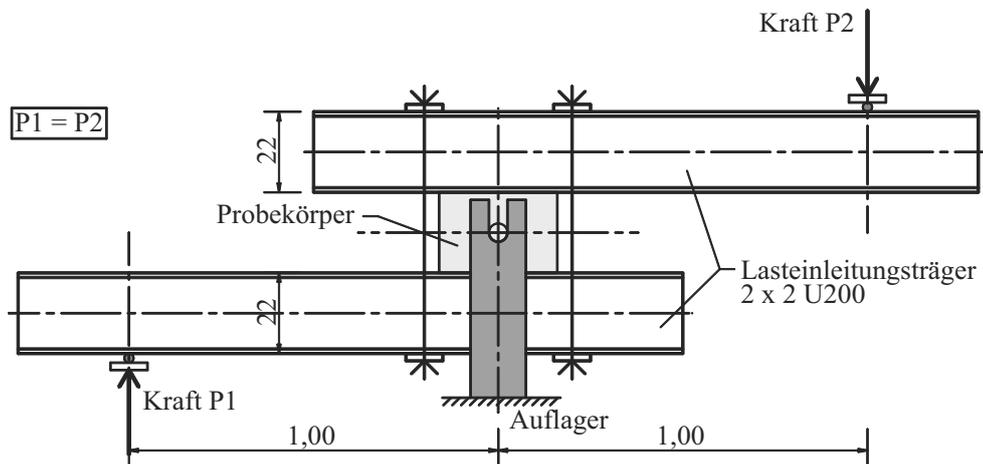


Bild 3.13: Versuchsstand

### 3 Experimentelle Untersuchungen



a) Längsschnitt



b) Ansicht des drehbaren Auflagers und der Lasteinleitung

Bild 3.14: Konstruktion des Versuchsstandes

An einem Ende des Versuchsstandes befindet sich das feste Auflager, in welchem die Probekörper, ähnlich wie bei einer Gabellagerung, befestigt werden. Die Bilder 3.15 a und c zeigen einen unbelasteten und die Bilder 3.15 b und d einen belasteten rechteckigen Probekörper in diesem Auflager. Man kann erkennen, dass eine ggf. auftretende Verwölbung der Probekörper durch das Auflager nicht behindert wird und die Probekörper somit nicht durch eine ungewollte zusätzliche Wölbkrafttorsion belastet werden. Durch die Gewindestangen, die den oberen und unteren Auflagerträger zusammenspannen, kann der Abstand zwischen den Auflagerträgern frei gewählt werden, so dass Probekörper mit unterschiedlichsten Querschnittshöhen geprüft werden können. Da bei dieser Auflagerausgestaltung keine seitliche Begrenzung vorhanden ist, ist auch die Prüfung verschiedenster Querschnittsbreiten möglich.

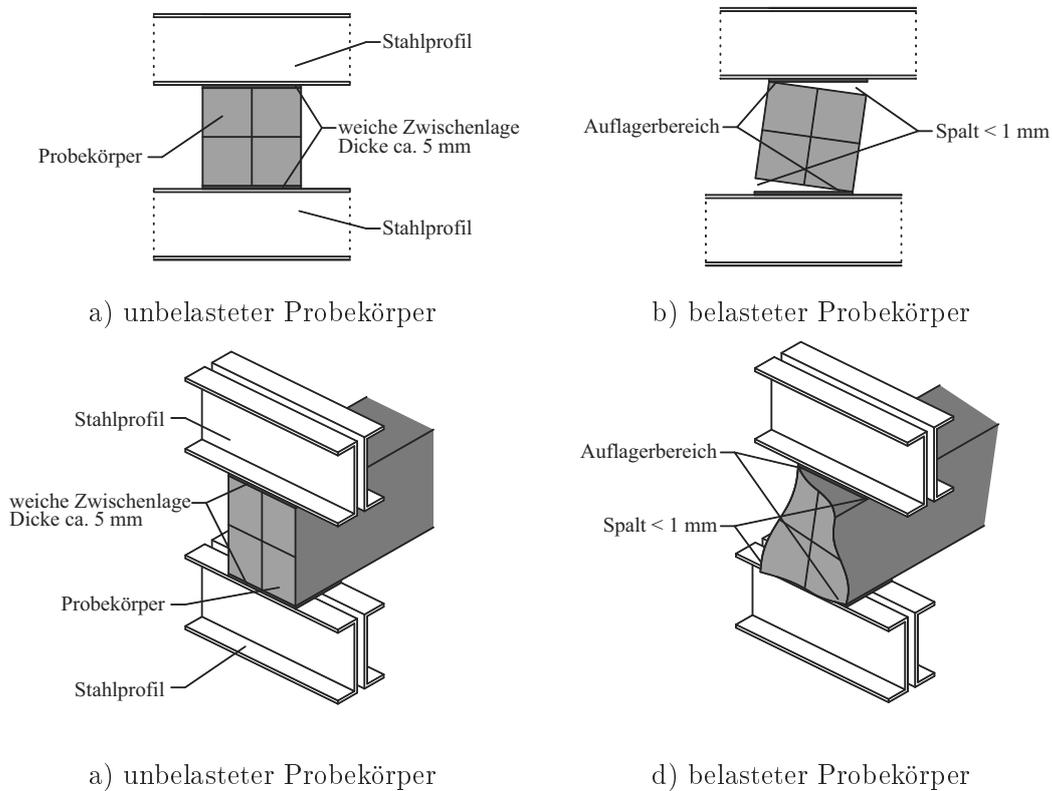


Bild 3.15: Rechteckiger Probekörper am festen Auflager

Am gegenüberliegenden Ende des Versuchsstandes ist das Auflager angeordnet, in dem die Probekörper drehbar und längsverschieblich gelagert werden. Die Probekörper werden über eine Schraube, die in die Hülsendübel der Stahlbetonprobekörper (siehe Abschnitt 3.2.4) eingeschraubt wird, mit dem Auflager verbunden. Die Auflagerfläche der Schraube wird mit Schmiermitteln behandelt um ein Gleiten im Auflager zu gewährleisten. Somit wird die Längsausdehnung der Probekörper nicht behindert und ungewollte zusätzliche Normalkräfte treten nicht auf. Des Weiteren ist auch bei diesem Auflager eine freie Verwölbung möglich. Diese Auflagerausbildung ermöglicht ebenfalls die Prüfung unterschiedlichster Probekörperquerschnitte.

Der Achsabstand zwischen drehbarem Auflager und Lasteinleitung beträgt 20 cm. Das Charakteristische an dieser Lasteinleitung sind die zwei Kragarme mit jeweils zwei Stahlprofilen U 220, die mit zwei entgegengerichteten 100 kN-Hydraulikzylindern belastet werden. Durch die seitliche, 1 m von der Probekörperlängsachse entfernte Lasteinleitung werden die Probekörper auf Torsion beansprucht. Da die entgegengerichteten vertikal eingeleiteten Kräfte planmäßig gleich groß sind, ist die Summe der eingeleiteten Vertikalkräfte in etwa gleich Null. So werden durch die Prüfkraft ausschließlich Torsionsbelastungen in die Probekörper eingeleitet und weder Biegemomente noch Querkraftbeanspruchungen hervorgerufen. Allein durch das Eigengewicht der Lasteinleitung und der Probekörper entstehen geringe Momenten- und Querkraftbeanspruchungen. Dabei sind die Biegemomente und Querkraftbeanspruchungen, die durch den Probekörper selbst hervorgerufen werden, von der Größe des Querschnitts und damit dem Eigengewicht abhängig. Je nach Probekörper betrug das Biegemoment ca. 4 % der

### 3 Experimentelle Untersuchungen

Torsionstragfähigkeit. Die Lasteinleitungsträger sind ähnlich wie die Auflagerträger des festen Auflagers verspannt und können somit für die Prüfung einer Vielzahl von Probekörperquerschnitten verwendet werden.

#### 3.3.2 Messtechnik

Die Messung der Kräfte, die durch die Hydraulikzylinder auf die Kragarme aufgebracht werden, erfolgte mit zwei Kraftmessdosen der Firma Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH mit einer Nennkraft von 200 kN. Diese wurden direkt zwischen den Hydraulikzylindern und den Stahlprofilen angeordnet.

Die Verformungen der Probekörper wurden mit induktiven Wegaufnehmern (IWA) der Firma Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, Dehnmessstreifen (DMS) der Firma preussermesstechnik GmbH, einem Neigungsmesser der Firma Lucas Schaevitz, einem Neigungsmesser der Firma HY-LINE Sensor-Tec Vertriebs GmbH und zum Teil mit photogrammetrischen Messsystemen der Firmen AICON 3D Systems GmbH und GOM - Gesellschaft für Optische Messtechnik mbH gemessen.

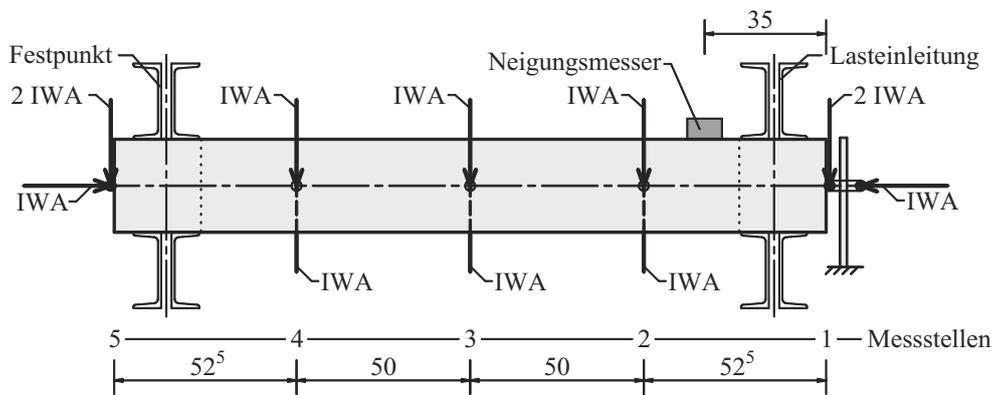
Die Bilder 3.16 a bis d zeigen die zehn seitlich vertikal angebrachten IWA mit einem Nennmessweg von  $\pm 20$  mm. Mit Hilfe dieser IWA wurde bei allen Probekörpern an fünf Querschnitten (Messstellen 1 - 5) die vertikale Verschiebung der horizontalen Querschnittsachse gemessen, so dass diese und die Verdrehung des Querschnittes bestimmt werden konnten.

Zur Messung sehr großer Verdrehungen, die nach dem Versagen der Probekörper eintraten, konnten die seitlich angebrachten IWA nicht genutzt werden, so dass hierfür Neigungsmesser zur Anwendung kamen, die Neigungen von bis zu  $\pm 3^\circ$  bzw.  $\pm 30^\circ$  messen konnten, siehe Bilder 3.16 a und e.

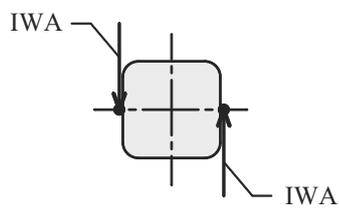
Die Ermittlung der Verschiebungen in der Probekörperlängsachse erfolgte mit zwei horizontalen IWA, die einen Nennmessweg von  $\pm 5$  mm besaßen. Diese sind in den Bildern 3.16 a und d dargestellt.

In den Bildern 3.17 a und b sind die auf der Oberseite rosettenartig angebrachten IWA der Probekörper mit quadratischen und rechteckigen Querschnitten dargestellt. Sie hatten eine Messlänge von 15 cm und einen Nennmessweg von  $\pm 2,5$  mm. Mit ihnen war es möglich, an drei Querschnitten (Messstellen 2 - 4) die Verformungen auf der Oberfläche auch nach der Rissbildung zu messen und Rückschlüsse auf die Richtung der größten Verformung zu ziehen.

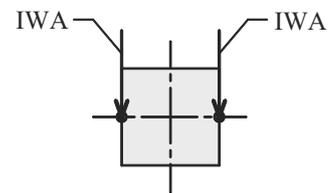
An den Probekörpern mit runden Querschnitten war eine rosettenartige Anordnung der IWA auf der Oberfläche nicht möglich, so dass hier ausschließlich in Probekörperlängsrichtung orientierte IWA verwendet wurden. Das Bild 3.17 c zeigt diese IWA, die ebenfalls eine Messlänge von 15 cm und einen Nennmessweg von  $\pm 2,5$  mm besaßen.



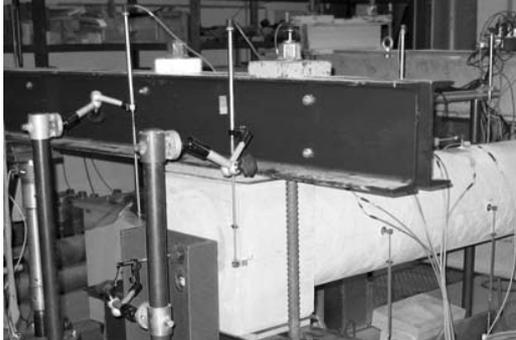
a) vertikale IWA, horizontale IWA und Neigungsmesser an den Probekörpern (Längsansicht)



b) vertikale IWA an den Probekörpern (Messstellen 2 - 4)



c) vertikale IWA an den Probekörpern (Messstellen 1 und 5)



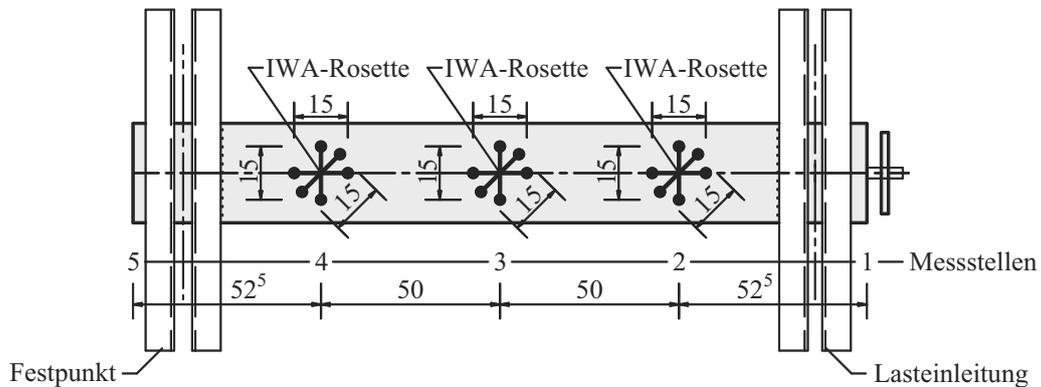
d) Foto der IWA-Anordnung



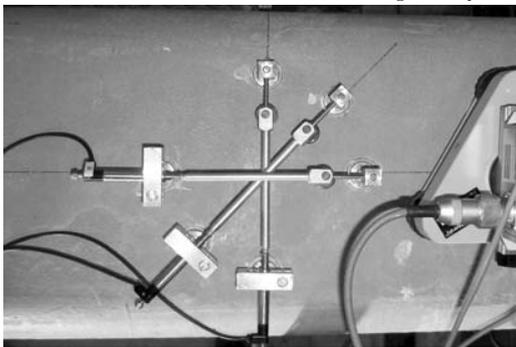
e) Foto der Neigungsmesser

Bild 3.16: Anordnung der IWA und Neigungsmesser zur Messung der Gesamtverformung

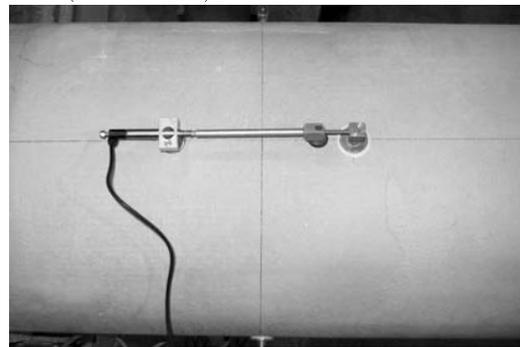
### 3 Experimentelle Untersuchungen



a) IWA-Rosetten auf der Oberfläche der Probekörper mit quadratischem oder rechteckigem Querschnitt (Draufsicht)



b) Foto einer IWA-Rosette auf der Oberfläche eines Probekörpers mit quadratischem oder rechteckigem Querschnitt



c) Foto eines IWA auf der Oberfläche eines Probekörpers mit rundem Querschnitt

Bild 3.17: Anordnung der IWA zur Messung der Oberflächenverformung

Damit vor allem sehr kleine Verformungen und Hauptdehnungswinkel im Zustand I gemessen werden können, wurden die in den Bildern 3.18 a bis d gezeigten DMS mit Messlängen von 6 cm verwendet. Da bei den Probekörpern mit runden Querschnitten von einer umlaufend gleichen Dehnung ausgegangen werden kann, erfolgte die Anordnung der DMS-Rosetten ausnahmslos auf der Oberseite. Bei den Probekörpern mit quadratischen und rechteckigen Querschnitten war im Zustand I davon auszugehen, dass sich die Dehnungen auf den Querschnittsseiten von den Dehnungen an den Querschnittsecken deutlich unterscheiden. So wurden bei diesen Probekörpern am mittleren Querschnitt (Messstelle 3) DMS-Rosetten in der Mitte der Oberseite und den zwei oberen Ecken angeordnet. Bei Probekörpern mit den rechteckigen Querschnitten wurden am mittleren Querschnitt (Messstelle 3) zusätzlich DMS-Rosetten an eine Seitenfläche angeordnet, um Verformungsunterschiede der zwei unterschiedlich großen Querschnittsseiten aufnehmen zu können.

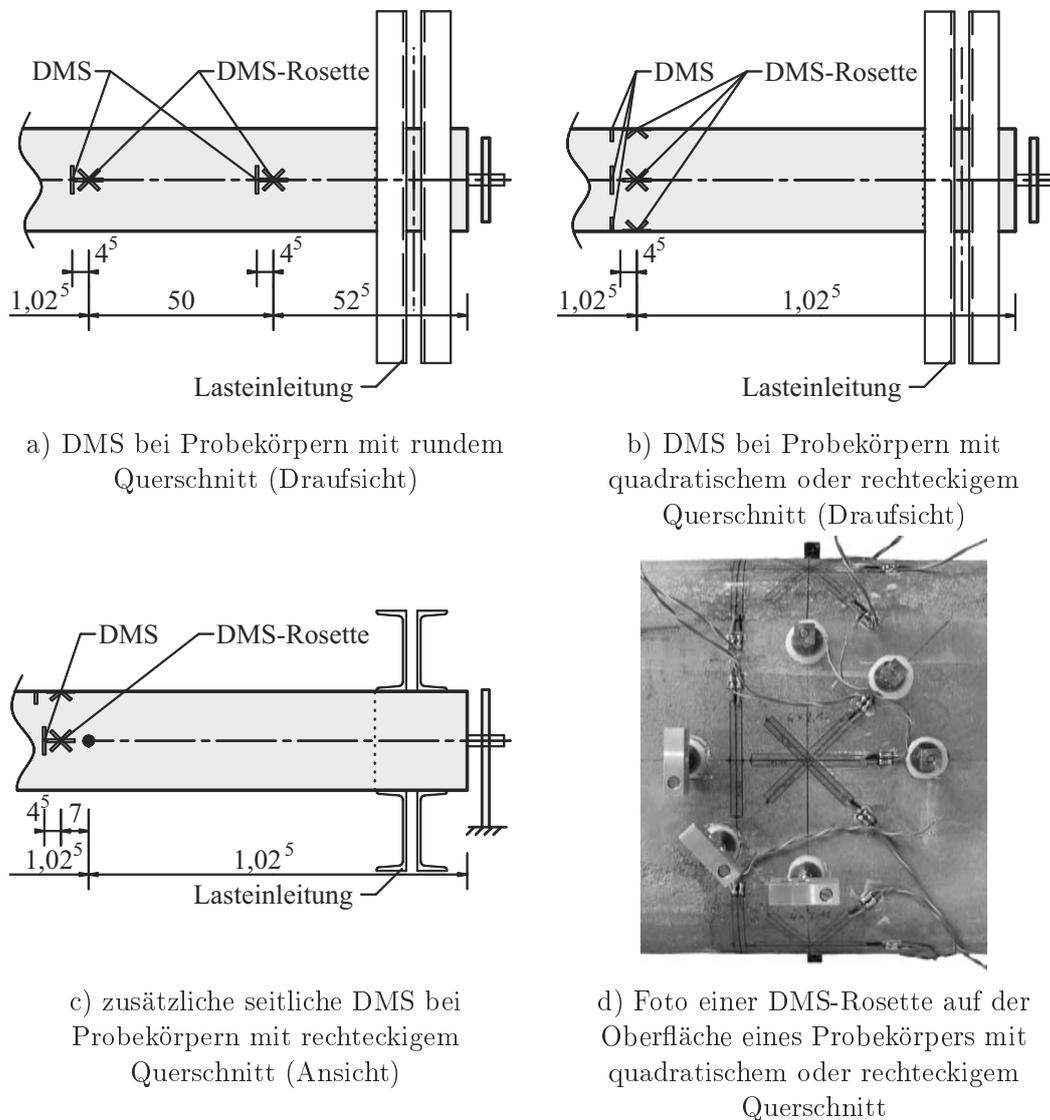
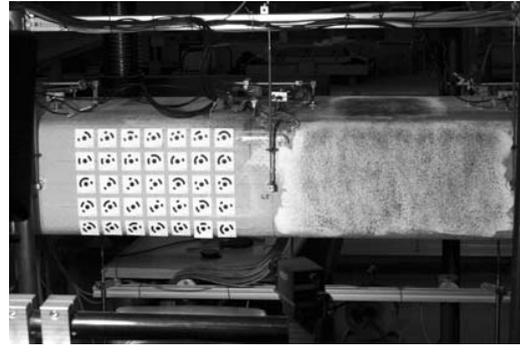
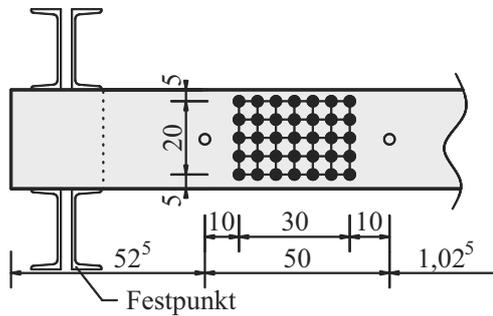


Bild 3.18: Anordnung der DMS

Ein Großteil der Probekörper mit quadratischem und rechteckigem Querschnitt wurde weiterhin mit einem seitlichen Messfeld aus 35 aufgeklebten Messpunkten versehen, siehe Bild 3.19 a und b. Die Messung der Verschiebung der einzelnen Messpunkte während der Versuche erfolgte mit einem photogrammetrischen Messsystem. Mit einem weiteren photogrammetrischen Messsystem konnten die Verschiebungen innerhalb eines, im Bild 3.19 c dargestellten, aufgespritzten Messfeldes gemessen werden, welches aber nur bei sehr wenigen Probekörpern verwendet wurde. Beide Systeme wurden vor allem genutzt, um die Rissentwicklung auf der Oberfläche und die Verwölbung der Oberfläche zu messen. Letzteres war möglich, da diese Messsysteme dreidimensional messen können.



a) Längsansicht der Probekörper mit dem Messfeld aus 35 aufgeklebten Messpunkten      b) Foto der aufgeklebten Messpunkte und eines aufgespritzten Messfeldes

Bild 3.19: Messfelder für die photogrammetrische Messung

### 3.3.3 Versuchsdurchführung

Die Belastung der Probekörper erfolgte kraftgesteuert mit einer konstanten Belastungsgeschwindigkeit von ca. 0,1 kN/s.

Zu Beginn der Versuche wurden alle Messwerte genullt, die Messung gestartet und die Prüfszylinder an die Kragarme herangefahren. Nachdem an jedem Kragarm eine Kraft von ca. 1 kN aufgebracht war, wurde die Belastung für ca. 30 Sekunden konstant gehalten und die Lagerung der Zylinder von starr auf gelenkig umgestellt. Anschließend erfolgte eine gleichmäßige Steigerung der Kraft bis zum Versagen der Probekörper, welches durch einen deutlichen Lastabfall, große Verformungszunahmen und bei den verstärkten Probekörpern durch das Reißen der Garne gekennzeichnet war. Bei einem Großteil der Versuche wurde die Belastung mit dem Lastabfall abgebrochen. Nur in seltenen Fällen erfolgte eine weitere Belastung auf deutlich niedrigerem Lastniveau, um beispielsweise die Resttragfähigkeit der Stahlbetonprobekörper nach dem Versagen der Verstärkungsschicht abschätzen zu können.

Die Messwerte wurden mit einer Messrate von 1 Hz aufgezeichnet und für die Auswertung gespeichert.

## 3.4 Versuchsergebnisse

### 3.4.1 Allgemeines

In den folgenden Abschnitten werden zur Darstellung der Versuchsergebnisse in erster Linie Moment-Verwindungs-Beziehungen (M-V-B) und Moment-Steifigkeits-Beziehungen (M-S-B) genutzt. Die M-V-B, siehe Bild 3.20, sind wesentlich für die Einordnung dieser Arbeit in den Stand des Wissens. Sie zeigen die Verwindung von Belastungsbeginn bis zum Erreichen der Tragfähigkeit. Neben der Torsionstragfähigkeit ist auch der Übergang von Zustand I in den Zustand II deutlich zu erkennen. Das dargestellte Moment  $T$ , welches in kNm angegeben ist, wird aus den zwei Zylinderkräften  $P_1$  und  $P_2$  sowie den Hebelarmen  $l_{h,1}$  und  $l_{h,2}$ , deren Länge 1 m beträgt, mit  $P_1 \cdot l_{h,1} + P_2 \cdot l_{h,2} = P_1 \cdot 1 \text{ m} + P_2 \cdot 1 \text{ m} = T$  errechnet. Die Verwindung  $\vartheta$  wird in der Literatur meist in 1/m angegeben, somit auch in dieser Arbeit. Zum besseren

Verständnis werden die Werte hier jedoch auch in  $^{\circ}/\text{m}$  aufgeführt. Zur Ermittlung der Verwindungen werden mit Hilfe der seitlich angebrachten IWA die Verdrehungen an fünf Stellen des Probekörpers ermittelt, siehe Abschnitt 3.3.2. Das Bild 3.20 a zeigt schematisch die M-V-B für verschiedene Bereiche des Probekörpers. Es ist zu erkennen, dass die Verwindungen im Lasteinleitungs- und Auflagerbereich (Messbereiche 1 - 2 und 4 - 5) etwas geringer sind als in dem Untersuchungsbereich (Messbereiche 2 - 3 und 3 - 4). Dadurch sind auch die über den gesamten Probekörper, zwischen Messstelle 1 und 5, gemittelten Verwindungen geringer als die Verwindungen im Untersuchungsbereich, zwischen Messstelle 2 und 4, siehe Bild 3.20 b. Dies wird im Wesentlichen damit begründet, dass im Lasteinleitungsbereich nur der Bereich zwischen der Achse der Lasteinleitung und der Messstelle 2 eine Verwindung erfährt und der Bereich zwischen Messstelle 1 und Lasteinleitungsachse unbelastet und damit verwindungsfrei ist; gleiches gilt für den Auflagerbereich. Des Weiteren werden die im Randbereich konzentrierte Bügelanordnung und, bei den Probekörpern mit rundem Querschnitt, die Betonummantelung für die Last- und Auflagerbereiche die Verformung minimieren. In den folgenden Abschnitten werden für die detaillierte Betrachtung der M-V-B somit die tatsächlichen Verwindungen im Untersuchungsbereich, zwischen den Messstellen 2 und 4, verwendet.

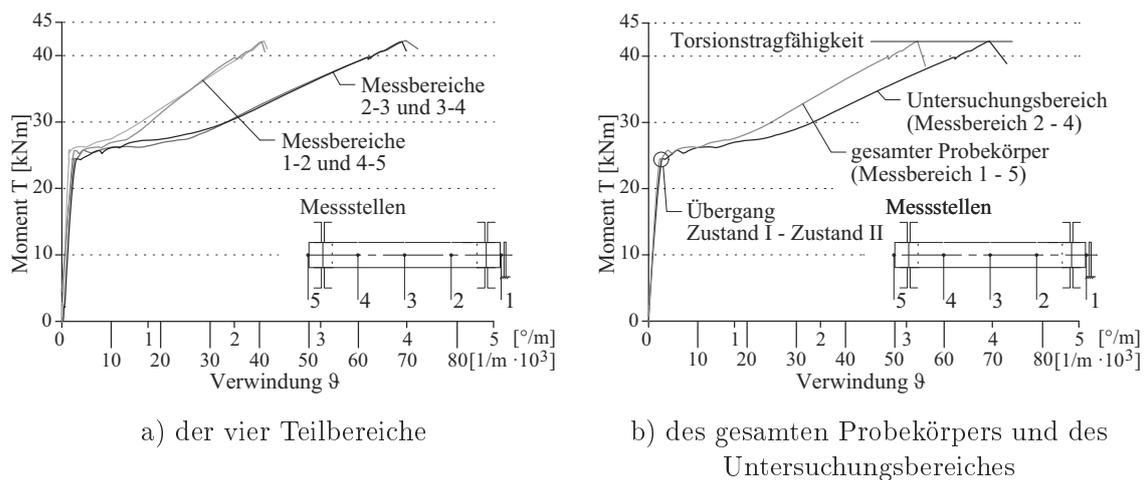


Bild 3.20: Schematische Moment-Verwindungs-Beziehungen (M-V-B)

Die M-S-B zeigen die Steifigkeitsentwicklung  $K_T$  über die gesamte Belastungszeit. Dem Bild 3.21 ist zu entnehmen, dass diese Beziehungen vor allem die großen Steifigkeitsunterschiede der unterschiedlichen Probekörper im Zustand I, den starken Abfall der Steifigkeit bei dem Übergang in den Zustand II und die im Verhältnis zum Zustand I geringen Steifigkeiten im Zustand II verdeutlichen. Ermittelt werden sie unter Verwendung der Gleichung 3.1 und den zuvor beschriebenen Momenten  $T$  sowie Verwindungen  $\vartheta$  im Untersuchungsbereich. Da die Schwankungen zu Belastungsbeginn sehr groß sind, beginnt die Darstellung der M-S-B ab einem Moment von 2 kNm.

$$K_T = \frac{T}{\vartheta} \quad (3.1)$$

### 3 Experimentelle Untersuchungen

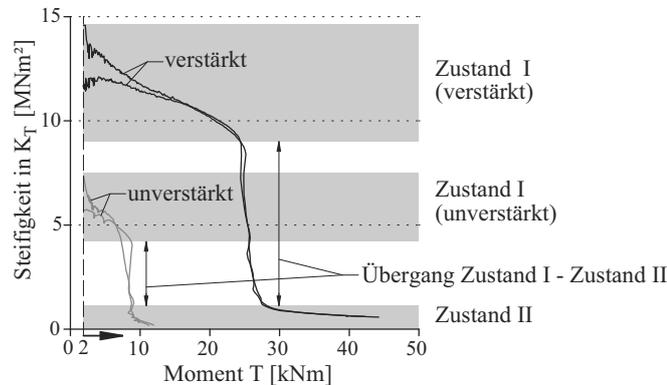


Bild 3.21: Schematische Moment-Steifigkeits-Beziehungen (M-S-B)

Eine Zusammenfassung der wesentlichen Ergebnisse aller Probekörper (das Torsionsmoment  $T_{I,max}$  bei dem Übergang von Zustand I in den Zustand II, das maximal erreichte Torsionsmoment  $T_{II,max}$  sowie die Steifigkeit und Verwindungen im Zustand I und II  $K_T^I$  und  $K_T^{II}$  sowie  $\vartheta_{I,max}$  und  $\vartheta_{II,max}$ ) ist dem Anhang D zu entnehmen.

Neben den o. g. Punkten stellen auch die ermittelten Oberflächenverformungen der Probekörper ein wichtiges Ergebnis dar, welches vor allem für die Annahmen im Berechnungsmodell von großer Bedeutung ist. Das Bild 3.22 zeigt typische Momenten-Dehnungs-Beziehungen (M-D-B) einer DMS-Rosette. Die 45°-Richtung entspricht der Richtung der textilen Rovings und die 0°- sowie 90°-Richtung der Richtung der Stahlbewehrung. Die 135°-Richtung entspricht in etwa der Richtung der Druckstrebe. Somit können die Verformungen der Textilbetonverstärkung, die Dehnungen der Stahlbewehrung sowie die Dehnungen in Richtung der Druckstrebe abgeschätzt werden. Die M-D-B zeigen prinzipiell, dass im Zustand I vorrangig im 45°- und 135°-Winkel nennenswerte Verformungen messbar waren. Sie waren – abgesehen vom Vorzeichen – in etwa gleich groß. Mit dem Übergang in den Zustand II nahmen die Verformungen in allen Richtungen deutlich zu.

Des Weiteren zeigen die Ergebnisse der über die Probekörperlänge verteilten Messstellen, dass die Oberflächenverformungen über die gesamte Länge des Untersuchungsbereiches gleich groß sind. In Verbindung mit den o. g. gleichmäßigen Verwindungen im Untersuchungsbereich wird deutlich, dass das Torsionsmoment über die Länge des Untersuchungsbereiches konstant ist, was u. a. die hohe Qualität des Versuchsstandes veranschaulicht. Daraus ist jedoch auch zu entnehmen, dass das Versagen an jeder beliebigen Stelle des Probekörpers eintreten kann. Durch die gezielte Anordnung der Messstellen, inkl. der Photogrammetrie, war es bei zahlreichen Probekörpern dennoch gelungen, selbst den Versagensriss, der jede Probekörperseite nur einmal kreuzt, zu erfassen und die Verformungen im Versagensbereich aufzuzeichnen. Die detaillierte Auswertung folgt in den nächsten Abschnitten.

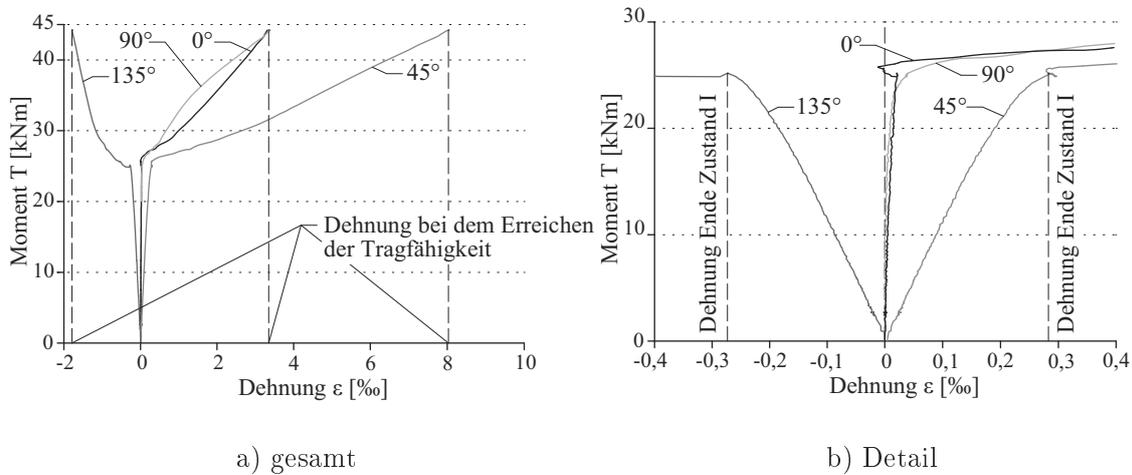


Bild 3.22: Schematische Moment-Dehnungs-Beziehungen (M-D-B)

Bei der Auswertung der Probekörperverlängerungen  $\Delta l = \Delta l_{IWA1} - \Delta l_{IWA5}$ , die mit Hilfe von zwei an den Probekörperenden horizontal angeordneten IWA bestimmt wurden, war keine eindeutige Abhängigkeit vom Probekörperquerschnitt und der Art der Verstärkung zu erkennen, so dass die Ergebnisse hier kurz zusammengefasst werden. Im Zustand I wiesen die Probekörper keine Längenänderungen auf. Ausschließlich Verschiebungen des gesamten Probekörpers von meist deutlich unter 2 mm wurden gemessen. Erst im Zustand II war eine Verlängerung der Probekörper zu erkennen. Bei dem Erreichen der Tragfähigkeit betrug sie bei Probekörpern mit quadratischem Querschnitt, die mit zwei Lagen des Textils 1 verstärkt waren, meist 2,5 - 3,5 mm, was einer mittleren Dehnung zwischen Lasteinleitungs- und Auflagerachse von 1,4 - 2,0 ‰ entspricht. Die Verlängerung der verstärkten Probekörper mit den Textilien 3, 4 und 5 betrug etwa 8 - 9 mm. Dies entspricht einer mittleren Dehnung von 4,5 - 5,0 ‰. Alle anderen Probekörper wiesen Verlängerungen von ca. 5 - 7 mm und somit eine mittlere Dehnung von 2,8 - 4,0 ‰ auf. Zur Veranschaulichung werden im Bild 3.23 die Ergebnisse eines Probekörpers mit rundem Querschnitt und zwei Lagen Carbondesil (Q1-L2-T2-2) und eines Probekörpers mit breitem Rechteckquerschnitt und vier Lagen Glas-Desil (Q5-L4-T1-2) gezeigt.

### 3 Experimentelle Untersuchungen

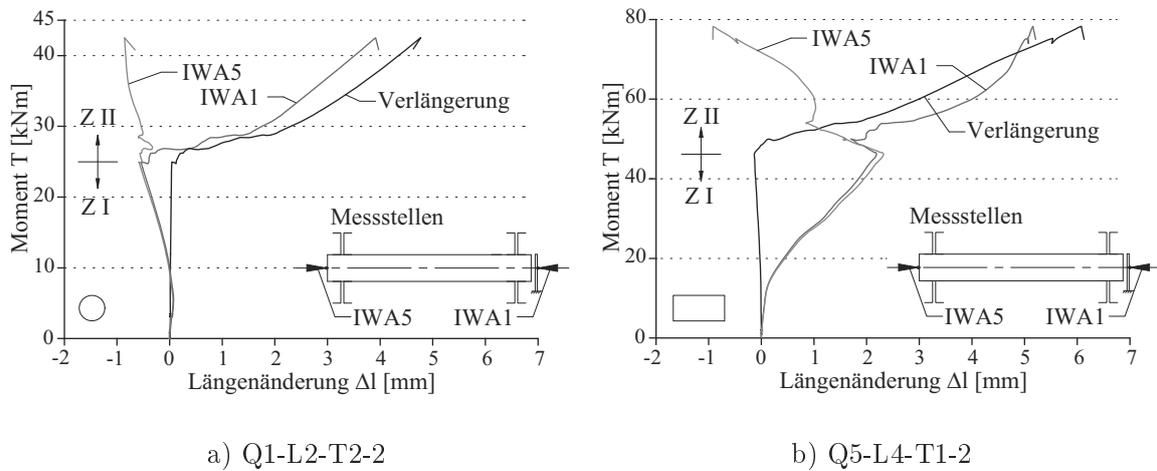


Bild 3.23: Probekörperv verlängerung am Beispiel von zwei Probekörpern

Zur Überprüfung des Versuchsstandes und zur Bestätigung, dass durch die Lasteinleitung keine Biegemomente und Querkräfte im Probekörper hervorgerufen werden, wurde des Weiteren die Differenz beider Zylinderkräfte  $\Delta P = P_2 - P_1$  ausgewertet. Da sie bei allen Probekörpern in etwa gleich groß ist, wird sie hier kurz erläutert, aber später nicht weiter betrachtet. Die Differenz der Kräfte  $P_1$  und  $P_2$  beträgt maximal 1 kN (100 kg) und liegt meist deutlich darunter. Das Bild 3.24 a zeigt dies anhand von Ergebnissen der sich erheblich unterscheidenden Probekörper Q1-L2-T2-2 und Q5-L4-T1-2. Bei dieser geringen Abweichung, die wesentlich kleiner ist als das Eigengewicht des Probekörpers, ist davon auszugehen, dass die Torsionsmomente ohne nennenswerte zusätzliche Biegemomente und Querkräfte eingeleitet werden. Die Abweichung selbst kann abgesehen von den unterschiedlichen Reibungen in den Zylindern u. a. auch damit begründet werden, dass sich die Kraft  $P_2$  aus der Kraft, die sich durch den Öldruck im Zylinder ergibt und der Kraft aus dem Eigengewicht des Kolbens zusammensetzt. Abweichend davon wirkt bei dem Zylinder 1 mit der Kraft  $P_1$  das Eigengewicht des Kolbens dem Öldruck entgegen, siehe Bild 3.24 b.

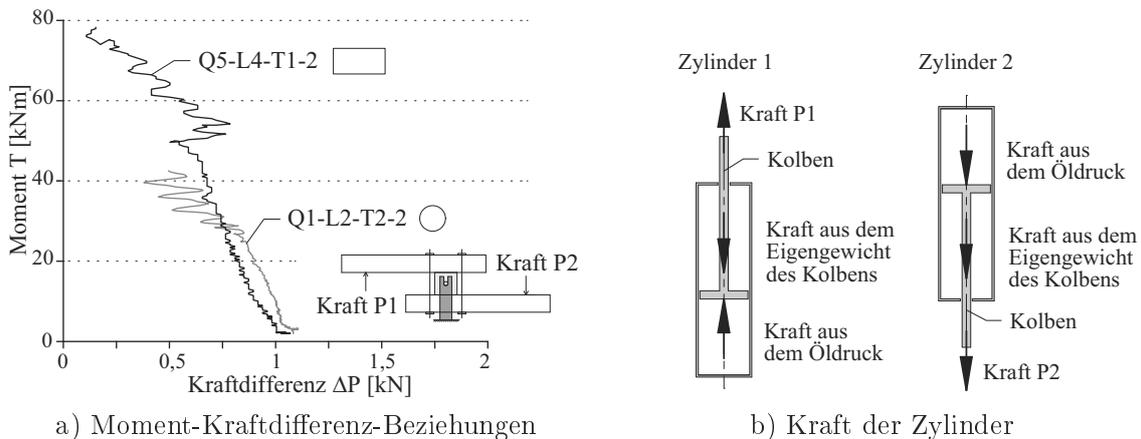
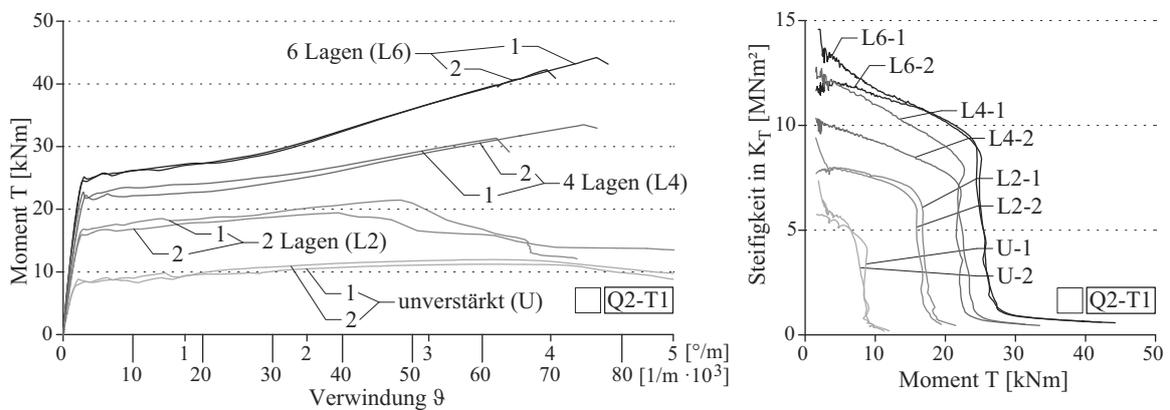


Bild 3.24: Differenz der Zylinderkräfte

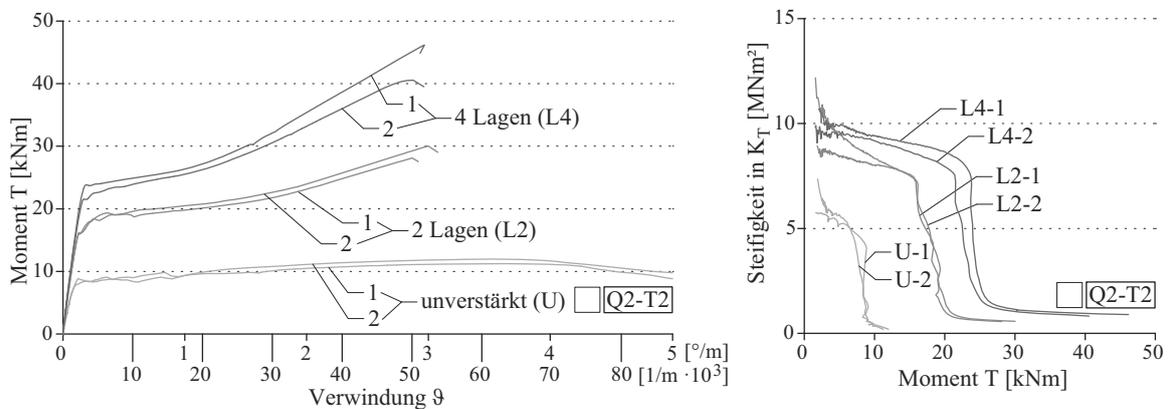
### 3.4.2 Prinzipielle Wirkung einer Verstärkungsschicht aus Textilbeton

Anhand der Probekörper Q1-U, Q1-L4-T1, Q1-L6-T1 und Q1-L2-T2 mit einem runden Stahlbetonquerschnitt sowie der Probekörper Q2-U, Q2-L2-T1, Q2-L4-T1, Q2-L6-T1, Q2-L2-T2 und Q2-L4-T2 mit einem quadratischen Stahlbetonquerschnitt wird die prinzipielle Wirkung der Textilbetonverstärkung gezeigt.

Die Bilder 3.25 a und b zeigen die M-V-B und M-S-B der Probekörper mit quadratischem Querschnitt und die Bilder 3.26 a und b die der Probekörper mit rundem Querschnitt.



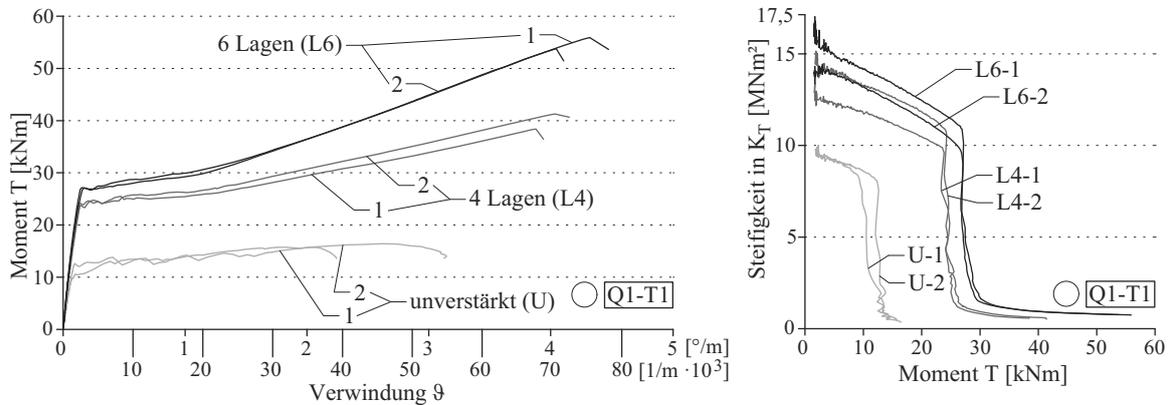
a) Textil 1 (T1, AR-Glas,  $\pm 45^\circ$ )



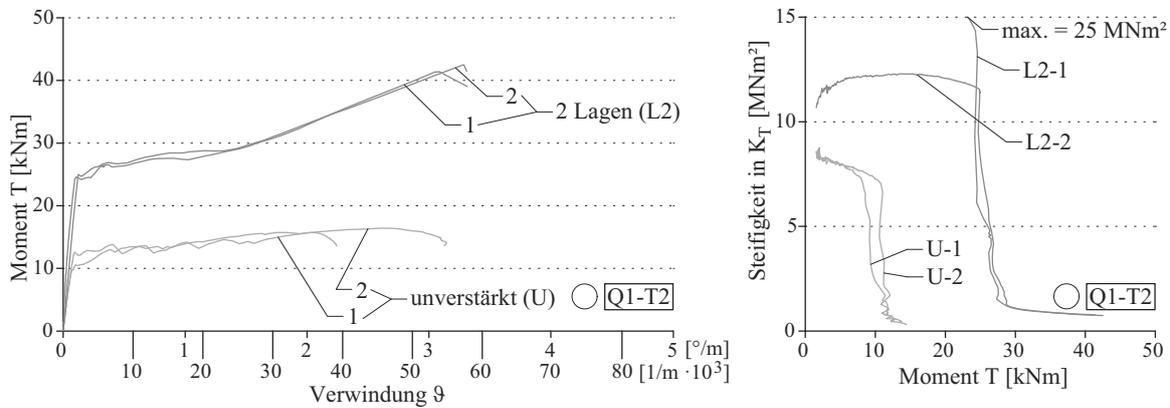
b) Textil 2 (T2, Carbon,  $\pm 45^\circ$ )

Bild 3.25: M-V-B und M-S-B zur Darstellung der prinzipiellen Wirkung einer Verstärkungsschicht aus Textilbeton bei *quadratischen* Querschnitten, hier am Beispiel des Q2

### 3 Experimentelle Untersuchungen



a) Textil 1 (T1, AR-Glas,  $\pm 45^\circ$ )



b) Textil 2 (T2, Carbon,  $\pm 45^\circ$ )

Bild 3.26: M-V-B und M-S-B zur Darstellung der prinzipiellen Wirkung einer Verstärkungsschicht aus Textilbeton bei *runden* Querschnitten, hier am Beispiel des Q1

Den dargestellten Diagrammen ist zu entnehmen, dass die Torsionssteifigkeit bereits im Zustand I abfällt und bei den verstärkten Probekörpern größer ist als bei den unverstärkten Probekörpern. Die mit der Verstärkung steigende Steifigkeit bewirkt eine Verringerung der Verdrehung bei gleichem Lastniveau. Des Weiteren ist zu erkennen, dass durch die Verstärkung der Übergang vom Zustand I in den Zustand II bei einer höheren Belastung erfolgt, wobei die Belastung mit zunehmender Lagenanzahl der textilen Bewehrung und dem damit verbundenen Anstieg der Dicke der Verstärkungsschicht steigt.

Auch im Zustand II zeichnet sich eine höhere Torsionssteifigkeit der verstärkten gegenüber den unverstärkten Probekörpern ab. Sie wird u. a. durch die Menge der textilen Bewehrung (zwei, vier oder sechs Lagen), vergleiche Q2-L2-T1, Q2-L4-T1 und Q2-L6-T1, und deren Elastizitätsmodul beeinflusst. Steigt der Elastizitätsmodul (von AR-Glas zu Carbon) und damit die Zugsteifigkeit der textilen Bewehrung vergrößert sich auch die Torsionssteifigkeit, vergleiche Q2-L4-T1 und Q2-L4-T2. Mit dem Anstieg der Textilmenge vergrößert sich außerdem die Torsionstragfähigkeit. Auch eine Erhöhung der Zugfestigkeit des Bewehrungsmaterials führt zu einem Anstieg der Torsionstragfähigkeit. Die maximale Torsionstragfähigkeit der unver-

stärkten Probekörper mit quadratischem Stahlbetonquerschnitt wurde bei einer Verwindung von ca. 3 - 4 °/m und die der Probekörper mit rundem Stahlbetonquerschnitt bei ca. 2 - 3 °/m erreicht. Die Verwindung der verstärkten Probekörper beim Erreichen der maximalen Torsionstragfähigkeit beträgt, unabhängig vom Querschnitt, bei der Verwendung des Textils 1 in der Regel ca. 4 °/m und bei der Anwendung des Textils 2 ca. 3 °/m. Damit entspricht die Verwindung in etwa der der unverstärkten Probekörper bzw. ist größer als die der unverstärkten Probekörper. Abweichende Verwindungen von unter 3 °/m sind lediglich bei den Probekörpern zu erkennen, die mit zwei Lagen des Textils 1 verstärkt wurden. Deren Verwindung liegt damit deutlich unter denen der unverstärkten Probekörper.

Den Oberflächendehnungen im Zustand I, siehe Tabelle 3.5, ist zu entnehmen, dass die unverstärkten Probekörper bei deutlich geringeren Oberflächendehnungen in den Zustand II übergehen als die verstärkten Probekörper. Die Dehnungen der verstärkten Probekörper sind zum Teil doppelt so groß wie die der unverstärkten. Bei den Probekörpern mit rechteckigem Querschnitt sind die Dehnungen im Eckbereich in etwa halb so groß wie die Dehnungen in der Seitenmitte. Die Dehnungen und die Hauptdehnungswinkel beim Erreichen der Tragfähigkeit sind in der Tabelle 3.6 zusammengefasst.

Tab. 3.5: Oberflächendehnungen bei dem Übergang in den Zustand II in 45°- und 135°-Richtung

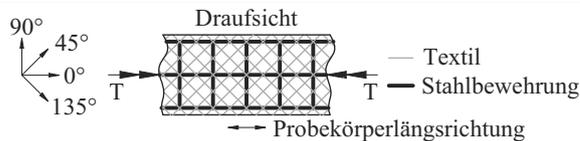
Probekörper	auf der Fläche [‰]	im Eckbereich [‰]
Q1-U	0,07 - 0,10	-
Q1-L2-T2	0,15 - 0,18	-
Q1-L4-T1, Q1-L6-T1	0,18 - 0,19	-
Q2-U	0,13 - 0,16	0,06 - 0,07
Q2-L2-T1, Q2-L2-T2	0,18 - 0,20	0,08 - 0,10
Q2-L4-T1, Q2-L6-T1, Q2-L4-T2	0,23 - 0,30	0,09 - 0,11

### 3 Experimentelle Untersuchungen

Tab. 3.6: Oberflächendehnungen bei dem Erreichen der Torsionstragfähigkeit

Probekörper	45° (*1) (Zug), [%]	135° (*1) (Druck), [%]	0°, 90° (*1) (Zug), [%]	Hauptdehnungswinkel [°]
Q1-U	5 - 10	0,6 - 0,8	2 - 8	- (*2)
Q1-L4-T1	8,3 - 10,4	0,9 - 1,1	3,1 - 4,8	46 - 50
Q1-L6-T1	8,5 - 9,3	1,4 - 1,6	3,0 - 4,3	46 - 49
Q1-L2-T2	6,8 - 7,3	0,9 - 1,1	2,5 - 3,4	46 - 48
Q2-U	5,0 - 7,6	1,0 - 1,5	1,7 - 3,8	39 - 45
Q2-L2-T1	ca. 4,2	ca. 1,0	< 1,2	39 - 49
Q2-L4-T1	7,0 - 8,0	1,3 - 1,4	2,7 - 3,2	44 - 47
Q2-L6-T1	ca. 7,8	ca. 1,7	2,6 - 3,6	45 - 49
Q2-L2-T2	5,0 - 5,5	1,1 - 1,3	2,0 - 2,3	44 - 50
Q2-L4-T2	4,9 - 5,3	1,4 - 1,5	ca. 2,0	42 - 47

Definition der Winkel:



(\*1) Angaben auf der Fläche. Bei 0°, 45° und 90° entsprechen diese in etwa auch den Dehnungen im Eckbereich der rechteckigen Querschnitte. In der 135°-Richtung sind die Dehnungen im Eckbereich ca. 0,5 mal kleiner als auf der Seitenmitte.

(\*2) Nicht ermittelbar. Zu große Schwankungen in den Ergebnissen der Dehnungsmessungen.

Neben Unterschieden bei der Tragfähigkeit und der Verformung sind deutlich voneinander abweichende Rissentwicklungen bei den unverstärkten und den verstärkten Probekörpern zu erkennen. Bei den unverstärkten Probekörpern bilden sich mehrere gut sichtbare Risse im Abstand von 15 - 25 cm. Die Rissentwicklung der Probekörper mit quadratischem Querschnitt beginnt in der Mitte der Seitenflächen und setzt sich in einem Winkel von 40 - 50°, vorrangig im Winkel von 45°, zu den Eckbereichen fort. Dort verbinden sich die Risse der einzelnen Seiten, so dass in den Eckbereichen die Risswinkel zum Teil deutlich von einem 45°-Winkel abweichen. Durch die Verbindung der Einzerrisse entstehen spiralförmig umlaufende Risse. Bei den Probekörpern mit rundem Querschnitt entstehen mit der Rissbildung sofort spiralförmig umlaufende Risse im Winkel von 40 - 50° und Winkelabweichungen, wie in den Eckbereichen der Probekörper mit quadratischem Querschnitt, sind nicht zu erkennen. Das Versagen tritt langsam ein und ist gekennzeichnet durch große Verformungen im Bereich der Risse sowie ein anschließendes Versagen des Betons.

Deutlich geringere Rissabstände von 1 - 2 cm und sehr viel kleinere Rissweiten kennzeichnen die Oberfläche der verstärkten Probekörper, wobei die Rissentwicklung denen der unverstärkten Probekörper gleicht. Mit dem Erreichen der maximalen Tragfähigkeit öffnet sich meist einer der zahlreichen Risse, in dem das Versagen durch das Reißen der textilen Bewehrung eintritt. Das Versagen tritt meist schlagartig auf und ist im Anschluss mit großen Verformungen der Stahlbewehrung bis hin zum Reißen der Stahlbewehrung verbunden.

Abweichend davon bilden sich bei den Probekörpern, die mit zwei Lagen des Textils 1 ver-

stärkt wurden, zum Teil mehrere gut sichtbare Risse. Mit dem Erreichen der maximalen Torsionstragfähigkeit beginnt das Textil allmählich zu reißen und die Tragfähigkeit fällt, verbunden mit einer Zunahme der Verformung, auf die Tragfähigkeit der unverstärkten Probekörper ab.

Versagensrisse der verstärkten Probekörper sind beispielhaft in den Bildern 3.27 a und b dargestellt. Das Bild 3.27 d zeigt die Zusammenführung der feinen Oberflächenrisse zu größeren Rissen innerhalb des Probekörpers und das Bild 3.27 e das feine Rissbild der Oberfläche. Die mehrfache Bildung größerer Risse bei Probekörpern, die mit zwei Lagen des Textils 1 verstärkt wurden, ist dem Bild 3.27 c zu entnehmen.

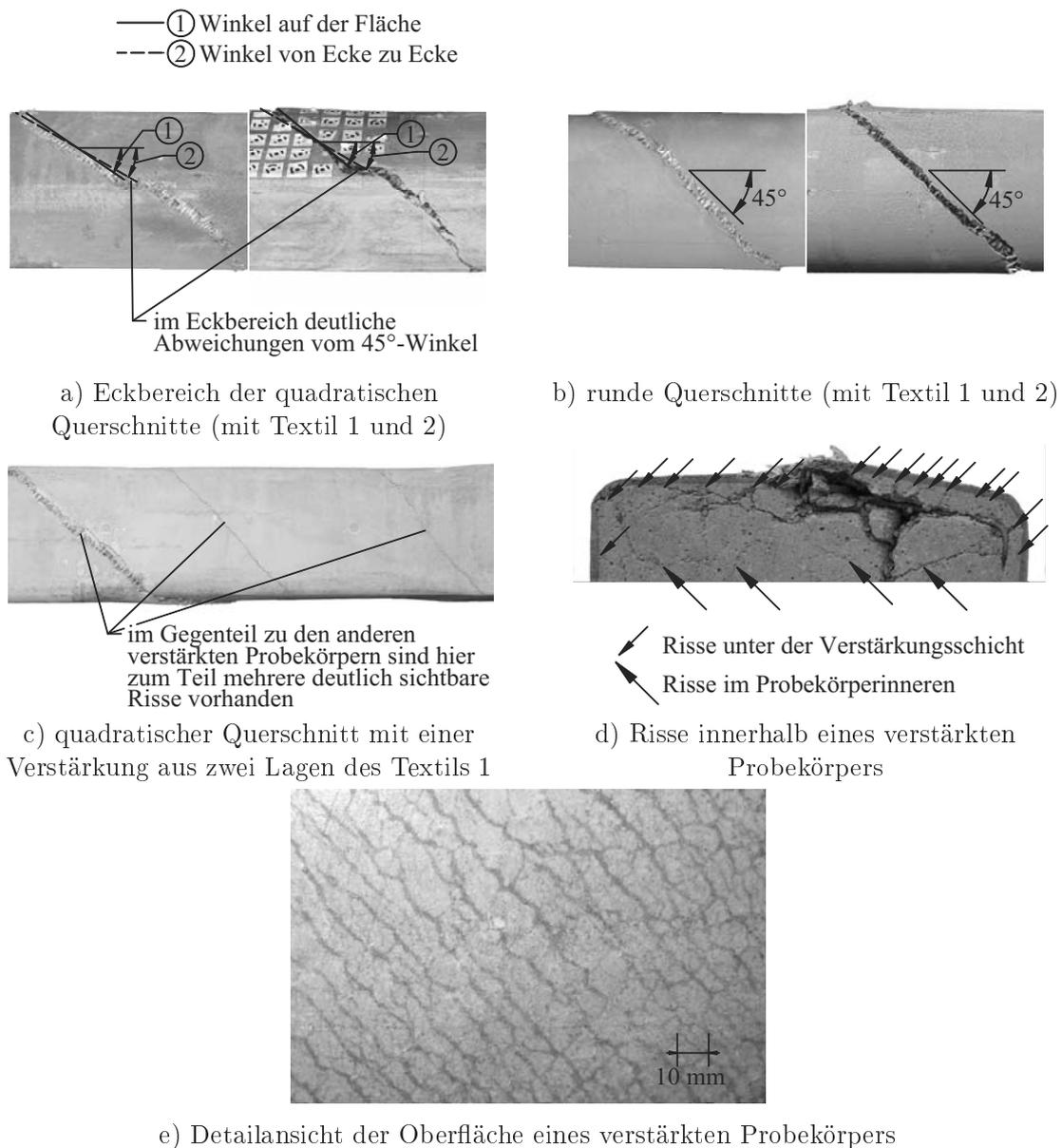


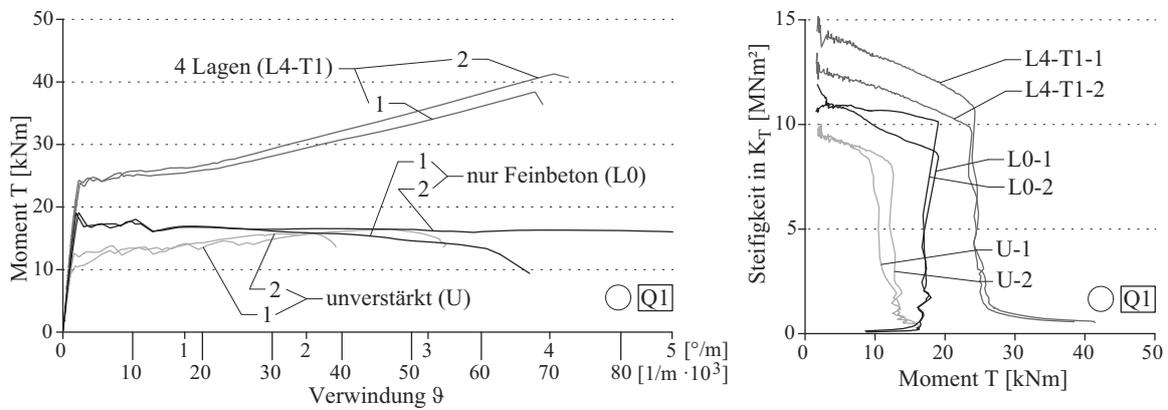
Bild 3.27: Rissbilder der verstärkten Stahlbetonquerschnitte 1 und 2

### 3 Experimentelle Untersuchungen

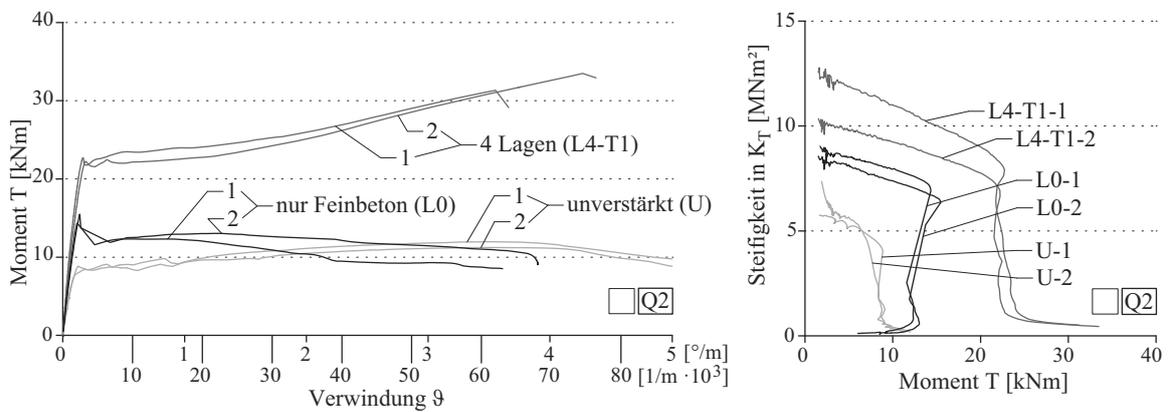
Die Rissbilder aller Probekörper sind im Anhang E zusammengefasst.

#### 3.4.3 Wirkung einer Verstärkungsschicht aus unbewehrtem Feinbeton

Die Wirkung einer 1 cm dicken Verstärkungsschicht aus unbewehrtem Feinbeton zeigen die M-V-B und M-S-B der Probekörper Q1-L0 am runden Stahlbetonquerschnitt und die Probekörper Q2-L0 am quadratischen Stahlbetonquerschnitt. In den Bildern 3.28 a und b sind die o. g. Probekörper den unverstärkten Probekörpern Q1-U sowie Q2-U und den mit einer 4-lagig bewehrten Textilbetonschicht verstärkten Probekörpern Q1-L4-T1 sowie Q2-L4-T1, deren Verstärkungsschicht auf Grund des Schichtenaufbaus ebenfalls eine Dicke von 1 cm besitzt, gegenübergestellt.



a) Querschnitt 1 (Q1, *rund*)



b) Querschnitt 2 (Q2, *quadratisch*)

Bild 3.28: M-V-B und M-S-B zur Darstellung der Wirkung einer Verstärkungsschicht aus unbewehrtem Feinbeton

Die M-V-B und M-S-B zeigten, dass die mit der unbewehrten Feinbetonschicht versehenen Probekörper im Zustand I eine Steifigkeit besitzen, die zwischen der Steifigkeit der unverstärkten und der textilbetonverstärkten Probekörper liegt. Das Torsionsmoment, welches für

den Übergang in den Zustand II notwendig ist, ist bei den feinbetonverstärkten Probekörpern höher als bei den unverstärkten Probekörpern. Es liegt aber deutlich unter dem der textilbetonverstärkten Probekörper. Nach dem Übergang in den Zustand II fällt das aufnehmbare Torsionsmoment der feinbetonverstärkten Probekörper auf das Niveau der unverstärkten Probekörper ab, so dass die feinbetonverstärkten und die unverstärkten Probekörper in etwa die gleiche Torsionstragfähigkeit im Zustand II erreichen.

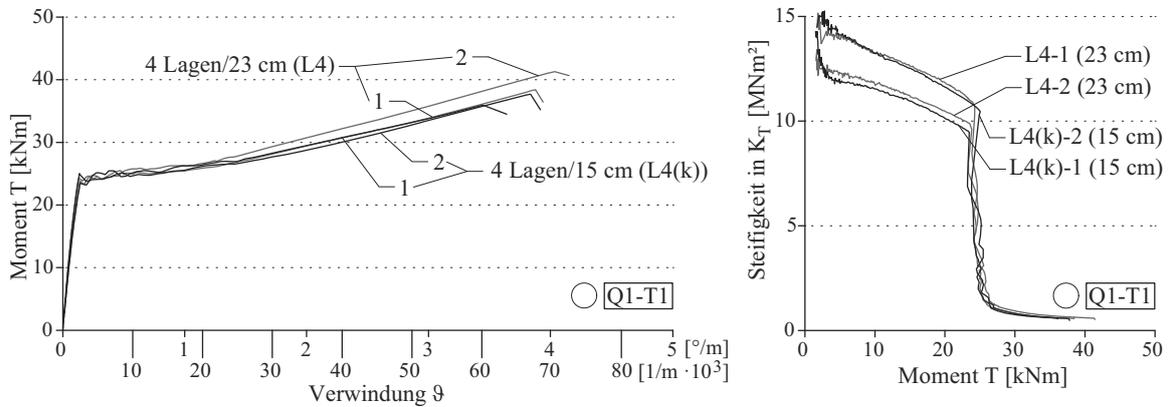
Die Dehnungen in 45°- bzw. 135°-Richtung beim Übergang vom Zustand I in den Zustand II betragen bei den Probekörpern mit rechteckigem Querschnitt ca.  $\pm 0,22 - 0,26 \%$  und bei denen mit rundem Querschnitt ca.  $\pm 0,11 - 0,12 \%$ . Damit liegen sie bei beiden Querschnitten zwischen den Dehnungen der unverstärkten und mit vier Lagen Textil verstärkten Probekörpern.

Die Rissbilder gleichen denen der unverstärkten Probekörper.

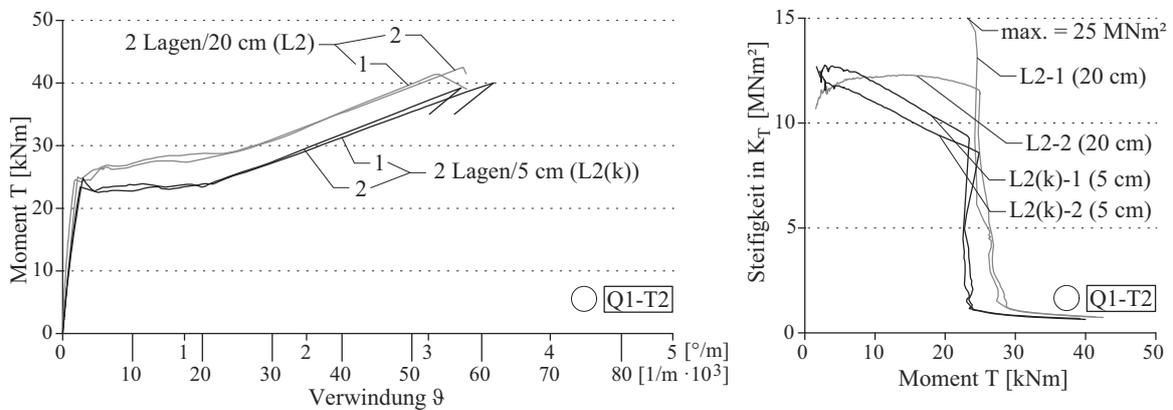
#### 3.4.4 Unterschiedliche Übergreifungslängen der textilen Bewehrung

Den Einfluss unterschiedlicher Übergreifungslängen zeigen die in den Bildern 3.29 a und b gegenübergestellten M-V-B und M-S-B der Probekörper Q1-L4-T1 und Q1-L4(k)-T1 sowie Q1-L2-T2 und Q1-L2(k)-T2. Bei den mit dem Textil 1 verstärkten Probekörpern ist der 23 cm breite Übergreifungsbereich 1,5-mal breiter als der 15 cm breite Übergreifungsbereich. Durch diesen Unterschied weichen die für die Verstärkung verwendeten Textilmengen um ca. 7 % voneinander ab. Der 20 cm breite Übergreifungsbereich der mit dem Textil 2 verstärkten Probekörper ist 4-mal so breit wie der 5 cm breite Übergreifungsbereich. Die Gesamtmenge der textilen Bewehrung unterscheidet sich dabei um ca. 15 %.

### 3 Experimentelle Untersuchungen



a) Textil 1 (T1, AR-Glas,  $\pm 45^\circ$ ) mit 23 cm und 15 cm breitem Übergreifungsbereich



b) Textil 2 (T2, Carbon,  $\pm 45^\circ$ ) mit 20 cm und 5 cm breitem Übergreifungsbereich

Bild 3.29: M-V-B und M-S-B zur Darstellung der Wirkung unterschiedlicher Übergreifungslängen der textilen Bewehrung

Den Diagrammen ist zu entnehmen, dass mit kürzeren Übergreifungslängen u. a. geringere Tragfähigkeiten zu erreichen sind. Weiterhin zeichnet sich ab, dass kleine Unterschiede in der Breite der Übergreifungsbereiche, wie bei den Probekörpern Q1-L4-T1 und Q1-L4(k)-T1, zu kleineren Abweichungen im Tragverhalten führen als größere Unterschiede, wie bei den Probekörpern Q1-L2-T2 und Q1-L2(k)-T2. Generell wird sichtbar, dass Textilien, die auch nur in Teilbereichen der Probekörper, hier in den Übergreifungsbereichen, angeordnet sind, einen Einfluss auf das Tragverhalten haben. Unterschiede bei den Dehnungen, den Rissbildern und dem Versagen konnten bei den unterschiedlichen Übergreifungslängen nicht festgestellt werden.

#### 3.4.5 Nicht umlaufend angeordnete Textilbetonverstärkung

Die M-V-B und M-S-B der in Teilbereichen verstärkten Probekörper Q2-L4(2)-T1, Q2-L4(3)-T1 und Q2-L4(4)-T1 werden sowohl denen der unverstärkten Probekörper Q2-U als auch denen der vollständig verstärkten Probekörper Q2-L4-T1 gegenübergestellt, siehe Bild 3.30.

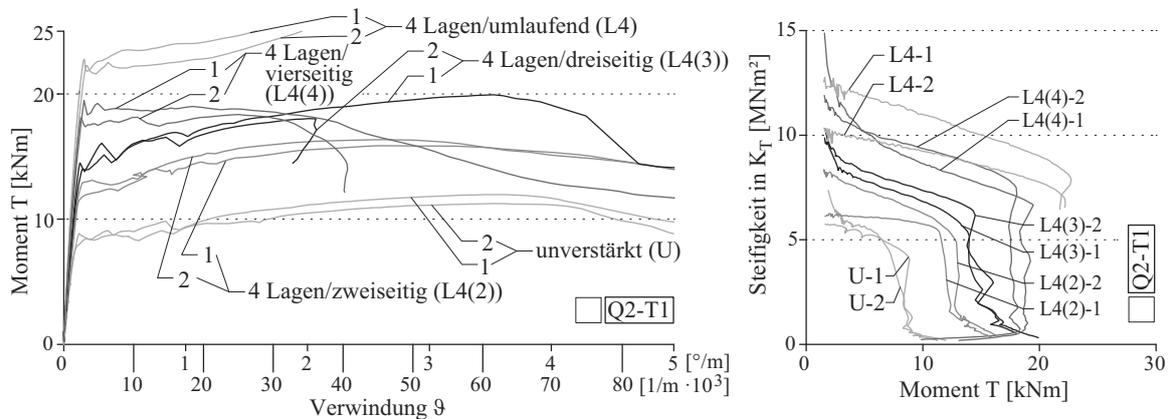


Bild 3.30: M-V-B und M-S-B zur Darstellung der Wirkung einer nicht umlaufend angeordneten Textilbetonverstärkung

Den Versuchsergebnissen kann entnommen werden, dass die auf vier einzelnen Seiten verstärkten Probekörper im Zustand I in etwa die gleiche Steifigkeit besitzen wie die vollständig ummantelten Probekörper. Der Übergang in den Zustand II erfolgt bei etwas geringeren Torsionsmomenten als bei den vollständig ummantelten Probekörpern. Im Zustand II können die im Zustand I erreichten Torsionsmomente zunächst aufgenommen werden, bis nach zunehmender Verdrehung die aufnehmbaren Torsionsmomente auf das Niveau der unverstärkten Probekörper abfallen. Bei den zwei- und dreieitig verstärkten Probekörpern ist die Steifigkeit im Zustand I und das Torsionsmoment, welches für den Übergang in den Zustand II notwendig ist, deutlich kleiner als bei den vierseitig verstärkten Probekörpern, jedoch größer als bei den unverstärkten Probekörpern. Im anschließenden Zustand II konnte bei beiden Verstärkungsvarianten die Torsionsbelastung weiter gesteigert werden. Es zeigt sich, dass mit allen drei Verstärkungsvarianten deutliche Verstärkungseffekte erzielt werden. Das untermauert u. a. die Erkenntnisse aus dem Abschnitt 3.4.4, dass Textilien, die nur in Teilbereichen der Probekörper vorhanden sind, zur Traglaststeigerung beitragen können.

Die Rissbildung der vierseitig verstärkten Probekörper entspricht in etwa der der vollständig ummantelten Probekörper. Lediglich in den Eckbereichen, in denen das Textil unterbrochen ist, sind größere Verformungen und zum Teil ein Ausziehen der textilen Bewehrung zu erkennen, siehe Bilder 3.31 a und b. Bei den zwei- und dreieitig verstärkten Probekörpern begann die Rissbildung auf den unverstärkten Seitenflächen. Die Oberflächen der unverstärkten Seiten waren durch mehrere Risse, ähnlich wie bei einem unverstärkten Probekörper, gekennzeichnet. Die Risse endeten an der Verstärkungsschicht bzw. verteilten sich auf mehrere kleine, kaum sichtbare Risse, siehe Bild 3.31 c. Auf der Oberfläche der Verstärkungsschicht war mit bloßem Auge nur jeweils ein großer Riss, der Versagensriss, zu erkennen.

### 3 Experimentelle Untersuchungen

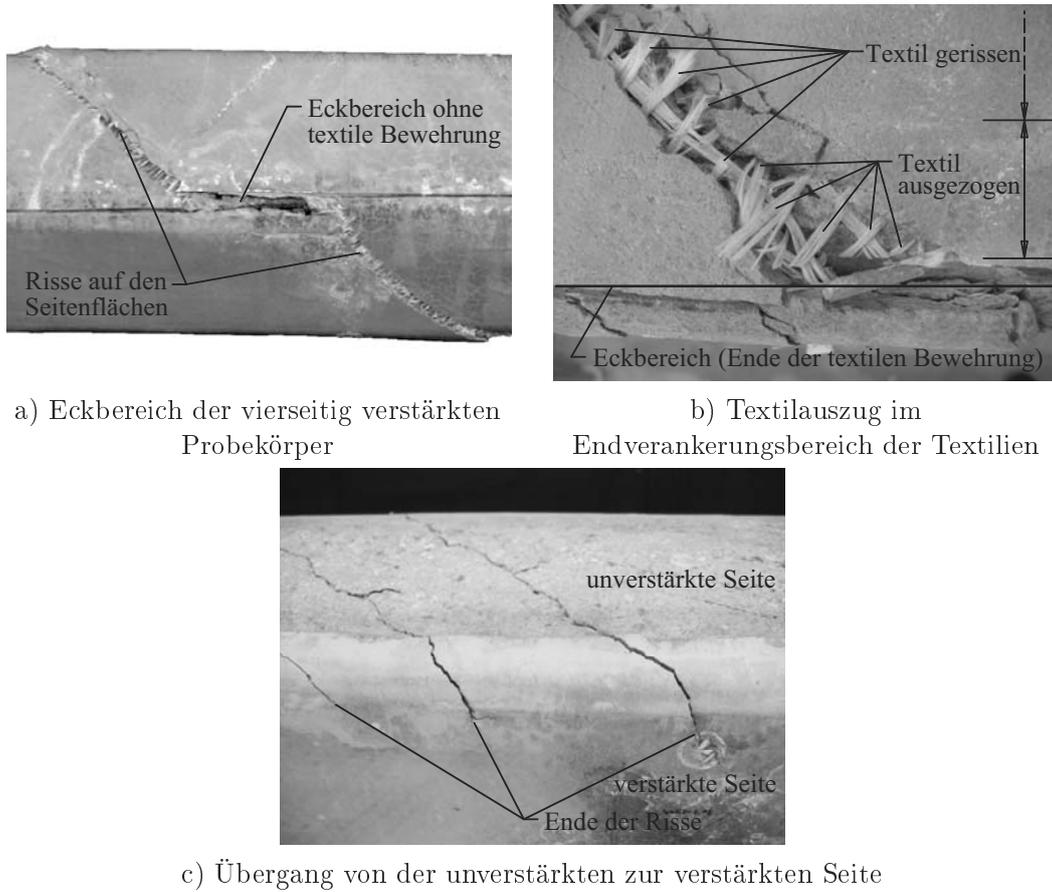


Bild 3.31: Rissbilder der nicht umlaufend verstärkten Probekörper

#### 3.4.6 Unterschiedliche Betondeckungen der Stahlbewehrung

Der Einfluss der Betondeckung der Stahlbewehrung auf die Torsionstragfähigkeit der verstärkten Probekörper kann einer Gegenüberstellung von Probekörpern, die sich vorrangig durch ihre Betondeckung unterscheiden, entnommen werden. Im Bild 3.32 sind die M-V-B und M-S-B der Probekörper Q2-U und Q2-L4-T1 mit 1,5 cm Betondeckung und der Probekörper Q3-U und Q3-L4-T1 mit 3 cm Betondeckung dargestellt.

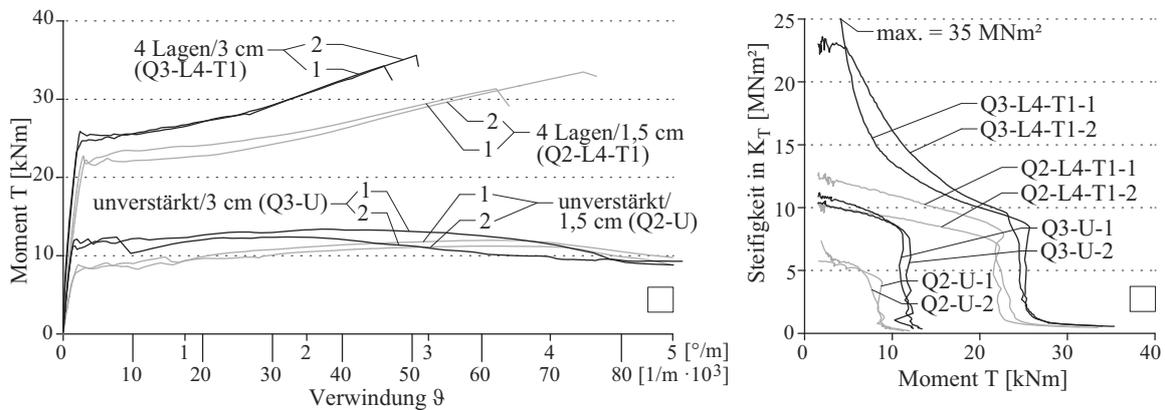


Bild 3.32: M-V-B und M-S-B zur Darstellung der Wirkung unterschiedlicher Betondeckungen der Stahlbewehrung

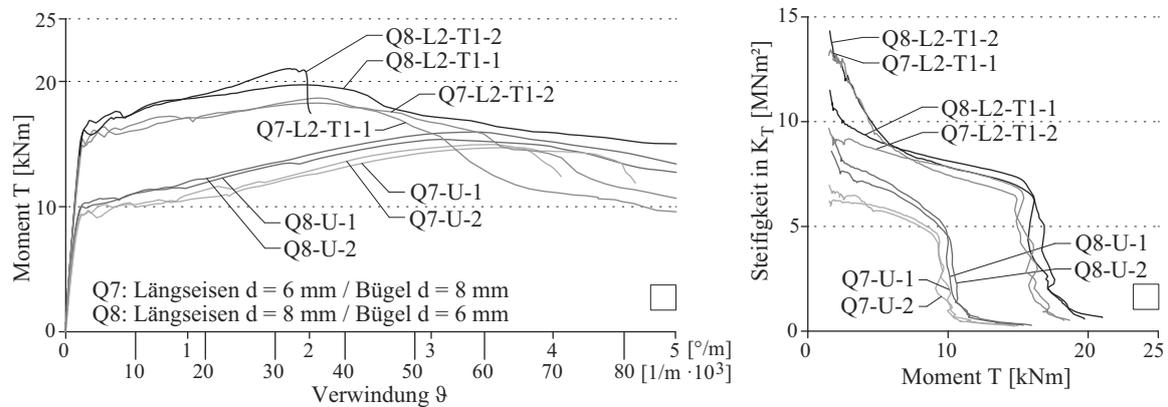
Die M-V-B und M-S-B zeigen, dass die größere Betondeckung sowohl bei den unverstärkten als auch bei den verstärkten Probekörpern mit einer größeren Steifigkeit im Zustand I verbunden ist und bei den Probekörpern mit der größeren Betondeckung ein größeres Torsionsmoment notwendig wird, um den Zustand II zu erreichen. Bei den unverstärkten Probekörpern mit 3 cm Betondeckung konnte das Torsionsmoment nach dem Übergang in den Zustand II nur minimal gesteigert werden bis das Versagen eintrat. Unabhängig von der Betondeckung wurden bei allen unverstärkten Probekörpern in etwa die gleichen Torsionstragfähigkeiten erreicht. Bei den verstärkten Probekörpern führt der größere Querschnitt mit 3 cm Betondeckung zu einer größeren Torsionstragfähigkeit und bei gleichem Torsionsmoment zu geringeren Verdrehungen.

Unterschiede in den Dehnungen und der Rissbildung waren nicht zu erkennen.

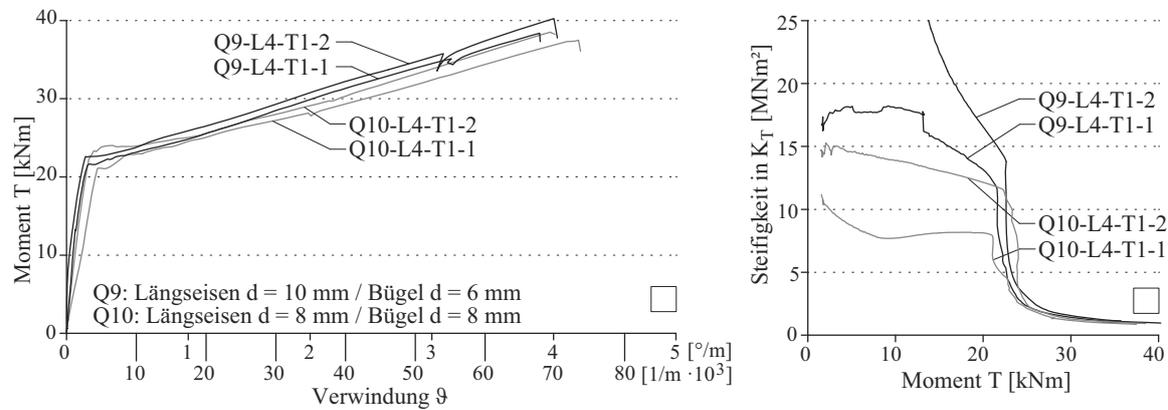
### 3.4.7 Unterschiedliche Stahlmengen und -verteilungen

Mit Hilfe der Probekörper Q7-U, Q7-L2-T1, Q8-U, Q8-L2-T1, Q9-L4-T1 und Q10-L4-T1, welche sich vorrangig durch die Menge und Anordnung der Stahlbewehrung unterscheiden, wurde der Einfluss unterschiedlicher Stahlmengen und -verteilungen untersucht. Die Stahlbetonquerschnitte 7 und 8 wurden sowohl verstärkt als auch unverstärkt geprüft, die Stahlbetonquerschnitte 9 und 10 wurden ausschließlich im verstärkten Zustand untersucht. Die Bilder 3.33 a und b zeigen die M-V-B und M-S-B der untersuchten Probekörper.

### 3 Experimentelle Untersuchungen



a) Querschnitt 7 (Q7) und Querschnitt 8 (Q8)



b) Querschnitt 9 (Q9) und Querschnitt 10 (Q10)

Bild 3.33: M-V-B und M-S-B zur Darstellung der Wirkung unterschiedlicher Stahlmengen und -verteilungen

Die Diagramme zeigen, dass die Wirkung der Textilbetonverstärkung prinzipiell der im Abschnitt 3.4.2 beschriebenen Wirkung entspricht. Durch die Verstärkung ließen sich beispielsweise auch hier deutliche Steigerungen der Torsionssteifigkeit sowie der Torsionstragfähigkeit erreichen. Die 2-lagig verstärkten Probekörper versagten ebenso, wie im Abschnitt 3.4.2 beschrieben, bei geringeren Verwindungen als die 4-lagig verstärkten Probekörper. Im Zustand I ist kein nennenswerter Einfluss der verschiedenen Stahlmengen und -verteilungen zu erkennen. Der Unterschied wird erst im Zustand II, u. a. durch die sich unterscheidenden maximalen Torsionstragfähigkeiten, deutlich.

Bei den 2-lagig verstärkten Probekörpern Q7-L2-T1 und Q8-L2-T1 zeichnen sich die Oberflächenverformungen bei dem Erreichen der maximalen Torsionstragfähigkeit nur sehr unscharf ab. Sie entsprechen in etwa denen der im Abschnitt 3.4.2 beschriebenen, so dass sich Hauptdehnungswinkel von 40 - 50° abschätzen lassen. Die Oberflächenverformungen der 4-lagig verstärkten Probekörper bilden sich deutlicher ab. Für die Probekörper Q9-L4-T1 sowie Q10-L4-T1 konnte somit ein Hauptdehnungswinkel von 50 - 57° sowie 45 - 50° ermittelt werden.

Die Risswinkel der verstärkten Probekörper mit dem Querschnitt 10 variieren vorrangig

zwischen  $40^\circ$  und  $50^\circ$ , die mit dem Querschnitt 7 primär zwischen  $44^\circ$  und  $54^\circ$  und die mit dem Querschnitt 8 in erster Linie zwischen  $37^\circ$  und  $47^\circ$ . Bei den unverstärkten Probekörpern sind größere Variationen in den Risswinkeln erkennbar. Die Probekörper mit dem Stahlbetonquerschnitt 9, bei denen die Bewehrungsmengen in Längs- und Querrichtung den größten Unterschied aufweisen, besitzen Risswinkel im Bereich von  $32^\circ$  bis  $42^\circ$ . Das Bild 3.34 zeigt beispielhaft einen flachen Riss dieses Stahlbetonquerschnittes. Rissbilder zu den weiteren Querschnitten sind dem Anhang E zu entnehmen.

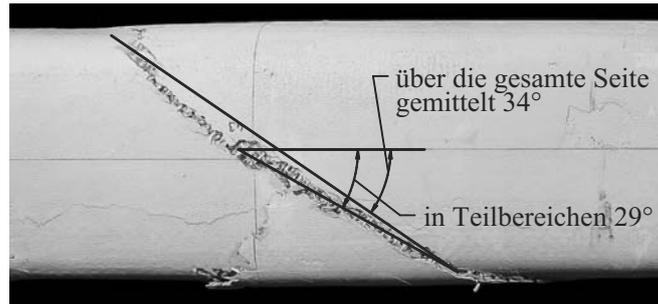
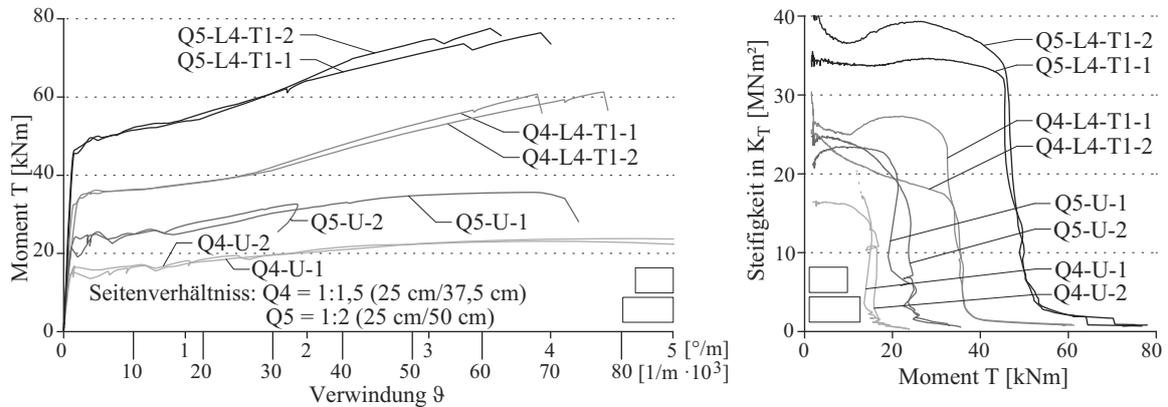


Bild 3.34: Rissbild des Stahlbetonquerschnitts 9

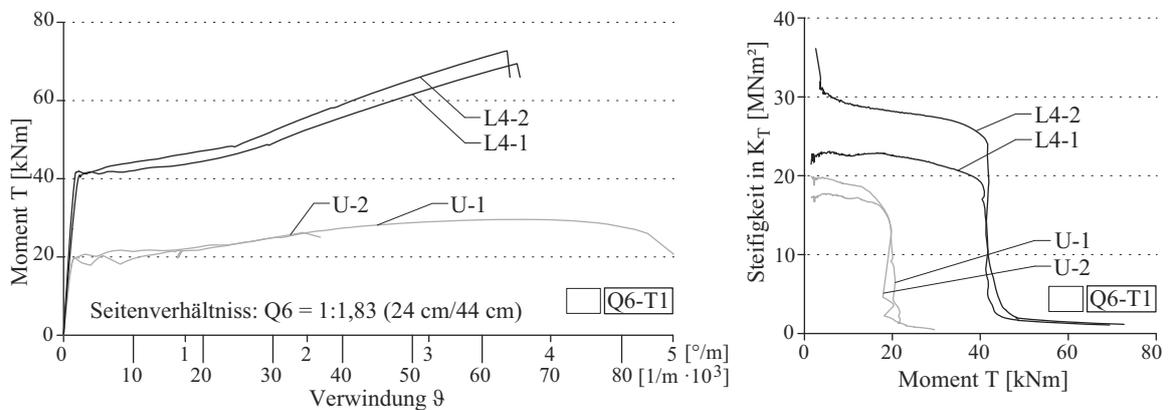
### 3.4.8 Unterschiedliche Seitenverhältnisse der rechteckigen Querschnitte

Zur Untersuchung des Einflusses der Seitenverhältnisse bei rechteckigen Querschnitten wurden die Probekörper Q4-U und Q4-L4-T1, Q5-U und Q5-L4-T1 sowie Q6-U und Q6-L4-T1 verwendet. Die zugehörigen M-V-B und M-S-B sind den Bildern 3.35 a und b zu entnehmen.

### 3 Experimentelle Untersuchungen



a) Querschnitt 4 und 5 (Q4 und Q5)



b) Querschnitt 6 (Q6)

Bild 3.35: M-V-B und M-S-B zur Darstellung der Wirkung unterschiedlicher Seitenverhältnisse der rechteckigen Querschnitte

Die M-V-B und M-S-B verdeutlichen, dass auch bei unterschiedlichen Seitenverhältnissen die prinzipielle Wirkung der Textilbetonverstärkung der im Abschnitt 3.4.2 beschriebenen Wirkung entspricht. Eine Vergrößerung des Querschnittes hat eine Vergrößerung der Steifigkeit im Zustand I sowie ein größeres, für den Übergang in den Zustand II notwendiges, Torsionsmoment zur Folge. Die maximale Torsionstragfähigkeit der unverstärkten und der verstärkten Probekörper steigt mit der Querschnittsgröße, dem damit verbundenen Anstieg der Stahlmenge und bei den verstärkten Probekörpern auch mit dem Anstieg der Menge der textilen Bewehrung.

Bei den Oberflächenverformungen der verstärkten Probekörper zeichnet sich ab, dass im Zustand I die Verformungen auf den schmalen Seiten kleiner sind als auf den breiten Seiten. Die Verformungen auf der breiten Seite, von 0,23 - 0,32 ‰, entsprechen dabei denen der quadratischen Probekörper, vergleiche Q2-L4-T1. Bei dem Erreichen der Tragfähigkeit sind die Verformungen in 0°, 45°- und 90°-Richtung auf allen Seiten in etwa gleich groß. In der 135°-Richtung sind die Verformungen auf der schmalen Seite ca. halb so groß wie auf der breiten Seite. Die Bilder 3.36 a bis d zeigen hierzu die M-D-B am Beispiel des Probekörpers Q4-L4-T1.

Insgesamt liegen die Verformungen zum Zeitpunkt des Versagens ( $0^\circ/90^\circ = \text{ca. } 3,7 - 5,0\text{‰}$ ,  $45^\circ = \text{ca. } 8 - 10\text{‰}$  und  $135^\circ$  auf der breiten Seite = ca.  $1,7 - 2\text{‰}$ ) über denen der vergleichbaren quadratischen Probekörpern.

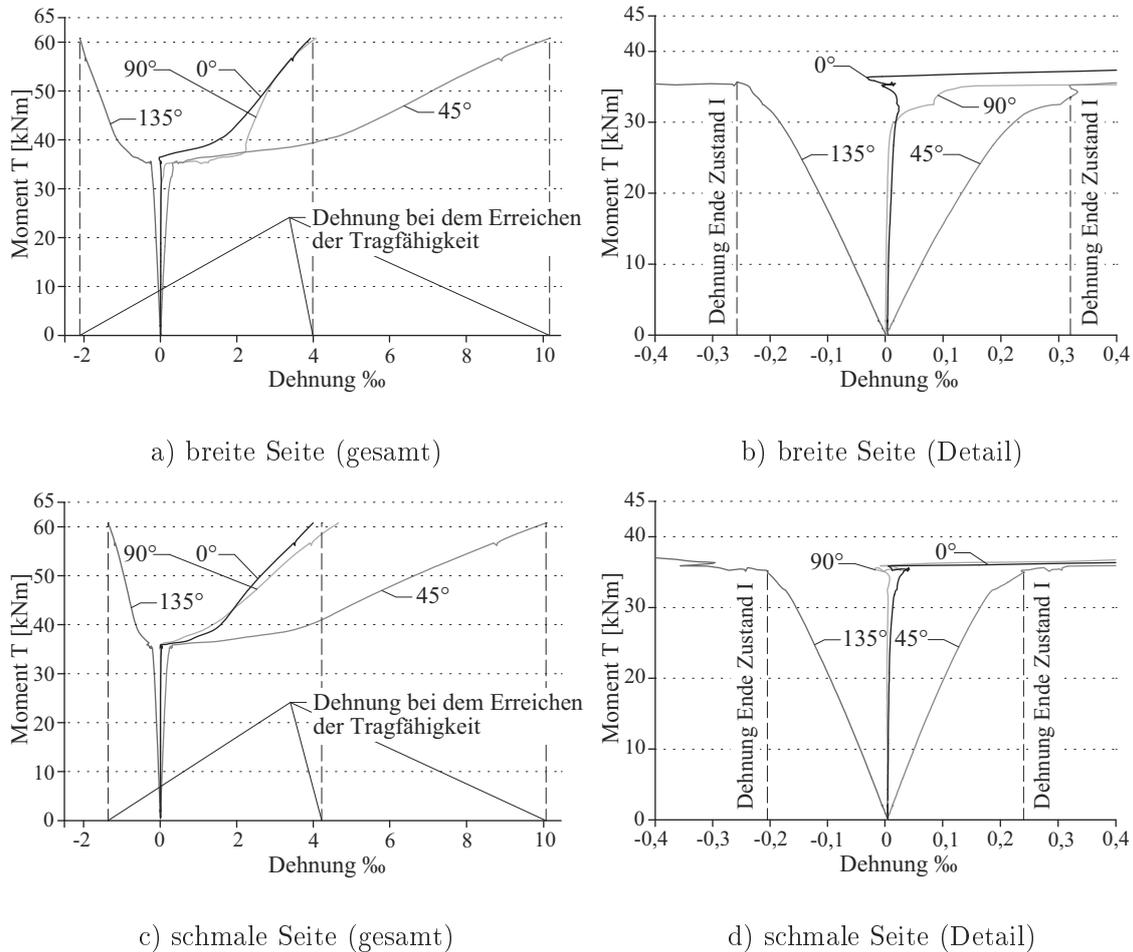


Bild 3.36: M-D-B bei einem Seitenverhältnis  $h/b \neq 1$  am Beispiel des Probekörpers Q4-L4-T1

Die Rissbildung unterscheidet sich im Wesentlichen nicht von der der anderen Probekörper. Selbst bei den breitesten Probekörpern Q5-L4-T1 verlaufen die Risse vorrangig im Winkel von  $45^\circ$ , siehe Bild 3.37 a. Das Bild 3.37 b zeigt, dass in einigen Fällen jedoch Risse in Längs- oder Querrichtung zu erkennen sind, die einzelne im  $45^\circ$ -Winkel verlaufende Risse verbinden.

### 3 Experimentelle Untersuchungen

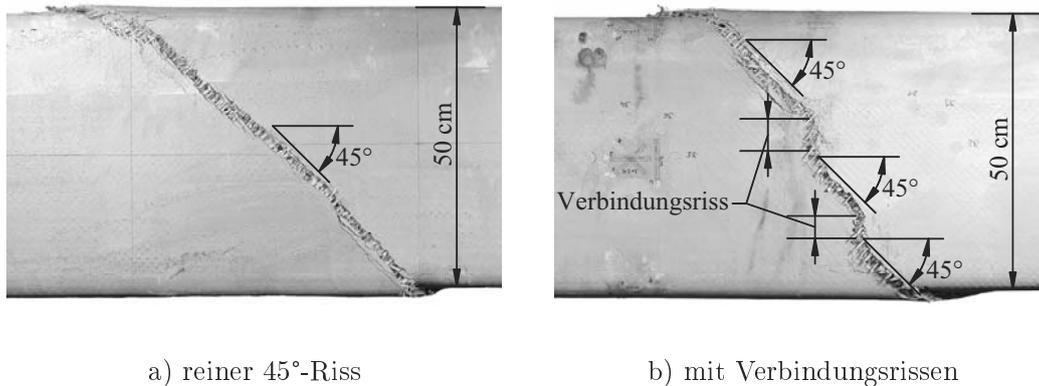


Bild 3.37: Rissbilder der rechteckigen verstärkten Probekörper (Q5-L4-T1)

#### 3.4.9 Verwendung von textiler Bewehrung mit Garnen im 0°/90°-Winkel

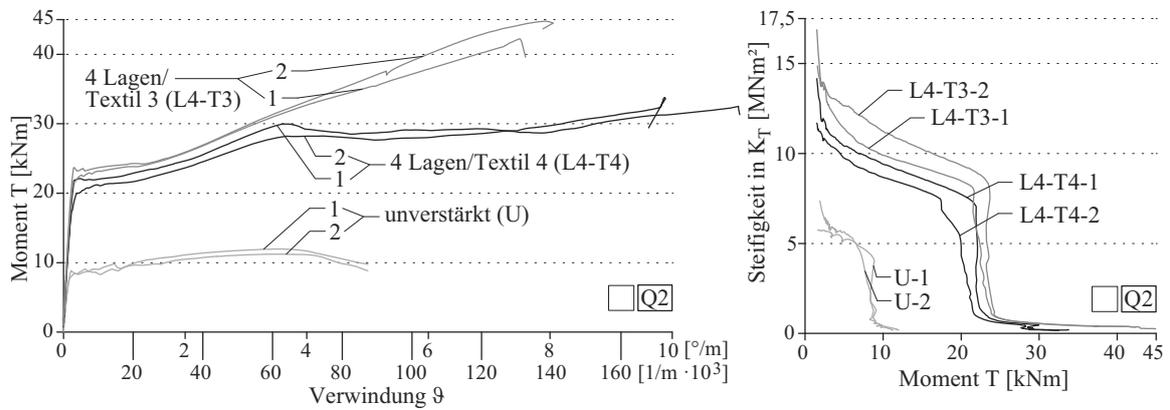
Die Versuchsergebnisse der Probekörper Q2-L4-T3, Q2-L4-T4 und Q4-L2-T5 zeigen den Einfluss unterschiedlicher textiler Bewehrungen (Textil 3, 4 und 5) mit Garnen im Winkel von 0°/90°.

In den M-V-B und M-S-B der Bilder 3.38 a und b ist zu erkennen, dass alle Verstärkungsschichten mit einem 0°/90°-Textil zu einem Anstieg der Steifigkeit im Zustand I und des Rissmomentes führten. Nach dem Übergang in den Zustand II konnte die Belastung weiter gesteigert werden, bis die maximalen Torsionstragfähigkeiten bei Verwindungen von 6 - 11 °/m erreicht wurden. Diese Verwindungen liegen deutlich über denen der Probekörper die mit  $\pm 45^\circ$ -Textilien verstärkt wurden.

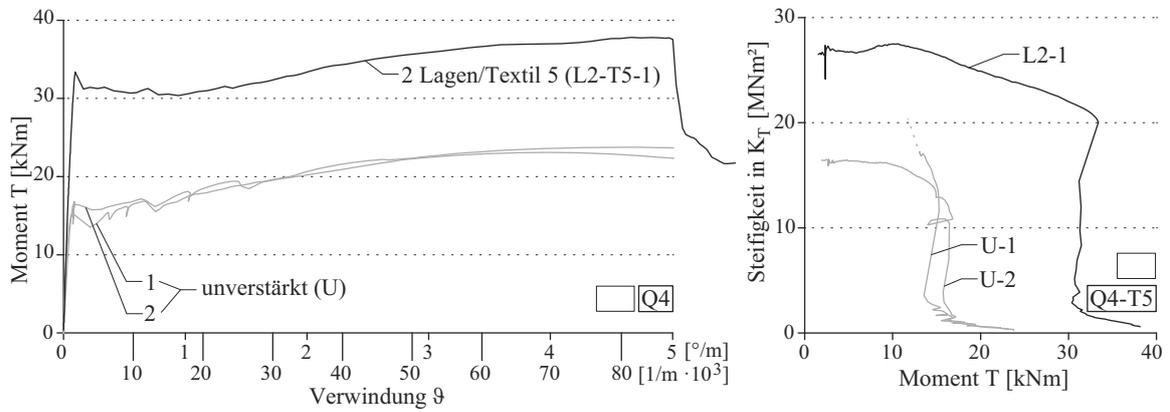
Im Zustand I sind die Oberflächenverformungen mit den Probekörpern vergleichbar, die mit den Textilien 1 oder 2 verstärkt wurden. Die Verformungen der Oberflächen bei dem Erreichen der Torsionstragfähigkeit waren nur bei den Probekörpern mit dem Textil 3 messbar. Hier betrugen sie in 0°/90°-Richtung ca. 4,6 - 6,7 ‰, in 45°-Richtung ca. 12,8 - 14,8 ‰ und in 135°-Richtung ca. 2,3 ‰. Bei den Verstärkungen mit den Textilien 4 und 5 konnten die Verformungen auf Grund der nachfolgend beschriebenen Rissbildung nicht gemessen werden.

Die Bilder 3.39 a und b zeigen beispielhaft, dass das Versagen der Probekörper nicht nur durch das Reißen einzelner Garne, sondern vor allem durch ein Aufspalten der Verstärkungsschicht gekennzeichnet war. Die 2 mm dicken Feinbetonschichten lösten sich von der textilen Bewehrung und große Bereiche der Betondeckung platzten ab. Es war zu erkennen, dass dieser aufspaltende Effekt bei den Carbon-Textilien (Textil 4 und 5) größer ist als bei einem AR-Glas-Textil (Textil 3). Das Aufspalten der Verstärkungsschicht war mit Verschiebungen der textilen Bewehrung verbunden, wie es das Bild 3.39 c zeigt.

### 3.4 Versuchsergebnisse



a) Querschnitt 2 (Q2, quadratisch) mit Textil 3 (T3, AR-Glas, 0°/90°) und Textil 4 (T4, Carbon, 0°/90°)



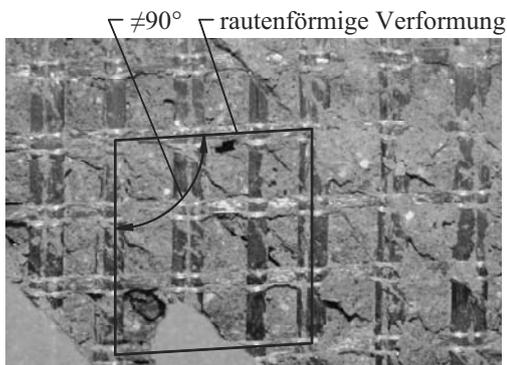
b) Querschnitt 4 (Q4, rechteckig) mit Textil 5 (T5, Carbon, 0°/90°)

Bild 3.38: M-V-B und M-S-B zur Darstellung der Wirkung von textilen Bewehrungen 0°/90°-Textil

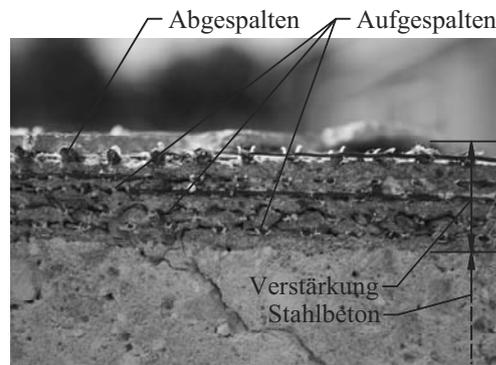
### 3 Experimentelle Untersuchungen



a) Ansicht des Probekörpers



c) Detaildraufsicht des Probekörpers



c) Schnitt durch die Verstärkung

Bild 3.39: Verstärkungsschicht eines geprüften Probekörpers mit  $0^\circ/90^\circ$ -Textil (Q2-L4-T4)

#### 3.4.10 Zusammenfassung

Die Versuchsergebnisse zeigen, dass das Tragverhalten der textilbetonverstärkten Probekörper denen reiner Stahlbetonkörper sehr stark ähnelt. Es gibt einen Zustand I und Zustand II, es bilden sich Risse im Winkel von ca.  $40 - 50^\circ$  und der Versagensriss geht über mindestens drei Seiten des Probekörpers. Die nachfolgend beschriebenen Versuchsergebnisse treffen auf alle Probekörper zu, bis auf die, die mit zwei Lagen des Textils 1 verstärkt wurden.

Bereits im **Zustand I** ist der Einfluss der Verstärkung aus Textilbeton auf das Torsionstragverhalten zu erkennen. Eine Verstärkung aus unbewehrtem Feinbeton erhöht die Steifigkeit und das Rissmoment der Probekörper. Durch eine textile Bewehrung in der Verstärkungsschicht werden die Steifigkeit und das Rissmoment der Probekörper weiter gesteigert, so dass sie deutlich über denen der unverstärkten und denen der mit unbewehrtem Feinbeton verstärkten Probekörpern liegen. Ein Anstieg der Lagenanzahl und damit der Dicke der Verstärkungsschicht führt zur Vergrößerung der Steifigkeit und des Rissmomentes. Auf der Oberfläche aller Probekörper wurden Dehnungen in  $45^\circ$ - und  $135^\circ$ -Richtung gemessen. Sie waren bei den textilbetonverstärkten Probekörpern in etwa doppelt so groß wie die auf den unverstärkten Probekörpern. In  $0^\circ$ - und  $90^\circ$ -Richtung wurden nur sehr geringe Dehnungen gemessen. Eine bedeutende Probekörperverlängerung war ebenfalls nicht erkennbar.

Mit dem **Übergang in den Zustand II** bilden sich bei den textilbetonverstärkten Probe-

körpern umlaufende, feine Risse im Winkel von ca.  $45^\circ$  mit einem Abstand von 1 - 2 cm. Die Rissbildung ist mit einem starken Abfall der Steifigkeit sowie einer deutlichen Zunahme der Oberflächenverformung, der Verwindung und der Bauteilverlängerung verbunden.

Im **Zustand II** werden die Unterschiede der verschiedenen Bewehrungsmaterialien deutlich. Neben der Vergrößerung der Bewehrungsmenge führt auch ein zunehmender Elastizitätsmodul des Bewehrungsmaterials zu einem Anstieg der Torsionssteifigkeit. Das Versagen der Probekörper mit  $45^\circ$ -Textil in der Verstärkungsschicht tritt durch Reißen der textilen Bewehrung ein. Dabei beeinflusst die Stahlverteilung in Längs- und Querrichtung den Winkel des Versagensrisses. Dieser Riss besitzt bei Probekörpern mit rundem Querschnitt über die gesamte Risslänge in etwa den gleichen Winkel. Bei den rechteckigen Querschnitten weichen die Risswinkel in den Eckbereichen zum Teil erheblich von denen auf den Seitenflächen ab. Eine zunehmende Bewehrungsmenge und/oder eine Vergrößerung der Zugfestigkeit der textilen Bewehrung ist mit einer größeren Torsionstragfähigkeit verbunden. Mit der Vergrößerung der zu verstärkenden Querschnittsfläche des Probekörpers steigt ebenfalls die Torsionstragfähigkeit. Anhand von unterschiedlichen Übergreifungslängen bzw. der ausschließlichen Verstärkung von Teilbereichen der Probekörperquerschnitte ist erkennbar, dass auch textile Bewehrungen, die nur in Abschnitten des Probekörperumfangs vorhanden sind, zur Erhöhung der Torsionssteifigkeit und Torsionstragfähigkeit beitragen. Die Oberflächenverformungen in Richtung der Stahlbewehrung ( $0^\circ$  und  $90^\circ$ ) weisen über die gerissenen und ungerissenen Bereiche hinweg mittlere Längenänderungen von 2 ‰ bis 5 ‰ auf. Es ist davon auszugehen, dass die Dehnungen im Bereich der Risse deutlich darüber liegen.

Bei der Verwendung von  $0^\circ/90^\circ$ -Textil ist das Versagen durch deutlich größere Verformungen als bei der Anwendung von  $45^\circ$ -Textil und ein Aufspalten der Verstärkungsschicht gekennzeichnet. Dieser aufspaltende Effekt zeichnet sich bei Carbon stärker ab als bei AR-Glas.

Mit einer Verstärkung aus unbewehrtem Feinbeton wird das Torsionstragverhalten im Zustand II nicht nennenswert beeinflusst. Sowohl die Rissbildung als auch die Torsionssteifigkeit und Torsionstragfähigkeit entspricht denen der unverstärkten Probekörper. Bei keinem Probekörper war das Versagen des Betons für das Erreichen der Torsionstragfähigkeit maßgebend.

Die Versuchsergebnisse der **Probekörper, die mit zwei Lagen des Textils 1 verstärkt wurden**, weisen deutliche Abweichungen zu den oben beschriebenen Ergebnissen auf. Es treten zum Teil nicht nur ein, sondern mehrere deutlich sichtbare Risse auf. Die Verwindungen und Oberflächenverformungen beim Erreichen der maximalen Torsionstragfähigkeit sind ca. 30 - 50 % kleiner als bei den vergleichbaren Querschnitten, die mit mehr als 2 Lagen des Textils 1 versehen wurden. Des Weiteren erfolgt das Versagen, ähnlich wie bei unverstärkten Probekörpern, allmählich und nicht schlagartig. Nach dem Überschreiten der maximalen Torsionstragfähigkeit fällt die Tragfähigkeit, verbunden mit einer deutlichen Verformungszunahme, auf das Niveau der unverstärkten Probekörper ab.

Im **Vergleich zu GFK- und CFK-verstärkten Stahlbetonbauteilen** ist festzustellen, dass die Anordnung der Bewehrung im bevorzugten  $45^\circ$ -Winkel mit Textilbeton deutlich einfacher möglich ist als mit Sheets. Unter anderem deshalb wird für die Sheets meist die ungünstigere Anordnung im Winkel von  $0^\circ/90^\circ$  gewählt. Damit ist zum Erreichen gleicher Tragfähigkeitssteigerungen bei den Sheets der Materialeinsatz der Bewehrung erheblich höher als beim Textilbeton. Prinzipiell sind jedoch in etwa gleiche Tragfähigkeitssteigerungen bei vergleichbaren Verwindungen erreichbar. Vorteilhaft beim Textilbeton ist die Ankündigung des Versagens nicht nur durch die sich einstellende Verformung, sondern auch durch die sichtbaren Risse, die bei einer Verstärkung mit Sheets verborgen bleiben.

### 3 Experimentelle Untersuchungen

# 4 Theoretische Betrachtungen und Modelle

## 4.1 Allgemeines

Die folgende theoretische Betrachtung erfolgt vorrangig für verstärkte Stahlbetonkörper mit einer Bügel- und Längsbewehrung. Für die Validierung der aufgestellten Modelle wird in erster Linie auf die eigenen experimentellen Untersuchungen zurückgegriffen. Da bei dem überwiegenden Teil der in der Praxis durchgeführten Verstärkungsmaßnahmen die Tragfähigkeit der wesentliche Parameter ist, liegt auch hier der Schwerpunkt auf der, im Abschnitt 4.4 vorgestellten, rechnerischen Ermittlung des Bruchmomentes. Den Probekörpern, die mit zwei Lagen des Textils 1 verstärkt wurden, kommt dabei eine Sonderrolle zu, die in diesem Abschnitt separat erläutert wird.

Den experimentellen Untersuchungen ist zu entnehmen, dass durch die Verstärkung nicht nur das Bruchmoment, sondern auch das Rissmoment deutlich größer wird. Bei den mit Feinbeton verstärkten Probekörpern lag das Rissmoment sogar über dem Bruchmoment. Somit wird eine Mindestbewehrung notwendig, um nach einer Verstärkung ein plötzliches Bauteilversagen zu verhindern und ein duktileres Bauteilverhalten sicherzustellen. Zur Berechnung dieser Mindestbewehrung ist es erforderlich, die Größe des Rissmomentes abzuschätzen. Die im Abschnitt 4.2 folgende Betrachtung der Tragfähigkeit im Zustand I dient somit nicht der exakten mechanischen Beschreibung des Tragverhaltens, sondern ausschließlich der Abschätzung des Rissmomentes.

Obwohl die Verformungsberechnung, vor allem im Zustand I, für den Stahlbetonbau eine untergeordnete Rolle spielt, wird sie in den Abschnitten 4.3 und 4.5 sowohl für den Zustand I als auch für den Zustand II kurz betrachtet.

## 4.2 Tragfähigkeit im Zustand I – Rissmoment

Der Übergang vom Zustand I in den Zustand II erfolgt, wenn die maximale Torsionstragfähigkeit im Zustand I – das Rissmoment – erreicht ist.

Den Ergebnissen der experimentellen Untersuchungen ist zu entnehmen, dass das Rissmoment durch die Verstärkungsschicht beeinflusst wird, siehe Abschnitt 3.4. Es wird u. a. gezeigt, dass das Rissmoment eines Probekörpers, der mit einer 1 cm dicken unbewehrten Feinbetonschicht verstärkt wurde, über dem eines unverstärkten Probekörpers liegt. Weiterhin wird gezeigt, dass, wenn diese 1 cm dicke Verstärkungsschicht eine textile Bewehrung beinhaltet, die Torsionstragfähigkeit im Zustand I weiter ansteigt und über der des Probekörpers liegt, welcher mit einer 1 cm dicken unbewehrten Feinbetonschicht verstärkt wurde.

Zur Untersuchung dieser Effekte werden im Folgenden sieben Berechnungsansätze gegenübergestellt. Das Modell 1 ist ein bestehender Ansatz zur Berechnung von unverstärkten Stahlbetonbauteilen, siehe Abschnitt 2.5.2 oder ZILCH/ZEHETMAIER [219]. Für verstärkte Stahlbetonkörper sind dagegen noch keine Berechnungsansätze vorhanden, so dass die nachfolgend beschriebenen Modelle 2 bis 7 untersucht wurden. Zum besseren Verständnis und zur

#### 4 Theoretische Betrachtungen und Modelle

Herleitung der endgültigen Modelle werden auch Berechnungsansätze vorgestellt, die kein zufriedenstellendes Ergebnis liefern. Die Abweichungen  $\Delta T_{I,max}$  zwischen den rechnerisch und experimentell ermittelten Rissmomenten werden mit

$$\Delta T_{I,max} = \frac{100\%}{T_{I,max,Experiment}} \cdot T_{I,max,Rechnung} - 100\% \quad (4.1)$$

errechnet und in Prozent in den Bildern 4.2 und 4.9 zusammengefasst dargestellt.

**Modell 1** Die im Bild 4.1 dargestellte Spannungsverteilung wird derzeit für die Berechnung von Stahlbetonbauteilen verwendet. Die Spannungsverteilung entspricht der eines Körpers mit homogenem, isotropem und linearelastischem Werkstoffverhalten, so dass die nachfolgend genannten Gleichungen dem Abschnitt 2.5.2 entnommen und ausschließlich durch den Index für den Beton ergänzt wurden. Für die Berechnung der eigenen unverstärkten Probekörper wurde als maximale Schubspannung  $\tau_{c,max}$  die über alle Versuche gemittelte zentrische Betonzugfestigkeit  $f_{c,t,m} = 2,6 \text{ N/mm}^2$  angesetzt.

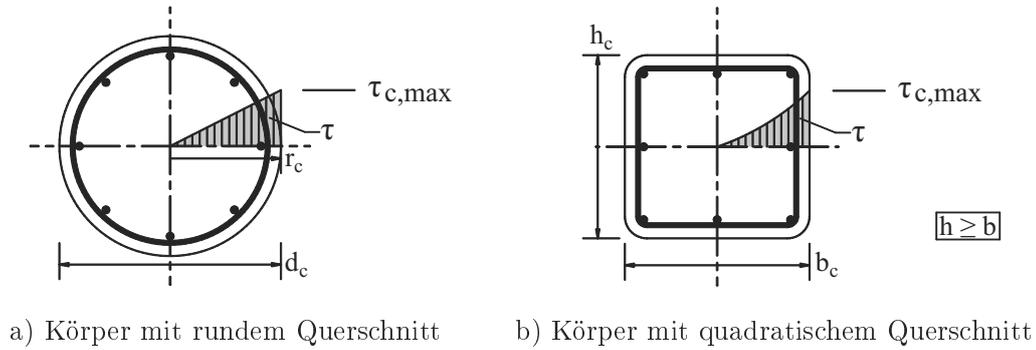


Bild 4.1: Schubspannungsverteilung des Modells 1

Die Bestimmung der maximalen Torsionstragfähigkeit  $T_{I,max}$  der Körper mit rundem Querschnitt erfolgte mit der Gleichung

$$T_{I,max} = \tau_{c,max} \cdot W_{T,c} = \tau_{c,max} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot r_c^3 = \tau_{c,max} \cdot \frac{\pi}{16} \cdot d_c^3, \quad (4.2)$$

die auf den Gleichungen 2.9 und 2.15 aufbaut. Für die Ermittlung des maximal aufnehmbaren Torsionsmomentes  $T_{I,max}$  bei Körpern mit rechteckigem Querschnitt wurde die Gleichung

$$T_{I,max} = \vartheta \cdot G \cdot I_{T,c}, \quad (4.3)$$

der die Gleichung 2.6 zugrunde liegt, verwendet. Die Berechnung der dafür notwendigen Werte  $I_{T,c}$  und  $\vartheta \cdot G$  erfolgte, in Anlehnung an die Gleichungen 2.28 und 2.31, mit den Gleichungen

$$I_{T,c} = \frac{1}{3} \cdot b_c^3 \cdot h_c - \frac{64}{\pi^5} \cdot b^4 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2 \cdot n + 1)^5} \cdot \tanh \frac{(2 \cdot n + 1) \cdot \pi \cdot h_c}{2 \cdot b_c} \quad (4.4)$$

$$\vartheta \cdot G = \frac{\tau_{c,max}}{-8 \cdot b_c \cdot \left[ \frac{1}{8} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2 \cdot n + 1)^2 \cdot \pi^2 \cdot \cosh \frac{(2 \cdot n + 1) \cdot \pi \cdot h_c}{2 \cdot b_c}} \right]}. \quad (4.5)$$

## 4.2 Tragfähigkeit im Zustand I – Rissmoment

Alternativ kann bei Körpern mit rechteckigem Querschnitt das maximal aufnehmbare Torsionsmoment  $T_{I,max}$  mit der Gleichung

$$T_{I,max} = \tau_{c,max} \cdot W_{T,c} = \tau_{c,max} \cdot \beta \cdot b_c^2 \cdot h_c, \quad (4.6)$$

die die Gleichungen 2.9 und 2.33 zusammenführt, errechnet werden. Die Ergebnisse sind mit den Ergebnissen der o. g. Gleichung in etwa identisch. Der Wert  $\beta$  ist der Tabelle 2.3 zu entnehmen.

Den Bildern 4.2 ist zu entnehmen, dass die rechnerisch ermittelten Werte im Mittel ca. 10 % unter den Versuchswerten liegen. Bei ca. 10 % der Versuche ist der Rechenwert bis zu 20 % kleiner bzw. größer als der Wert aus den Versuchen. Diese Abweichungen entsprechen denen früherer Versuche, siehe Abschnitt 2.5.2.6.

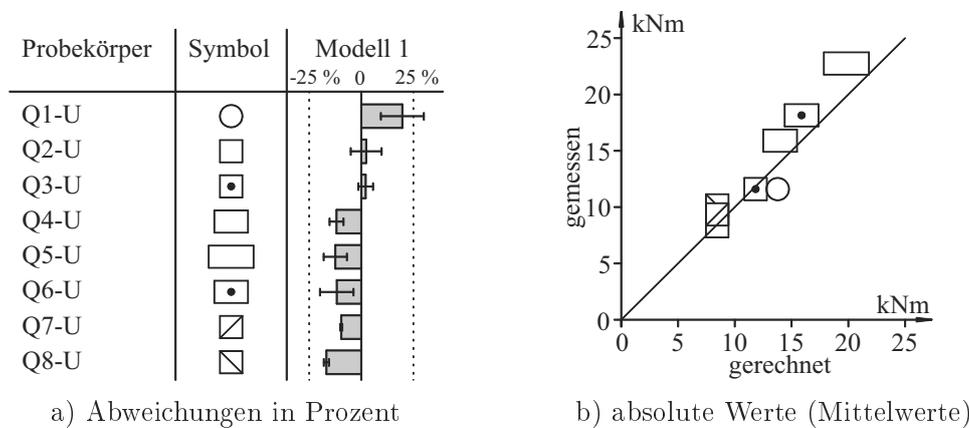


Bild 4.2: Gegenüberstellung der rechnerisch und experimentell ermittelten Rissmomente des Modells 1

**Modell 2** Das Modell 2 geht davon aus, dass die Schubspannungen soweit steigen können, bis an einer Stelle des Stahlbetonkörpers die maximal zulässige Schubspannung des Stahlbetonkörpers  $\tau_{c,max}$  erreicht wird, siehe Bild 4.3. Durch das Zusammenwirken des Stahlbetonkörpers mit der Verstärkungsschicht nimmt auch die Verstärkungsschicht Schubspannungen auf und führt somit zu einer Steigerung der Torsionstragfähigkeit. Die dabei entstehenden Schubspannungen  $\tau_{fc}$  in der Verstärkungsschicht, die über den maximal zulässigen Schubspannungen  $\tau_{c,max}$  des Stahlbetonkörpers liegen, können durch die höhere Zugfestigkeit des Feinbetons  $f_{fc,t}$  aufgenommen werden. Es wird davon ausgegangen, dass bei dem Überschreiten der maximal zulässigen Schubspannung im Stahlbetonkörper Risse entstehen, die Dehnungs- und damit Spannungsspitzen in der Verstärkungsschicht hervorrufen. Diese führen gleichzeitig zu Rissen in der Verstärkungsschicht, so dass damit das Rissmoment erreicht ist.

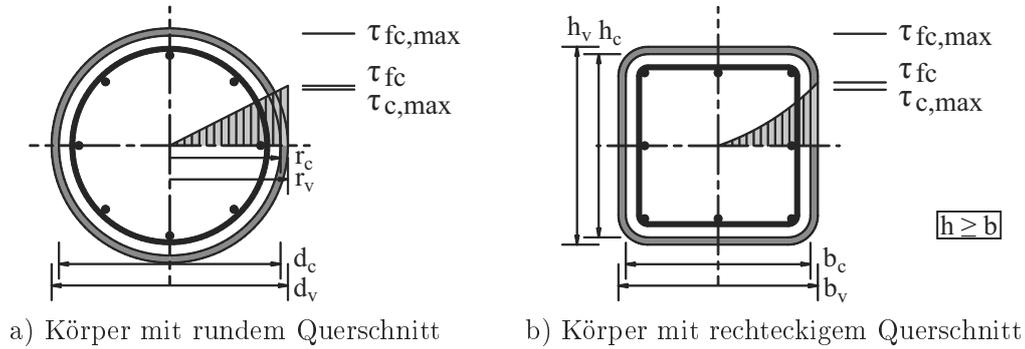


Bild 4.3: Schubspannungsverteilung des Modells 2

Für die Berechnung der Körper mit rundem Querschnitt wurde zunächst über den Strahlensatz die Schubspannung  $\tau_{fc}$  an der Außenseite des Körpers ermittelt.

$$\tau_{fc} = \frac{\tau_{c,max}}{r_c} \cdot r_v = \frac{\tau_{c,max}}{d_c} \cdot d_v \quad (4.7)$$

Anschließend wurde durch das Ersetzen von  $\tau_{c,max}$  und  $r_c$  durch  $\tau_{fc}$  und  $r_v$  in der Gleichung 4.2 das maximal aufnehmbare Torsionsmoment  $T_{I,max}$  mit

$$T_{I,max} = \tau_{fc} \cdot W_{T,v} = \tau_{fc} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot r_v^3 = \tau_{fc} \cdot \frac{\pi}{16} \cdot d_v^3 \quad (4.8)$$

errechnet.

Bei Körpern mit rechteckigem Querschnitt ist die größte Schubspannung  $\tau_{fc}$  der Außenseite an der langen Querschnittsseite des Körpers zu ermitteln. Dies erfolgt mit Hilfe des Strahlensatzes und der Länge der kurzen Querschnittsseite.

$$\tau_{fc} = \frac{\tau_{c,max}}{b_c} \cdot b_v \quad (4.9)$$

Das maximal aufnehmbare Torsionsmoment  $T_{I,max}$  und die zugehörigen Werte  $I_T$  und  $\vartheta \cdot G$  wurden, ähnlich wie bei den Körpern mit rundem Querschnitt, aufbauend auf den Gleichungen 4.3, 4.4 und 4.5 und durch das Ersetzen von  $\tau_{c,max}$ ,  $b_c$  und  $h_c$  durch  $\tau_{fc}$ ,  $b_v$  und  $h_v$  mit

$$T_{I,max} = \vartheta \cdot G \cdot I_T \quad (4.10)$$

und

$$I_T = \frac{1}{3} \cdot b_v^3 \cdot h_v - \frac{64}{\pi^5} \cdot b^4 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2 \cdot n + 1)^5} \cdot \tanh \frac{(2 \cdot n + 1) \cdot \pi \cdot h_v}{2 \cdot b_v} \quad (4.11)$$

sowie

$$\vartheta \cdot G = \frac{\tau_{fc}}{-8 \cdot b_v \cdot \left[ \frac{1}{8} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2 \cdot n + 1)^2 \cdot \pi^2 \cdot \cosh \frac{(2 \cdot n + 1) \cdot \pi \cdot h_v}{2 \cdot b_v}} \right]} \quad (4.12)$$

berechnet.

Vergleichbar mit dem Modell 1 kann eine alternative Berechnung der Körper mit rechteckigem Querschnitt nach der Ermittlung von  $\tau_{fc}$ , mit

$$T_{I,max} = \tau_{fc} \cdot W_{T,v} = \tau_{fc} \cdot \beta \cdot b_v^2 \cdot h_v \quad (4.13)$$

und dem Wert  $\beta$  nach Tabelle 2.3 errechnet werden.

Das Bild 4.9 zeigt, dass mit diesem Modell die Tragfähigkeiten aller verstärkten Probekörper deutlich unterschätzt werden. Die Abweichungen liegen meist zwischen 35 - 50 %, im Mittel bei ca. 38 %. Ausschließlich die mit Feinbeton verstärkten Probekörper, die einen runden Querschnitt besitzen, zeigen Abweichungen von unter 20 %. Somit ist davon auszugehen, dass die Erhöhung der Torsionstragfähigkeit im Zustand I nicht nur durch die Querschnittsvergrößerung begründet ist.

**Modell 3** Im Unterschied zum Modell 2 wird davon ausgegangen, dass auch nach dem Erreichen der maximal zulässigen Schubspannung  $\tau_{c,max}$  im Stahlbetonkörper die Torsionsbelastung weiter gesteigert werden kann, bis auch die maximal zulässige Schubspannung  $\tau_{fc,max}$  in der Verstärkungsschicht erreicht ist. Dabei werden den Bereichen, in denen die maximal zulässige Schubspannung des Stahlbetonkörpers überschritten ist, keine Schubspannungen zugeordnet. Die Schubspannungen sind in diesen Bereichen gleich Null. Dies wird damit begründet, dass nach dem Überschreiten der maximal zulässigen Schubspannung bzw. Betonzugspannung Risse entstehen und so keine Zugspannungen bzw. Schubspannungen mehr aufgenommen werden können. Bei diesem Modell wurden, wie zuvor, die maximal zulässigen Schubspannungen  $\tau_{c,max}$  und  $\tau_{fc,max}$  gleich den zentrischen Betonzugfestigkeiten  $f_{c,t,m}$  und  $f_{fc,t,m}$  gesetzt.

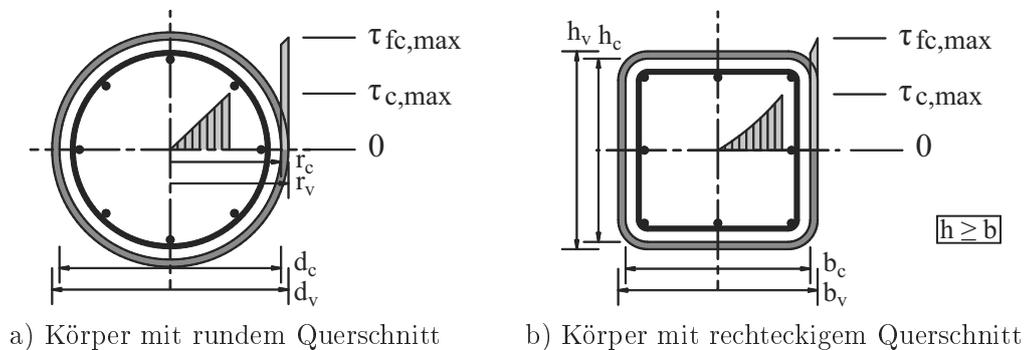


Bild 4.4: Schubspannungsverteilung des Modells 3

In diesem Fall ist für die Berechnung die maximale Schubspannung auf der Außenseite des Körpers bereits bekannt; sie beträgt  $\tau_{fc,max}$ . Mit dieser Annahme wurde zunächst an jedem Punkt des Querschnittes die Schubspannung ermittelt, die sich bei einem Körper mit homogenem, isotropem und linearelastischem Werkstoffverhalten ergeben würde.

Bei den Körpern mit rundem Querschnitt, die eine nach außen linear anwachsende und umlaufend konstante Schubspannungsverteilung besitzen, erfolgte dies mit dem Strahlensatz.

$$\tau(r) = \frac{\tau_{fc,max}}{r_v} \cdot r \quad (4.14)$$

#### 4 Theoretische Betrachtungen und Modelle

Für Körper mit rechteckigem Querschnitt ist die Schubspannungsverteilung mit den Gleichungen

$$\tau(y, z) = \sqrt{\tau_{xy}(y, z)^2 + \tau_{xz}(y, z)^2} \quad (4.15)$$

$$\tau_{xy}(y, z) = -8G\vartheta b_v \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2 \pi^2 \cosh \frac{(2n+1)\pi h_v}{2b_v}} \cos \frac{(2n+1)\pi y}{b_v} \sinh \frac{(2n+1)\pi z}{b_v} \quad (4.16)$$

$$\tau_{xz}(y, z) = 8G\vartheta \left[ \frac{y}{4} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_v (-1)^n}{(2n+1)^2 \pi^2 \cosh \frac{(2n+1)\pi h_v}{2b_v}} \sin \frac{(2n+1)\pi y}{b_v} \cosh \frac{(2n+1)\pi z}{b_v} \right] \quad (4.17)$$

zu ermitteln, die den Gleichungen 2.8, 2.29 und 2.30 entsprechen bzw. von diesen abgeleitet sind. Dabei ist  $G\vartheta$  mit

$$G\vartheta = \frac{\tau_{fc,max}}{-8 \cdot b_v \cdot \left[ \frac{1}{8} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2 \cdot \pi^2 \cdot \cosh \frac{(2n+1)\pi \cdot h_v}{2 \cdot b_v}} \right]} \quad (4.18)$$

zu bestimmen.

In einem weiteren Schritt werden die Schubspannungen  $\tau(r)$  und  $\tau(y, z)$ , die innerhalb des Stahlbetonkörpers liegen ( $r \leq r_c$  bzw.  $|y| < b_c/2$  und  $|z| < h_c/2$ ) und den Wert  $\tau_{c,max}$  überschreiten, gleich Null gesetzt. Die zu  $\tau(y, z) = 0$  gehörigen Werte  $\tau_{xy}(y, z)$  und  $\tau_{xz}(y, z)$  werden somit auch Null.

Das maximal aufnehmbare Torsionsmoment  $T_{I,max}$  wurde bei Körpern mit rundem Querschnitt mit

$$T_{I,max} = 2 \cdot \pi \cdot \int_0^{r_a} \tau(r) \cdot r^2 dr \quad (4.19)$$

und bei Körpern mit rechteckigen Querschnitten mit

$$T_{I,max} = \int_A (\tau_{xz}(y, z) \cdot y - \tau_{xy}(y, z) \cdot z) dA \quad (4.20)$$

bestimmt. Diese Gleichungen basieren auf den Gleichungen 2.12 und 2.7.

Dem Bild 4.9 ist zu entnehmen, dass auch mit dem Modell 3 die Torsionstragfähigkeit der textilbetonverstärkten Probekörper unterschätzt und somit nicht beschrieben werden kann.

**Modell 4** Das Modell 4 entspricht grundsätzlich dem Modell 3. Abweichend wird jedoch in den Bereichen, in denen die maximal zulässige Schubspannung des Stahlbetonkörpers überschritten ist, die Schubspannung nicht gleich Null, sondern auf die maximal zulässige Schubspannung des Stahlbetonkörpers  $\tau_{c,max}$  gesetzt. Die Schubspannungsverteilung im Stahlbetonkörper entspricht somit der eines teilplastizierten Querschnittes, vergleiche Bild 4.5 und Abschnitt 2.5.2.4.

## 4.2 Tragfähigkeit im Zustand I – Rissmoment

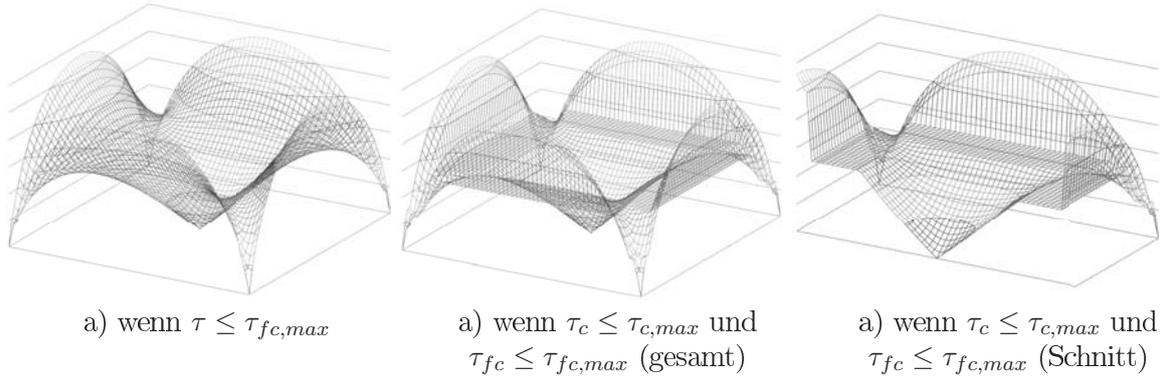


Bild 4.5: Schubspannungsverteilung am Beispiel eines quadratischen Querschnittes

Es wird aufbauend auf den Versuchsergebnissen davon ausgegangen, dass durch die Verstärkungsschicht die Bildung einzelner großer Risse, die keine Zug- bzw. Schubspannungen übertragen können, verhindert wird und es eher zu einer gleichmäßigen Mikrorissbildung im Stahlbetonteil kommt. Selbst wenn in dem Stahlbetonteil, wie bei den unverstärkten Bauteilen, Risse im Abstand von ca. 20 cm – also 5 Risse pro Meter – entstehen, würde die Rissweite an der Bauteilaußenkante unter 0,04 mm liegen.

$$\text{Rissweite} = \frac{\text{mittl. Oberflächendehnung gem. Tabelle 3.5}}{\text{Anzahl der Risse}} = \frac{0,2 \text{ mm/m}}{5 \text{ Risse/m}} = 0,04 \text{ mm/Riss}$$

Dies entspricht der maximalen Rissweite im Querschnitt, da die Rissweiten zum Mittelpunkt des Querschnittes abnehmen. Dem Abschnitt 2.3.2 ist zu entnehmen, dass im Bereich der Mikrorisse ein Großteil der Zug- bzw. Schubspannungen weiter übertragen werden können.

In einem ersten Ansatz wurden auch hier für die maximal zulässigen Schubspannungen  $\tau_{c,max}$  und  $\tau_{fc,max}$  die zentrischen Betonzugfestigkeiten  $f_{c,t,m}$  und  $f_{fc,t,m}$  angesetzt.

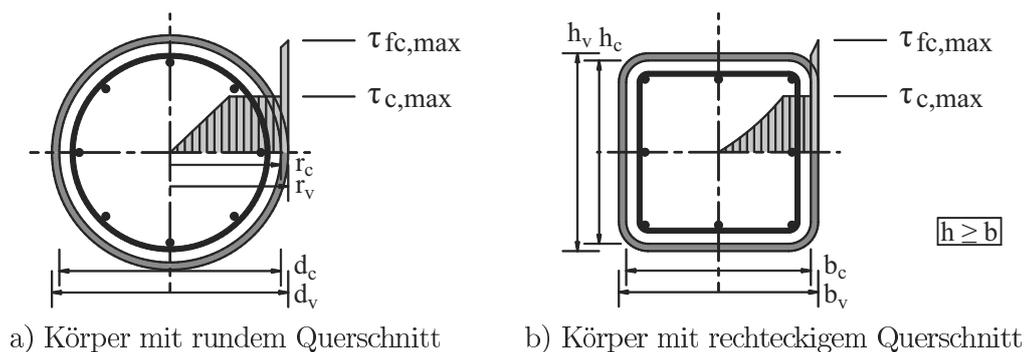


Bild 4.6: Schubspannungsverteilung des Modells 4

Bei diesem Modell sind die Schubspannungen  $\tau(r)$  sowie  $\tau(y, z)$ ,  $\tau_{xy}(y, z)$  und  $\tau_{xz}(y, z)$  zunächst mit den Gleichungen 4.15 - 4.18 zu ermitteln. Anschließend werden die Schubspannungen  $\tau(r)$  und  $\tau(y, z)$ , die innerhalb des Stahlbetonkörpers liegen ( $r \leq r_c$  bzw.  $|y| < b_c/2$ )

#### 4 Theoretische Betrachtungen und Modelle

und  $|z| < h_c/2$ ) und den Wert  $\tau_{c,max}$  überschreiten, auf den Wert  $\tau_{c,max}$  gesetzt. Im Verhältnis  $\tau_{c,max}/\tau(y, z)$  werden somit auch die dazugehörigen Werte  $\tau_{xy}(y, z)$  und  $\tau_{xz}(y, z)$  reduziert. Mit den Gleichungen 4.19 und 4.20 wurde anschließend das maximal aufnehmbare Torsionsmoment  $T_{I,max}$  errechnet.

Die Abweichungen der mit diesem Modell ermittelten Tragfähigkeiten zu den experimentell ermittelten Tragfähigkeiten sind im Bild 4.9 unter dem Modell 4.1 dargestellt. Es zeigt, dass mit diesem Ansatz die Tragfähigkeiten der Probekörper deutlich besser als mit den zuvor genannten Modellen nachvollzogen werden können. Im Mittel wird die Tragfähigkeit um ca. 22 % unterschätzt und Abweichungen von über 35 % sind bei weniger als 15 % der Vergleiche zu erkennen. Bei den ausschließlich mit Feinbeton verstärkten Probekörpern liegen die Abweichungen unter 13 %.

Es wird jedoch deutlich, dass die Tragfähigkeiten der textilbetonverstärkten Probekörper mit dem Modell 4.1 immer noch unterschätzt werden. Somit war zu überdenken, ob die Annahme, dass der Textilbeton bereits bei der zentrischen Betonzugfestigkeit des Feinbetons versagt, gerechtfertigt ist.

Wie im Abschnitt 2.3.2 beschrieben, ist bei der Ermittlung der zentrischen Betonzugfestigkeiten die schwächste Stelle des Probekörpers maßgebend, so dass die zentrische Betonzugfestigkeit das Minimum der Zugfestigkeit darstellt. In der Textilbetonschicht können einzelne Schwachstellen, bei denen eine Mikrorissbildung einsetzt, jedoch mit der textilen Bewehrung überbrückt werden. Somit sind einzelne Schwachstellen nicht zwangsläufig maßgebend für die Tragfähigkeit im Zustand I. Erst wenn die maximale Zugfestigkeit des Feinbetons, welche am ehesten durch die Biegezugfestigkeit widerspiegelt wird, erreicht ist, kann keine weitere Umlagerung stattfinden und es kommt zum Übergang in den Zustand II. Dies zeigen auch die Ergebnisse der Dehnkörperversuche, siehe Abschnitt 2.3.7.

Aufbauend auf diesen Zusammenhängen werden im Modell 4.2 die Tragfähigkeiten mit  $\tau_{c,max}$ , die der zentrischen Betonzugfestigkeit  $f_{c,t,m}$  des Stahlbetonkörpers entspricht, und  $\tau_{fc,max}$ , die gleich der Biegezugfestigkeit  $f_{fc,t,fl,m}$  des Feinbetons ist, errechnet.

Das Bild 4.9 zeigt unter dem Modell 4.2 die Abweichungen der mit diesem Ansatz ermittelten Tragfähigkeiten. Bei den textilbetonverstärkten Probekörpern betragen die Abweichungen meist weniger als 10 %, nur in Einzelfällen bis zu 15 %. Die über alle Versuche gemittelte Abweichung liegt bei 1 %. Ausschließlich bei den mit unbewehrtem Feinbeton verstärkten Probekörpern wird die Tragfähigkeit mit diesem Modell um ca. 35 % überschätzt.

Aufgrund der gezeigten Ergebnisse wird zur Ermittlung der Torsionstragfähigkeit im Zustand I für die mit Feinbeton verstärkten Probekörper das Modell 4.1 und für die textilbetonverstärkten Probekörper das Modell 4.2 empfohlen.

Durch den teilweise abgestuften Spannungsverlauf ist eine effiziente Berechnung mit den Modellen 4.1 und 4.2 nur rechnergestützt möglich. Zur Abschätzung der Tragfähigkeit im Zustand I, zur Ermittlung der Mindestbewehrung, ist jedoch ein Ingenieurmodell, welches für eine Handrechnung geeignet ist, notwendig. Somit werden im Folgenden zwei Modelle für eine Näherungslösung vorgestellt.

**Modelle 5 und 6** Es wurden weiterhin die im Bild 4.7 dargestellten Spannungsverteilungen für die Modelle 5 und 6 untersucht. Die Spannungsverteilung entspricht der Spannungsverteilung eines Körpers mit homogenem, isotropem und linearelastischem Werkstoffverhalten und ist somit mit denen der Modelle 1 und 2 vergleichbar. Jedoch werden in den Modellen 5 und 6 neben der Berücksichtigung der Querschnittsvergrößerung durch die Verstärkungsschicht im

gesamten Querschnitt Schubspannungen zugelassen, die über der maximal zulässigen Schubspannung des Stahlbetonkörpers liegen. Die rechnerische Torsionstragfähigkeit wird erreicht wenn an einem Punkt des Querschnittes die maximal zulässige Schubspannung des Feinbetons überschritten wird. Bei dem Modell 5 wird die zentrische Betonzugfestigkeit  $f_{fc,t,m}$  des Feinbetons und im Modell 6 die Biegezugfestigkeit  $f_{fc,t,fl,m}$  des Feinbetons als maximale zulässige Schubspannung  $\tau_{fc,max}$  angesetzt.

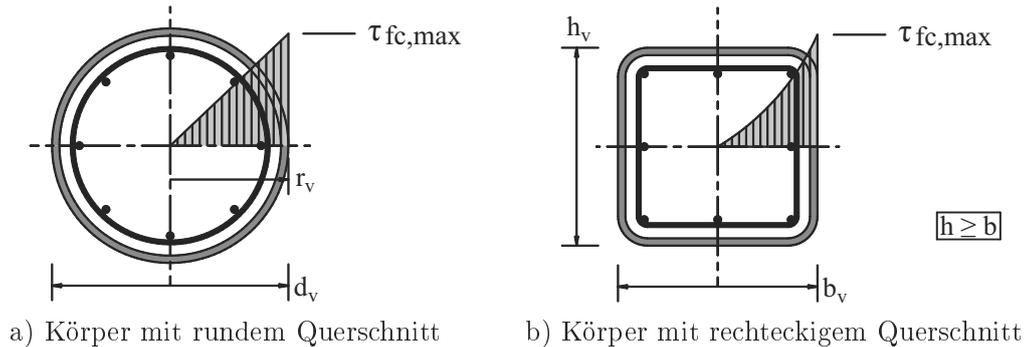


Bild 4.7: Schubspannungsverteilung der Modelle 5 und 6

Für die Berechnung der Körper mit rundem Querschnitt wurde die Gleichung

$$T_{I,max} = \tau_{fc,max} \cdot W_{T,v} = \tau_{fc,max} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot r_v^3 = \tau_{c,max} \cdot \frac{\pi}{16} \cdot d_v^3 \quad (4.21)$$

und für die Körper mit rechteckigem Querschnitt die Näherungsgleichung

$$T_{I,max} = \tau_{fc,max} \cdot W_{T,v} = \tau_{fc,max} \cdot \beta \cdot b_v^2 \cdot h_v \quad (4.22)$$

genutzt.

Dem Bild 4.9 ist zu entnehmen, dass mit dem Modell 5 die Tragfähigkeiten der textilbetonverstärkten Probekörper mit rundem Querschnitt gut abgeschätzt werden können. Mit den Ergebnissen der Berechnung wird die Tragfähigkeit meist um weniger als 10 % und nur in seltenen Fällen um bis zu 15 % unterschätzt. Die Tragfähigkeiten der Probekörper mit rechteckigem Querschnitt werden, mit Abweichungen von häufig über 30 %, dagegen deutlich unterschätzt.

Das Bild 4.9 zeigt, dass mit dem Modell 6, abgesehen von den Probekörpern, die mit zwei Lagen des Textils 1 verstärkt wurden, die experimentell ermittelten Tragfähigkeiten der Probekörper mit rechteckigem Querschnitt meist um weniger als 10 % überschätzt werden. Bei den Probekörpern mit rundem Querschnitt liegen die rechnerisch ermittelten Tragfähigkeiten mit ca. 30 - 50 % deutlich über den Versuchsergebnissen.

Da die Ergebnisse aus der Näherungslösung zur Sicherstellung eines duktilen Bauteilverhaltens herangezogen werden sollen, würde eine deutliche Unterschätzung des Rissmomentes zu einer zu geringen Mindestbewehrung führen. Eine Überschätzung wäre wiederum mit einer zu hohen Mindestbewehrung und einer ggf. unwirtschaftlichen Ausführung verbunden. Da als Eingangswert meist die Biegezugfestigkeit des Feinbetons  $f_{fc,t,fl}$  bekannt ist, wird für eine Näherungslösung das Modell 6 empfohlen, wobei die errechneten Werte bei den runden Querschnitten mit den Wert 0,7 reduziert werden können.

#### 4 Theoretische Betrachtungen und Modelle

Für die Berechnung der Körper mit rundem Querschnitt ist

$$T_{I,max} = 0,7 \cdot \tau_{fc,max} \cdot W_{T,v} = 0,7 \cdot f_{fc,t,fl} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot r_v^3 = 0,7 \cdot f_{fc,t,fl} \cdot \frac{\pi}{16} \cdot d_v^3 \quad (4.23)$$

und für die Körper mit rechteckigem Querschnitt

$$T_{I,max} = f_{fc,t,fl} \cdot W_{T,v} = f_{fc,t,fl} \cdot \beta \cdot b_v^2 \cdot h_v \quad (4.24)$$

zu verwenden.

**Modell 7** Das Modell 7 zeigt Spannungsverteilungen, die einem aus zwei Materialien zusammengesetzten Querschnitt entsprechen, siehe Ende Abschnitt 2.5.2.3. Diese könnten auftreten, wenn der Elastizitätsmodul der Verstärkungsschicht deutlich größer ist als der des Stahlbetonkörpers. Da dies bei den verwendeten Materialien nicht der Fall ist, wurde dieses Modell nicht weiter untersucht.

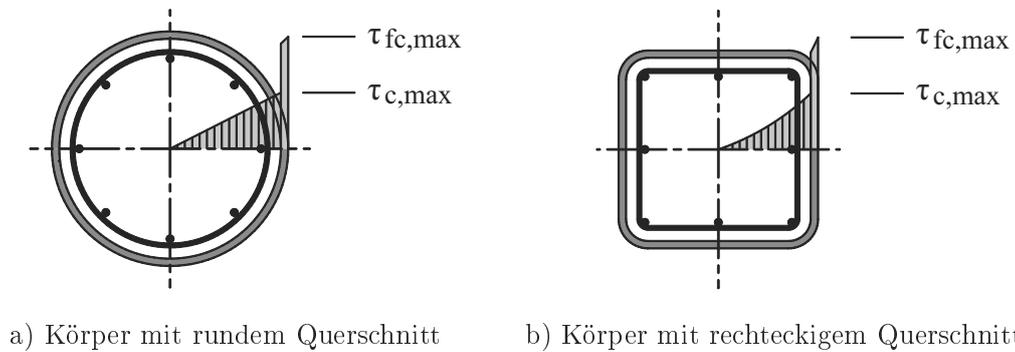


Bild 4.8: Schubspannungsverteilung des Modells 7

## 4.2 Tragfähigkeit im Zustand I – Rissmoment

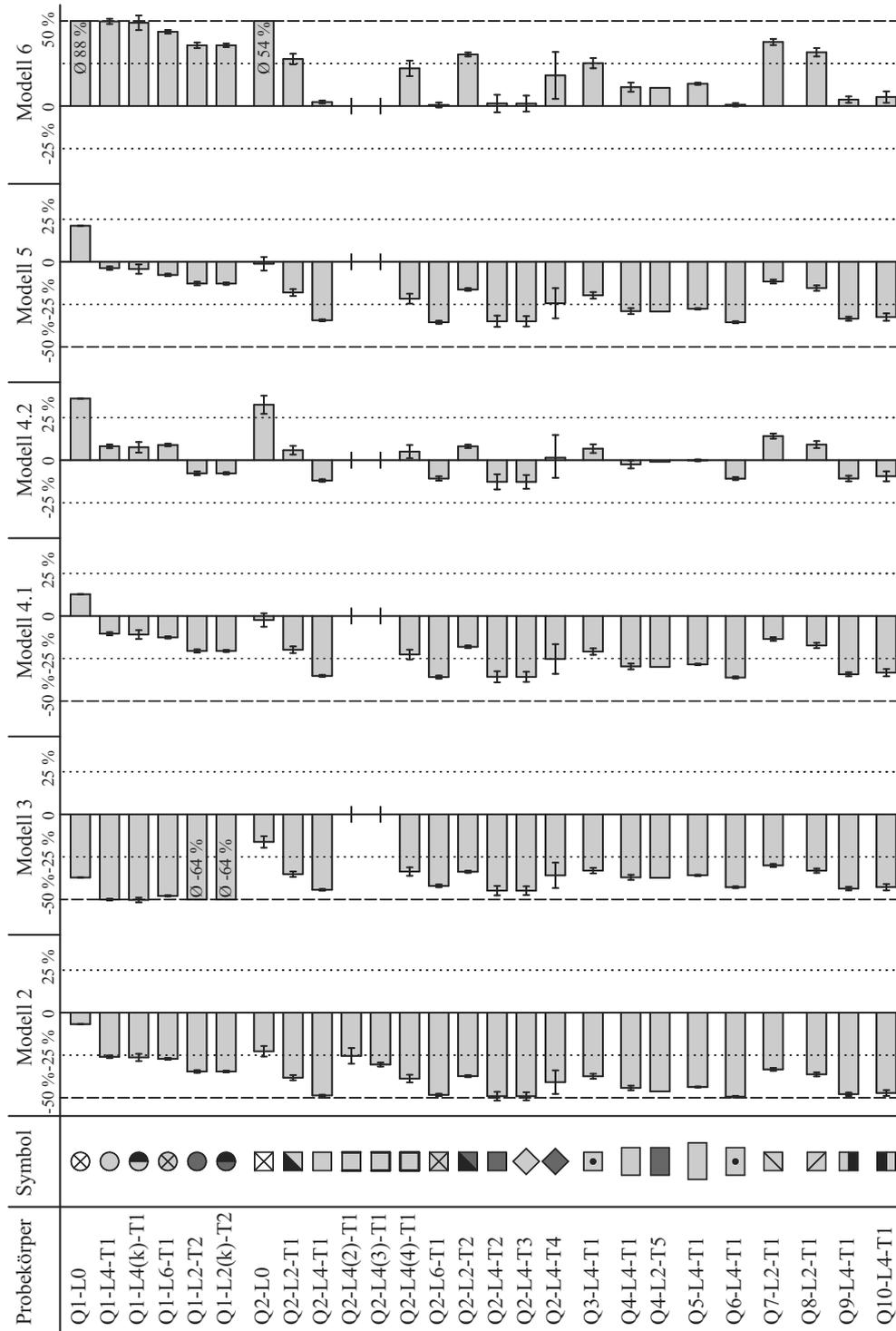


Bild 4.9: Abweichungen der rechnerisch ermittelten Rissmomente der Modelle 2 - 6 gegenüber den experimentell bestimmten Rissmomenten

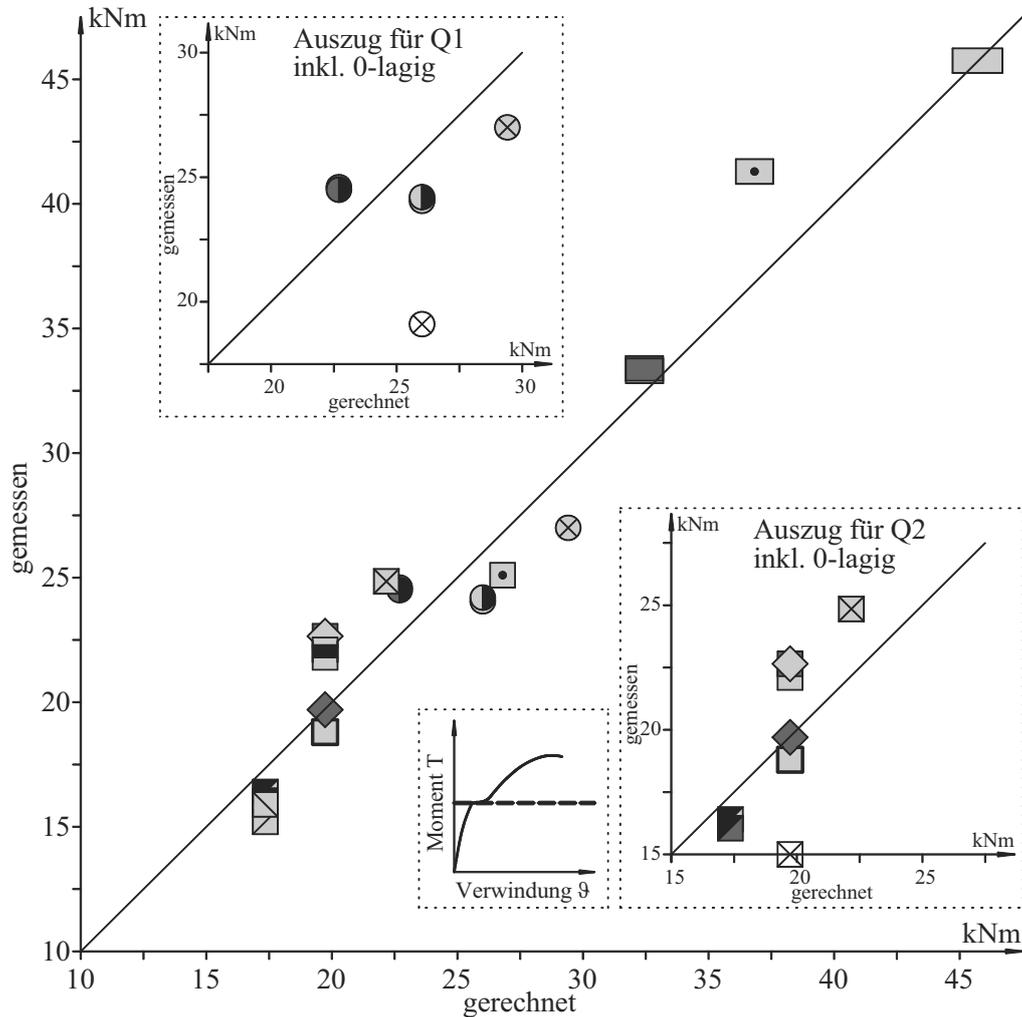


Bild 4.10: Gegenüberstellung der rechnerisch und experimentell ermittelten Rissmomente des Modells 4.2 (Mittelwerte)

### 4.3 Verformung im Zustand I

Die Ergebnisse der eigenen experimentellen Untersuchungen zeigen in erster Linie, dass im Zustand I ein wachsendes Torsionsmoment  $T_I$  mit einem annähernd linearen Anstieg der Verwindung  $\vartheta$  verbunden ist, was prinzipiell den Ergebnissen früherer Untersuchungen an unverstärkten Stahlbetonkörpern entspricht, siehe Abschnitte 2.4.5.2 und 3.4.

Der Zusammenhang zwischen den Werten  $T_I$  und  $\vartheta$  wird bei einem homogenen, isotropen und linearelastischen Werkstoffverhalten mit der Torsionssteifigkeit  $K_{T,el}^I$  beschrieben. Diese Torsionssteifigkeit  $K_{T,el}^I$  kann einerseits experimentell, durch das Verhältnis zwischen einem gemessenen Torsionsmoment  $T_I$  und der zugehörigen Verwindung  $\vartheta$ , ermittelt werden und andererseits rechnerisch durch die Multiplikation des Schubmoduls  $G$  mit dem Torsionsträgheitsmoment  $I_T$ , siehe Abschnitt 2.5.2. Aufbauend auf der Gleichung 2.4 wird dies in der

Gleichung

$$GI_T = \frac{T_I}{\vartheta} = K_{T,el}^I \quad (4.25)$$

gezeigt.

Bei früheren experimentellen Untersuchungen an Stahlbetonkörpern wurden immer wieder deutliche Abweichungen zwischen den rechnerisch und den experimentell ermittelten Torsionssteifigkeiten festgestellt. Meist lagen die rechnerisch ermittelten Torsionssteifigkeiten deutlich über den experimentell ermittelten, siehe Abschnitt 2.5.2.6. Zur Überprüfung der Übertragbarkeit der in der Gleichung 4.25 gezeigten Zusammenhänge auf textilbetonverstärkte Stahlbetonkörper wurden rechnerisch ermittelte Torsionssteifigkeiten den Torsionssteifigkeiten aus den eigenen experimentellen Untersuchungen gegenübergestellt.

Die Ermittlung des für die Berechnung notwendigen materialabhängigen Schubmoduls  $G$  erfolgte dabei mit der Gleichung 2.5 und einer Querdehnzahl von 0,2. Als mittlerer Elastizitätsmodul wurde für die unverstärkten Probekörper der des Altbetons, von  $27.000 \text{ N/mm}^2$ , und bei den verstärkten Probekörpern der des Feinbetons, von  $28.500 \text{ N/mm}^2$ , verwendet, siehe Abschnitte 3.2.3 und 3.2.6. Somit ergeben sich Schubmodule  $G$  von  $11.250 \text{ N/mm}^2$  und  $11.875 \text{ N/mm}^2$ . Bei den Probekörpern, die nur auf zwei bzw. drei Seiten verstärkt waren, wurde der Schubmodul des Altbetons angesetzt. Das querschnittsabhängige Torsionsträgheitsmoment  $I_T$  wird für die Kreisquerschnitte mit der Gleichung 2.14 und für die Rechteckquerschnitte mit der Gleichung 2.32 bestimmt.

Da die experimentellen Untersuchungen zeigen, dass die Torsionssteifigkeit bereits innerhalb des Zustands I abnimmt, werden zum Vergleich die Steifigkeiten bei Belastungsbeginn ( $2 \text{ kNm}$ ), bei dem Übergang in den Zustand II und der Mittelwert zwischen beiden Werten herangezogen. Das Bild 4.11 zeigt, um wieviel Prozent die rechnerisch bestimmten Torsionssteifigkeiten unter bzw. über den experimentell ermittelten Werten liegen. Es wird deutlich, dass zu Belastungsbeginn die Rechenwerte unterhalb der Versuchswerte liegen. Bei ca. 90 % der Versuche sind die Abweichungen weniger als 30 % und nur in Einzelfällen über 40 %. Im Mittel beträgt die Abweichung ca. 17 %. Bei dem Übergang von dem Zustand I in den Zustand II sind die Rechenwerte dagegen deutlich größer als die Versuchswerte. Obwohl einzelne Rechenwerte ca. 70 - 90 % größer sind als die Versuchswerte, betragen die Abweichungen meist weniger als 30 %. Im Mittel wird die Steifigkeit an diesem Punkt um ca. 24 % überschätzt.

Bei der mittleren Steifigkeit zwischen dem Belastungsbeginn ( $2 \text{ MN/m}^2$ ) und dem Übergang zum Zustand II sind die geringsten Abweichungen zu erkennen. Sie bewegen sich meist in einer Bandbreite von  $\pm 15 \%$ , wobei die über alle Versuche gemittelte Abweichung ca. 2 % beträgt. Einzelwerte weichen um bis zu 35 % ab.

Es wird deutlich, dass die rechnerisch ermittelten Torsionssteifigkeiten im Bereich der mittleren Steifigkeiten liegen und die Steifigkeiten bei dem Übergang vom Zustand I in den Zustand II deutlich überschätzt werden. Diese Tendenz bestätigt die Ergebnisse früherer Untersuchungen am Stahlbeton. So erscheint es zur Abschätzung der Steifigkeit am Ende des Zustandes I sinnvoll, wie im Abschnitt 2.5.2.6 für den Stahlbeton erläutert, auch bei den textilbetonverstärkten Bauteilen einen Korrekturfaktor einzuführen. Aufgrund der vorangegangenen Betrachtung wird ein Korrekturfaktor  $k_{T,I}$  von ca. 0,7 vorgeschlagen. Ein Vergleich der mit diesem Korrekturfaktor berechneten Torsionssteifigkeiten zu den experimentell ermittelten Torsionssteifigkeiten im Bereich des Rissmomentes ist dem Bild 4.12 zu entnehmen.

$$K_T^I = k_{T,I} \cdot G \cdot I_T = 0,7 \cdot G \cdot I_T = 0,7 \cdot K_{T,el}^I \quad (4.26)$$

4 Theoretische Betrachtungen und Modelle

$$\vartheta_{I,max} = \frac{T_{I,max}}{k_{T,I} \cdot G \cdot I_T} = \frac{T_{I,max}}{0,7 \cdot G \cdot I_T} = \frac{T_{I,max}}{K_T^I} \quad (4.27)$$

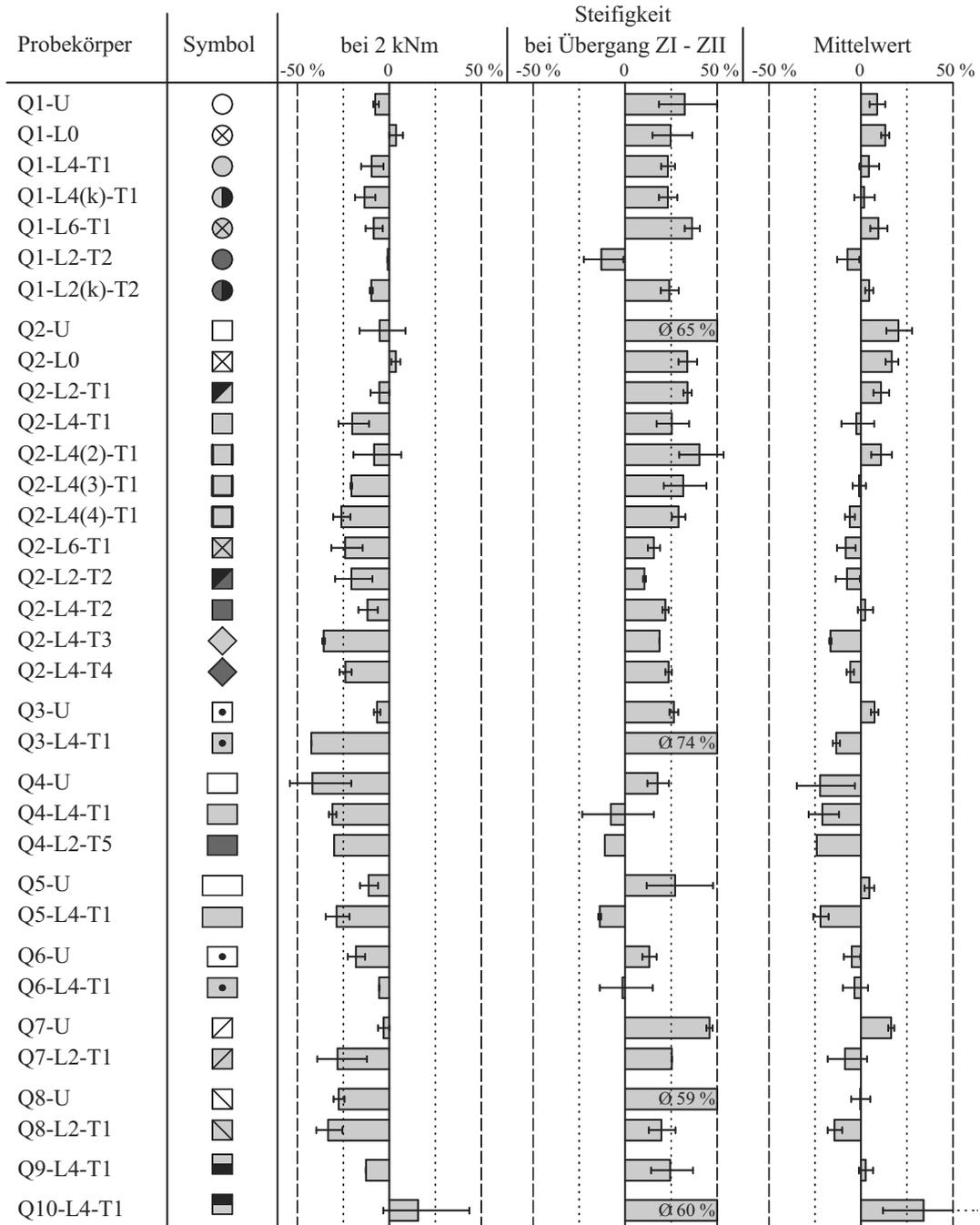


Bild 4.11: Torsionssteifigkeit im Zustand I – Abweichungen zwischen den rechnerisch und experimentell ermittelten Werten

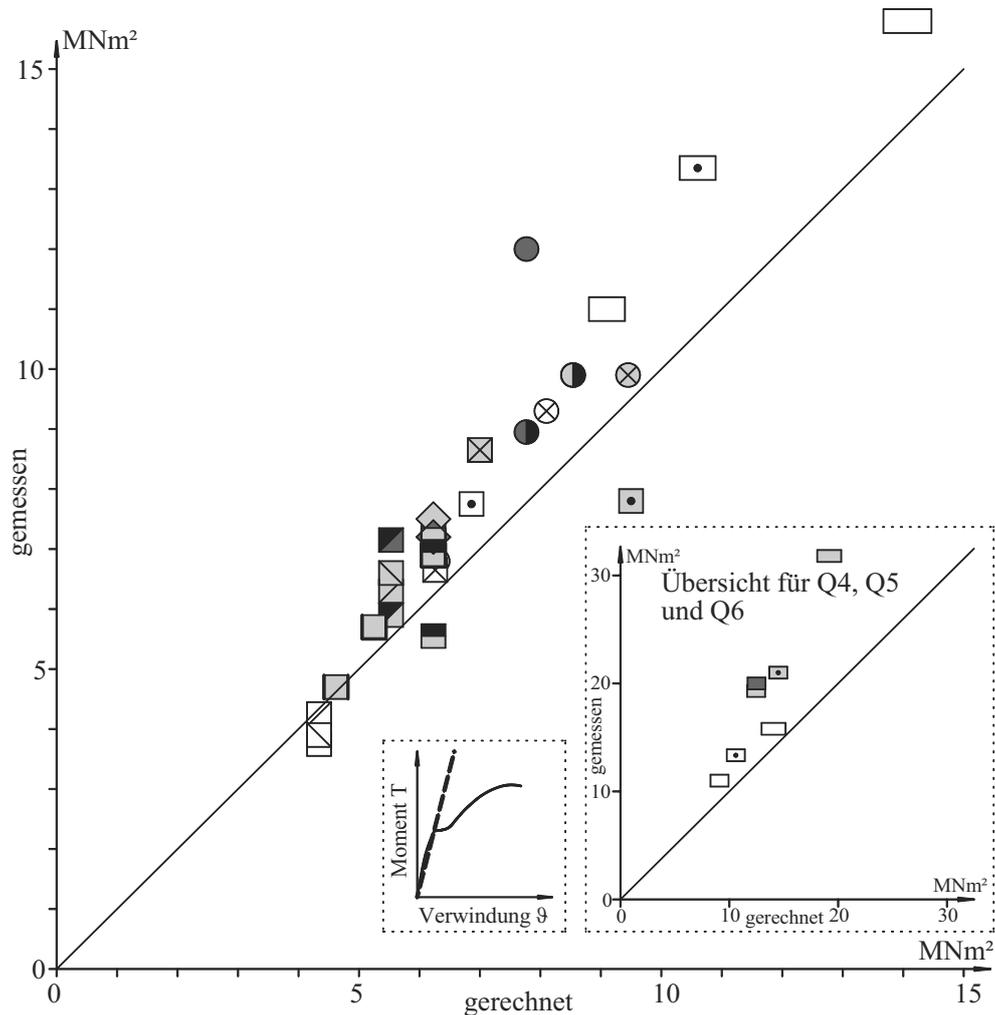


Bild 4.12: Torsionssteifigkeit im Zustand I – Gegenüberstellung der rechnerisch und experimentell ermittelten Werte unter Berücksichtigung des Korrekturfaktors  $k_{T,I}$  von 0,7 (Mittelwerte)

## 4.4 Tragfähigkeit im Zustand II bzw. III – Bruchmoment

### 4.4.1 Unverstärkte Probekörper

Die gemessenen Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen, aber auch die visuellen Ergebnisse, wie Verdrehung, Rissbildung, Rissverlauf, Versagensform u. s. w., entsprechen den bereits bekannten Ergebnissen früherer Untersuchungen. Somit ist es naheliegend, auch das bereits bekannte und etablierte Stabwerkmodell, welches im Abschnitt 2.5.4.2 beschrieben ist, zur rechnerischen Ermittlung der maximalen Torsionstragfähigkeit heranzuziehen. Im Abschnitt 2.5.4.2 sind die zusätzlich eingeführten Indizes, zur Unterscheidung der Kennwerte des Stahlbetonkörpers und der späteren Textilbetonverstärkung bereits berücksichtigt.

#### 4 Theoretische Betrachtungen und Modelle

Die für eine Berechnung notwendigen Materialkennwerte sind dem Abschnitt 3.2.3 und die Angaben zur Geometrie dem Abschnitt 3.2.2 zu entnehmen. Im Anhang F sind die Ergebnisse der Berechnungen in tabellarischer Form zusammengefasst. Dem Bild 4.13, in dem die Abweichungen der rechnerisch ermittelten Tragfähigkeiten zu den experimentell bestimmten Werten dargestellt sind, ist zu entnehmen, dass die ermittelten Abweichungen von bis zu 15 % im Bereich früherer Untersuchungen liegen, siehe Abschnitt 2.5.4.2.

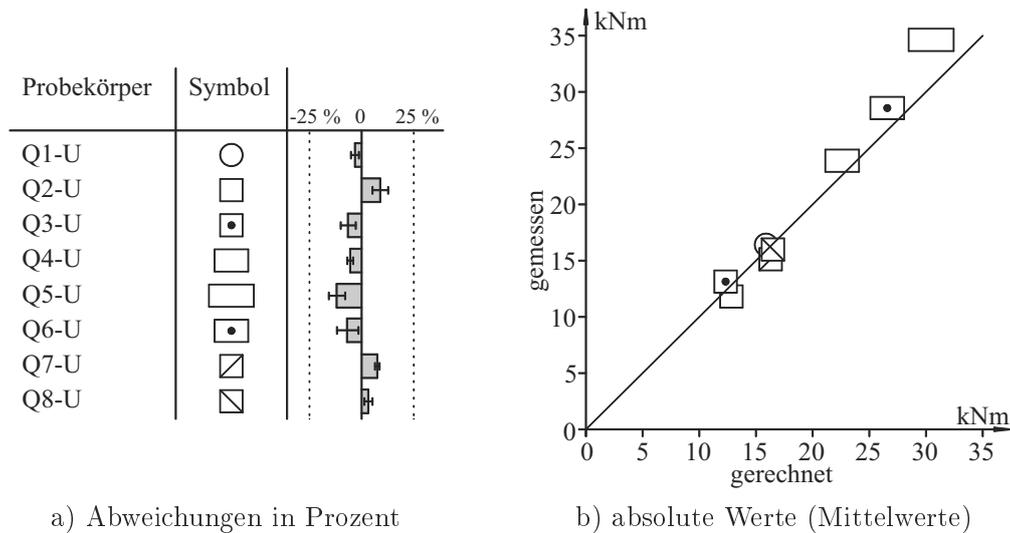


Bild 4.13: Torsionstragfähigkeit im Zustand II – Abweichungen der rechnerisch ermittelten Tragfähigkeiten gegenüber den experimentell bestimmten Tragfähigkeiten bei den unverstärkten Probekörpern

#### 4.4.2 Umlaufend verstärkte Probekörper

Im Folgenden wird ein Modell zur Berechnung der maximalen Torsionstragfähigkeit vorgestellt, welches für alle umlaufend verstärkten Probekörper angewendet werden kann. Auf die Probekörper, welche mit zwei Lagen des Textils 1 verstärkt wurden und in den experimentellen Untersuchungen durch Besonderheiten bei der Verwindung, der Oberflächenverformungen und des Versagens gekennzeichnet waren, wird in dem Abschnitt 4.4.4 gesondert eingegangen.

Die Ergebnisse der eigenen experimentellen Untersuchungen zeigen, dass das Erreichen der maximalen Torsionstragfähigkeit mit dem Versagen der Textilbetonschicht verbunden ist. Die auf den Probekörpern gemessenen Verformungen lassen weiterhin darauf schließen, dass zum Zeitpunkt des Versagens, ähnlich wie bei einem unverstärkten Stahlbetonkörper, die Streckgrenze der Stahlbewehrung erreicht wird. Somit ist davon auszugehen, dass sich der reine Stahlbetonkörper mit seinem maximal aufnehmbaren Torsionsmoment voll an der Torsionstragfähigkeit des verstärkten Stahlbetonkörpers beteiligt. Die rechnerische Ermittlung des maximal aufnehmbaren Torsionsmomentes des Stahlbetonkörpers kann, abgesehen von der Ermittlung des Druckstrebenwinkels, mit dem Stabwerkmodell gem. Abschnitt 2.5.4.2 erfolgen. Auf die Besonderheiten bei der Ermittlung des Druckstrebenwinkels wird später eingegangen.

Aufbauend auf dem Stabwerkmodell für die unverstärkten Stahlbetonkörper wurden im Rahmen dieser Arbeit Stabwerkmodelle für die Textilbetonverstärkung entwickelt. Der Aufbau die-

#### 4.4 Tragfähigkeit im Zustand II bzw. III – Bruchmoment

ser Stabwerkmodelle wird durch die Außenabmessungen  $b_c$  und  $h_c$  bzw. den Außendurchmesser  $d_c$  des Stahlbetonkörpers und die Eigenschaften der Verstärkungsschicht bestimmt. Hierzu zählen die Lagenanzahl der textilen Bewehrung  $n_t$ , der Abstand der textilen Bewehrungslagen untereinander  $s_t$ , die Betondeckung der textilen Bewehrung  $c_{nom,t}$ , die Querschnittsfläche der Rovings  $A_{f,w}$  sowie  $A_{f,l}$ , die Anordnung der Rovings im Textil  $s_{f,w}$ ,  $s_{f,l}$ ,  $\alpha_{f,w}$ , die winkelabhängige Zugfestigkeit des Textils  $f_{f,\alpha}$  und zu einem kleinen Teil die Mehrmenge an Textil im Übergreifungsbereich, welche mit dem Faktor  $k_{\Delta l_f}$  berücksichtigt wird.

Bei Textilien mit Rovings im Winkel von  $0^\circ$  und  $90^\circ$ , die einer Längs- und Bügelbewehrung entsprechen, sind beide Bewehrungsrichtungen für die Abtragung der Zugkräfte notwendig und werden somit auch im Stabwerkmodell berücksichtigt. Werden Textilien betrachtet, deren Rovings schräg, z. B. im Winkel von  $\pm 45^\circ$ , angeordnet sind, entsprechen diese einer Wendelbewehrung und es wird ausschließlich das in der Zugrichtung angeordnete Bewehrungsmaterial benötigt und berücksichtigt. Die Bilder 4.14 und 4.15 zeigen die Stabwerkmodelle.

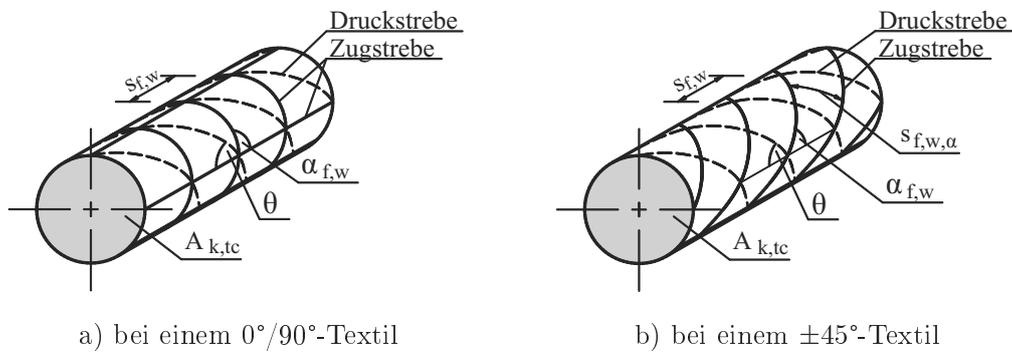


Bild 4.14: Stabwerkmodell für die Textilbetonverstärkung (runder Querschnitt)

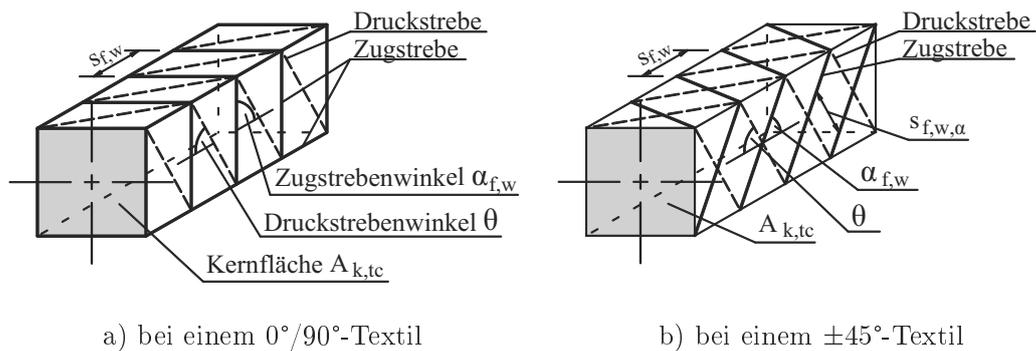


Bild 4.15: Stabwerkmodell für die Textilbetonverstärkung (rechteckiger Querschnitt)

Zur Berechnung der durch die textile Bewehrung aufnehmbaren Torsionsmomente werden prinzipiell die Gleichungen

$$T_{II,max,f,w} = f_{f,\alpha,w} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha_{t,w}) \cdot \sin^2 \alpha_{f,w} \quad (4.28)$$

$$T_{II,max,f,l} = \frac{f_{f,\alpha,l} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,l}}{\cot \theta - \cos \alpha_{f,w}} \quad (4.29)$$

vorgeschlagen, denen die Gleichungen 2.92 und 2.91 aus dem Abschnitt 2.5.4.2 zugrunde liegen. Dabei ist  $T_{II,max,f,w}$  das aufnehmbare Torsionsmoment der textilen Querbewehrung und  $T_{II,max,f,l}$  das der textilen Längsbewehrung.

Da bei keinem der untersuchten textilbetonverstärkten Stahlbetonkörper ein Druckstrebenversagen zu erkennen war, ist davon auszugehen, dass die Tragfähigkeit der Druckstreben über der der Zugstreben liegt. Die rechnerische Druckstreben­tragfähigkeit des reinen Stahlbetonkörpers kann dies nicht erklären. Aus den Verformungsmessungen auf den Oberseiten der verstärkten Stahlbetonkörper ist zu entnehmen, dass die Verstärkungsschicht, in Richtung der Druckstrebe, Stauchungen erfährt. Somit muss davon ausgegangen werden, dass auch die Verstärkungsschicht für die Abtragung der Druckkräfte herangezogen wird. Unter Beachtung, dass der Beton des Stahlbetonkörpers und der Feinbeton in etwa den gleichen Elastizitätsmodul besitzen und somit gleiche Verformungen mit gleichen Spannungen verbunden sind, wird zunächst konservativ nur von einer Verbreiterung der Druckstrebe durch die Verstärkungsschicht ausgegangen. Die höhere Druckfestigkeit des Feinbetons bleibt unberücksichtigt. In erster Näherung könnte die Druckstreben­tragfähigkeit der Textilbetonverstärkung  $T_{II,max,tc}$  mit der Gleichung

$$T_{II,max,tc} = \frac{f_c \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot t_{eff,tc} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha_{f,w})}{(1 + \cot^2 \theta)} \quad (4.30)$$

mit

$$t_{eff,tc} = d_{tc}, \quad (4.31)$$

die auf der Gleichung 2.90 aufbaut, bestimmt werden.

Der in die Gleichungen 4.28 bis 4.30 einzusetzende Druckstrebenwinkel  $\theta$  wird sowohl durch die textile Bewehrung als auch die Stahlbewehrung bestimmt. Somit können diese Gleichungen nicht einzeln, sondern nur in Verbindung mit den Gleichungen der Stahlbewehrung betrachtet werden. Im Folgenden wird das Zusammenwirken beider Bewehrungen sowohl für  $0^\circ/90^\circ$ - als auch für  $\pm 45^\circ$ -Textilien erläutert. Anschließend wird auf die Definition der Kernfläche  $A_{k,tc}$  sowie des Umfangs der Kernfläche  $u_{k,tc}$  und die Ermittlung der anzusetzenden Textilspannung  $f_{f,\alpha}$  eingegangen. Nachdem die Bestimmung der Querschnittsflächen der textilen Bewehrung  $a_{f,w}$  sowie  $a_{f,l}$  auch unter Berücksichtigung der Mehrmenge des Textils im Übergreifungsbereich beschrieben wurde, erfolgt der Vergleich zwischen den rechnerisch und experimentell ermittelten Tragfähigkeiten.

**$0^\circ/90^\circ$ -Textil** Wird ein  $0^\circ/90^\circ$ -Textil verwendet, sind die Dehnungen in beiden Rovingrichtungen in etwa gleich groß, so dass beide Richtungen zur Lastabtragung herangezogen werden. Für die Berechnung des gemeinsamen Druckstrebenwinkels  $\theta$  des verstärkten Stahlbetonkörpers sind somit neben der gesamten Stahlbewehrung beide Richtungen der textilen Bewehrung anzusetzen. Durch ein Gleichsetzen der Torsionstragfähigkeiten  $T_{II,max,l}$  und  $T_{II,max,q}$ , die sich aus den in Längs- und Querrichtung wirkenden Kräften der Bewehrungen ergeben, wird der gemeinsame Druckstrebenwinkel  $\theta$  ermittelt.

#### 4.4 Tragfähigkeit im Zustand II bzw. III – Bruchmoment

Im Folgenden ist die Herleitung der, für die Berechnung des Druckstrebenwinkels  $\theta$  zu nutzenden, Gleichung 4.32 gezeigt. Für  $T_{II,max,s,l}$ ,  $T_{II,max,f,l}$ ,  $T_{II,max,s,w}$  und  $T_{II,max,f,w}$  werden die Gleichungen 2.91, 4.29, 2.92 und 4.28 verwendet und die Winkel  $\alpha_{s,w}$  und  $\alpha_{f,w}$  werden gleich  $90^\circ$  gesetzt.

$$T_{II,max,l} = T_{II,max,q}$$

$$T_{II,max,s,l} + T_{II,max,f,l} = T_{II,max,s,q} + T_{II,max,f,q}$$

$$T_{II,max,s,l} + T_{II,max,f,l} = T_{II,max,s,w} + T_{II,max,f,w}$$

$$\frac{f_{s,l} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l}}{\cot \theta - \cos \alpha_{s,w}} + \frac{f_{f,\alpha,l} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,l}}{\cot \theta - \cos \alpha_{f,w}} = \dots$$

$$\dots = f_{s,w} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha_{s,w}) \cdot \sin^2 \alpha_{s,w} + f_{f,\alpha,w} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha_{f,w}) \cdot \sin^2 \alpha_{f,w}$$

$$\frac{f_{s,l} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l}}{\cot \theta} + \frac{f_{f,\alpha,l} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,l}}{\cot \theta} = f_{s,w} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} \cdot \cot \theta + f_{f,\alpha,w} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot \cot \theta$$

$$\begin{aligned} \cot \theta &= \sqrt{\frac{f_{s,l} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l} + f_{f,\alpha,l} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,l}}{f_{s,w} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} + f_{f,\alpha,w} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w}}} = \dots \\ &\dots = \sqrt{\frac{f_{s,l} \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l} + f_{f,\alpha,l} \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,l}}{f_{s,w} \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} + f_{f,\alpha,w} \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w}}} \end{aligned} \quad (4.32)$$

Nachdem der gemeinsame Druckstrebenwinkel  $\theta$  ermittelt wurde, kann mit Hilfe der Gleichungen 4.33 bis 4.35 die Torsionstragfähigkeit ermittelt werden, welche sich aus der Längsbewehrung  $T_{II,max,l}$ , der Querbewehrung  $T_{II,max,w}$  und den Druckstreben  $T_{II,max,c,tc}$  ergibt. Der kleinste dieser drei Werte entspricht der Torsionstragfähigkeit, siehe Gleichung 4.36.

$$T_{II,max,l} = T_{II,max,s,l} + T_{II,max,f,l} = \frac{f_{s,l} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l}}{\cot \theta} + \frac{f_{f,\alpha,l} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,l}}{\cot \theta} \quad (4.33)$$

$$T_{II,max,w} = T_{II,max,s,w} + T_{II,max,f,w} = f_{s,w} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} \cdot \cot \theta + f_{f,\alpha,w} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot \cot \theta \quad (4.34)$$

$$T_{II,max,c,tc} = T_{II,max,c} + T_{II,max,tc} = \frac{f_c \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot t_{eff}}{(\cot \theta + \tan \theta)} + \frac{f_{fc} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot t_{eff,tc}}{(\cot \theta + \tan \theta)} \quad (4.35)$$

$$T_{II,max} = \min \begin{cases} T_{II,max,c,tc} \\ T_{II,max,l} \\ T_{II,max,w} \end{cases} \quad (4.36)$$

**±45°-Textilien** Bei ±45°-Textilien wird ausschließlich die in Zugrichtung verlaufende 45°-Bewehrung berücksichtigt. Die senkrecht dazu stehende 45°-Bewehrung verläuft in Richtung der Druckstrebe und erhält damit keine oder, bei Druckstrebenwinkeln von  $\neq 45^\circ$ , nur geringe Zugbeanspruchung. Auch eine ggf. zusätzlich vorhandene Längsbewehrung könnte nur einen kleinen Beitrag bei der Lastabtragung leisten. Dies liegt daran, dass zu dem Zeitpunkt, bei dem die im 45°-Winkel verlaufenden Rovings ihre Grenzdehnung erreichen und damit ihr Versagen eintritt, die Dehnung in Längsrichtung (0°-Richtung) nur ca. ein Viertel der textilen Grenzdehnung beträgt und somit mit längsgerichteten Rovings nur sehr geringe Kräfte aufgenommen werden können. Daraus folgt, dass, wenn nur die Verstärkungsschicht betrachtet wird, der Druckstrebenwinkel  $\theta$  zwingend dem Zugstrebenwinkel  $\alpha$ , der hier 45° beträgt, entsprechen muss. Wird jedoch der verstärkte Stahlbetonkörper betrachtet, ist eine Stahllängsbewehrung vorhanden, die bei den auftretenden Dehnungen in Längsrichtung ihre Streckgrenze erreicht und somit auftretende Längskräfte gut aufnehmen kann. Zur Ermittlung des sich einstellenden Druckstrebenwinkels  $\theta$  werden auch hier die Torsionstragfähigkeiten  $T_{II,max,l}$  und  $T_{II,max,q}$ , die sich aus den Kräften in Längs- und Querrichtung ergeben, gegenübergestellt. Da weder eine textile Bewehrung in Längs- noch in Querrichtung vorhanden ist, ist  $T_{II,max,f,l}$  und  $T_{II,max,f,q}$  aus der Wendelbewehrung zu ermitteln.

Die Herleitung der Gleichung 4.37, welche für die Berechnung des Druckstrebenwinkels  $\theta$  zu nutzen ist, wird im Folgenden gezeigt. Für  $T_{II,max,s,l}$ ,  $T_{II,max,s,w}$  und  $T_{II,max,f,w}$  kommen die Gleichungen 2.91, 2.92 und 4.28 zur Anwendung. Die Winkel  $\alpha_{s,w}$  und  $\alpha_{f,w}$  betragen 90° bzw. 45°.

$$T_{II,max,l} = T_{II,max,q}$$

$$T_{II,max,s,l} + T_{II,max,f,l} = T_{II,max,s,q} + T_{II,max,f,q}$$

$$T_{II,max,s,l} + T_{II,max,f,w} \cdot \tan \theta = T_{II,max,s,w} + T_{II,max,f,w}$$

$$F_{s,l} \cdot \frac{2 \cdot A_{k,c}}{u_{k,c}} \cdot \tan \theta + F_{f,l} \cdot \frac{2 \cdot A_{k,tc}}{u_{k,tc}} \cdot \tan \theta = F_{s,q} \cdot \frac{2 \cdot A_{k,c}}{u_{k,c}} + F_{f,q} \cdot \frac{2 \cdot A_{k,tc}}{u_{k,tc}}$$

$$\frac{f_{s,l} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l}}{\cos \theta - \cos \alpha_{s,w}} + \frac{f_{f,\alpha,w} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha_{f,w}) \cdot \sin \alpha_{f,w} \cdot \cos \alpha_{f,w}}{\cot \theta} = \dots$$

$$\dots = f_{s,w} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha_{s,w}) \cdot \sin^2 \alpha_{s,w} + f_{f,\alpha,w} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha_{f,w}) \cdot \sin \alpha_{f,w} \cdot \sin \alpha_{f,w}$$

$$\frac{f_{s,l} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l}}{\cot \theta} + \frac{f_{f,\alpha,w} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot (\cot \theta + 1) \cdot 0,5}{\cot \theta} = \dots$$

$$\dots = f_{s,w} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} \cdot \cot \theta + f_{f,\alpha,w} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot (\cot \theta + 1) \cdot 0,5$$

$$f_{s,l} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l} + f_{f,\alpha,w} \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot \cot \theta + f_{f,\alpha,w} \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} = \dots$$

$$\dots = f_{s,w} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} \cdot \cot^2 \theta + f_{f,\alpha,w} \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot \cot^2 \theta + f_{f,\alpha,w} \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot \cot^2 \theta$$

$$f_{s,l} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l} + f_{f,\alpha,w} \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} = f_{s,w} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} \cdot \cot^2 \theta + f_{f,\alpha,w} \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot \cot^2 \theta$$

$$\cot \theta = \sqrt{\frac{f_{s,l} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l} + f_{f,\alpha,w} \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w}}{f_{s,w} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} + f_{f,\alpha,w} \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w}}} \quad (4.37)$$

Die Berechnung von  $T_{II,max,l}$ ,  $T_{II,max,q}$  und  $T_{II,max,c,tc}$  sowie die Ermittlung der maximalen Torsionstragfähigkeit  $T_{II,max}$  erfolgt, ähnlich wie bereits bei dem  $0^\circ/90^\circ$ -Textil beschrieben, mit den Gleichungen 4.38 bis 4.41.

$$T_{II,max,l} = T_{II,max,s,l} + T_{II,max,f,l} = \frac{f_{s,l} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l}}{\cot \theta} + \frac{f_{f,\alpha,w} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot (\cot \theta + 1) \cdot 0,5}{\cot \theta} \quad (4.38)$$

$$T_{II,max,q} = T_{II,max,s,w} + T_{II,max,f,q} = f_{s,w} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} \cdot \cot \theta + f_{f,\alpha,w} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot (\cot \theta + 1) \cdot 0,5 \quad (4.39)$$

$$T_{II,max,c,tc} = \frac{f_c \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot t_{eff}}{(\cot \theta + \tan \theta)} + \frac{f_{fc} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot t_{eff,tc} \cdot (\cot \theta + 1)}{(1 + \cot^2 \theta)} \quad (4.40)$$

$$T_{II,max} = \min \begin{cases} T_{II,max,c,tc} \\ T_{II,max,l} \\ T_{II,max,q} \end{cases} \quad (4.41)$$

**Kernfläche** Damit die Fläche  $A_{k,tc}$  der Kernfläche sowie der Umfang  $u_{k,tc}$  der Kernfläche der Textilbetonverstärkung ermittelt werden können, sind zunächst die Außenabmessungen der Kernfläche  $b_{k,tc}$  und  $h_{k,tc}$  bzw.  $d_{k,tc}$  festzulegen. Hierbei gibt es ähnlich viele Möglichkeiten wie bei den Stabwerkmodellen für den Stahlbetonbau, bei denen die Außenkanten der Kernfläche z. B. durch die Mittellinie der Längseisen oder die Innenkanten der Bügelbewehrung beschrieben werden, siehe Abschnitt 2.5.4.2. Bei der Verstärkungsschicht aus Textilbeton könnte u. a. die Lage der inneren textilen Bewehrung (Bilder 4.16 a und 4.17 a) oder die Mittellinie der gesamten Textilbetonschicht (Bilder 4.16 b und 4.17 b) die Außenkanten der Kernfläche definieren. Dabei ist zu beachten, dass je größer die Kernfläche gewählt wird, um so größer ist die rechnerisch ermittelte Tragfähigkeit.

#### 4 Theoretische Betrachtungen und Modelle

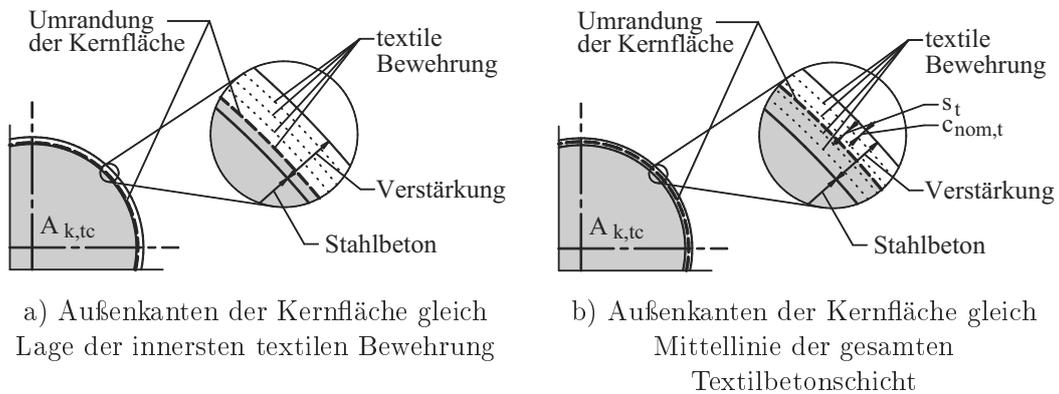


Bild 4.16: Mögliche Kernflächen der Textilbetonverstärkung (Kreisquerschnitt)

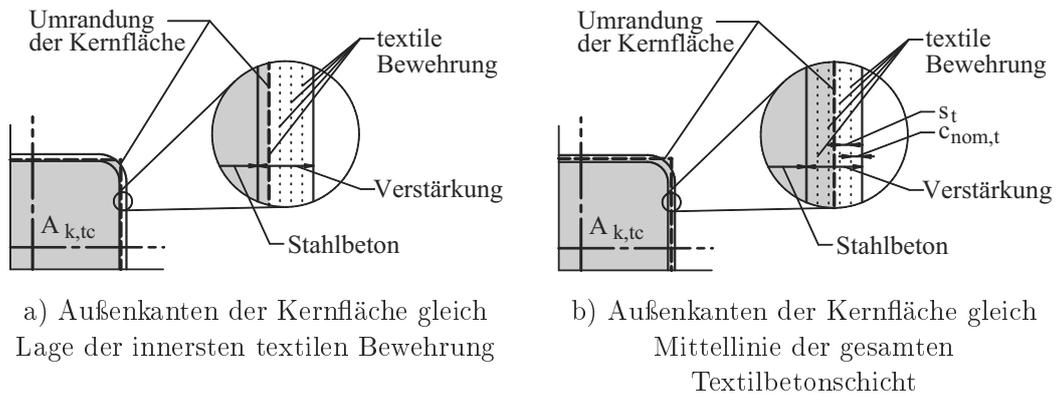


Bild 4.17: Mögliche Kernflächen der Textilbetonverstärkung (Rechteckquerschnitt)

Der Abstand der textilen Bewehrungslagen zum Mittelpunkt des verstärkten Stahlbetonquerschnittes ist deutlich größer als der Abstand untereinander, so dass vereinfacht von einer gleichmäßigen Dehnung aller textilen Bewehrungslagen ausgegangen werden kann. Somit sollte es gerechtfertigt sein, die Mittellinie der gesamten Textilbetonschicht für die Definition der Außenkanten der Kernfläche zu nutzen, was auch so für die weitere Berechnung geschah. Bei einer späteren Bemessung kann es durchaus sinnvoll sein, die Außenkanten der Kernfläche durch die Lage der inneren textilen Bewehrung zu beschreiben und somit, durch die kleinere Kernfläche, die Bemessung auf der sicheren Seite liegend durchzuführen.

Für die Bestimmung der Fläche  $A_{k,tc}$  und des Umfangs  $u_{k,tc}$  der Kernfläche sind die Gleichungen

$$A_{k,tc} = b_{k,tc} \cdot h_{k,tc} \quad (4.42)$$

$$u_{k,tc} = 2 \cdot (b_{k,tc} + h_{k,tc}) \quad (4.43)$$

bei rechteckigen Querschnitten und die Gleichungen

#### 4.4 Tragfähigkeit im Zustand II bzw. III – Bruchmoment

$$A_{k,tc} = \frac{d_{k,tc}^2 \cdot \pi}{4} \quad (4.44)$$

$$u_{k,tc} = d_{k,tc} \cdot \pi \quad (4.45)$$

bei runden Querschnitten mit

$$b_{k,tc} = b_c + n_t \cdot s_t + c_{nom,t} \quad (4.46)$$

$$h_{k,tc} = h_c + n_t \cdot s_t + c_{nom,t} \quad (4.47)$$

$$d_{k,tc} = d_c + n_t \cdot s_t + c_{nom,t} \quad (4.48)$$

zu nutzen. Vorausgesetzt wird, dass der Abstand der textilen Bewehrungslagen untereinander  $s_t$  und die Betondeckung der textilen Bewehrung  $c_{nom,t}$  die gleiche Größe haben. Zur Erläuterung der einzelnen Werte siehe Bilder 4.16 b und 4.17 b.

**Textilspannung** Bei der für die Berechnung des maximal aufnehmbaren Torsionsmoments anzusetzenden Textilspannung  $f_{f,\alpha}$  ist zu beachten, dass die Tragfähigkeit der textilen Bewehrungen, wie im Abschnitt 2.3.7 erläutert, mit ansteigendem Winkel zwischen der Rovingachse und der Zugrichtung abnimmt. Für zahlreiche Textilien liegen Ergebnisse aus einaxialen Zugversuchen mit gedrehter Bewehrung vor, so dass die Abminderung der Zugfestigkeit abgeschätzt und beispielsweise, wie mit

$$f_{f,\alpha} = k_{0,\alpha} \cdot f_f \quad (4.49)$$

gezeigt, durch einen Abminderungsfaktor  $k_{0,\alpha}$  berücksichtigt werden kann.

Die im Abschnitt 3.4.2 aufgeführten Ergebnisse der Torsionsversuche zeigen, dass sich die Risse, auf der Oberfläche der Probekörper mit rundem Querschnitt und auf den Seitenflächen der Probekörper mit rechteckigen Querschnitt, vorrangig im Winkel von ca. 45° zur Bauteillängsachse einstellen und öffnen. Davon um bis zu ca. 10° abweichende Winkel zeigen sich in erster Linie bei unterschiedlichen Stahlmengen in Probekörperlängs- und -querrichtung. Bei den Probekörpern mit rechteckigem Querschnitt ist jedoch auch zu erkennen, dass in den Eckbereichen Risswinkel entstehen, die von einem 45°-Winkel erheblich abweichen. Bei Probekörpern mit kleinen Querschnitten, die im Verhältnis zur Seitenlänge viele Eckbereiche besitzen, führt dies im Mittel zu einem um ca. 5° abweichenden Winkel.

Somit erscheint es sinnvoll anzunehmen, dass bei Probekörpern mit rundem Querschnitt bzw. großem Rechteckquerschnitt, deren Stahlbewehrungsmenge in Längs- und Querrichtung in etwa gleich ist, die Rovings der  $\pm 45^\circ$ -Textilien parallel zur Richtung der größten Dehnung liegen und in erster Linie achsenparallel belastet werden. Die anzusetzende Textilspannung  $f_{f,\alpha}$  entspricht dann der in einaxialen Dehnkörperversuchen, mit senkrecht angeordneten Rovings, erreichten Zugfestigkeit des Textils  $f_f$ . Bei Probekörpern, bei denen sich die Menge der Stahlbewehrung in Längs- und Querrichtung unterscheidet, sollte dagegen die Winkelabweichung anhand des errechneten Druckstrebenwinkels ermittelt und bei der Berechnung der Tragfähigkeit über den Abminderungsfaktor  $k_{0,\alpha}$  berücksichtigt werden. Der Abminderungsfaktor  $k_{0,\alpha}$

sollte auch bei Probekörpern mit kleinen Rechteckquerschnitten einfließen und dem Wert bei einer Abweichung von ca.  $5^\circ$  entsprechen.

Bei den Textilien, welche Rovings im Winkel von  $0^\circ$  und  $90^\circ$  besitzen, beträgt der Winkel zwischen Rovingachse und der Richtung der Rissöffnung ca.  $45^\circ$ . Somit greift die Belastung im Winkel von  $45^\circ$  an den Rovings an. In diesem Fall ist der Abminderungsfaktor  $k_{0,\alpha}$  für eine Abweichung von  $45^\circ$  anzusetzen. Die o. g. möglichen Winkelabweichungen von  $5^\circ$  bis  $10^\circ$  beeinflussen den Abminderungsfaktor  $k_{0,\alpha}$  im Bereich von  $45^\circ$  nur geringfügig, siehe z. B. Bild 4.18. Sie können vernachlässigt werden.

Für die verwendeten Textilien 1 und 2 wurden mit Hilfe der im Bild 2.10 gezeigten Versuchsergebnisse die im Bild 4.18 dargestellten Abminderungsfaktoren  $k_{0,\alpha}$  bestimmt. Da für die Textilien 3, 4 und 5 keine derartigen Versuchsergebnisse vorliegen, die Abminderungsfaktoren  $k_{0,\alpha}$  der Textilien 1 und 2 jedoch denen anderer im Abschnitt 2.3.7 vorgestellten Textilien ähneln, werden für diese Textilien die selben Abminderungsfaktoren  $k_{0,\alpha}$  verwendet.

Den Diagrammen ist beispielhaft zu entnehmen, dass bei einer Belastungsrichtung von  $45^\circ$ , die AR-Glastextilien bzw. die Carbondtextilien einen Abminderungsfaktor  $k_{0,\alpha}$  von ca. 0,7 bzw. 0,3 erhalten. Bei einer Belastungsrichtung von  $5^\circ$  können dagegen Abminderungsfaktoren  $k_{0,\alpha}$  von ca. 0,9 für AR-Glastextilien und ca. 0,8 für Carbondtextilien abgelesen werden.

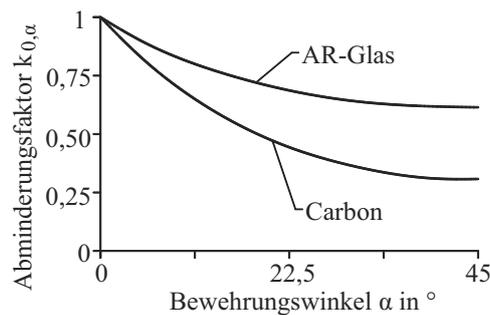


Bild 4.18: Abminderung für die Ermittlung der winkelabhängigen Textilspannung

**Querschnittsfläche der textilen Bewehrung** Die Querschnittsfläche der textilen Bewehrung  $a_{f,w}$  sowie  $a_{f,l}$  ist mit

$$a_{f,w} = n_t \cdot \frac{A_{f,w}}{s_{f,w}} \quad (4.50)$$

$$a_{f,l} = n_t \cdot \frac{A_{f,l}}{s_{w,l}} \quad (4.51)$$

zu berechnen, in die die Querschnittsfläche der einzelnen Rovings  $A_{f,w}$  sowie  $A_{f,l}$ , der Abstand der Rovings im Textil  $s_{f,w}$ ,  $s_{f,l}$  und die Lagenanzahl der textilen Bewehrung  $n_t$  einfließen.

Die Ergebnisse der Verstärkungen mit  $\pm 45^\circ$ -Textilien zeigen jedoch, dass die Torsionstragfähigkeit neben der Querschnittsfläche der textilen Bewehrung auch durch die Mehrmenge von textiler Bewehrung im Übergreifungsbereich beeinflusst wird, siehe Abschnitt 3.4.4. Steigt die Textilmenge in den Übergreifungsbereichen, obwohl dies nur Teilbereiche des Querschnittes

betrifft, erhöht sich die Torsionstragfähigkeit. Somit ist diese Mehrmenge auch bei der Berechnung der Querschnittsfläche zu berücksichtigen. Untersuchungen für  $0^\circ/90^\circ$ -Textilien stehen noch aus, so dass die folgende Betrachtung zunächst ausschließlich für  $\pm 45^\circ$ -Textilien gilt.

Die Gleichung 4.52 zeigt die Ermittlung des überschüssigen Textils im Übergreifungsbereich, indem von der Breite des vorhandenen Übergreifungsbereiches  $l_{f,vorh}$  die Breite des erforderlichen Übergreifungsbereiches  $l_{f,erf}$  abgezogen wird. Die Breite des erforderlichen Übergreifungsbereiches wird mit Hilfe der notwendigen Übergreifungslängen, deren Bestimmung im Abschnitt 2.3.7 beschrieben ist, ermittelt. Der Unterschied zwischen Breite des Übergreifungsbereiches und Übergreifungslänge ist im Abschnitt 3.2.5 erläutert.

$$\Delta l_f = l_{f,vorh} - l_{f,erf} \quad (4.52)$$

Um diese konzentrierte Mehrmenge in das Berechnungsmodell einfließen zu lassen, muss sie gleichmäßig auf den Umfang verteilt werden. Dies geschieht mit Hilfe des Faktors  $k_{\Delta l_f}$ . Den theoretischen Betrachtungen des folgenden Abschnittes ist zu entnehmen, dass textile Bewehrungen, die ausschließlich in Teilbereichen des Querschnittes angeordnet sind, nur mit der Hälfte ihrer Tragfähigkeit angesetzt werden können. Somit wird der Wert 0,5 eingefügt, der die einseitige Verstärkung berücksichtigt.

$$k_{\Delta l_f} = \frac{u_{k,tc} + \Delta l_f \cdot 0,5}{u_{k,tc}} = \frac{u_{k,tc} + (l_{f,vorh} - l_{f,erf}) \cdot 0,5}{u_{k,tc}} = 1 + \frac{\Delta l_f/2}{u_{k,tc}} \quad (4.53)$$

Die Querschnittsfläche der textilen Bewehrung  $a_{f,w}$  sowie  $a_{f,l}$ , können, unter Berücksichtigung der Mehrmenge von textiler Bewehrung im Übergreifungsbereich, mit

$$a_{f,w} = n_t \cdot \frac{A_{f,w}}{s_{f,w}} \cdot k_{\Delta l_f} = n_t \cdot \frac{A_{f,w}}{s_{f,w}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta l_f/2}{u_{k,tc}}\right) \quad (4.54)$$

und

$$a_{l,w} = n_t \cdot \frac{A_{l,w}}{s_{l,w}} \cdot k_{\Delta l_f} = n_t \cdot \frac{A_{l,w}}{s_{l,w}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta l_f/2}{u_{k,tc}}\right) \quad (4.55)$$

additiv erfasst werden.

**Vergleich der rechnerisch und experimentell ermittelten Werte** In den Vergleich wurden drei Berechnungsvarianten einbezogen.

- Bei der ersten Variante wurde weder die winkelabhängige Zugfestigkeit noch die Mehrmenge der textilen Bewehrung im Übergreifungsbereich berücksichtigt. Die Berechnung erfolgte mit der einaxialen Zugfestigkeit der textilen Bewehrung.
- In der zweiten Variante floss die winkelabhängige Zugfestigkeit der textilen Bewehrung ein, die Mehrmenge blieb weiter unberücksichtigt.
- Erst in der dritten Variante wurden sowohl die winkelabhängige Zugfestigkeit als auch die Mehrmenge berücksichtigt.

Die für eine Berechnung notwendigen Materialkennwerte und Angaben zur Geometrie sind dem Abschnitt 3.2 zu entnehmen. Zur Veranschaulichung der Berechnung sind im Anhang F

#### 4 Theoretische Betrachtungen und Modelle

einige Berechnungsbeispiele aufgeführt und die Berechnungsergebnisse in tabellarischer Form zusammengefasst. Das Bild 4.19 zeigt die prozentualen Abweichungen der rechnerisch ermittelten Tragfähigkeiten zu den Tragfähigkeiten aus den experimentellen Untersuchungen. Besonders diesem Bild ist deutlich zu entnehmen, dass bei dem Großteil der Versuche die Torsionstragfähigkeit bereits mit der ersten Variante, ohne Berücksichtigung der Werte  $k_{0,\alpha}$  und  $k_{\Delta l_f}$ , sehr gut nachvollzogen werden kann. Wie bereits am Abminderungsfaktor zu erkennen, scheinen bei AR-Glastextilien Winkelabweichungen von ca.  $5^\circ$  -  $10^\circ$  nur einen sehr geringen Einfluss auf die Veränderung der Zugfestigkeit zu haben. Bei den  $0^\circ/90^\circ$ -Textilien, aber auch den  $45^\circ$ -Carbontextilien, wird jedoch die große Bedeutung der winkelabhängigen Zugfestigkeiten sichtbar. Die Berechnungsergebnisse können in diesen Fällen mit der zweiten Variante unter Berücksichtigung der winkelabhängigen Zugfestigkeiten die Torsionstragfähigkeit deutlich besser abbilden.

Die in der dritten Variante berücksichtigte Mehrmenge der textilen Bewehrung im Übergreifungsbereich führt zu äußerst geringen Veränderungen der rechnerisch ermittelten Torsionstragfähigkeiten. Somit spiegeln sich die experimentell ermittelten Unterschiede, die ebenfalls nur sehr klein waren, auch in der Berechnung wieder.

Insgesamt kann festgestellt werden, dass unter Berücksichtigung winkelabhängiger Zugfestigkeiten bei allen umlaufend verstärkten Probekörpern die Torsionstragfähigkeiten mit Abweichung von meist weniger als 10 % zum Versuchsergebnis berechnet werden können. Diese Abweichungen entsprechen denen aus früheren Untersuchungen zur Torsion von unverstärkten Stahlbetonbauteilen.

#### 4.4 Tragfähigkeit im Zustand II bzw. III – Bruchmoment

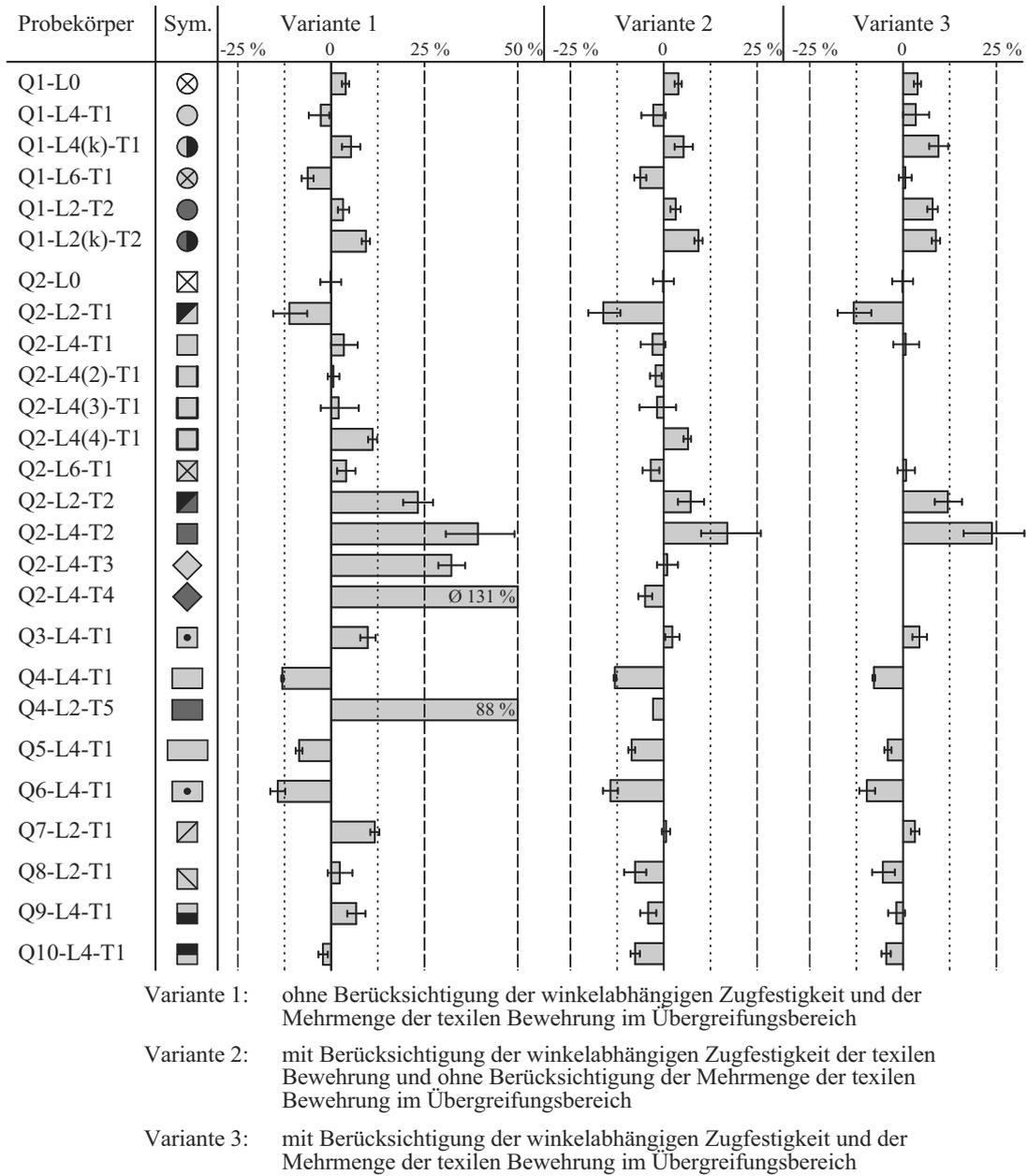


Bild 4.19: Torsionstragfähigkeit im Zustand II – Abweichungen der rechnerisch ermittelten Tragfähigkeiten gegenüber den experimentell bestimmten Tragfähigkeiten bei den verstärkten Probekörpern

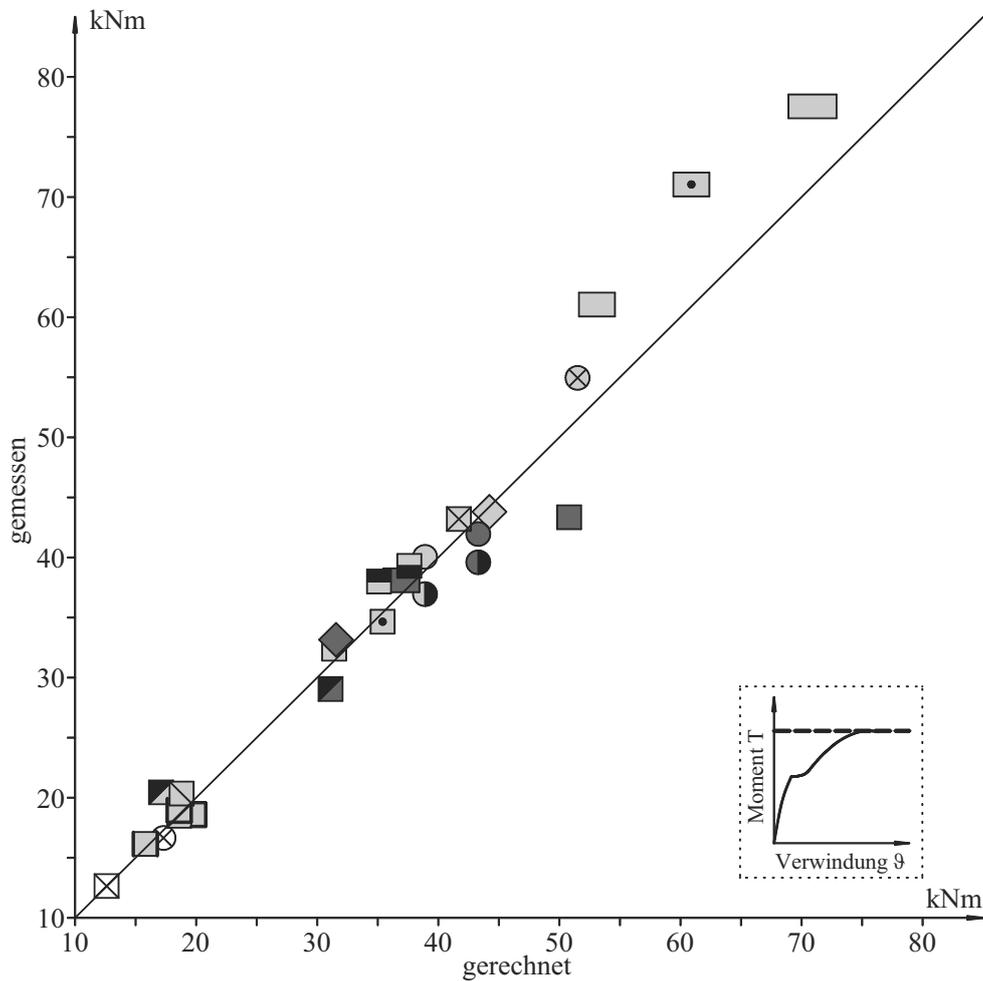


Bild 4.20: Torsionstragfähigkeit im Zustand II – Gegenüberstellung der rechnerisch und experimentell ermittelten Werte der Variante 2 (Mittelwerte)

#### 4.4.3 Nicht umlaufend verstärkte Probekörper mit einem $\pm 45^\circ$ -Textil

Bei Verstärkungsschichten, die nicht umlaufend angeordnet sind, ist die wendelförmige umlaufende Bewehrung unterbrochen. Den Versuchsergebnissen ist zu entnehmen, dass damit die Torsionstragfähigkeit der Verstärkungsschicht um mehr als 60 % reduziert wird.

Dies kann zu einem großen Teil damit begründet werden, dass bei einer unterbrochenen Wendelbewehrung nicht der Effekt einer umlaufenden Wendelbewehrung genutzt werden kann, bei der mit einer Zugstrebe sowohl die Zugkräfte in Längs- als auch in Querrichtung der Probekörper aufgenommen werden können, siehe Abschnitt 2.5.4.2. Die textile Bewehrung gleicht somit eher einer separaten Längs- und Querbewehrung. Im Vergleich zur umlaufenden Wendelbewehrung wird die doppelte Bewehrungsmenge benötigt bzw. kann bei gleicher Bewehrungsmenge nur die Hälfte der Tragfähigkeit erreicht werden. Dies erklärt eine Reduzierung um 50 %.

Wird in die Betrachtung der Unterschied zwischen der vorhandenen und der mitwirkenden textilen Bewehrung mit einbezogen, lässt sich eine weitere Reduzierung begründen. Die rissüberbrückende Bewehrung muss an beiden Rissufern ausreichend verankert sein. Dies ist jedoch im Randbereich der Verstärkung, wo die vorhandene Verankerungslänge kleiner ist als die notwendige Verankerungslänge, nicht der Fall, siehe Bild 4.21. Somit ist die mitwirkende Bewehrung kleiner als die vorhandene Bewehrung, was die über die 50 % hinausgehende Reduzierung erklärt.

Eigenständige Ingenieurmodelle, die die Wirkung einer derartigen partiellen Bewehrungsanordnung detailliert beschreiben, liegen weder für Stahlbeton noch für Verstärkungen, z. B. mit faserverstärkten Kunststoffen, vor. Erste grobe Ansätze bei denen u. a. zweiseitig und dreiseitig verstärkte Probekörper gleich behandelt werden sind dem Abschnitt 2.5.5 zu entnehmen. Diese Ansätze sind jedoch für die Textilbetonverstärkung unzureichend, so dass im Folgenden gezeigt wird, wie auch bei den nicht umlaufend angeordneten Verstärkungen die o. g. Stabwerkmodelle zur Abschätzung der Tragfähigkeit herangezogen werden können. Dabei wird darauf hingewiesen, dass davon auszugehen ist, dass die tatsächliche Lastabtragung in einer anderen Art als mit der dem Stabwerkmodell beschrieben erfolgt. Sollte in Zukunft die partielle Verstärkung zur Erhöhung der Torsionstragfähigkeit an Bedeutung gewinnen und ein eigenständiges Ingenieurmodell notwendig werden, müssten die experimentellen Untersuchungen auf deutlich mehr Probekörper und ein deutlich umfangreicheres Messprogramm ausgeweitet werden.

Für die Bestimmung der Tragfähigkeit ist zunächst die Menge des mitwirkenden Textils zu bestimmen. Hierzu sind von den verstärkten Bereichen die Verankerungsbereiche der nicht ausreichend verankerten Rovings abzuziehen. Das Bild 4.21 a zeigt die Unterschiede zwischen dem verstärkten Bereich, dem Verankerungsbereich und dem mitwirkenden Bereich. Die für die Berechnung anzusetzenden mitwirkenden Bereiche werden in den Bildern 4.21 b bis d beispielhaft an den untersuchten Probekörpern gezeigt.

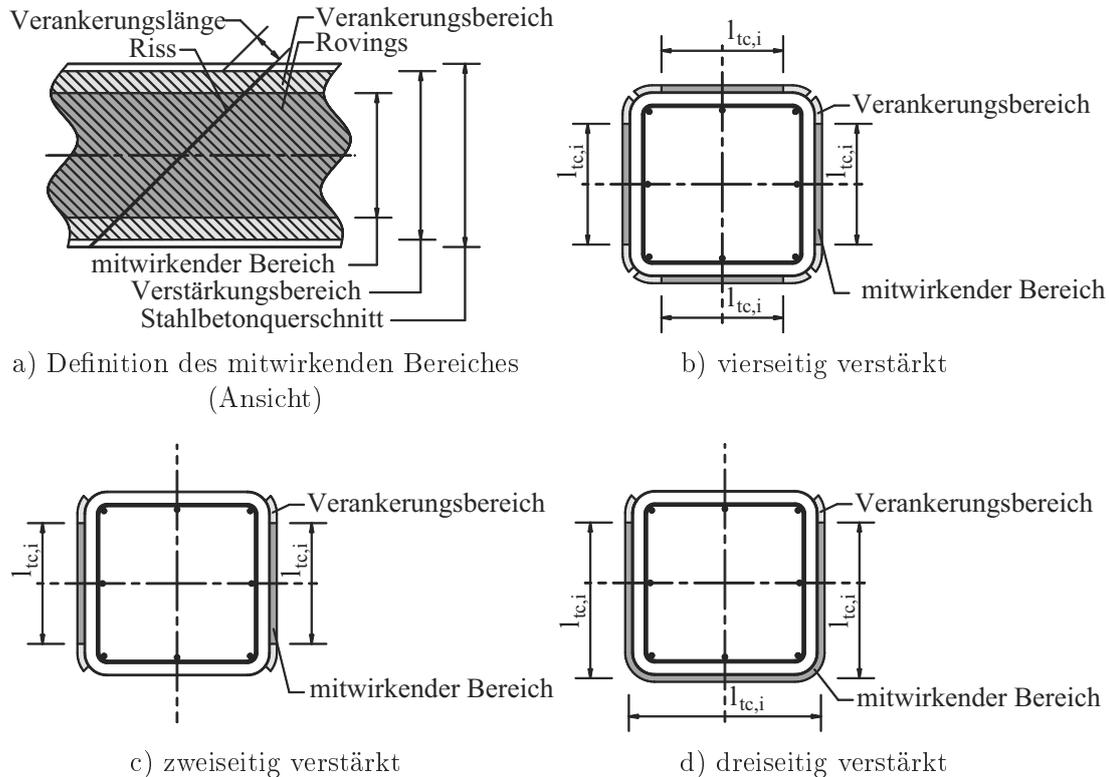


Bild 4.21: Mitwirkende Bereiche bei nicht umlaufend verstärkten Stahlbetonkörpern

Um ein Stabwerkmodell nutzen zu können, wird mit

$$a_{f,eff,u} = \frac{\sum_{i=1}^n (a_{f,i} \cdot l_{tc,i})}{u_{k,tc}} \quad (4.56)$$

das in den mitwirkenden Bereichen  $l_{tc,i}$  vorhandene Textil  $a_{f,i}$  auf den Umfang der Kernfläche  $u_{k,tc}$  bezogen, so dass rechnerisch an jedem Punkt des Umfangs die gleiche mittlere Bewehrungsmenge  $a_{f,eff}$  vorhanden ist. Da die Wirkung einer umlaufenden Wendelbewehrung fehlt und dennoch das Stabwerkmodell der Wendelbewehrung genutzt werden soll, ist die Textilmenge, wie oben beschrieben, zu halbieren.

$$a_{f,eff} = \frac{a_{f,eff,u}}{2} \quad (4.57)$$

Mit der ermittelten mittleren Textilmenge  $a_{f,eff}$  kann unter Verwendung der im Abschnitt 4.4.2 vorgestellten Berechnungsansätze die Abschätzung der Torsionstragfähigkeit der verstärkten Probekörper erfolgen.

Da bei der hier aufgeführten Anordnung der textilen Bewehrung keine Übergreifungsstöße vorhanden sind, werden ausschließlich die im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Varianten 1 und 2 betrachtet. Die Angaben zu den Materialien und der Geometrie, die für die Berechnung notwendig sind, sind dem Abschnitt 3.2 zu entnehmen und die Berechnungsergebnisse dem Anhang F. Dem Bild 4.19, welches die Abweichungen der rechnerisch ermittelten Tragfähigkeiten zu den experimentell bestimmten Tragfähigkeiten zeigt, kann entnommen

werden, dass mit dem gewählten Berechnungsansatz Unterschiede von bis zu 10 % auftreten. Somit entsprechen auch diese Ergebnisse den der unverstärkten und der umlaufend verstärkten Probekörper.

#### 4.4.4 Auswirkung geringer Bewehrungsgrade der Verstärkungsschicht auf die Tragfähigkeit

Den im Abschnitt 3.4.2 vorgestellten Ergebnissen ist zu entnehmen, dass zum Zeitpunkt des Versagens die Verwindung der mit zwei Lagen des Textils 1 verstärkten Probekörper unterhalb der der unverstärkten Probekörper lag. Weiterhin sind die Verformungen auf der Oberfläche deutlich geringer als bei allen anderen verstärkten Probekörpern, siehe Tabelle 3.6. Bei einem Teil der Probekörper war auch mehr als ein umlaufender Versagensriss vorhanden, was typisch für unverstärkte, aber untypisch für verstärkte Probekörper ist. Des Weiteren übersteigt die nach Abschnitt 4.4.2 rechnerisch ermittelte Torsionstragfähigkeit die experimentell ermittelte Torsionstragfähigkeit deutlich.

Somit lassen sowohl die experimentellen als auch die theoretischen Untersuchungen darauf schließen, dass bei einer Verstärkung mit zwei Lagen des Textils 1 ein vorzeitiges Versagen eintritt, bei dem möglicherweise nicht die volle Tragfähigkeit der Stahlbewehrung und/oder der textilen Bewehrung ausgenutzt werden kann. Da das Versagen der Probekörper mit dem Reißen der textilen Bewehrung verbunden ist, kann jedoch angenommen werden, dass die textile Bewehrung ihre maximale Tragfähigkeit erreicht hat. Daher ist davon auszugehen, dass zu dem Zeitpunkt, an dem das Textil versagte, die Verformung (Dehnungen und Verdrehungen) der Probekörper nicht ausreichte, um die Streckgrenze der Stahlbewehrung zu erreichen. Diese Annahme wird durch die gemessenen Oberflächenverformungen in  $0^\circ$  und  $90^\circ$ , die deutlich unter denen der anderen verstärkten Probekörper liegen, untermauert.

Der Effekt lässt sich u. a. mit dem Bewehrungsgrad der Verstärkungsschicht und der Rissverteilung begründen. Beim Übergang vom Zustand I in den Zustand II entstehen vereinzelte Risse, welche durch Stahlbewehrung und textile Bewehrung überspannt werden. Die in den Bewehrungen vorhandenen Zugkräfte werden über Verbundkräfte wieder in den angrenzenden Beton eingeleitet. Überschreitet dabei die Spannung im Beton die Betonzugfestigkeit, entstehen weitere Risse. Um die maximale Tragfähigkeit beider Bewehrungen nutzen zu können, müssen die Risse einerseits so klein sein, dass die Grenzdehnung der textilen Bewehrung noch nicht überschritten ist und andererseits so groß sein, dass die Streckgrenze der Stahlbewehrung erreicht wird.

Liegen die Achsen der textilen Bewehrung parallel zu den Achsen der Stahlbewehrung und sind die Verankerungslängen beider Bewehrungen gleich groß, wird beim Erreichen der Grenzdehnung der textilen Bewehrung (ca. 12 ‰) eine so große Rissweite vorhanden sein, dass auch der Stahl die Streckgrenze (ca. 2,5 ‰ bzw. bei den hier verwendeten kaltverformten Stählen ca.  $2,5 \text{ ‰} + 2,0 \text{ ‰} = 4,5 \text{ ‰}$ ) erreicht bzw. überschreitet. Die Verankerungslängen der verwendeten textilen Bewehrung ist mit ca. 3 cm aber deutlich kleiner als die der verwendeten Stahlbewehrungen. Somit ist davon auszugehen, dass die textile Bewehrung bei Rissöffnungen versagt, bei denen die Stahlbewehrung die Streckgrenze nicht erreichen kann, siehe Bild 4.22 a. Der Umstand, dass die Achse der textilen Bewehrung zum Teil um  $45^\circ$  von der Achse der Stahlbewehrung abweicht, verschärft diesen Effekt.

Damit dennoch beide Bewehrungen gemeinsam wirken können, müssen mehrere feine Risse in der Verstärkungsschicht zu einem großen Riss in der Stahlebene zusammengefasst werden,

#### 4 Theoretische Betrachtungen und Modelle

siehe Bild 4.22 b. Die dafür notwendigen Risse in der Verstärkungsschicht und der angrenzenden Betondeckung entstehen jedoch nur, wenn die textile Bewehrung so hohe Zugkräfte in den Beton einleiten kann, dass dessen Zugfestigkeit überschritten wird. Wie das folgende Beispiel 1 zeigt, ist dies bei einer Verstärkungsschicht, die mit zwei Lagen des Textils 1 bewehrt ist, nur schwer möglich. Erst beim Erreichen der maximalen Textiltzugspannung  $f_f$  könnte es zu weiteren Rissen in der Verstärkungsschicht und der Betondeckung kommen. Bereits bei einer Berücksichtigung kleinster Winkelabweichungen, die die Zugfestigkeit des Textils von  $f_f$  auf  $f_{f,\alpha}$  reduzieren, ist eine weitere Rissbildung äußerst unwahrscheinlich. Mit diesem Ansatz könnten sowohl die Rissbilder, die in Teilen eher denen unverstärkter Probekörper gleichen, die geringeren Verwindungen und die kleineren Oberflächenverformungen begründet werden.

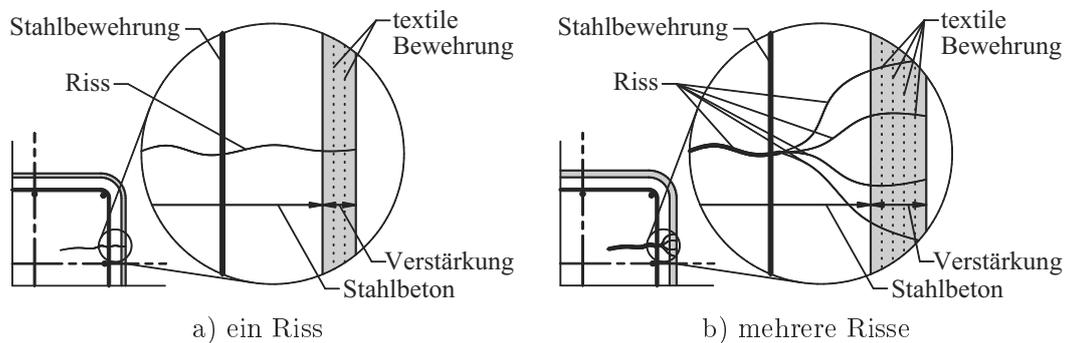


Bild 4.22: Auswirkung geringer Bewehrungsgrade in der Verstärkungsschicht

Beispiel 1:

Betonzugkraft aus 6 mm dicker Verstärkungsschicht und 15 mm dicker Betondeckung:

$$F_{c,t} = (c_{nom} \cdot f_{c,t} + d_{tc} \cdot f_{f,c,t,fl}) \cdot b = \dots$$

$$\dots = (15 \text{ mm} \cdot 2,6 \text{ N/mm}^2 + 6 \text{ mm} \cdot 5,6 \text{ N/mm}^2) \cdot 1.000 \text{ mm} = 72.600 \text{ N}$$

Textiltzugkraft des Textils 1 bei zwei Lagen und einem Meter Breite:

$$F_f = a_f \cdot f_f \cdot b = 2 \text{ Lagen} \cdot 43 \text{ mm}^2/\text{m} \cdot 897 \text{ N/mm}^2 \cdot 1 \text{ m} = 77.142 \text{ N}$$

$$F_{c,t} \approx F_f$$

Da die Verwindungen und auch die Oberflächenverformungen der mit zwei Lagen des Textils 1 verstärkten Probekörper ca. 2/3 der der unverstärkten Probekörper betragen, wird die Berechnung für die beschriebenen Probekörper gem. Abschnitt 4.4.2 in erster Näherung mit 2/3 der Streckgrenze der Stahlbewehrung durchgeführt. Die im Bild 4.19 dargestellten Abweichungen der rechnerisch ermittelten Tragfähigkeiten zu den Versuchsergebnissen zeigen, dass die Differenzen bei allen betroffenen Probekörpern den üblichen Größenordnungen entsprechen.

Die Beispiele 2 und 3 zeigen, dass bei den Probekörpern, die mit vier oder mehr Lagen des Textiles 1 bzw. zwei oder mehr Lagen des Textils 2 verstärkt wurden, die Zugkraft des Textils

dagegen deutlich über der Betonzugkraft liegt. Somit können die notwendigen Risse in der Verstärkungsschicht und Betondeckung frühzeitig entstehen.

Beispiel 2:

Eine Verstärkungsschicht mit vier Lagen des Textils 1:

$$F_{c,t} = (c_{nom} \cdot f_{c,t} + d_{tc} \cdot f_{fc,t,fl}) \cdot b = \dots$$

$$\dots = (15 \text{ mm} \cdot 2,6 \text{ N/mm}^2 + 10 \text{ mm} \cdot 5,6 \text{ N/mm}^2) \cdot 1.000 \text{ mm} = 95.000 \text{ N}$$

$$F_f = a_f \cdot f_f \cdot b = 4 \text{ Lagen} \cdot 43 \text{ mm}^2/\text{m} \cdot 897 \text{ N/mm}^2 \cdot 1 \text{ m} = 154.284 \text{ N}$$

$$F_{c,t} \ll F_f$$

Beispiel 3:

Eine Verstärkungsschicht mit zwei Lagen des Textils 2:

$$F_{c,t} = (c_{nom} \cdot f_{c,t} + d_{tc} \cdot f_{fc,t,fl}) \cdot b = \dots$$

$$\dots = (15 \text{ mm} \cdot 2,6 \text{ N/mm}^2 + 6 \text{ mm} \cdot 5,6 \text{ N/mm}^2) \cdot 1.000 \text{ mm} = 72.600 \text{ N}$$

$$F_f = a_f \cdot f_f \cdot b = 2 \text{ Lagen} \cdot 43 \text{ mm}^2/\text{m} \cdot 2.126 \text{ N/mm}^2 \cdot 1 \text{ m} = 182.836 \text{ N}$$

$$F_{c,t} \ll F_f$$

Der beschriebene Aspekt ist prinzipiell bei jeder Textilbetonverstärkung zu beachten. Es ist somit eine Mindestbewehrung erforderlich, die beispielsweise mit

$$a_f > \frac{(c_{nom} \cdot f_{c,t} + d_{tc} \cdot f_{fc,t,fl}) \cdot b}{f_{f,\alpha} \cdot b} = \frac{(c_{nom} \cdot f_{c,t} + d_{tc} \cdot f_{fc,t,fl})}{f_{f,\alpha}} \quad (4.58)$$

ermittelt werden kann.

Das Zusammenfassen von mehreren Rissen in der Verstärkungsschicht zu einem Riss in der Stahlebene kann vermutlich nur in einem begrenzten Bereich geschehen. Detaillierte Untersuchungen dazu stehen noch aus. Es ist jedoch davon auszugehen, dass die Rissabstände in der Verstärkungsschicht begrenzt werden müssen. Somit kann es sein, dass eine ausschließliche Forderung nach einer Mindestbewehrung nicht ausreichend ist. Eine weitere Forderung, die die Verbundeigenschaften der textilen Bewehrung berücksichtigt, könnte

$$\frac{f_f \cdot a_f}{\text{erforderliche Verankerungslänge}} > \frac{(c_{nom} \cdot f_{c,t} + d_{tc} \cdot f_{fc,t,fl})}{\text{maximaler Rissabstand}}$$

$$a_f > \frac{(c_{nom} \cdot f_{c,t} + d_{tc} \cdot f_{fc,t,fl}) \cdot \text{erforderliche Verankerungslänge}}{f_{f,\alpha} \cdot \text{maximaler Rissabstand}} \quad (4.59)$$

lauten. Hier wird die Zugkraft, die die textile Bewehrung pro Längeneinheit einleiten kann, der Kraft gegenübergestellt, die für das Erreichen der maximalen Rissabstände erforderlich

ist. Dabei wird vereinfacht eine über die Verankerungslänge konstante Verbundspannung angenommen. Der Grenzwert der maximalen Rissabstände ist nicht bekannt und ist in separaten Untersuchungen, z. B. an textilbetonverstärkten Zugkörpern, zu ermitteln. Für das folgende Beispiel wird er mit 20 mm angenommen.

Beispiel für eine Verstärkungsschicht mit dem Textil 1:

Forderung 1:

$$a_f > \frac{(15 \text{ mm} \cdot 2,6 \text{ N/mm}^2 + 6 \text{ mm} \cdot 5,6 \text{ N/mm}^2) \cdot 1.000 \text{ mm}}{0,9 \cdot 897 \text{ N/mm}^2 \cdot 1 \text{ m}} = \dots$$

$$\dots = 90 \text{ mm}^2/\text{m} \rightarrow \frac{90 \text{ mm}^2/\text{m}}{43 \text{ mm}^2/\text{m}} = 2,1 \text{ Lagen}$$

Forderung 2:

$$a_f > \frac{(15 \text{ mm} \cdot 2,6 \text{ N/mm}^2 + 6 \text{ mm} \cdot 5,6 \text{ N/mm}^2) \cdot 1.000 \text{ mm} \cdot 30 \text{ mm}}{0,9 \cdot 897 \text{ N/mm}^2 \cdot 1 \text{ m} \cdot 20 \text{ mm}} = \dots$$

$$\dots = 135 \text{ mm}^2/\text{m} \rightarrow \frac{135 \text{ mm}^2/\text{m}}{43 \text{ mm}^2/\text{m}} = 3,1 \text{ Lagen}$$

Für eine weitere Betrachtung zum Verbundverhalten und der Rissentwicklung wird auf LORENZ/ORTLEPP [125] und WEILAND [212] verwiesen.

## 4.5 Verformung im Zustand II bzw. III

Der Übergang vom ungerissenen in den gerissenen Zustand ist mit einer starken Abnahme der Steifigkeiten und einer deutlichen Zunahme der Verwindungen verbunden. Eine detaillierte Verformungsberechnung im gerissenen Zustand, mit einem System aus Betondruck- und Stahlzugstreben, ist sehr komplex. Neben Angaben zur Probekörpergeometrie und zu den Materialeigenschaften sind u. a. auch genaue Angaben zum Verbundverhalten notwendig.

Im Abschnitt 2.5.4.4 wird bereits erläutert, dass dies schon bei unverstärkten Stahlbetonkörpern nicht mit einem einfach handhabbaren Ingenieurmodell abzubilden ist. Dabei wird vorgeschlagen, die rechnerisch ermittelten Steifigkeiten  $K_{T,el}^I$  für den Zustand I abzumindern und für die Verformungsberechnung im Zustand II zu nutzen. Der Korrekturfaktor  $k_{T,II}$  wurde empirisch ermittelt.

Da es sich abzeichnet, dass dies momentan der einzige brauchbare Ansatz zur Berechnung der Verwindung bei dem Erreichen des Bruchmomentes ist, wird er auch für die verstärkten Probekörper angewendet. Durch einen Vergleich zwischen den experimentell ermittelten Steifigkeiten  $K_T^{II}$  bei dem Erreichen der Tragfähigkeit und den rechnerischen Steifigkeiten  $K_{T,el}^I$ , konnten mit Hilfe der Gleichung

$$k_{T,II} = \frac{K_T^{II}}{K_{T,el}^I} \quad (4.60)$$

die in der Tabelle 4.1 zusammengefassten mittleren Korrekturfaktoren  $k_{T,II}$  bestimmt werden. Eine Gegenüberstellung der experimentell und rechnerisch, unter Berücksichtigung des Korrekturfaktors  $k_{T,II}$ , ermittelten Torsionssteifigkeiten  $K_T^{II}$  sind dem Bild 4.23 zu entnehmen.

Tab. 4.1: Abminderungsfaktor  $k_{T,II}$

Verstärkung	$k_{T,II}$
unverstärkt	0,04
mit Textil 1 verstärkt	0,05
mit Textil 2 verstärkt	0,07
mit Textil 3, 4 und 5 verstärkt	0,03

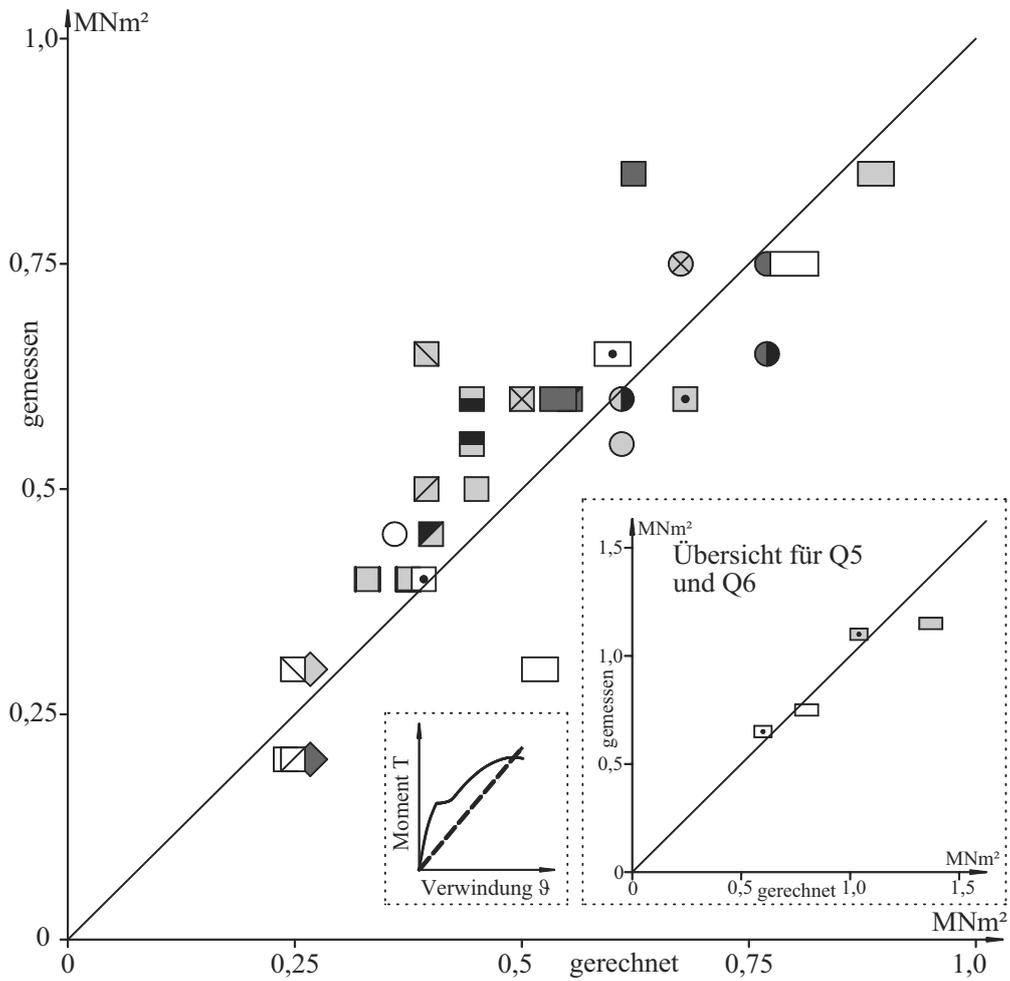


Bild 4.23: Torsionssteifigkeit im Zustand II – Gegenüberstellung der rechnerisch und experimentell ermittelten Werte unter Berücksichtigung des Korrekturfaktors  $k_{T,II}$  (Mittelwerte)

Die Verwindung beim Erreichen der Tragfähigkeit ist mit

$$\vartheta_{II,max} = \frac{T_{II,max}}{k_{T,II} \cdot K_{T,el}^I} = \frac{T_{II,max}}{k_{T,II} \cdot \frac{K_T^I}{k_{T,I}}} \quad (4.61)$$

zu berechnen.

Es ist darauf hinzuweisen, dass in diese Berechnung weder die Menge und die Eigenschaften der einzelnen Materialien noch das Verbundverhalten zwischen den Materialien einfließt. Somit kann diese Art der Verformungsberechnung, wie auch schon im Abschnitt 2.5.4.4 erläutert, ausschließlich zur Abschätzung der Verformung dienen.

## 4.6 Zusammenfassung

Es werden Ansätze für die Berechnung zum Torsionstragverhalten von textilbetonverstärkten Stahlbetonbauteilen vorgestellt, die auf Modellen des Stahlbetonbaus aufbauen und die durch die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen untermauert sind. Neben Modellen für die Berechnung des Rissmomentes und der Verformungen im Zustand I und II liegt das Hauptaugenmerk deutlich auf der Berechnung des Bruchmomentes.

Das **Rissmoment** kann am anschaulichsten mit der Schubspannungsverteilung des Modells 4.2 nachvollzogen und errechnet werden. Bei dieser Verteilung fließt im Stahlbetonbereich die rissüberbrückende Zugkraftübertragung bei sehr kleinen Rissen mit ein. Im Bereich des Textilbetons wird die rissüberbrückende Wirkung des Textils berücksichtigt. Die abgestufte Spannungsverteilung dieses Modells ist jedoch für eine Handrechnung, z. B. zur Bestimmung einer Mindestbewehrung, auf Grund des hohen Rechenaufwandes, ungeeignet. Somit wird das Modell 6 mit den Gleichungen 4.23 und 4.24 zur Abschätzung des Rissmomentes empfohlen.

Bei der **Verformung im Zustand I** ist zu berücksichtigen, dass zur Belastung kein linearer Zusammenhang besteht. Die Berechnung erfolgt dennoch, u. a. begründet durch die Handhabbarkeit, unter Ansatz eines linear-elastischen Materialverhaltens. Die sich dadurch ergebenden Abweichungen werden, wie auch im Stahlbetonbau, durch einen Korrekturfaktor berücksichtigt. Zur Abschätzung der Verformungen bei dem Erreichen des Rissmomentes kann die Gleichung 4.27 herangezogen werden.

Das **Bruchmoment** ist mit Stabwerkmodellen berechenbar. Für verstärkte Stahlbetonbauteile mit Textilien, deren Rovings in 0°/90°-Richtung angeordnet sind, können die Gleichungen 4.32 bis 4.36 verwendet werden. Bei Rovings im ±45°-Winkel können die Gleichungen 4.37 bis 4.41 zur Anwendung kommen. In beiden Fällen sind die speziell für die Textilbetonverstärkung definierten Kernflächen sowie die winkelabhängigen Textilspannungen zu berücksichtigen. Die Mehrmenge der textilen Bewehrung im Übergreifungsbereich spielt eine untergeordnete Rolle und kann unberücksichtigt bleiben. Bei nicht umlaufend verstärkten Probekörpern ist dagegen zu beachten, dass sich die wirksame Querschnittsfläche von der vorhandenen Querschnittsfläche der textilen Bewehrung erheblich unterscheidet und die Gleichungen 4.56 und 4.57 Beachtung finden müssen. Damit, wie in den Stabwerkmodellen angenommen, die Stahlbewehrung und die textile Bewehrung zusammenwirken können, muss eine Mindestmenge an textiler Bewehrung vorhanden sein. Diese ist mit den Gleichungen 4.58 und 4.59 zu bestimmen.

Da in den experimentellen Untersuchungen kein Druckstrebenversagen eintrat, ist die vorgestellte Berechnung zur Bestimmung der Druckstreben Tragfähigkeit als erster konservativer Ansatz zu betrachten. In ihm ist ausschließlich die durch die Verstärkung vergrößerte Druckstreben dicke erfasst. Umschnürungswirkungen, die z.B. ein Ausbrechen der Ecken verhindern und

somit die Druckstreben­tragfähigkeit positiv beeinflussen können, sind noch nicht berücksichtigt. Nach weiteren experimentellen Untersuchungen können derartige Anteile ggf. ergänzt werden.

Auch die **Verformung im Zustand II** kann abgeschätzt werden. Bis heute sind jedoch nur wenige Ansätze für die Berechnung der Verformung von torsionsbelasteten Stahlbetonbauteilen in diesem Zustand bekannt. Das etablierte Verfahren ist die Berechnung der Steifigkeit im Zustand I und der anschließenden Abminderung des berechneten Wertes. Mit der abgeminderten Steifigkeit wird die Verformung im Zustand II ermittelt. Es wird gezeigt, dass dieser Ansatz unter Verwendung der Gleichung 4.61 auch für die Abschätzung der verstärkten Stahlbetonbauteile verwendet werden kann.

Die Bilder 4.24 a und b zeigen beispielhaft einen Vergleich der experimentell und rechnerisch ermittelten M-V-B. Die zugehörige Berechnung ist dem Anhang F zu entnehmen.

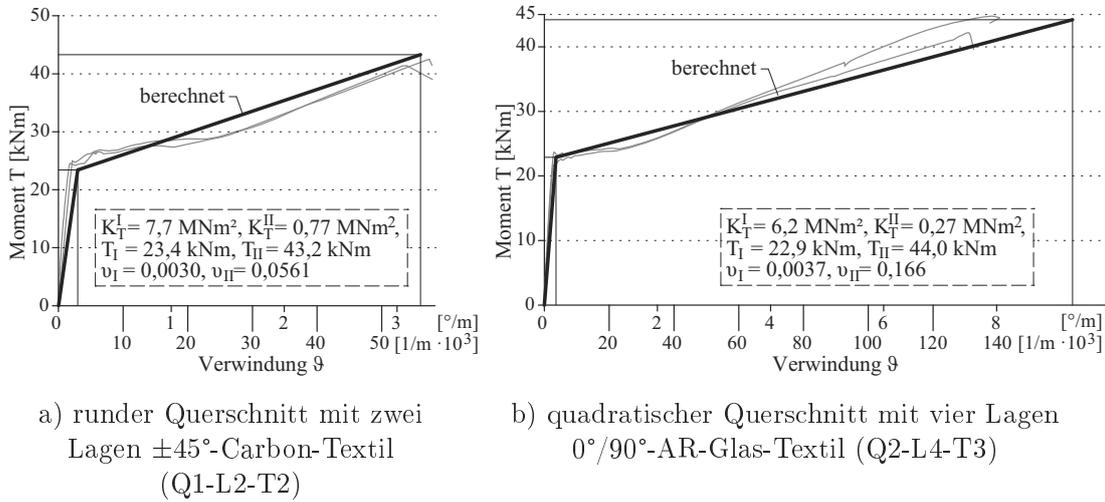


Bild 4.24: Vergleich der experimentell und rechnerisch ermittelten M-V-B

#### 4 *Theoretische Betrachtungen und Modelle*

# 5 Bemessungsvorschlag

## 5.1 Allgemeines

Die Bemessung einer Torsionsverstärkung wird dann erforderlich, wenn die Torsionstragfähigkeit bestehender Stahlbetonbauteile nicht mehr sichergestellt werden kann und eine Verstärkung aus Textilbeton notwendig wird. Ziel der Bemessung ist es festzulegen, wieviel Lagen von welchem Textil aufgebracht werden müssen, um die notwendige Tragfähigkeit unter Berücksichtigung der aktuellen Regelwerte herzustellen.

Die Gültigkeit des Bemessungsvorschlages wird für die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Querschnittsabmessungen, die den im Hochbau üblichen Querschnitten entsprechen, gesehen. Untersuchungen zur Übertragbarkeit dieses Bemessungsvorschlages auf deutlich größere Querschnitte, z. B. Brückenquerschnitte, stehen noch aus.

Ein Berechnungsbeispiel für den nachfolgend vorgestellten Bemessungsvorschlag ist dem Anhang F zu entnehmen.

## 5.2 Materialkennwerte

Die Bemessungswerte für den Stahlbetonkörper sind in Anlehnung an die aktuellen Regelwerke zu ermitteln, siehe beispielhaft DIN EN 1992-1-1:2011-01.

Zur Ermittlung der Bemessungswerte der Verstärkungsschicht stehen zur Zeit keine Regelwerke zur Verfügung, so dass die Ermittlung in Anlehnung an die aktuellen Regelwerke des Stahlbetons erfolgen sollte.

$$f_{fcd} = \alpha_{c,red} \cdot f_{fck} / \gamma_c \quad (5.1)$$

$$f_{fk} = f_{f,m} - t_s \cdot f_{f,s} \quad (5.2)$$

$$f_{fk,\alpha} = k_{0,\alpha} \cdot f_{fk} \quad (5.3)$$

$$f_{fd} = f_{fk,\alpha} / \gamma_f \quad (5.4)$$

Der verwendete Feinbeton entspricht einem Beton der Festigkeitsklasse C60/75, mit  $f_{fck} = 60 \text{ N/mm}^2$ . Die Werte  $k_{0,\alpha}$  und  $f_{f,m}$  sowie die Standardabweichung  $f_{f,s}$  sind abhängig von dem verwendeten Textil und sind textilspezifisch zu bestimmen, siehe hierzu u. a. Abschnitte 2.3.6, 2.3.7 und 3.2.6 sowie Anhang B.6. Der Wert der Verteilung  $t_s$  ist abhängig von der Probenanzahl  $n$  und kann beispielhaft der Tabelle 5.1 entnommen werden.

Tab. 5.1: Wert der Verteilung  $t_s$ , PECH ET AL. [156]

$n$	$t_s$	$n$	$t_s$
1	6,314	10	1,812
2	2,92	20	1,725
3	2,353	30	1,697
4	2,132	120	1,658

Bei dem Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_f$  gab es für erste Praxisprojekte eine aus dem Bereich des Faserbetons stammende Annahme mit  $\gamma_f = 2,1$ , siehe u. a. CURBACH ET AL. [39] und SCHLADITZ ET AL. [188]. In CURBACH ET AL. [42] wird vorerst ein ähnlicher Sicherheitsbeiwert von  $\gamma_f = 2,2$  vorgeschlagen und in Zukunft ein Wert von  $\gamma_f = 1,7$  als möglich angesehen. In einem aktuellen Beitrag von SICKERT ET AL. [197] wird das Thema des Sicherheitsbeiwerts  $\gamma_f$  sehr intensiv an Hand von verschiedenen neuen Textilien behandelt und für Kurzzeitbelastungen Werte zwischen 1,11 - 1,42 präsentiert. Mit  $\gamma_f = 1,5$  liegen auch derzeitige Vorschläge von HEGGER ET AL. [83] in ähnlichen Größenordnungen. Für die Berücksichtigung der Einflüsse aus Langzeiteinwirkungen wird beispielsweise in CURBACH ET AL. [43] ein Abminderungsbeiwert  $\alpha_1$  vorgeschlagen. Dieser ist materialabhängig und soll ähnlich wie bei der Bestimmung des Bemessungswertes der Betondruckfestigkeit in die Berechnungen einfließen. Die aktuell angegebenen Werte für AR-Glas liegen im Bereich von  $\alpha_1 = 0,6$  bis  $0,8$  und führen im Mittel in etwa wieder zu den bisher in der Praxis verwendeten Sicherheiten von  $1,5/0,7 = 2,1$ , in denen bereits die Langzeiteinwirkungen berücksichtigt waren. Ob der Wert  $\alpha_1$  für Carbonbewehrungen deutlich höher angesetzt werden kann, wird derzeit im Rahmen von Untersuchungen zu einer allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassung erforscht. Auf Grund der bisherigen Untersuchungsergebnisse ist es durchaus denkbar, das der Sicherheitsbeiwert auf der Materialeite in Zukunft einen Gesamtwert von  $\gamma_f/\alpha_1 = 1,5/0,9 \approx 1,7$  erhalten kann. Die o. g. Beiträge zeigen jedoch, dass, bis neue belastbare Ergebnisse vorliegen, es gerechtfertigt ist, weiterhin einen Sicherheitsfaktor (inkl. der Berücksichtigung der Langzeiteinwirkungen) von  $2,1$  zu verwenden.

Neben den o. g. Werten sind die mittlere zentrische Zugfestigkeit des Betons  $f_{c,t,m}$  sowie die mittlere Biegezugfestigkeit des Feinbetons  $f_{f,c,t,fl,m}$  zu bestimmen.

### 5.3 Berechnung

**Erster Schritt** In einem ersten Schritt ist zunächst der Nachweis für den **Grenzzustand der Tragfähigkeit** zu erbringen.

Bei der Verwendung von  $\pm 45^\circ$ -Textilien können die Gleichungen

$$\cot \theta = \sqrt{\frac{f_{yd} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l} + f_{fd} \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w}}{f_{yd} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} + f_{fd} \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w}}} \quad (5.5)$$

$$T_{Rd,l} = \frac{f_{yd} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l}}{\cot \theta} + \frac{f_{fd} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot (\cot \theta + 1) \cdot 0,5}{\cot \theta} \quad (5.6)$$

$$T_{Rd,q} = f_{yd} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} \cdot \cot \theta + f_{fd} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot (\cot \theta + 1) \cdot 0,5 \quad (5.7)$$

$$T_{Rd,max} = \frac{f_{cd} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot t_{eff}}{(\cot \theta + \tan \theta)} + \frac{f_{cd} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot t_{eff,tc} \cdot (\cot \theta + 1)}{(1 + \cot^2 \theta)} \quad (5.8)$$

für die Bemessung verwendet werden. Kommen  $0^\circ/90^\circ$ -Textilien zur Anwendung, ist die Bemessung mit den Gleichungen

$$\cot \theta = \sqrt{\frac{f_{yd} \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l} + f_{fd,l} \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,l}}{f_{yd} \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} + f_{fd,w} \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w}}} \quad (5.9)$$

$$T_{Rd,l} = \frac{f_{yd} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l}}{\cot \theta} + \frac{f_{fd,l} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,l}}{\cot \theta} \quad (5.10)$$

$$T_{Rd,q} = f_{yd} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} \cdot \cot \theta + f_{fd,w} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot \cot \theta \quad (5.11)$$

$$T_{Rd,max} = \frac{f_{cd} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot t_{eff}}{(\cot \theta + \tan \theta)} + \frac{f_{cd} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot t_{eff,tc}}{(\cot \theta + \tan \theta)} \quad (5.12)$$

möglich.

Das maximal aufnehmbare Torsionsmoment  $T_{Rd}$  entspricht dem kleinsten der drei Werte  $T_{Rd,max}$ ,  $T_{Rd,l}$  und  $T_{Rd,q}$ .

$$T_{Rd} = \min \begin{cases} T_{Rd,max} \\ T_{Rd,l} \\ T_{Rd,q} \end{cases} \quad (5.13)$$

Ist  $T_{Rd}$  größer als  $T_{Ed}$  ist der Nachweis für den Grenzzustand der Tragfähigkeit erbracht.

$$T_{Rd} > T_{Ed} \quad (5.14)$$

Parallel zu dem Nachweis der Tragfähigkeit sind zwei Nachweise für die Mindestbewehrung empfehlenswert, siehe zweiter und dritter Schritt.

**Zweiter Schritt** Im zweiten Schritt soll das **duktiler Bauteilverhalten** nachgewiesen werden. Dafür ist sicherzustellen, dass das charakteristische Erstrissmoment  $T_{I,max}$  kleiner ist als das maximal aufnehmbare charakteristische Torsionsmoment  $T_{II,max}$ .

$$T_{II,max} > T_{I,max} \quad (5.15)$$

Die Berechnung des charakteristischen Torsionsmomentes  $T_{I,max}$  sollte, gem. Abschnitt 4.2, bei Stahlbetonkörpern mit rundem Querschnitt mit

$$T_{I,max} = 0,7 \cdot \tau_{fc,max} \cdot W_{T,v} = 0,7 \cdot f_{fc,t,fl,m} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot r_v^3 = 0,7 \cdot f_{fc,t,fl,m} \cdot \frac{\pi}{16} \cdot d_v^3 \quad (5.16)$$

und bei denen mit rechteckigem Querschnitt mit

$$T_{I,max} = f_{fc,t,fl,m} \cdot W_{T,v} = f_{fc,t,fl,m} \cdot \beta \cdot b_v^2 \cdot h_v \quad (5.17)$$

erfolgen. Für die Berechnung des charakteristischen Torsionsmomentes  $T_{II,max}$  können die Gleichungen 5.5 bis 5.13 verwendet werden, indem die Werte  $f_{cd}$  durch  $f_{ck}$ ,  $f_{yd}$  durch  $f_{yk}$  und  $f_{fd}$  durch  $f_{fk,\alpha}$  ersetzt werden.

**Dritter Schritt** Mit dem dritten Schritt soll nachgewiesen werden, dass es dem Textil gelingt, ein feines gleichmäßiges Rissbild zu erzeugen und so die für die **Ausnutzung der Stahlbewehrung** notwendigen Dehnungen sicherzustellen, siehe Abschnitt 4.4.4. Es wird hier ausschließlich eine auf den eigenen experimentellen und theoretischen Untersuchungen basierender Ansatz vorgestellt.

Es soll zunächst nachgewiesen werden, dass die in den Beton eingeleitete Zugkraft aus der textilen Bewehrung  $F_f$  größer ist als die Betonzugkraft  $F_{c,tc}$  aus der Betondeckung und der Verstärkungsschicht.

$$F_f > F_{c,fc,t} \quad (5.18)$$

Für diesen Nachweis wären die Gleichung

$$\left( \frac{f_{fk,\alpha,l} \cdot a_{f,l} + f_{fk,\alpha,w} \cdot a_{f,w}}{\sqrt{2}} \right) \cdot b > (f_{c,t,m} \cdot c_{nom} + f_{fc,t,fl,m} \cdot d_{tc}) \cdot b \quad (5.19)$$

für ein  $0^\circ/90^\circ$ -Textil und die Gleichung

$$(f_{fk,\alpha,w} \cdot a_{f,w}) \cdot b > (f_{c,t,m} \cdot c_{nom} + f_{fc,t,fl,m} \cdot d_{tc}) \cdot b \quad (5.20)$$

für ein  $\pm 45^\circ$ -Textil denkbar. In diese Gleichungen fließen die mittleren charakteristischen Betonzugfestigkeiten  $f_{c,t,m}$  und  $f_{fc,t,fl,m}$  sowie die charakteristischen winklabhängigen Zugfestigkeiten  $f_{fk,\alpha}$  der rissüberbrückenden textilen Bewehrung ein. Somit kann nachgewiesen werden, dass die Zugkraft aus der textilen Bewehrung ausreicht, um Risse in der Betondeckung und der Verstärkungsschicht zu erzeugen. Ob diese jedoch in den gewünschten kleinen Rissabständen entstehen, hängt maßgeblich von der Verankerungslänge der textilen Bewehrung ab, so dass diese Abhängigkeit mit in den Nachweis einfließen sollte. Mit der Gleichung

$$k_{Ra,Vl} = \frac{\text{maximaler Rissabstand}}{\text{erforderliche Verankerungslänge}} \leq 1 \quad (5.21)$$

werden diese bereits im Abschnitt 4.4.4 erläuterten Zusammenhänge aufgegriffen. Für den zweiten Nachweis zur Mindestbewehrung werden somit die durch den Wert  $k_{Ra,Vl}$  ergänzten Gleichungen

$$\left( \frac{f_{fk,\alpha,l} \cdot a_{f,l} \cdot k_{Ra,Vl,l} + f_{fk,\alpha,w} \cdot a_{f,w} \cdot k_{Ra,Vl,w}}{\sqrt{2}} \right) \cdot b > (f_{c,t,m} \cdot c_{nom} + f_{fc,t,fl,m} \cdot d_{tc}) \cdot b \quad (5.22)$$

für ein  $0^\circ/90^\circ$ -Textil und

$$(f_{fk,\alpha,w} \cdot a_{f,w} \cdot k_{Ra,Vl,w}) \cdot b > (f_{c,t,m} \cdot c_{nom} + f_{fc,t,fl,m} \cdot d_{tc}) \cdot b \quad (5.23)$$

für ein  $\pm 45^\circ$ -Textil empfohlen.

# 6 Zusammenfassung und Ausblick

## 6.1 Zusammenfassung

Seit ca. 5 Jahren nimmt der Textilbeton einen immer größeren Raum in der Baupraxis ein. Neben der Anwendung bei Neubauteilen stellt er vor allem im Bereich der Verstärkung eine interessante Alternative zu den etablierten Verfahren dar. Seine Vorteile liegen in erster Linie in der Korrosionsbeständigkeit, der leichten Formbarkeit und der hohen Zugfestigkeit des Bewehrungsmaterials. Des Weiteren sind das relativ einfache Applikationsverfahren und die geringe Gesamtdicke der Verstärkungsschicht von nur 1 - 2 cm vorteilhaft. Als Nachteil sind aktuell die noch fehlenden bauaufsichtlichen Regelungen zur Verfahrenstechnik und den verwendeten Materialien sowie die noch nicht im ausreichenden Maße etablierten Bemessungsmodelle zu nennen.

Versuchsergebnisse zum Tragverhalten von biege-, querkraft- und normalkraftverstärkten Bauteilen und erste Berechnungsansätze für die Ermittlung von deren Tragfähigkeit sind bereits bekannt. Aus Ergebnissen experimenteller und theoretischer Untersuchungen dieser Arbeit können nun erstmals auch wichtige Erkenntnisse zum Torsionstragverhalten von textilbetonverstärkten Stahlbetonbauteilen abgeleitet werden.

Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen zeigen, dass durch die Textilbetonverstärkung bereits das Torsionstragverhalten im Zustand I erheblich beeinflusst wird. Neben dem Anstieg der Steifigkeit ist auch eine Vergrößerung des Rissmomentes zu erkennen. Mit dem Übergang in den Zustand II bilden sich im Abstand von 1 - 2 cm umlaufende, feine Risse im Winkel von ca. 45°. Verbunden mit der Rissbildung ist ein starker Abfall der Steifigkeit sowie eine deutliche Zunahme der Oberflächenverformung, der Verwindung und der Bauteilverlängerung. Im Zustand II kommen die Unterschiede verschiedener Bewehrungsstrukturen, -mengen und -materialien zum Tragen. Es ist u. a. zu erkennen, dass die textile Bewehrung bei einer Anordnung im  $\pm 45^\circ$ -Winkel effektiver ausgenutzt wird als bei der Anordnung im  $0^\circ/90^\circ$ -Winkel. Des Weiteren wird deutlich, dass der Anstieg der Bewehrungsmenge mit einem Anstieg der Steifigkeit und der Tragfähigkeit verbunden ist. Prinzipiell konnte mit allen untersuchten Varianten der Textilbetonverstärkung die Tragfähigkeit erhöht und die Verformung bei gleichem Lastniveau reduziert werden. Im Rahmen der untersuchten Parameter waren Tragfähigkeitssteigerungen von über 300 % auf das über 4fache der unverstärkten Probekörper möglich.

Bei den theoretischen Untersuchungen lag das Hauptaugenmerk auf der Bestimmung der Torsionstragfähigkeit. Mit Stabwerkmodellen für die Stahlbetonkörper und den aufgestellten Stabwerkmodellen für die Textilbetonverstärkungen kann unter Berücksichtigung der winkelabhängigen Textiltragfähigkeiten und den Definitionen der Kernflächen das Bruchmoment bestimmt werden. Neben Berechnungsmodellen für die Berechnung des Bruchmomentes konnten aber auch Berechnungsansätze für die Bestimmung der Verformung im Zustand I und II sowie des Rissmomentes erarbeitet werden. Die präsentierten Ansätze werden durch die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen untermauert. Vergleiche zwischen den rechne-

risch und experimentell ermittelten Werten zeigen sowohl bei der Momenten- als auch bei der Verformungsberechnung sehr gute Übereinstimmungen. Erste Ansätze zur Bestimmung einer Mindestbewehrung in der Verstärkungsschicht sind ebenfalls erläutert.

Die Erkenntnisse aus den experimentellen und theoretischen Untersuchungen sowie die Erfahrungen aus den zahlreichen Praxisprojekten fließen am Ende dieser Arbeit in einen Bemessungsvorschlag ein.

Somit bietet diese Arbeit die fundamentalen Grundlagen für weitere Forschung auf dem Gebiet der Torsionsverstärkung mit Textilbeton und erweitert die Einsatzmöglichkeiten der Textilbetonverstärkung in der Praxis.

### 6.2 Ausblick

Trotz vieler Erkenntnisse konnten nicht alle Fragen zur Torsionsverstärkung abschließend geklärt werden. Somit sind vertiefende Forschungsarbeiten mit weiteren experimentellen und theoretischen Untersuchungen erforderlich.

An einer der ersten Stellen sollte dabei eine detaillierte Betrachtung der Mindestbewehrung stehen, die u. a. anhand von zentrischen Zugversuchen an textilbetonverstärkten Stahlbetonteilen untersucht werden könnte. Im Zusammenhang mit diesen Versuchen könnten auch die u. a. von WEILAND [212] aufgestellten, experimentell noch nicht bestätigten, jedoch sehr wichtigen Ansätze zum Zusammenwirken der Stahl- und der Textilbewehrung untermauert werden.

Ein weiterer interessanter Punkt ist die Auswirkung der Textilbetonverstärkung auf die Druckstreben Tragfähigkeit. Durch Versuche an Probekörpern, deren Stahlbewehrungsgrade deutlich über den hier gewählten liegt, könnte ein Druckstrebenversagen provoziert und damit untersucht werden. Vielleicht kann bestätigt werden, dass nicht nur die Verbreiterung der Druckstrebe durch den Feinbeton, sondern auch die erwartete Umschnürungswirkung der Verstärkungsschicht die Tragfähigkeit der Druckstrebe erhöht und somit in der Berechnung ergänzt werden kann.

Obwohl die untersuchten Querschnitte durchaus praxisrelevante Abmessungen besitzen, wären die Untersuchungen zur Übertragbarkeit der gewonnenen Erkenntnisse auf deutlich größere Querschnitte von Interesse. Sollte das Tragverhalten im Zustand I in Zukunft an Bedeutung gewinnen, wären zur Bestätigung der aufgestellten Modelle auch experimentelle Untersuchungen denkbar, bei denen die Dehnungsverteilung über den Querschnitt gemessen wird.

Nachdem bis jetzt die Biege-, Querkraft-, Normalkraft- und Torsionsverstärkungen separat untersucht wurden, liegen nun Ergebnisse vor, die zu Untersuchungen über die Interaktion verschiedener Belastungen ermuntern. Hier wären zunächst eine klassische Kombination zwischen Biegung und Normalkraft aber vor allem für Stützen (z. B. Kranbahnstützen und Stromleitungsmasten) eine Kombination zwischen Biegung, Normalkraft und Torsion vorstellbar.

Im Hinblick auf den baupraktischen Einsatz sollte vor allem ein durch Forschungsergebnisse untermauertes Sicherheitskonzept u. a. mit aussagekräftigen Angaben zu materialeitigen Sicherheitsbeiwerten aufgestellt werden.

## Literaturverzeichnis

- [1] ABDKADER, A. : *Charakterisierung und Modellierung der Eigenschaften von AR-Glasfilamentgarnen für die Betonbewehrung*, Fakultät Maschinenwesen der Technischen Universität Dresden, Dissertation, 2005
- [2] AL-MAHAIDI, R. ; HUI, A. K. Y.: Bond behaviour of CFRP reinforcement for torsional strengthening of solid and box-section RC beams. In: *Composites Part B: Engineering* 38 (2007), Nr. 5-6, S. 720–731
- [3] AMELI, M. ; RONAGH, H. ; DUX, P. : Behavior of FRP Strengthened Reinforced Concrete Beams under Torsion. In: *Journal of Composites for Construction* 11 (2007), Nr. 2, S. 192–200
- [4] ANDERSEN, P. : Rectangular Concrete Sections Under Torsion. In: *Journal of the American Concrete Institute* 34 (1937), Nr. 9, S. 1–12
- [5] BACH, C. : Versuche über Drehungsfestigkeit. In: *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure* 33 (1889), Nr. 7, S. 137–144
- [6] BACH, C. : *Elastizität und Festigkeit*. 5. Auflage. Springer, 1905
- [7] BACH, C. : Versuche über die Drehungsfestigkeit von Körpern mit trapezförmigem und dreieckigem Querschnitt. In: *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure* 50 (1906), Nr. 13, S. 481–483
- [8] BACH, C. ; GRAF, O. : Versuche über die Widerstandsfähigkeit von Beton und Eisenbeton gegen Verdrehung. In: *Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton*. Ernst & Sohn, 1912 (Heft 16)
- [9] BARGMANN, H. : *Historische Bautabellen: Normen und Konstruktionshinweise 1870 bis 1960*. Werner Verlag, 1993
- [10] BARTOS, P. : Bond in Glass Reinforced Cement. In: *Bond in Cement*. Elsevier Applied Science, 1982, S. 60 – 72
- [11] BAUSCHINGER, J. : Experimentelle Prüfung der neueren Formeln für die Torsion prismatischer Körper. In: *Zivilingenieur* 27 (1881), S. 115–130
- [12] BAYER, D. : *Untersuchung der Rissausbreitung in faserverstärkten Verbundmaterialien mit spezieller Anwendung auf textilibewehrten Feinbeton*, Fakultät Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden, Diplomarbeit, 2008
- [13] BERGMEISTER, K. : *Kohlenstofffasern im Konstruktiven Ingenieurbau*. Ernst & Sohn, 2003

- [14] BERGMESTER, K. ; WÖRNER, J.-D. : *Beton-Kalender 2011*. Ernst & Sohn, 2011
- [15] BERNARDO, L. F. A. ; LOPES, S. M. R.: Behaviour of concrete beams under torsion: NSC plain and hollow beams. In: *Materials and Structures* 41 (2008), Nr. 6, S. 1143–1167
- [16] BETTEN, J. : *Kontinuumsmechanik: Elastisches und inelastisches Verhalten isotroper und anisotroper Stoffe*. 2. Auflage. Springer, 2001
- [17] BEVAN, B. : Experiments on the Modulus of Torsion. In: *the Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 119 (1829), Nr. 1, S. 127–131
- [18] BEYER, F. : *Untersuchungen zur Matrix-Roving-Beanspruchung bei schräger Rissüberbrückung*, Fakultät Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden, Diplomarbeit, 2009
- [19] BRAMESHUBER, W. (Hrsg.): *Textile Reinforced Concrete - State-of-the-Art Report of RILEM TC 201-TRC*. RILEM, 2006 (Report 36)
- [20] BRAMESHUBER, W. ; MOTT, R. ; HEGGER, J. ; VOSS, S. ; GRIES, T. ; BARLE, M. ; BÖHM, S. ; HARTUNG, I. : Serielle Stückfertigung von Bauteilen aus textilbewehrtem Beton. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 103 (2008), Nr. 2, S. 64–72
- [21] BRÜCKNER, A. : *Querkraftverstärkung von Bauteilen mit textilbewehrtem Beton*, Fakultät Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden, Dissertation, 2011
- [22] BROCKMANN, T. : *Mechanical and Fracture Mechanical Properties of Fine Grained Concrete for Textile Reinforced Composites*, Fakultät Bauingenieurwesen der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Dissertation, 2006
- [23] BRUCKERMANN, O. : *Zur Modellierung des Zugtragverhaltens von textilbewehrtem Beton*, Fakultät Bauingenieurwesen der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Dissertation, 2007
- [24] BÖSCHE, A. : *Möglichkeiten zur Steigerung der Biegetragfähigkeit von Beton- und Stahlbetonbauteilen durch den Einsatz textiler Bewehrungen – Ansatz für ein Bemessungsmodell*, Fakultät Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden, Dissertation, 2007
- [25] BÜTTNER, T. ; ORLOWSKY, J. ; RAUPACH, M. : Fire Resistance test of TRC under static loading – results and future developments. In: REINHARDT, H. W. (Hrsg.): *High Performance Fiber Reinforced Cement Composites, Proceedings of the 5th International RILEM Workshop*. Naaman, A. E., 2007, S. 361–370
- [26] BUTLER, M. : *Zur Dauerhaftigkeit von Verbundwerkstoffen aus zementgebundenen Matrices und alkaliresistenten Glasfaser-Multifilamentgarnen*, Fakultät Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden, Dissertation, 2009
- [27] BUTLER, M. ; MECHTCHERINE, V. ; HEMPEL, S. : Auswirkungen der Matrixzusammensetzung auf die Dauerhaftigkeit von Betonen mit textilen Bewehrungen aus AR-Glas. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 104 (2009), Nr. 8, S. 485–495

- [28] CHALIORIS, C. E.: Analytical model for the torsional behaviour of reinforced concrete beams retrofitted with FRP materials. In: *Engineering Structures* 29 (2007), Nr. 12, 3263-3276. .
- [29] CHALIORIS, C. E.: Torsional strengthening of rectangular and flanged beams using carbon fibre-reinforced-polymers – Experimental study. In: *Construction and Building Materials* 22 (2008), Nr. 1, S. 21–29
- [30] CHIU, H. J. ; FANG, I. K. ; YOUNG, W. T. ; SHIAU, J. K.: Behavior of reinforced concrete beams with minimum torsional reinforcement. In: *Engineering Structures* 29 (2006), Nr. 9, S. 2193–2205
- [31] COLLINS, M. ; WALSH, P. ; ARCHER, F. ; HALL, A. : Reinforced Concrete in Torsion. / University of New South Wales. 1968 (31). – Forschungsbericht
- [32] COULOMB, C. : Recherches théoriques et expérimentales sur la force de torsion, et sur l'élasticité des fils de métal. In: *Mémoires de l'Académie royale des sciences* Bd. 87. 1787, S. 229–269
- [33] COULOMB, C. : *Collection de Mémoires relatifs a la Physique*. Gauthier-Villars, 1884
- [34] COWAN, H. J.: Design of Beams Subject to Torsion Related to the New Australian Code. In: *Journal of the American Concrete Institute* 56 (1960), Nr. 1, S. 591–618
- [35] CURBACH, M. : Sachstandbericht zum Einsatz von Textilien im Massivbau. In: *Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton*. Beuth, 1998 (Heft 488)
- [36] CURBACH, M. : Vom Wert des Bauens. In: *Gebaute Visionen*. Beuth, 2007, S. 222–223
- [37] CURBACH, M. ; GRAF, W. ; JESSE, D. ; SICKERT, J.-U. ; WEILAND, S. : Segmentbrücke aus textilbewehrtem Beton: Konstruktion, Fertigung, numerische Berechnung. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 102 (2007), Nr. 6, S. 342–352
- [38] CURBACH, M. ; HAMPEL, T. ; SCHEERER, S. ; SPECK, K. : Hochleistungsbeton unter zwei- und dreiaxialer Beanspruchung. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 97 (2002), Nr. 6, S. 275–280
- [39] CURBACH, M. ; HAUPTENBUCHNER, B. ; ORTLEPP, R. ; WEILAND, S. : Textilbewehrter Beton zur Verstärkung eines Hyparschalentragwerks in Schweinfurt. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 102 (2007), Nr. 6, S. 353–361
- [40] CURBACH, M. ; JESSE, F. : Beton im Textilbeton - Die Entwicklung. In: *Ingenieurbaustoffe - Konstruktive Wege in die Zukunft. Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. Harald Schorn*. Lohaus, L, 2001, S. 29–44
- [41] CURBACH, M. ; JESSE, F. : Eigenschaften und Anwendung von Textilbeton. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 104 (2009), Nr. 1, S. 9–16
- [42] CURBACH, M. ; JESSE, F. ; PROSKE, D. : Partial Safety Factor for Textile Reinforced Concrete. In: *Proceedings of the the eighth international Conference on Structural Safety and Reliability ICCOSAR '01*. Newport Beach, CA, USA. Balkema, A. A., 2001

- [43] CURBACH, M. ; ORTLEPP, R. ; SCHEERER, S. ; FRENZEL, M. : Von der Vision bis zur Anwendung: Verstärkungen mit textilbewehrtem Beton. In: *Der Prüflingenieur* (2011)
- [44] DANIELS, H. : The Statistical Theory of the Strength of Bundles of Threads. I. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* 183 (1945), Nr. 995, S. 405–435
- [45] DEIFALLA, A. ; GHOBARAH, A. : Simplified analysis for Torsionally Strengthened RC Beams Using FRP. In: CHEN (Hrsg.) ; TENG (Hrsg.): *Bond Behaviour of FRP in Structures*, 2005, S. 373–378
- [46] DEIFALLA, A. ; GHOBARAH, A. : Full Torsional Behavior of RC Beams Wrapped with FRP: Analytical Model.. In: *Journal of Composites for Construction* 14 (2010), Nr. 3, S. 289–300
- [47] DISCHINGER, F. : Untersuchung über die Knicksicherheit, die elastische Verformung und das Kriechen des Betons bei Bogenbrücken. In: *Bauingenieur* 18 (1937), Nr. 33/34, S. 487–520
- [48] DISCHINGER, F. : Elastische und plastische Verformungen der Eisenbetontragwerke und insbesondere der Bogenbrücken. In: *Bauingenieur* 20 (1939), Nr. 5/6, S. 53–63
- [49] DUDA, H. : Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung. In: *Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton*. Beuth, 1991 (Heft 419)
- [50] DULEAU, M. : *Essai Theorique et Experimental sur la Resistance du fer Forge*. Libraire Pour les Sciences, 1820
- [51] DULEAU, M. : *Theoretisch = praktische Versuche über den Widerstand oder die Haltbarkeit des geschmiedeten Eisens*. Basse, 1825
- [52] DUNLOP: An Account of some Experiments to ascertain the Strength of such Cast-Iron Shafts as are commonly used in Mill-work, and what Proportion their Strength has to their Diameters. In: *Annals of Philosophy or Magazine of chemistry, mineralogy, mechanics, natural history, agriculture and the arts* 13 (1819), S. 200–203
- [53] EHLIG, D. : *Hochtemperaturverhalten von textilbewehrtem Beton*, Fakultät Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden, Dissertation, 2011
- [54] EHLIG, D. ; JESSE, F. ; CURBACH, M. : Textilbeton verstärkte Platten unter Brandbelastung. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 105 (210), Nr. 2, S. 102–110
- [55] EIBL, J. : *Concrete under Multiaxial States of Stress - Constitutive Equations for Practical Design*. Comité Euro-International du Béton, 1983 (Bulletin d'Information N° 156)
- [56] EMPELMANN, M. ; SENDER, C. ; HENKE, V. : Verstärkung von Biegebauteilen durch eine nachträglich aufgebrachte Aufbetonschicht / Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig. 2009 (DBV 278). – Sachstandsbericht

- [57] FINGERLOOS, F. : *Historische technische Regelwerke für den Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbau: Bemessung und Ausführung*. Ernst & Sohn, 2009
- [58] FINGERLOOS, F. ; SCHNELL, J. : Tragwerksplanung im Bestand. In: *Beton-Kalender 2009*. Ernst & Sohn, 2008, S. 1–51
- [59] FLÜGGE, S. ; TRUESDELL, C. : *Encyclopedia of Physics Volume VIa/1: Mechanics of Solids I*. Springer, 1973
- [60] FLÜGGE, W. ; MARGUERRE, K. : Wölbkräfte in dünnwandigen Profilstäben. In: *Ingenieur-Archiv* 18 (1950), S. 23–28
- [61] FÖPPL, A. : Verdrehversuche mit Stäben von kreuzförmigem Querschnitt. In: *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure* 66 (1922), Nr. 35, S. 827–828
- [62] GELEJI, A. : Deformationsarbeit bei bleibender Verdrehung von Stäben mit einfachem Querschnitt. In: *ZAMM - Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 42 (1962), Nr. 6, S. 221–230
- [63] GHOBARAH, A. ; GHORBEL, M. N. ; CHIDIAC, S. E.: Upgrading Torsional Resistance of Reinforced Concrete Beams Using Fiber-Reinforced Polymer. In: *Journal of Composites for Construction* 6 (2002), Nr. 4, S. 257–263
- [64] GÖLDNER, H. ; HOLZWEISSIG, F. ; WENDLOCHA, H. (Hrsg.): *Leitfaden der Technischen Mechanik*. 11. Auflage. VEB Fachbuchverlag Leipzig, 1989
- [65] GLOWANIA, M. ; WEICHOLD, O. ; HOJCZYK, M. ; SEIDE, G. ; GRIES, T. : Neue Beschichtungsverfahren für PVA-Zement-Composite in textilbewehrtem Beton. In: *Textile Reinforced Structures: Proceedings of the 4th Colloquium on Textile Reinforced Structures (CTRS4) und zur 1. Anwendertagung*. Curbach, M. and Jesse, F., 2009, S. 75–86
- [66] GOETZKE, R. : Zur Theorie der Torsion rechteckig-prismatischer Stäbe. In: *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure* 53 (1909), Nr. 24, S. 935–940
- [67] GRAF, O. ; MÖRSCH, E. ; MEYER, D. (Hrsg.) ; SEYFFERT, M. (Hrsg.): *Verdrehungsversuche zur Klärung der Schubfestigkeit von Eisenbeton*. Verlag des Vereins deutscher Ingenieure, 1922
- [68] GRASSER, E. ; THIELEN, G. : Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderung von Stahlbetontragwerken. In: *Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton*. Ernst & Sohn, 1972 (Heft 240)
- [69] GRUTTMANN, F. ; WAGNER, W. : St. Venantsche Torsion prismatischer Stäbe mit elastoplastischem Werkstoffverhalten / Universität Karlsruhe (TH), Institut für Baustatik. 1999 (4). – Forschungsbericht
- [70] HALM, J. : Ausgangsstoffe, Herstellverfahren und Eigenschaften von Glasfaserbeton. In: *Faserbeton - Vorträge der DBV-Arbeitstagung in Duisburg*. Deutscher Beton-Verein, 1993, S. 40–45

## Literaturverzeichnis

- [71] HAMPEL, T. : *Experimentelle Analyse des Tragverhaltens von Hochleistungsbeton unter mehraxialer Beanspruchung*, Fakultät Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden, Dissertation, 2006
- [72] HANKERS, C. : Spritzbeton für die Instandsetzung und Verstärkung von Stahlbeton. In: *Beton- und Stahlbetonbau Betonhaltung* 103 (2008), Nr. 2, S. 18–25
- [73] HANKERS, C. ; MATZDORFF, D. : Bauen im Bestand – Verstärkung mit Spritzbeton. In: *Bauingenieur* 81 (2006), Nr. 7/8, S. 303–310
- [74] HARTIG, J. : *Numerical Investigations on the Uniaxial Tensile Behaviour of Textile Reinforced Concrete*, Fakultät Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden, Dissertation, 2011
- [75] HARTL, H. ; FEIX, J. : Bemessungs- und Ausführungshinweise für Aufbeton auf Brückenfahrbahnplatten. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 106 (2011), Nr. 4, S. 250–259
- [76] HARTUNG, C. : Zur plastischen Torsion eines Vollzylinders mit isotroper Werkstoffverfestigung bei endlichen Formänderungen. In: *Archive of Applied Mechanics* 38 (1969), Nr. 2, S. 119–125
- [77] HAUSDING, J. : *Multiaxiale Gelege auf Basis der Kettenwirktechnik – Technologie für Mehrschichtverbunde mit variabler Lagenanordnung*, Fakultät Maschinenwesen der Technischen Universität Dresden, Dissertation, 2010
- [78] HEGGER, J. ; GORALSKI, C. ; KULAS, C. : Schlanke Fußgängerbrücke aus Textilbeton. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 106 (2011), Nr. 2, S. 64–71
- [79] HEGGER, J. ; VOSS, S. : Tragverhalten von Textilbeton unter zweiaxialer Belastung. In: *2. Kolloquium zu textilbewehrten Tragwerken (CTRS2)*, 2003, S. 313–324
- [80] HEGGER, J. ; VOSS, S. : Textile Reinforced Concrete under Biaxial Loading. In: *Proceedings of the Sixth International RILEM Symposium*, 2004, S. 1463–1472
- [81] HEGGER, J. ; WILL, N. ; CURBACH, M. ; JESSE, F. : Tragverhalten von textilbewehrtem Beton. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 99 (2004), Nr. 6, S. 452–455
- [82] HEGGER, J. ; WILL, N. ; SCHNEIDER, H. N. ; KÖLZER, P. : Neue Bauteile aus textilbewehrtem Beton. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 99 (2004), Nr. 6, S. 482–487
- [83] HEGGER, J. ; WILL, N. ; SCHNEIDER, M. : Textilbeton: Tragverhalten - Bemessung - Sicherheit. In: *Textilbeton in Theorie und Praxis: Proceedings of the 6th Colloquium on Textile Reinforced Structures (CTRS6)*. Curbach, M. and Ortlepp, R., 2011, S. 269–284
- [84] HEILMANN, H. G.: Beziehungen zwischen Zug- und Druckfestigkeit des Betons. In: *Beton* 69 (1969), Nr. 2, S. 68–70
- [85] HEILMANN, H. G. ; HILSDORF, H. ; FINSTERWALDER, K. : Festigkeit und Verformung von Beton unter Zugspannungen. In: *Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton*. Ernst & Sohn, 1969 (Heft 203)

- [86] HERZOG, M. : Torsionsfestigkeit und -steifigkeit von unbewehrten, schlaff bewehrten und vorgespannten Betonstäben nach Versuchen. In: *Beton- und Stahlbetonbau* (1971), Nr. 10, S. 244–252
- [87] HIBBELER, R. C.: *Technische Mechanik 2 - Festigkeitslehre*. 5. Auflage. Pearson Studium, 2005
- [88] HUI, A. K. Y. ; AL-MAHAIDI, R. : An experimental and numerical investigation on torsional strengthening of solid and box-section RC beams using CFRP laminates. In: *Composite Structures* 75 (2006), Nr. 1-4, S. 213–221
- [89] HUI, A. K. Y. ; AL-MAHAIDI, R. : Torsional Capacity of CFRP Strengthened Reinforced Concrete Beams. In: *Journal of Composites for Construction* 11 (2007), Nr. 1, S. 71–80
- [90] HILLERBORG, A. : Analysis of one single crack. In: WITTMANN, F. (Hrsg.): *Fracture Mechanics of Concrete*. Elsevier Science Publishers B. V., 1983, S. 223–249
- [91] HOLTZ SILVA FILHO, J. J. ; SOUZA SÁNCHEZ FILHO, E. de ; SOUZA LIMA VELASCO, M. de: Torsion strengthening of RC beams with carbon fibre composites. In: *Structural Concrete* 11 (2010), Nr. 4, S. 181–190
- [92] HSU, T. T. C.: Paper SP 18-8: Torsion of Structural Concrete-Plain Concrete Rectangular Sections. In: *Torsion of Structural Concrete*. American Concrete Institute, 1968, S. 203–238
- [93] HSU, T. T. C.: Torsion of Structural Concrete – A Summary on Pure Torsion. In: *ACI Journal* 65 (1968), Nr. 4, S. 317–318
- [94] HSU, T. T. C.: Ultimate torque of reinforced rectangular beams. In: *Journal of the Structural Division* 94 (1968), S. 485–510.
- [95] HSU, T. T. C.: *Torsion of Reinforced Concrete*. Van Nostrand Reinhold, 1984
- [96] IVÁNYI, G. : Verstärken von Betonbauteilen – Ziele, Verfahren und Techniken. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 89 (1994), Nr. 1, S. 21–23
- [97] JESSE, D. : *Tragverhalten von textilbewehrtem Beton unter zweiachsender Zugbeanspruchung*, Fakultät Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden, Dissertation, 2011
- [98] JESSE, F. : *Tragverhalten von Filamentgarnen in zementgebundener Matrix*, Fakultät Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden, Dissertation, 2004
- [99] JESSE, F. ; CURBACH, M. : Verstärken mit Textilbeton. In: *Beton-Kalender 2010*. Ernst & Sohn, 2009, S. 457–575
- [100] JESSE, F. ; KAPLAN, F. : Verfahren für Biegeverstärkungen an Stahlbetonbauteilen. In: *Bautechnik* 88 (2011), Nr. 7, S. 433–442
- [101] JING, M. ; GRÜNBERG, J. : Mechanical analysis of reinforced concrete box beam strengthened with carbon fiber sheets under combined actions. In: *Composite Structures* 73 (2006), Nr. 4, S. 488–494

## Literaturverzeichnis

- [102] KARLSSON, I. : Torsional Stiffness of Reinforced Concrete Structures in Pure Torsion / Chalmers University of Technology. 1971. – Forschungsbericht
- [103] KARLSSON, I. : *Stiffness Properties of Reinforced Concrete Beams in Combined Torsion, Bending and Shear*, Chalmers University of Technology Göteborg, Dissertation, 1973
- [104] KÖCKRITZ, U. : *In-Situ Polymerbeschichtung zur Strukturstabilisierung offener nähgewirkter Gelege*, Fakultät Maschinenwesen der Technischen Universität Dresden, Dissertation, 2007
- [105] KESSLER-KRAMER, C. : *Zugtragverhalten von Beton unter Ermüdungsbeanspruchung*, Universität Karlsruhe, Dissertation, 2002
- [106] KLEICKE, R. ; KOWTSCH, C. ; KÖCKRITZ, U. ; CHERIF, C. : Drehergewebte Gitter für textile Betonbewehrungen. In: *Technische Textilien* 50 (2007), Nr. 3, S. 222–223
- [107] KOUTCHOUKALI, N. ; BELARBI, A. : Torsion of High-Strength Reinforced Concrete Beams and Minimum Reinforcement Requirement. In: *ACI Structural Journal* 98 (2001), Nr. 4, S. 462–469
- [108] KRÜGER, M. : *Vorgespannter textiltbewehrter Beton*, Universität Stuttgart, Dissertation, 2004
- [109] KRÜGER, M. ; REINHARDT, H. : Fire Resistance. In: *State-of-the-Art Report of RILEM Technical Committee TC 201 - TRC "Textile Reinforced Concrete" RILEM Report 36*. 2006, S. 211 – 219
- [110] KRÜGER, M. ; REINHARDT, H. ; RAUPACH, M. ; ORLOWSKY, J. : Textiltbewehrter Beton unter Brandbeanspruchung.. In: *Betonwerk + Fertigteil-Technik* 71 (2005), Nr. 10, S. 38–48
- [111] KUPFER, H. : Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung. In: *Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton*. Ernst & Sohn, 1973 (Heft 229)
- [112] LAMPERT, P. : Bruchwiderstand von Stahlbetonbalken unter Torsion und Biegung / Institut für Baustatik - Eidgenössische Technische Hochschule Zürich. 1970 (26). – Forschungsbericht
- [113] LAMPERT, P. ; LÜCHINGER, P. ; THÜRLIMANN, B. ; ZÜRICH, E. (Hrsg.): Torsionsversuche an Stahl- und Spannbetonbalken / Institut für Baustatik - Eidgenössische Technische Hochschule Zürich. ETH Zürich, 1971. – Forschungsbericht. – 98 S.
- [114] LAMPERT, P. ; THÜRLIMANN, B. : Versuchsanlage für Balken unter Torsion-Biegung-Querkraft / Institut für Baustatik - Eidgenössische Technische Hochschule Zürich. 1967. – Bericht
- [115] LAMPERT, P. ; THÜRLIMANN, B. : Torsionsversuche an Stahlbetonbalken / Institut für Baustatik - Eidgenössische Technische Hochschule Zürich. 1968. – Forschungsbericht

- [116] LEONHARDT, F. ; MÖNNIG, E. : *Vorlesung über Massivbau. Teil 1: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau*. Springer, 1984
- [117] LEONHARDT, F. ; SCHELLING, G. : Torsionversuche an Stahlbetonbalken. In: *Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton*. Ernst & Sohn, 1974 (Heft 239)
- [118] LEPENIES, I. : *Zur hierarchischen und simultanen Multi-Skalen-Analyse von Textilbeton*, Fakultät Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden, Dissertation, 2007
- [119] LESSIG, N. N.: Determination of the load bearing capacity of reinforced concrete elements with rectangular cross section under simultaneous action of flexure and torsion (in Russisch). In: *Betona i Zhelezobetona* (1959), Nr. 3, S. 109–113
- [120] LIU, B. : *Modellversuche und Vergleichsrechnungen zum Verhalten von Stahlbetonplattenbalken bei Torsion mit Biegung und Querkraft*, Universität Hannover, Dissertation, 1991
- [121] LOHMEYER, G. ; BERGMANN, H. ; EBELING, K. : *Stahlbetonbau*. Vieweg+Teubner, 2004
- [122] LORENZ, E. : *Beitrag zum Verbundtragverhalten und der Verankerung textiler Bewehrungen in der Feinbetonmatrix*, HTW Dresden, Masterarbeit, 2008
- [123] LORENZ, E. ; ORTLEPP, R. : Berechnungsalgorithmus zur Bestimmung der Verankerungslänge der textilen Bewehrung in der Feinbetonmatrix. In: *Textile Reinforced Structures : Proceedings of the 4th Colloquium on Textile Reinforced Structures (CTRS4) und zur 1. Anwendertagung*. Curbach, M. and Jesse, F., 2009, S. 491–502
- [124] LORENZ, E. ; ORTLEPP, R. : Anchoring Failure Mechanisms of Textile Reinforced Concrete Strengthening of RC Structures. In: *Proceedings of the ACI 2010 Fall Convention, Pittsburgh*. 2010
- [125] LORENZ, E. ; ORTLEPP, R. : Bond Behavior of Textile Reinforcements – Development of a Pull-Out Test and Modeling of the Respective Bond versus Slip Relation. In: *Proceedings of the RILEM-International Workshop "High Performance Fiber Reinforced Cement Composites - HPFRCC 6"*. 2011
- [126] LORENZ, E. ; ORTLEPP, R. : Untersuchungen zur Bestimmung der Übergreifungslängen textiler Bewehrungen aus Carbon in Textilbeton (TRC). In: *Textilbeton in Theorie und Praxis: Proceedings of the 6th Colloquium on Textile Reinforced Structures (CTRS6)*. Curbach, M. and Ortlepp, R., 2011, S. 85–102
- [127] MAIDL, B. : *Handbuch für Spritzbeton*. Ernst & Sohn, 1992
- [128] MARSHALL, W. T. ; TEMBE, N. R.: Experiments on Plain and Reinforced Concrete in Torsion. In: *The Structural Engineer* 19 (1941), Nr. 11, S. 177–191
- [129] MASHIMA, M. ; HANNANT, D. J. ; G., K. J.: Tensile Properties of Polypropylene Reinforced Cement with Different Fibre Orientations. In: *ACI Journal* 87 (1990), Nr. 2, S. 172–178

- [130] MATTHYS, S. ; TRIANTAFILLOU, T. : Shear and Torsion Strengthening with Externally Bonded FRP Reinforcement. In: *Proceedings of the Workshop on Composites in Construction*. American Society of Civil Engineering (ASCE), 2001, S. 203–212
- [131] MECHTCHERINE, V. : *Bruchmechanische und fraktologische Untersuchungen zur Rissausbreitung in Beton*, Fakultät Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität Karlsruhe, Dissertation, 2000
- [132] MITCHELL, D. ; COLLINS, M. P.: Diagonal Compression Field Theory-A Rational Model for Structural Concrete in Pure Torsion. In: *ACI Journal* 71 (1974), Nr. 8, S. 396–408
- [133] MIYAMOTO, T. : Torsional Strength of Reinforced Concrete. In: *Concrete and Costructional Engineering* 22 (1927), Nr. 11, S. 637–647
- [134] MÜLLER, H. ; KVITSEL, V. : Kriechen und Schwinden von Beton. Grundlagen der neuen DIN 1045 und Ansätze für die Praxis. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 97 (2002), Nr. 1, S. 8–19
- [135] MÜNGER, F. ; SCHÖFFENDT, E. : Verbundsicherung bei Aufbeton. Erfahrungen zur Verstärkung von Tragwerken aus Beton. In: *Jahrbuch 2004 Bautechnik*. Verein Deutscher Ingenieure, 2004, S. 173–181
- [136] MOHAMMADIZADEH, M. R. ; FADAEE, M. J.: Torsional Behaviour of High-Strength Concrete Beams Strengthened Using CFRP Sheets; an Experimental and Analytical Study. In: *Civil Engineering* 16 (2009), Nr. 4, S. 321–330
- [137] MOLTER, M. : *Zum Tragverhalten von textilibewehrtem Beton*, Fakultät für Bauingenieurwesen der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Dissertation, 2005
- [138] MÖRSCH: Schub- und Scherfestigkeit des Betons. In: *Schweizerische Bauzeitung* 43/44 (1904), Nr. 27, S. 307–309
- [139] MÖRSCH, E. : *Der Eisenbetonbau: Seine Theorie und Anwendung*. Verlag von Konrad Wittwer, 1906
- [140] MÖRSCH, E. : *Der Eisenbetonbau*. Verlag von Konrad Wittwer, 1908
- [141] MUSCHELISVILI, N. I.: *Einige Grundaufgaben zur mathematischen Elastizitätstheorie*. VEB Fachbuchverlag Leipzig, 1971
- [142] NAVIER, M. : *Résumé des Leçons données a l'École des Ponts et Chaussées sur l'Application de la Mécanique a l'Établissement des Constructions et des Machines*. Librairie Des Corps Royaux Des Ponts Et Chausseurs Et Des Mines, 1833
- [143] NÁDAI, A. : Der Beginn des Fließvorganges in einem tordierten Stab. In: *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 3 (1923), Nr. 6, S. 442–454
- [144] NÁDAI, A. : *Plasticity*. McGraw-Hill Book Company, 1931

- [145] OFFERMANN, P. ; ABDKADER, A. ; ENGLER, T. ; SCHIERZ, M. : Grundlagen textiler Bewehrungsstrukturen zur Verstärkung bestehender Bauwerke. In: *Textile Bewehrungen zur bautechnischen Verstärkung und Instandsetzung: Arbeits- und Ergebnisbericht für die Periode II/1999-I/2002*. Sonderforschungsbereich 528, Technische Universität Dresden, 2001, S. 25–74
- [146] OFFERMANN, P. ; ENGLER, T. ; GRIES, T. ; ROYE, A. : Technische Textilien zur Bewehrung von Betonbauteilen. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 99 (2004), Nr. 6, S. 437–443
- [147] OJHA, K. : *Die Steifigkeit und das Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spanbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegemoment, Querkraft und Axialkraft*. Technische Universität Braunschweig, 1982
- [148] OJHA, S. ; KORDINA, K. : Theoretische und experimentelle Untersuchungen an Stahlbetonrechteckbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegemoment und Querkraft / Braunschweig. Inst. f. Baustoffkunde u. Stahlbetonbau d. Techn. Univ. Braunschweig. 1973. – Forschungsbericht
- [149] ONKEN, P. ; GRUNEWALD, D. : Verstärkung von Brückenbauwerken mit Faserverbundwerkstoffen. In: *Tiefbau* 2004 (116), Nr. 4, S. 238–243
- [150] ORLOWSKY, J. : Zur Dauerhaftigkeit von AR-Glasbewehrung in Textilbeton. In: *Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton*. Beuth, 2005 (Heft 558)
- [151] ORTLEPP, R. : *Untersuchungen zur Verbundverankerung textilbewehrter Feinbetonverstärkungsschichten für Betonbauteile*, Fakultät Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden, Dissertation, 2006
- [152] ORTLEPP, R. ; LORENZ, A. ; CURBACH, M. : Umschnürungswirkung textilbewehrter Verstärkungen im Lasteinleitungsbereich von Stützen in Abhängigkeit von der Geometrie. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 106 (2011), Nr. 7, S. 490–500
- [153] ORTLEPP, R. ; SCHLADITZ, F. ; CURBACH, M. : Textilbetonverstärkte Stahlbetonstützen. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 106 (2011), Nr. 9, S. 640–648
- [154] PANCHACHARAM, S. ; BELARBI, A. : Torsional Behavior of Reinforced Concrete Beams Strengthened with FRP Composites. In: *Proceedings of the First FIB Congress on Concrete Structures in the 21st Century, Osaka, Japan*. 2002
- [155] PANDIT, G. ; WARWARUK, J. : Reinforced Concrete Beams in Combined Bending and Torsion. In: *ACI Journal* 65 (1968), Nr. 4, S. 315–317
- [156] PECH, A. ; KOLBITSCH, A. ; ZACH, F. : *Baukonstruktionen: Tragwerke*. Springer, 2007
- [157] PELED, A. ; BENTUR, A. ; YANKELEVSKY, D. Z. : Flexural Performance of Cementitious Composites Reinforced with Woven Fabrics. In: *Journal of Materials in Civil Engineering* 11 (1999), Nr. 4, S. 325–330
- [158] PRANDTL, L. : Zur Torsion von prismatischen Stäben. In: *Physikalische Zeitschrift* 4 (1903), S. 758–759

## Literaturverzeichnis

- [159] PRANDTL, L. : Eine neue Darstellung der Torsionsspannungen bei prismatischen Stäben von beliebigem Querschnitt. In: *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 13 (1904), S. 31–36
- [160] PROBST, E. : *Principles of Plain and Reinforced Concrete Construction*. Edward Arnold & Co., London, 1936
- [161] RAHAL, K. ; COLLINS, M. : Effect of Thickness of Concrete Cover on Shear-Torsion Interaction, An Experimental Investigation. In: *ACI Structural Journal* 92 (1995), Nr. 3, S. 334–342
- [162] RAHLWES, K. : Zur Torsionssteifigkeit von Stahlbetonrechteckquerschnitten. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 69 (1970), Nr. 9, S. 226–228
- [163] RAMAKANTH, T. A.: *Reine Torsion bei vorgespanntem Beton*, Technischen Universität Dresden, Dissertation, 1966
- [164] RANDL, N. ; MÜNGER, F. ; WICKE, M. : Verstärkung von Brückentragwerken durch Aufbeton. In: *Bauingenieur* 80 (2005), Nr. 4, S. 207–214
- [165] RASCH, C. : Spannungs-Dehnungs-Linien des Betons und Spannungsverteilung in der Biegedruckzone bei konstanter Dehngeschwindigkeit. In: *Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton*. Ernst & Sohn, 1962 (Heft 154)
- [166] RAUSCH, E. : *Berechnungen des Eisenbetons gegen Verdrehung und Abscherung*. Springer, 1938
- [167] REMMEL, G. : Zum Zug- und Schubtragverhalten von Bauteilen aus hochfestem Beton. In: *Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton*. Beuth, 1994 (Heft 444)
- [168] RENNIE, G. : Account of Experiments Made on the Strength of Materials. In: *the Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 108 (1818), Nr. 1, S. 118–136
- [169] RICHTER, M. : *Entwicklung mechanischer Modelle zur analytischen Beschreibung der Materialeigenschaften von textilbewehrtem Feinbeton*, Fakultät Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden, Dissertation, 2005
- [170] ROMUALDI, P. J. ; BATSON, G. B.: Mechanics of Crack Arrest in Concrete. In: *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*. 89. 1963 (Nr. EM3), S. 147–168
- [171] ROSTÁSY, F. ; HOLZENKÄMPFER, P. ; HANKERS, C. : Geklebte Bewehrung für die Verstärkung von Betonbauteilen. In: EIBL, J. (Hrsg.): *Beton-Kalender 1996*, Ernst & Sohn, 1996, S. 547–576
- [172] ROYE, A. ; GRIES, T. : Ultraschallschweißen von technischen Garnen zu Schläuchen. In: *Allgemeiner Vliesstoff-Report* 33 (2004), Nr. 6, S. 24
- [173] ROYE, A. ; GRIES, T. : Technische Abstandstextilien – dreidimensionale textile Betonbewehrung. In: *Technische Textilien* 49 (2006), S. 51–52
- [174] RUSSWURM, D. : *Betonstähle für den Stahlbetonbau – Eigenschaften und Verwendung*. Bauverlag, 1993

- [175] RYCHLEWSKI, J. : Plastic torsion of bars with jump non-homogeneity. In: *Acta Mechanica* 1 (1965), Nr. 1, S. 36–53
- [176] SAINT-VENANT, A.-J.-C. B. d.: Mémoire sur la torsion des prismes à base rectangle et à base losange et sur une petite correction numérique à faire subir, en général, aux moments de torsion. In: *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* 17 (1843), S. 1180–1190
- [177] SAINT-VENANT, A.-J.-C. B. d.: Mémoire sur la torsion des prismes et sur la forme affectée par leurs sections transversales primitivement planes. In: *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* 24 (1847), S. 485–488
- [178] SAINT-VENANT, A.-J.-C. B. d.: Mémoire sur l'équilibre des corps solides, dans les limites de leur élasticité, et sur les conditions de leur résistance quand les déplacements éprouvés par leur points ne sont pas très-petits. In: *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* 24 (1847), S. 260–263
- [179] SAINT-VENANT, A.-J.-C. B. d.: Suite au Mémoire sur la torsion des prismes. In: *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* 24 (1847), S. 1028–1031
- [180] SAINT-VENANT, A.-J.-C. B. d.: *Torsion des Prismes*. Imprimerie Imperiale, 1855
- [181] SALOM, P. R. ; GERGELY, J. ; YOUNG, D. T.: Torsional retrofit of spandrel beams with composite laminates. In: *Structures & Buildings* 157 (2004), Nr. 1, S. 69–76
- [182] SALOM, P. R. ; GERGELY, J. ; YOUNG, D. T.: Torsional Strengthening of Spandrel Beams with Fiber-Reinforced Polymer Laminates. In: *Journal of Composites for Construction* 8 (2004), S. 157–162
- [183] SAVART, F. : Mémoire sur la réaction de torsion des lames et des verges rigides. In: *Annales de Chimie et de Physique* Bd. 41. 1830, S. 373–397
- [184] SCHLADITZ, F. ; A., B. ; ORTLEPP, R. ; CURBACH, M. : Shear force strengthening of large, reinforced concrete components using Textile Reinforced Concrete (TRC). In: GRCA (Hrsg.): *Proceedings of the 15th Congress of the International Glassfibre Reinforced Concrete Association*. The Concrete Society, 2008
- [185] SCHLADITZ, F. ; CURBACH, M. : Torsionsversuche an textilbetonverstärkten Stahlbetonbauteilen. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 104 (2009), Nr. 12, S. 835–843
- [186] SCHLADITZ, F. ; CURBACH, M. : Torsion tests on textile-reinforced concrete strengthened specimens. In: *Materials and Structures* Online First (2011)
- [187] SCHLADITZ, F. ; LORENZ, E. ; CURBACH, M. : Biegetragfähigkeit von textilbetonverstärkten Stahlbetonplatten. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 106 (2011), Nr. 6, S. 377–384
- [188] SCHLADITZ, F. ; LORENZ, E. ; JESSE, F. ; CURBACH, M. : Verstärkung einer denkmalgeschützten Tonnenschale mit Textilbeton. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 104 (2009), Nr. 7, S. 432–437

## Literaturverzeichnis

- [189] SCHNEIDER, K.-J. ; SCHNEIDER, K.-J. (Hrsg.): *Bautabellen für Ingenieure*. Werner Verlag, 2010
- [190] SCHNELL, J. ; BINDSEIL, P. ; LOCH, M. : Tragwerksplanung für das Bauen im Bestand - Praxishandbuch. In: *Stahlbetonbau aktuell 2011*. Bauwerk, 2011, S. G1–G41
- [191] SCHNELL, J. ; FISCHER, A. ; LOCH, M. : Anwendung von Teilsicherheitsbeiwerten auf Bestandsbauten im Hochbau / Technische Universität Kaiserslautern, Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion. 2009. – Abschlussbericht
- [192] SCHNELL, J. ; LOCH, M. : Umrechnung historischer Baustoffkennwerte auf charakteristische Werte. In: *Der Prüflingenieur* 34 (2009), S. 50–61
- [193] SCHOLZ, W. ; KNOBLAUCH, H. ; HIESE, W. (Hrsg.): *Baustoffkenntnis*. 16. Auflage. Werner Verlag, 2007
- [194] SCHORN, H. ; HEMPEL, R. ; GRUNER, T. ; S., W. : Grundlagen für die Gefüge- und Verbundoptimierung der Matrices von textilbewehrten Betonen. In: *Textile Bewehrungen zur bautechnischen Verstärkung und Instandsetzung: Arbeits- und Ergebnisbericht für die Periode II/1999-I/2002*. Sonderforschungsbereich 528, Technische Universität Dresden, 2001, S. 75–120
- [195] SCHORN, H. ; SONNENBERG, R. ; MAURER, P. : *Spritzbeton*. Bau + Technik, 2005
- [196] SCHRÖDER, S. : Zugfestigkeit von Beton unter mehraxialer Belastung. In: *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 51. Forschungskolloquium des DAfStb*. Breit, W. and Kurz, W. and Schnell, J. and Kohlmeyer, C., 2010, S. 263–274
- [197] SICKERT, J.-U. ; SCHWITEILO, K. ; JESSE, F. : Statistische Auswertung der Bruchspannung einaxialer Zugversuche an Textilbeton - Vorschläge für Teilsicherheitsbeiwerte. In: *Textilbeton in Theorie und Praxis: Proceedings of the 6th Colloquium on Textile Reinforced Structures (CTRS6)*. Curbach, M. and Ortlepp, R., 2011, S. 141–156
- [198] SIGRIST, V. : *Zum Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern*, ETH Zürich, Dissertation, 1995
- [199] SPECK, K. : *Beton unter mehraxialer Beanspruchung. Ein Materialgesetz für Hochleistungsbetone unter Kurzzeitbelastung*, Fakultät Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden, Dissertation, 2008
- [200] SZABO, I. : *Höhere Technische Mechanik*. Springer, 2009
- [201] TEUTSCH, M. : *Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken mit rechteckigem Querschnitt unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion*, TU Braunschweig, Dissertation, 1980
- [202] TIMOSHENKO, S. ; GOODIER, J. ; COMPANIES, M.-H. (Hrsg.): *Theory of Elasticity*. 1951
- [203] TÄLJSTEN, B. : *FRP strengthening of existing concrete structures*. 4. Luleå University of Technology, 2006

- [204] TREGGOLD, T. : *Practical essay on the strength of cast iron and other metals*. 2. J. Taylor, 1824
- [205] TRIANTAFILLOU, T. ; TASK GROUP 9.3 fib (Hrsg.): *Bulletin 14: Externally bonded FRP reinforcement for RC structures*. 2001
- [206] TURNER, L. ; DAVIES, V. : Plain and reinforced concrete in torsion, with particular reference to reinforced-concrete beams. In: *The Institution of Civil Engineers* 1 (1934), Nr. 165, S. 1–33
- [207] UEBEL, F. : Zur Berechnung von drillbeanspruchten Stäben mit rechteckigen und aus Rechtecken zusammengesetzten Profilen (Walzträger). In: *Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens* 10 (1939), Nr. 3, S. 123–141
- [208] UNGER, H. : Der Einfluß von Ribbildungen auf die Torsionssteifigkeit von Stahlbeton- und Spannbetonkonstruktionen. In: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule Leipzig* 4 (1980), Nr. 1, S. 19–25
- [209] VARGHESE, A. : *Torsional Strengthening of Reinforced Concrete Beams*, College of Engineering Trivandrum, Seminar Report, 2010
- [210] VORWAGNER, A. ; BURTSCHER, S. L. ; GRASS, G. ; KOLLEGGER, J. : Verstärkung mit vorgespannten eingeschlitzten Lamellen. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 105 (2010), Nr. 1, S. 9–18
- [211] VOSS, S. : *Ingenieurmodell zum Tragverhalten von textilbewehrtem Beton*, Fakultät Bauingenieurwesen der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Dissertation, 2008
- [212] WEILAND, S. : *Interaktion von Betonstahl und textiler Bewehrung bei der Biegeverstärkung mit textilbewehrtem Beton*, Fakultät Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden, Dissertation, 2010
- [213] WEISBACH, J. : *Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-mechanik*. F. Vieweg und sohn, 1850
- [214] WENDEHORST, R. ; VOLLENSCHAAR, D. (Hrsg.): *Baustoffkunde*. Vieweg+Teubner, 2004
- [215] WINDISCH, E. : Zur Torsion zusammengesetzter Stäbe. In: *ZAMM - Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 57 (1977), Nr. 12, S. 693–705
- [216] WISCHERS, G. : Aufnahme und Auswirkungen von Druckbeanspruchungen auf Beton. In: *Betontechnische Berichte*. 1978, S. 31–56
- [217] WUNDERLICH, W. ; KIENER, G. : *Statik der Stabtragwerke*. Vieweg+Teubner, 2004
- [218] ZEDLER, T. ; MARK, P. : Druckstreben tragfähigkeit torsionsbeanspruchter Stahlbetonbalken mit üblicher Betondeckung. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 101 (2006), Nr. 9, S. 681–694
- [219] ZILCH, K. ; ZEHETMAIER, G. : *Bemessung im konstruktiven Betonbau*. Springer, 2006

*Literaturverzeichnis*

- [220] ZLATANOVSKI, T. : Numerische Lösung des Torsionsproblems bei Verbundstäben mit Hilfe von Randintegralgleichungen. In: *Zamm - Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 70 (1990), Nr. 6, S. 727–730
- [221] ZLATANOVSKI, T. : Zur Lösung des Torsionsproblems bei Verbundstäben nach der Integralgleichungsmethode von Muschelischwili. In: *Ingenieur-Archiv* 60 (1990), Nr. 6, S. 378–388

# A Symbolverzeichnis

## Große lateinische Buchstaben

<i>A</i>	Fläche
<i>E</i>	Elastizitätsmodul
<i>F</i>	Kraft
<i>G</i>	Schubmodul
<i>I</i>	Flächenträgheitsmoment 2. Grades
<i>K</i>	Steifigkeit
<i>L</i>	Lagen
<i>M</i>	Moment
<i>P</i>	Kraft
<i>Q</i>	Querschnitt
<i>T</i>	Torsionsmoment, textile Bewehrung
<i>V</i>	Querkraft, Schubkraft

## Kleine lateinische Buchstaben

<i>a</i>	Fläche je Längeneinheit
<i>b</i>	Breite, Bauteilbreite
<i>c</i>	Betondeckung
<i>d</i>	Durchmesser, Dicke
<i>f</i>	Festigkeit
<i>h</i>	Höhe, Bauteilhöhe
<i>k</i>	Korrekturfaktor, Abminderungsfaktor
<i>l</i>	Länge, Bauteillänge
<i>m</i>	Moment je Längeneinheit
<i>n</i>	Normalkraft je Längeneinheit, Anzahl
<i>r</i>	Radius
<i>s</i>	Abstand, Stababstand, Umlaufkoordinate
<i>t</i>	Wanddicke
<i>u</i>	Umfang, Verwölbung
<i>v</i>	Schubfluss
<i>x</i>	Koordinaten in Richtung der Bauteillänge
<i>y</i>	Koordinaten in Richtung der Bauteilbreite
<i>z</i>	Koordinaten in Richtung der Bauteilhöhe

### Griechische Buchstaben

$\alpha$	Winkel der Bewehrung zur Bauteilachse, Koeffizient für das Torsionsträgheitsmoment, Winkel der textilen Bewehrung zur Rissöffnungsrichtung
$\beta$	Koeffizient für das Torsionswiderstandsmoment
$\gamma$	Teilsicherheitsbeiwert, Gleitung
$\varepsilon$	Dehnung
$\theta$	Druckstrebenwinkel
$\vartheta$	Verdrillung, Verwindung um die Bauteillängsachse
$\mu$	Querdehnzahl
$\rho$	Bewehrungsgrad
$\sigma$	Normalspannung
$\tau$	Schubspannung
$\varphi$	Verdrehwinkel um die Bauteillängsachse

### Indizes

<i>a</i>	außen
<i>b</i>	Verbund
<i>c</i>	Beton
<i>d</i>	Bemessungswert
<i>e</i>	effektiv
<i>el</i>	elastisch
<i>f</i>	textile Bewehrung/Faser/Roving/Sheet
<i>fc</i>	Feinbeton der Verstärkung
<i>fl</i>	Biegezug (flexure)
<i>h</i>	Bauteilhöhe
<i>i</i>	Laufvariable, innen
<i>j</i>	Laufvariable
<i>k</i>	charakteristisch, Kern
<i>l</i>	längs, Längsbewehrung
<i>m</i>	Durchschnittswert, mittlerer Wert, Mittel
<i>q</i>	veränderliche Einwirkungen, quer
<i>s</i>	Bewehrungsstahl, Sandhügel
<i>t</i>	Zug, textile Bewehrung
<i>tc</i>	Textilbeton
<i>v</i>	vertikal, verstärkt
<i>w</i>	quer, Querbewehrung

<i>y</i>	Fließ-, Streckgenze
<i>cal</i>	Rechenwert
<i>cube</i>	Würfel
<i>erf</i>	erforderlich
<i>eff</i>	effektiv
<i>ges</i>	gesamt
<i>max</i>	maximaler Wert
<i>min</i>	minimaler Wert
<i>vorh</i>	vorhanden
<i>G</i>	ständige Einwirkungen
<i>Rd</i>	Bemessungswiderstand
<i>Sek</i>	Sekante
<i>T</i>	Torsion
<i>W</i>	Widerstandsmoment
<i>I</i>	ungerissener Zustand des Querschnitts (Zustand I)
<i>II</i>	gerissener Zustand des Querschnitts (Zustand II)
<i>III</i>	gerissener Zustand des Querschnitts (Zustand III)

### Große lateinische Buchstaben mit Indizes

$A_c$	Betonfläche
$A_f$	Querschnittsfläche der textilen Fasern/Rovings
$A_{f,l}$	Querschnittsfläche einer Faser/ eines Rovings der Längsbewehrung
$A_{f,w}$	Querschnittsfläche einer Faser/ eines Rovings der Querbewehrung
$A_{k,c}$	Kernfläche des Stahlbetonkörpers
$A_{k,tc}$	Kernfläche der Textilbetonverstärkung
$A_m$	von der Profilmittellinie eingeschlossene Fläche
$A_s$	Querschnittsfläche des Bewehrungsstahls
$A_{s,l}$	Querschnittsfläche des Bewehrungsstahls der Längsbewehrung
$A_{s,w}$	Querschnittsfläche des Bewehrungsstahls der Querbewehrung
$E_c$	Elastizitätsmodul des Normalbetons
$E_f$	Elastizitätsmodul der textilen Fasern/Rovings/Sheets
$F_c$	Betondruckkraft
$F_{c,t}$	Betonzugkraft
$F_{cr}$	Risskraft
$F_{f,d,h}$	Zugkraft der Sheets in Richtung der Querschnittshöhe
$F_{f,d,v}$	Zugkraft der Sheets in Richtung der Querschnittsbreite
$F_f$	Zugkraft der textilen Fasern/Rovings/Sheets
$F_{f,l}$	Zugkraft der textilen Fasern/Rovings der Längsbewehrung
$F_{f,q}$	Zugkraft der textilen Fasern/Rovings in Bauteilquerrichtung
$F_{f,w}$	Zugkraft der textilen Fasern/Rovings der Querbewehrung
$F_s$	Zugkraft des Bewehrungsstahls
$F_{s,l}$	Zugkraft des Bewehrungsstahls der Längsbewehrung

## A Symbolverzeichnis

$F_{s,q}$	Zugkraft des Bewehrungsstahls in Bauteilquerrichtung
$F_{s,w}$	Zugkraft des Bewehrungsstahls der Querbewehrung
$F_u$	Bruchkraft
$G_i$	Schubmodul des Material i
$G_j$	Schubmodul des Material j
$G_0$	Tangentenmodul
$G_{Sek}$	Sekantenmodul
$GI_T$	Torsionssteifigkeit
$I_T$	Torsionsträgheitsmoment
$I_{T,c}$	Torsionsträgheitsmoment des Betonquerschnitts
$K_{T,el}^I$	Torsionssteifigkeit nach der Elastizitätstheorie
$K_T^I$	Torsionssteifigkeit eines Stahlbetonkörpers im Zustand I
$K_T^{II}$	Torsionssteifigkeit eines Stahlbetonkörpers im Zustand II
$M_T$	Torsionsmoment
$M_{T,i}$	Torsionsmoment des Materials i
$M_{T,j}$	Torsionsmoment des Materials j
$P_1$	Kraft des Zylinder 1
$P_2$	Kraft des Zylinder 2
$\Delta P$	Differenz der Zylinderkräfte $P_1$ und $P_2$
$T_{cr}$	maximal aufnehmbares Torsionsmoment im Zustand I (Rissmoment), gleich $T_{I,max}$
$T_{Ed}$	Bemessungswert des einwirkenden Torsionsmoments
$T_{Rd}$	Bemessungswert des aufnehmbaren Torsionsmoments
$T_{Rd,l}$	Bemessungswert des aufnehmbaren Torsionsmoments der Längsbewehrung
$T_{Rd,q}$	Bemessungswert des aufnehmbaren Torsionsmoments der Querbewehrung
$T_{Rd,max}$	Bemessungswert des aufnehmbaren Torsionsmoments der Betondruckstrebe
$T_I$	Torsionsmoment im Zustand I
$T_{I,max}$	maximal aufnehmbares Torsionsmoments im Zustand I (Rissmoment)
$T_{I,max,q}$	Rissmoment unter Berücksichtigung der Stahlbewehrung
$T_{II}$	Torsionsmoment im Zustand II
$T_{II,l}$	Torsionsmoment infolge der in Bauteillängsrichtung wirkenden Bewehrung im Zustand II
$T_{II,q}$	Torsionsmoment infolge der in Bauteilquerrichtung wirkenden Bewehrung im Zustand II
$T_{II,max}$	maximal aufnehmbares Torsionsmoment im Zustand II (Bruchmoment)
$T_{II,max,c}$	maximal aufnehmbares Torsionsmoment der Betondruckstrebe im Zustand II
$T_{II,max,d}$	Bemessungswert des aufnehmbaren Torsionsmoments eines sheetverstärkten Stahlbetonkörpers
$T_{II,max,fc}$	maximal aufnehmbares Torsionsmoment der Feinbetondruckstrebe im Zustand II
$T_{II,max,f,d}$	Bemessungswert des aufnehmbaren Torsionsmoments einer Sheetverstärkung
$T_{II,max,f,l}$	maximal aufnehmbares Torsionsmoment der textilen Längsbewehrung im Zustand II
$T_{II,max,f,w}$	maximal aufnehmbares Torsionsmoment der textilen Querbewehrung im Zustand II

$T_{II,max,s,l}$	maximal aufnehmbares Torsionsmoment der Stahllängsbewehrung im Zustand II
$T_{II,max,s,w}$	maximal aufnehmbares Torsionsmoment der Stahlquerbewehrung im Zustand II
$T_{II,max,Stb,d}$	Bemessungswert des aufnehmbaren Torsionsmoments eines Stahlbetonkörpers
$V_T$	Torsionsschubkraft, Schubkraft aus Torsion
$W_T$	Torsionswiderstandsmoment
$W_{T,c}$	Torsionswiderstandsmoment des unverstärkten Stahlbetonkörpers
$W_{T,v}$	Torsionswiderstandsmoment des verstärkten Stahlbetonkörpers

### Kleine lateinische Buchstaben mit Indizes

$a_{s,l}$	Querschnittsfläche des Bewehrungsstahls in Längsrichtung je Längeneinheit senkrecht zur Bewehrungsachse
$a_{s,w}$	Querschnittsfläche des Bewehrungsstahls in Querrichtung je Längeneinheit senkrecht zur Bewehrungsachse
$a_f$	Querschnittsfläche der textilen Fasern/Rovings je Längeneinheit senkrecht zur Faserachse
$a_{f,eff}$	
$a_{f,eff,u}$	
$a_{f,l}$	Querschnittsfläche des textilen Fasern/Rovings in Längsrichtung je Längeneinheit senkrecht zur Bewehrungsachse
$a_{f,w}$	Querschnittsfläche des textilen Fasern/Rovings in Querrichtung je Längeneinheit senkrecht zur Bewehrungsachse
$b_c$	Breite des Betonquerschnitts
$b_f$	Breite der CFK- oder GFK-Sheets
$b_k, b_{k,s}$	Breite der Kernfläche des Stahlbetonkörpers
$b_{k,tc}$	Breite der Kernfläche der Textilbetonverstärkung
$b_v$	Breite des textilbetonverstärkten Stahlbetonkörpers
$c_{nom}, c_{nom,s}$	Nennmaß der Betondeckung der Stahlbewehrung
$c_{nom,t}$	Nennmaß der Feinbetondeckung der textilen Bewehrung
$d_a$	Außendurchmesser
$d_c$	Durchmesser des Betonquerschnitts
$d_f$	Durchmesser der textilen Faser
$d_i$	Innendurchmesser
$d_k, d_{k,s}$	Durchmesser der Kernfläche des Stahlbetonkörpers
$d_{k,tc}$	Durchmesser der Kernfläche der Textilbetonverstärkung
$d_m$	mittlerer Durchmesser
$d_{s,l}$	Durchmesser des Bewehrungsstahls in Längsrichtung
$d_{s,w}$	Durchmesser des Bewehrungsstahls in Querrichtung
$d_{tc}$	Dicke der Textilbetonschicht
$d_v$	Durchmesser des textilbetonverstärkten Stahlbetonkörpers
$f_c$	Zylinderdruckfestigkeit des Betons

## A Symbolverzeichnis

$f_{c,d}, f_{cd}$	Bemessungswert der Betondruckfestigkeit
$f_{c,k}, f_{ck}$	charakteristische Betondruckfestigkeit
$f_{c,m}$	mittlerer Wert der Zylinderdruckfestigkeit des Betons
$f_{c,cube,m}$	mittlerer Wert der Würfeldruckfestigkeit des Betons
$f_{c,t}$	zentrischen Zugfestigkeit des Betons
$f_{c,t,m}$	mittlerer Wert der zentrischen Zugfestigkeit des Betons
$f_{c,t,fl}$	Biegezugfestigkeit des Betons
$f_{c,t,fl,m}$	mittlerer Wert der Biegezugfestigkeit des Betons
$f_f$	Wert der Zugfestigkeit der textilen Fasern / Rovings
$f_{f,\alpha}$	winkelabhängige Zugfestigkeit der textilen Fasern/Rovings
$f_{f,\alpha,l}$	winkelabhängige Zugfestigkeit der textilen Längsbewehrung
$f_{f,\alpha,w}$	winkelabhängige Zugfestigkeit der textilen Querbewehrung
$f_{f,m}$	mittlerer Wert der Zugfestigkeit der textilen Fasern/Rovings/Bewehrung
$f_{f,s}$	Standartabweichung der Zugfestigkeit der textilen Fasern/Rovings/Bewehrung
$f_{fc,cube}$	Würfeldruckfestigkeit (Würfel: 40/40/40 mm) des Feinbetons
$f_{fc,cube,m}$	mittlerer Wert der Würfeldruckfestigkeit (Würfel: 40/40/40 mm) des Feinbetons
$f_{fcd}$	Bemessungswert der Feinbetondruckfestigkeit
$f_{fck}$	charakteristische Feinbetondruckfestigkeit
$f_{f_{c,t}}$	zentrischen Zugfestigkeit des Feinbetons
$f_{f_{c,t,m}}$	mittlerer Wert der zentrischen Zugfestigkeit des Feinbetons
$f_{f_{c,t,fl}}$	Biegezugfestigkeit des Feinbetons
$f_{f_{c,t,fl,m}}$	mittlerer Wert der Biegezugfestigkeit des Feinbetons
$f_{fd}$	Bemessungswert der Zugfestigkeit der textilen Bewehrung
$f_{fk}$	charakteristische Zugfestigkeit der textilen Bewehrung
$f_{fk,\alpha}$	charakteristische winkelabhängige Zugfestigkeit der textilen Bewehrung
$f_{0,2}$	Wert der 0,2 %-Dehngrenze des Bewehrungsstahls
$f_{0,2,m}$	mittlerer Wert der 0,2 %-Dehngrenze des Bewehrungsstahls
$f_{s,l}$	Streckgrenze der Stahllängsbewehrung, gleich $f_{y,l}$
$f_{s,w}$	Streckgrenze der Stahlquerbewehrung, gleich $f_{y,w}$
$f_t$	Zugfestigkeit des Bewehrungsstahls
$f_{t,k}, f_{tk}$	charakteristische Zugfestigkeit des Bewehrungsstahls
$f_y$	Streckgrenze des Bewehrungsstahls
$f_{y,d}, f_{yd}$	Bemessungswert der Streckgrenze des Bewehrungsstahls
$f_{y,k}, f_{yk}$	charakteristische Streckgrenze des Bewehrungsstahls
$f_{y,l}$	Streckgrenze der Stahllängsbewehrung, gleich $f_{s,l}$
$f_{y,w}$	Streckgrenze der Stahlquerbewehrung, gleich $f_{s,w}$
$f_{y,m}$	mittlerer Wert der Streckgrenze des Bewehrungsstahls
$h_c$	Höhe des Betonquerschnitts
$h_k$	Höhe der Kernfläche des Stahlbetonkörpers
$h_{k,tc}$	Höhe der Kernfläche der Textilbetonverstärkung
$h_s$	Höhe des Sandhügels
$h_v$	Höhe des textilbetonverstärkten Stahlbetonkörpers
$k_{0,\alpha}$	Korrekturfaktor für die winkelabhängige Spannung der textilen Bewehrung

$k_f$	Reduktionsfaktor zur Bestimmung des charakteristischen Sheetdehnung aus der effektiven Sheetdehnung
$k_{Ra,VI}$	Verhältnis zwischen maximalem Rissabstand und erforderlicher Verankerungslänge
$k_{Ra,VI,l}$	Verhältnis zwischen maximalem Rissabstand und erforderlicher Verankerungslänge für die Längsbewehrung
$k_{Ra,VI,w}$	Verhältnis zwischen maximalem Rissabstand und erforderlicher Verankerungslänge für die Querbewehrung
$k_{T,I}$	Korrekturfaktor, Abminderungsfaktor für die Bestimmung der Steifigkeit im Zustand I
$k_{T,II}$	Korrekturfaktor, Abminderungsfaktor für die Bestimmung der Steifigkeit im Zustand II
$k_{\Delta l_f}$	Korrekturfaktor für die Mehrmenge der textilen Bewehrung im Übergreifungsbereich
$l_{b,s}$	Verankerungslänge des Bewehrungsstahls
$l_{b,f}$	Verankerungslänge der textilen Fasern/Rovings
$l_c$	Länge des Betonquerschnitts
$l_{f,erf}$	erforderliche Übergreifungslänge der textilen Fasern/Rovings
$l_{f,vorh}$	vorhandene Übergreifungslänge der textilen Fasern/Rovings
$\Delta l$	Probekörperverlängerung
$n_f$	Anzahl der Sheetslagen
$n_t$	Anzahl der textilen Bewehrungslagen
$r_a$	Außenradius
$r_c$	Außenradius des unverstärkten Stahlbetonquerschnittes
$r_F$	Radius der Grenzlinie zwischen dem elastisch und plastisch verformten Bereich
$r_i$	Innenradius
$r_m$	mittlerer Radius
$r_v$	Außenradius des verstärkten Stahlbetonquerschnittes
$s_{s,l}$	Achsabstand des Bewehrungsstahls der Längsbewehrung
$s_{s,w}$	Achsabstand des Bewehrungsstahls der Querbewehrung
$s_{s,w,\alpha}$	Achsabstand des schrägen Bewehrungsstahls (Wendelbewehrung)
$s_f$	Achsabstand der CFK- oder GFK-Sheets
$s_{f,l}$	Achsabstand der textilen Fasern/Rovings der Längsbewehrung
$s_{f,w}$	Achsabstand der textilen Fasern/Rovings der Querbewehrung
$s_{f,w,\alpha}$	Achsabstand der schrägen textilen Fasern/Rovings (45° Bewehrung)
$s_t$	Achsabstand der textilen Bewehrung
$t_c$	Wanddicke des fiktiven Stahlbetonhohlkastens
$t_{eff}$	effektive Wanddicke des fiktiven Hohlkastens des Stahlbetonkörpers
$t_{eff,tc}$	effektive Wanddicke des fiktiven Hohlkastens der Textilbetonschicht
$t_f$	Dicke der CFK- oder GFK-Sheets
$t_s$	Verteilung
$u_c$	Umfang des Stahlbetonquerschnittes
$u_{k,c}$	Umfang der Kernfläche des Stahlbetonkörpers
$u_{k,tc}$	Umfang der Kernfläche der Textilbetonverstärkung
$u_m$	Umfang der von der Profilmittellinie eingeschlossenen Fläche

## A Symbolverzeichnis

$v_T$	Torsionsschubfluss, Schubfluss aus Torsion
$z_i$	Betrachtungslänge

### Griechische Buchstaben mit Indizes

$\alpha_s$	Winkel des Bewehrungsstahls zur Bauteilachse
$\alpha_{s,i}$	Winkel des i-ten Bewehrungsstahls zur Bauteilachse
$\alpha_{s,l}$	Winkel des Bewehrungsstahls in Längsrichtung zur Bauteilachse
$\alpha_{s,w}$	Winkel des Bewehrungsstahls in Querrichtung zur Bauteilachse
$\alpha_f$	Winkel der textilen Fasern/Rovings zur Bauteilachse
$\alpha_{f,i}$	Winkel der i-ten textilen Fasern/Rovings zur Bauteilachse
$\alpha_{f,l}$	Winkel der textilen Fasern/Rovings in Längsrichtung zur Bauteilachse
$\alpha_{f,w}$	Winkel der textilen Fasern/Rovings in Querrichtung zur Bauteilachse
$\alpha_{c,red}$	Abminderungsfaktor für das Langzeitverhalten des Betons
$\alpha_1$	Abminderungsfaktor für das Langzeitverhalten der textilen Bewehrung
$\gamma_c$	Teilsicherheitsbeiwert des Betons
$\gamma_f$	Teilsicherheitsbeiwert der textilen Bewehrung
$\gamma_s$	Teilsicherheitsbeiwert der Stahlbewehrung
$\varepsilon_c$	Dehnung des Betons
$\varepsilon_{fc}$	Dehnung des Feinbetons
$\varepsilon_s$	Dehnung des Bewehrungsstahls
$\varepsilon_f$	Dehnung der textilen Fasern/Rovings
$\varepsilon_{f,e}$	effektive Sheetdehnung
$\varepsilon_{f,d,e}$	Bemessungswert der Sheetdehnung
$\varepsilon_{f,k,e}$	charakteristische Sheetdehnung
$\varepsilon_{tc}$	Dehnung des Textilbetons
$\vartheta_{cr}$	maximale Verwindung im Zustand I, beim Erreichen des Rissmomentes, gleich $\vartheta_{I,max}$
$\vartheta_i$	Verwindung des Material i
$\vartheta_j$	Verwindung des Material j
$\vartheta_{I,max}$	maximale Verwindung im Zustand I, beim Erreichen des Rissmomentes
$\vartheta_{II,max}$	maximale Verwindung im Zustand II, beim Erreichen des Bruchmomentes
$\rho_f$	Bewehrungsgrad einer CFK- oder GFK-Verstärkung
$\rho_{f,l}$	Bewehrungsgrad einer CFK- oder GFK-Verstärkung in Bauteillängsrichtung
$\rho_{f,w}$	Bewehrungsgrad einer CFK- oder GFK-Verstärkung in Bauteilquerrichtung
$\rho_{s,l}$	Bewehrungsgrad einer Stahlbewehrung in Bauteillängsrichtung
$\rho_{s,w}$	Bewehrungsgrad einer Stahlbewehrung in Bauteilquerrichtung
$\sigma_c$	Spannung im Beton
$\sigma_{c,t}$	Zugspannung im Beton
$\sigma_f$	Spannung in den textilen Fasern/Rovings
$\sigma_{f,d}$	Bemessungswert der Sheetsspannung
$\sigma_{fc}$	Spannung im Feinbeton
$\sigma_{fu,\gamma}$	Zugtragfähigkeit der textilen Bewehrung, gleich $f_{f,\alpha}$

$\sigma_s$	Spannung im Bewehrungsstahl
$\sigma_{s,l}$	Spannung im Bewehrungsstahl der Längsbewehrung
$\sigma_{s,w}$	Spannung im Bewehrungsstahl der Querbewehrung
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Hauptnormalspannungen
$\tau_{max}$	maximale der Schubspannung
$\tau_c$	Schubspannung des Betons im Stahlbetonquerschnitt
$\tau_{c,max}$	maximale Schubspannung des Betons
$\tau_{fc}$	Schubspannung des Feinbetons in der Verstärkungsschicht
$\tau_{fc,max}$	maximale Schubspannung des Feinbetons
$\tau_F$	Schubspannung nach dem Überschreiten der Fließgrenze
$\tau_{i,max}$	maximale Schubspannung des Materials i
$\tau_{i,min}$	minimale Schubspannung des Materials i
$\tau_{j,max}$	maximale Schubspannung des Materials j
$\tau_{xz}$	Schubspannung im Querschnitt
$\tau_{xy}$	Schubspannung im Querschnitt
$\tau_{xz,max}$	maximale Schubspannung im Querschnitt auf der langen Seite des Querschnitts
$\tau_{xy,max}$	maximale Schubspannung im Querschnitt auf der kurzen Seite des Querschnitts
$\varphi_i$	Verdrehwinkel des Materials i
$\varphi_j$	Verdrehwinkel des Materials j

## Abkürzungen

ACI	American Concrete Institute Committee
AR	alkaliresistent
ARG	alkaliresistentes Glas
CEM	Zement
CF	Carbonfaser/Kohlenstofffaser
CFK	Carbon-faserverstärkter Kunststoff
DAfStb	Deutscher Ausschuss für Stahlbeton
DIN	Deutsches Institut für Normung
DMS	Dehnmessstreifen
GFK	Glas-faserverstärkter Kunststoff
IPF	Leibniz-Institut für Polymerforschung Dresden e. V.
ITM	Institut für Textilmaschinen und Textile Hochleistungswerkstofftechnik
IWA	induktiver Wegaufnehmer
M-D-B	Momenten-Dehnungs-Beziehung
M-S-B	Momenten-Steifigkeits-Beziehung
M-V-B	Momenten-Verwindungs-Beziehung
NEG	Firma Nippon Electric Glass Co. Ltd
NWM 3	Nähwirkmaschine Malimo 14024 (multiaxial)
SFB	Sonderforschungsbereich

*A Symbolverzeichnis*

SGL	Firma SGL CARBON SE
VET	Firma Saint-Gobain Vetrotex Deutschland GmbH
Zustand I	ungerissener Zustand
Z I	ungerissener Zustand
Zustand II	gerissener Zustand
Z II	gerissener Zustand
Ø	Druchmesser / Mittelwert

## B Material der eigenen Probekörper



## B.2 Ergebnisse der Betonprüfung des Betons der Stahlbetonprobekörper

Probekörper- bezeichnung	E-Modul		Druckfestigkeit				Spaltzug- festigkeit 28 d [N/mm <sup>2</sup> ]
			Zylinder		Würfel		
	28 d [N/mm <sup>2</sup> ]	Prüftag [N/mm <sup>2</sup> ]	28 d [N/mm <sup>2</sup> ]	Prüftag [N/mm <sup>2</sup> ]	28 d [N/mm <sup>2</sup> ]	Prüftag [N/mm <sup>2</sup> ]	
Q1-U-1	26.300	25.700	31,4	32,6	33,2	34,9	2,64
Q1-U-2	26.300	25.400	31,4	32,1	33,2	33,9	2,64
Q1-L0-1	29.300	28.000	33,1	32,6	34,5	34,4	2,60
Q1-L0-2	29.300	29.300	33,1	34,6	34,5	35,2	2,60
Q1-L4-T1-1	29.400	28.400	33,5	35,0	34,9	36,3	2,82
Q1-L4-T1-2	29.400	28.800	33,5	35,5	34,9	39,4	2,82
Q1-L4(k)-T1-1	25.300	24.900	29,8	31,5	32,1	35,8	2,73
Q1-L4(k)-T1-2	25.300	25.400	29,8	31,2	32,1	34,7	2,73
Q1-L6-T1-1	25.400	25.300	28,2	29,6	28,9	30,6	2,46
Q1-L6-T1-2	25.400	24.800	28,2	29,5	28,9	30,5	2,46
Q1-L2-T2-1	31.800	28.800	36,3	36,4	36,3	37,5	2,92
Q1-L2-T2-2	31.800	30.000	36,3	36,5	36,3	35,6	2,92
Q1-L2(k)-T2-1	26.200	26.000	27,5	27,9	32,0	30,3	2,41
Q1-L2(k)-T2-2	26.200	26.000	27,5	27,9	32,0	30,3	2,41
Q2-U-1	24.500	-*)	27,2	-*)	29,5	30,2	2,66
Q2-U-2	24.500	25.200	27,2	29,9	29,5	34,0	2,66
Q2-L0-1	26.100	24.300	30,4	31,9	33,6	38,5	2,65
Q2-L0-2	26.100	25.700	30,4	33,4	33,6	37,4	2,65
Q2-L2-T1-1	26.100	-*)	27,8	-*)	32,5	37,8	2,94
Q2-L2-T1-2	26.100	26.300	27,8	32,1	32,5	35,7	2,94
Q2-L4-T1-1	29.000	27.100	31,2	31,8	33,4	34,0	2,88
Q2-L4-T1-2	29.000	27.100	31,2	31,8	33,4	34,0	2,88
Q2-L4(2)-T1-1	27.500	25.000	30,9	32,6	33,3	33,8	2,78
Q2-L4(2)-T1-2	27.500	25.800	30,9	32,9	33,3	35,1	2,78
Q2-L4(3)-T1-1	26.100	26.800	30,3	34,6	32,5	36,2	2,61
Q2-L4(3)-T1-2	26.100	24.800	30,3	32,1	32,5	34,1	2,61
Q2-L4(4)-T1-1	24.500	23.400	28,7	29,7	30,5	32,2	2,60
Q2-L4(4)-T1-2	24.500	23.400	28,7	29,7	30,5	30,9	2,60
Q2-L6-T1-1	28.200	27.700	32,7	32,9	34,8	36,7	2,87
Q2-L6-T1-2	28.200	27.700	32,7	32,9	34,8	36,7	2,87
Q2-L2-T2-1	25.800	23.000	29,3	29,3	30,2	34,3	2,54
Q2-L2-T2-2	25.800	23.700	29,3	30,5	30,2	33,4	2,54
Q2-L4-T2-1	26.800	24.400	31,5	33,2	33,8	37,6	2,70
Q2-L4-T2-2	26.800	25.000	31,5	32,8	33,8	36,4	2,70
Q2-L4-T3-1	28.500	26.100	32,8	32,9	34,3	35,6	2,73
Q2-L4-T3-2	28.500	27.800	32,8	35,1	34,3	37,4	2,73

\*1) nicht ermittelt

B Material der eigenen Probekörper

Probekörper- bezeichnung	E-Modul		Druckfestigkeit				Spaltzug- festigkeit 28 d [N/mm <sup>2</sup> ]
	28 d [N/mm <sup>2</sup> ]	Prüftag [N/mm <sup>2</sup> ]	Zylinder		Würfel		
			28 d [N/mm <sup>2</sup> ]	Prüftag [N/mm <sup>2</sup> ]	28 d [N/mm <sup>2</sup> ]	Prüftag [N/mm <sup>2</sup> ]	
Q2-L4-T4-1	27.400	24.600	31,7	30,6	33,7	35,6	2,72
Q2-L4-T4-2	27.400	27.200	31,7	31,2	33,7	35,0	2,72
Q3-U-1	25.400	-*)	27,6	-*)	33,2	32,4	2,59
Q3-U-2	25.400	-*)	27,6	-*)	33,2	32,4	2,59
Q3-L4-T1-1	24.200	-*)	25,8	-*)	32,6	32,4	2,46
Q3-L4-T1-2	24.200	-*)	25,8	-*)	32,6	32,1	2,46
Q4-U-1	29.500	25.200	31,4	29,4	33,7	30,4	2,51
Q4-U-2	29.500	27.300	31,4	30,1	33,7	31,3	2,51
Q4-L4-T1-1	30.900	30.200	31,0	36,5	35,2	35,3	2,80
Q4-L4-T1-2	30.900	27.400	31,0	35,6	35,2	36,1	2,80
Q4-L2-T5-1	29.600	30.600	34,2	33,2	35,2	34,9	2,77
Q5-U-1	28.800	26.500	29,8	31,8	33,6	32,8	2,73
Q5-U-2	28.800	30.400	29,8	35,8	33,6	37,8	2,73
Q5-L4-T1-1	28.300	29.700	30,5	30,2	32,3	31,9	2,81
Q5-L4-T1-2	28.300	28.100	30,5	30,0	32,3	30,5	2,81
Q6-U-1	27.400	29.800	30,6	30,8	34,8	32,5	2,62
Q6-U-1	27.400	29.100	30,6	30,2	34,8	29,5	2,62
Q6-L4-T1-1	27.300	27.400	31,7	29,1	31,5	31,9	2,42
Q6-L4-T1-2	27.300	26.400	31,7	29,4	31,5	31,7	2,42
Q7-U-1	26.900	27.100	29,5	31,9	30,7	32,9	2,33
Q7-U-2	26.900	25.200	29,5	30,7	30,7	32,9	2,33
Q7-L2-T1-1	25.000	25.900	28,5	31,2	29,6	34,9	2,08
Q7-L2-T1-2	25.000	26.000	28,5	31,3	29,6	35,2	2,08
Q8-U-1	26.300	26.200	30,4	32,0	32,3	36,3	2,72
Q8-U-2	26.300	26.100	30,4	33,7	32,3	37,5	2,72
Q8-L2-T1-1	27.500	24.400	30,7	31,6	32,9	35,3	2,32
Q8-L2-T1-2	27.500	24.800	30,7	31,1	32,9	36,1	2,32
Q9-L4-T1-1	28.200	-*)	28,9	-*)	30,3	-*)	2,50
Q9-L4-T1-2	28.200	-*)	28,9	-*)	30,3	-*)	2,50
Q10-L4-T1-1	26.600	29.500	26,7	32,2	29,3	33,0	-*)
Q10-L4-T1-2	26.600	27.000	26,7	30,6	29,3	31,7	-*)

\*1) nicht ermittelt

### **B.3 Ergebnisse der Biegezugprüfung des Betons der Stahlbetonprobekörper**

Würfeldruckfestigkeit:	30,6 N/mm <sup>2</sup>
Spaltzugfestigkeit:	2,5 N/mm <sup>2</sup>
Biegezugfestigkeit:	3,9 N/mm <sup>2</sup>
zentrische Zugfestigkeit:	2,7 N/mm <sup>2</sup> *1)

\*1) errechnet mit Formel 3.23 der DIN EN 1992-1-1:2011-1

## B.4 Angaben zum Stahl der Stahlbetonprobekörper

Lieferung / Serie [Nr.]	Ø [mm]	Probe [Nr.]	E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]	R <sub>p</sub> 0.2 [N/mm <sup>2</sup> ]	R <sub>m</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]
1	6	1	214.488,6	549,66	629,58
		2	203.995,1	549,18	627,29
		3	203.995,1	547,16	627,60
		Mittelwert:	207.743,6	548,66	628,15
		für Berechnung:		550	
2	6	1	202.973,2	525,04	605,26
		2	205.145,9	529,20	607,48
		3	205.368,0	523,01	599,47
		Mittelwert:	204.495,7	525,75	604,07
		für Berechnung:		525	
2	8	1	204.130,9	548,98	614,74
		2	205.497,3	553,68	625,83
		3	203.471,5	540,92	607,98
		Mittelwert:	204.366,6	547,86	616,18
		für Berechnung:		550	
3	6	1	173.743,6	602,59	648,10
		2	201.005,5	613,69	647,81
		3	194.031,5	620,22	648,41
		Mittelwert:	189.593,5	612,16	648,11
		für Berechnung:		610	
3	8	1	192.781,9	536,86	615,35
		2	186.232,1	536,54	614,64
		3	202.169,2	535,86	616,19
		4	203.895,1	528,48	610,67
		Mittelwert:	196.269,6	534,44	614,21
für Berechnung:		535			
3	10	1	194.936,9	529,08	610,36
		2	192.343,6	533,78	611,26
		3	193.435,3	530,00	610,23
		4	185.117,6	533,21	607,91
		Mittelwert:	191.458,4	531,52	609,94
für Berechnung:		530			

#### B.4 Angaben zum Stahl der Stahlbetonprobekörper

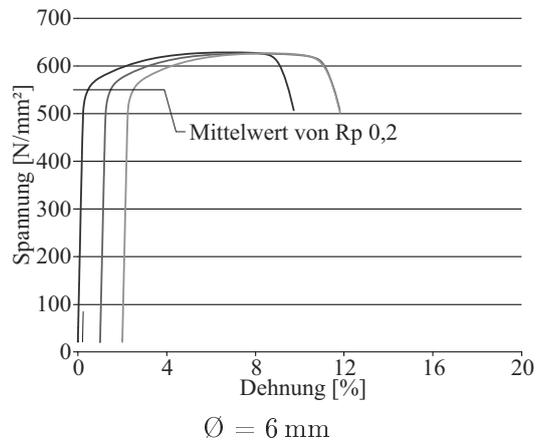


Bild B.1: Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der Bewehrungsseisen der 1. Lieferung

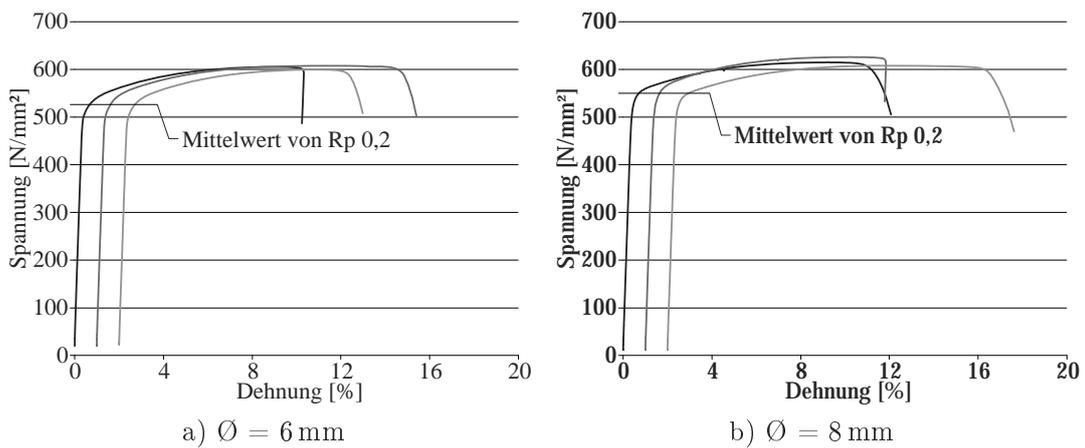


Bild B.2: Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der Bewehrungsseisen der 2. Lieferung

B Material der eigenen Probekörper

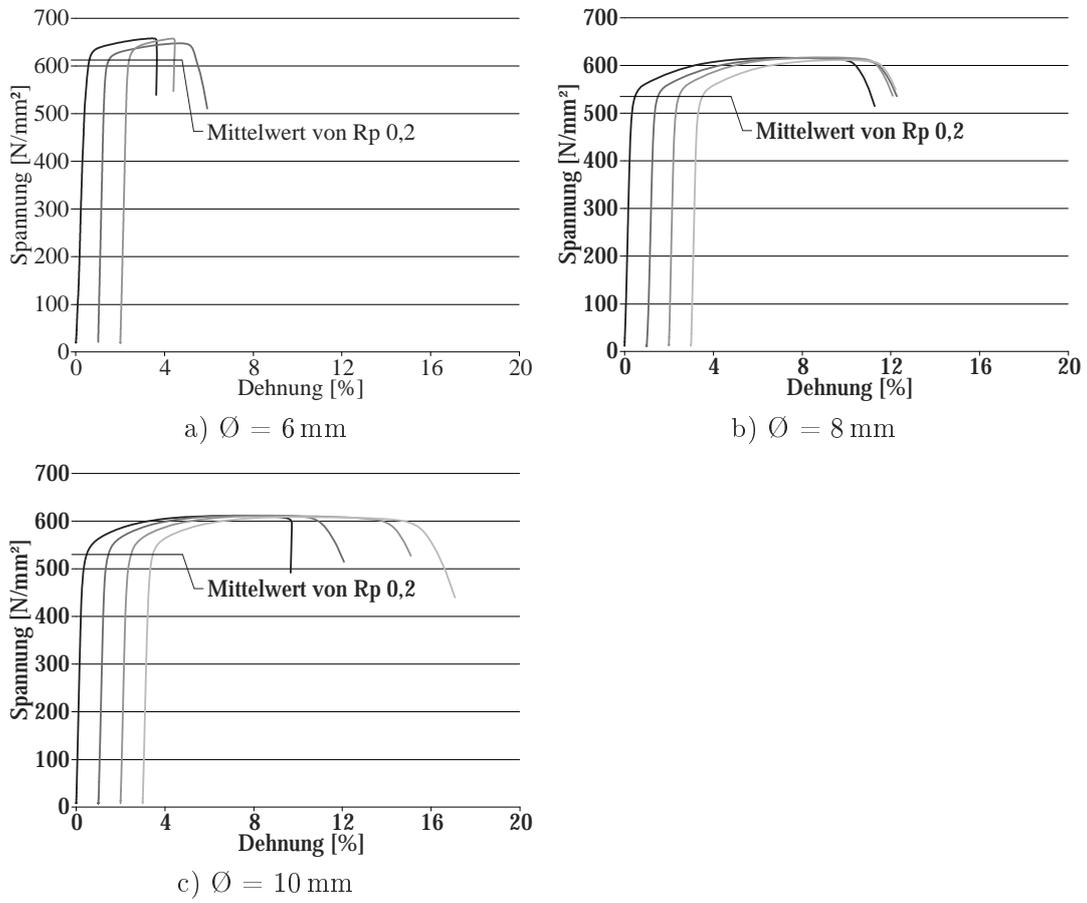


Bild B.3: Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der Bewehrungsseisen der 3. Lieferung

## B.5 Ergebnisse der Betonprüfung des Feinbetons der Verstärkung

Probekörperbezeichnung	Druckfestigkeit	Biegezugfestigkeit
	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]
Q1-U-1	-	-
Q1-U-2	-	-
Q1-L0-1	76,59	5,84
Q1-L0-2	78,92	6,02
Q1-L4-T1-1	72,36	5,30
Q1-L4-T1-2	72,90	5,05
Q1-L4(k)-T1-1	67,75	6,49
Q1-L4(k)-T1-2	68,52	5,33
Q1-L6-T1-1	*)	*)
Q1-L6-T1-2	78,1	5,27
Q1-L2-T2-1	86,07	6,37
Q1-L2-T2-2	74,45	7,63
Q1-L2(k)-T2-1	73,86	6,49
Q1-L2(k)-T2-2	81,61	7,81
Q2-U-1	-	-
Q2-U-2	-	-
Q2-L0-1	64,96	5,46
Q2-L0-2	61,09	5,29
Q2-L2-T1-1	72,82	5,06
Q2-L2-T1-2	72,59	6,46
Q2-L4-T1-1	75,89	6,51
Q2-L4-T1-2	70,33	4,65
Q2-L4(2)-T1-1	68,83	3,92
Q2-L4(2)-T1-2	78,10	4,63
Q2-L4(3)-T1-1	72,35	4,81
Q2-L4(3)-T1-2	66,94	5,30
Q2-L4(4)-T1-1	75,42	5,99
Q2-L4(4)-T1-2	71,09	4,34
Q2-L6-T1-1	74,43	6,35
Q2-L6-T1-2	70,26	6,75
Q2-L2-T2-1	68,81	4,85
Q2-L2-T2-2	78,92	5,62
Q2-L4-T2-1	65,53	5,41
Q2-L4-T2-2	*)	*)
Q2-L4-T3-1	71,78	4,39
Q2-L4-T3-2	73,52	5,80

\*) nicht ermittelt

B Material der eigenen Probekörper

Probekörper- bezeichnung	Druckfestigkeit	Biegezugfestigkeit
	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]
Q2-L4-T4-1	70,72	4,69
Q2-L4-T4-2	68,06	5,21
Q3-U-1	-	-
Q3-U-2	-	-
Q3-L4-T1-1	74,60	5,06
Q3-L4-T1-2	69,17	5,22
Q4-U-1	-	-
Q4-U-2	-	-
Q4-L4-T1-1	82,76	6,91
Q4-L4-T1-2	67,07	-*)
Q4-L2-T5-1	67,22	6,14
Q5-U-1	-	-
Q5-U-2	-	-
Q5-L4-T1-1	77,98	5,65
Q5-L4-T1-2	80,73	7,63
Q6-U-1	-	-
Q6-U-1	-	-
Q6-L4-T1-1	74,91	5,04
Q6-L4-T1-2	66,58	4,32
Q7-U-1	-	-
Q7-U-2	-	-
Q7-L2-T1-1	63,93	4,98
Q7-L2-T1-2	63,51	5,11
Q8-U-1	-	-
Q8-U-2	-	-
Q8-L2-T1-1	69,21	4,41
Q8-L2-T1-2	67,07	5,02
Q9-L4-T1-1	82,63	6,03
Q9-L4-T1-2	81,91	5,53
Q10-L4-T1-1	80,58	7,24
Q10-L4-T1-2	84,23	5,98

## **B.6 Angaben zur textilen Bewehrung**

### **Angaben zu den Textilien**

Die folgende Tabelle enthält eine Übersicht über die verwendeten textilen Bewehrungen mit Fotos von deren Vorder- und Rückseite. Bei der erwähnten internen Bezeichnung des SFB 528 wird folgende Kennzeichnung verwendet:

AAAA-000-00-xx

mit:

AAAA Produktionsmaschine

NWM3 - Nähwirkmaschine Typ Malimo 14024 Multiaxial

000 Fortlaufende Nummer im Herstelljahr

00 Produktionsjahr

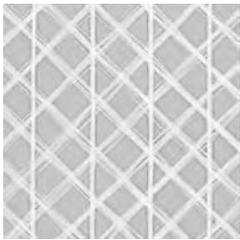
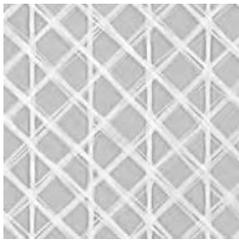
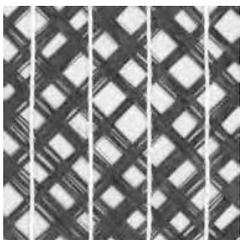
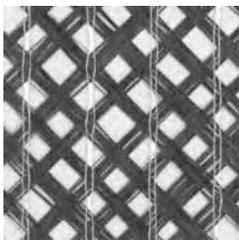
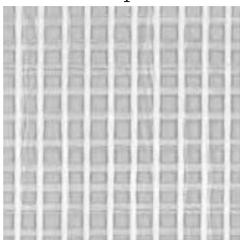
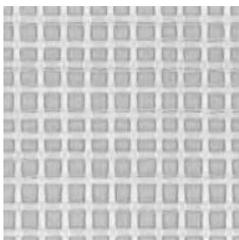
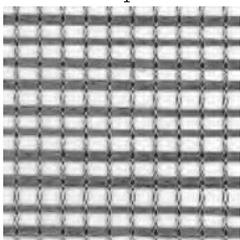
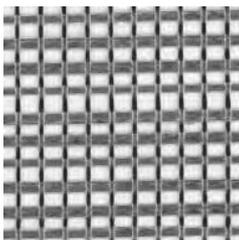
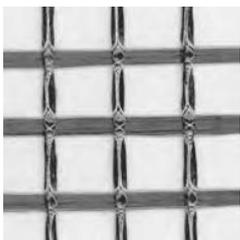
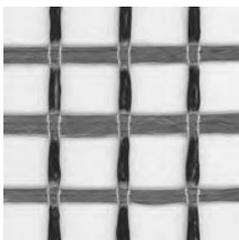
xx Beschichtung der textilen Bewehrungen

b1 - selbstvernetzendes carboxyliertes Styrol-Butadien des ITM

p1 - selbstvernetzendes carboxyliertes Styrol-Butadien des IPF

p2 - selbstvernetzendes carboxyliertes Styrol-Butadien des ITM

B Material der eigenen Probekörper

Textil [Nr.]	interne Bezeichnung des SFB 528 [Nr.]	Lage [°]	Fasermaterial [Nr.]	Faser- abstand [mm]	Querschnitts- fläche [mm <sup>2</sup> /m]
1	NWM3-003-07-p2	+ 45/-45 0	VET-ARG1200-02 VET-ARG640-03	10,8 18,0	43,1/43,1
					
2	NWM3-015-07-p1	+ 45/-45 0	TEN-CF800-01 VET-ARG640-03	10,8 18,0	41,5/41,5
					
3	NWM3-009-08-p2	0/90	VET-ARG2400-03	7,2	120,0/120,0
					
4	NWM3-007-08-p2	0/90	TEN-CF800-02	7,2	63,7/63,7
					
5	NWM3-006-10-b1	0/90	SGL-CF3300-01	21,6	84,9/84,9
					

**Zugfestigkeiten aus den einaxialen Zugversuchen (Dehnkörpern)**

Textil [Nr.]	Richtung	Prüfung [Nr.]	Probe [Nr.]	Lagenanzahl [Stück]	Zugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]
1	Schuss	1	1	2	704,71*)
			2	2	649,80*)
			3	2	650,71*)
			4	2	844,47*)
			5	3	908,30
			6	3	871,12
			7	3	865,54
			8	3	920,55
			9	4	906,97
			10	4	875,18
			11	4	869,23
			12	4	935,56
1	Schuss	2	1	2	913,13
			2	2	912,79
			3	2	872,90
			4	3	832,75
			5	3	956,52
			6	3	958,31
			7	4	902,02
			8	4	885,75
			9	4	836,62
1	Schuss	3	1	2	428,56*)
			2	2	912,62
			3	2	912,41
			4	2	827,73
			5	2	929,19
			6	2	857,35
			7	4	888,02
			8	4	928,76
			9	4	940,40
			10	4	943,13
			11	4	909,04
			12	4	876,13
			13	6	798,97
			14	6	814,69
			15	6	852,87
			16	6	900,89
			17	6	888,77
			18	6	875,58
				Mittelwert:	890,58
				Maximalwert:	958,31
				Minimalwert:	798,97
				Standardabweichung:	39,31

\*) Werte wurden bei der Berechnung nicht mit berücksichtigt

B Material der eigenen Probekörper

Textil [Nr.]	Richtung	Prüfung [Nr.]	Probe [Nr.]	Lagenanzahl [Stück]	Zugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]
2	Schuss	1	1	2	2.252,62
			2	2	1.637,84
			3	2	1.946,25
			4	2	2.115,96
			5	3	1.834,74
			6	3	2.159,76
			7	3	1.962,89
			8	3	2.284,25
			9	4	2.024,20
			10	4	1.973,99
			11	4	2.196,46
			12	4	2.246,75
2	Schuss	2	1	2	1.727,60
			2	2	1.848,28
			3	2	2.077,81
			4	3	2.018,08
			5	3	1.989,54
			6	3	2.080,00
			7	4	1.943,87
			8	4	2.091,25
			9	4	2.081,31
2	Schuss	3	1	2	1.895,64
			2	2	2.290,14
			3	2	2.335,27
			4	2	2.326,44
			5	2	1.960,21
			6	2	2.246,77
			7	4	2.419,32
			8	4	2.482,73
			9	4	2.371,45
			10	4	2.444,76
			11	4	2.217,25
			12	4	2.363,01
			13	6	2.201,35
			14	6	2.212,88
			15	6	2.189,00
			16	6	2.184,63
			17	6	2.167,40
			18	6	2.137,71
				Mittelwert:	2.126,65
				Maximalwert:	2.482,73
				Minimalwert:	1.637,84
				Standardabweichung:	192,99

B.6 Angaben zur textilen Bewehrung

Textil [Nr.]	Richtung	Prüfung [Nr.]	Probe [Nr.]	Lagenanzahl [Stück]	Zugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]
3	Kette	1	1	2	580,25
			2	2	587,84
			3	2	611,87
			4	3	612,51
			5	3	624,00
			6	3	622,70
			7	4	643,35
			8	4	625,39
			9	4	623,23
				Mittelwert:	614,57
				Maximalwert:	643,35
				Minimalwert:	580,25
				Standardabweichung:	18,50
3	Schuss	1	1	2	827,17
			2	2	829,23
			3	2	841,25
			4	3	815,58
			5	3	828,41
			6	3	772,45
			7	4	771,79
			8	4	807,62
			9	4	778,47
				Mittelwert:	808,00
				Maximalwert:	841,25
				Minimalwert:	771,79
				Standardabweichung:	25,48

*B Material der eigenen Probekörper*

Textil [Nr.]	Richtung	Prüfung [Nr.]	Probe [Nr.]	Lagenanzahl [Stück]	Zugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]			
4	Kette	1	1	2	1.609,04			
			2	2	1.668,62			
			3	3	1.759,54			
			4	3	1.838,27			
			5	4	1.757,29			
			6	4	1.700,03			
			7	5	1.921,48			
			8	5	1.606,01			
4	Kette	2	1	2	1.611,04			
			2	2	1.625,12			
			3	2	1.618,60			
			4	3	1.714,02			
			5	3	1.685,22			
			6	3	1.590,88			
			7	4	1.627,75			
			8	4	1.636,30			
			9	4	1.414,47			
					Mittelwert:	1.669,63		
					Maximalwert:	1.921,48		
					Minimalwert:	1.414,47		
					Standardabweichung:	108,65		
			4	Schuss	1	1	2	1.987,06
						2	2	2.137,20
						3	3	2.249,95
4	3	2.362,37						
5	4	2.274,93						
6	4	2.271,20						
7	5	2.218,12						
8	5	2.245,65						
4	Schuss	2	1	2	1.770,15			
			2	2	2.019,85			
			3	2	1.987,74			
			4	3	1.968,35			
			5	3	1.989,99			
			6	3	1.947,03			
			7	4	2.101,04			
			8	4	2.141,55			
			9	4	2.190,44			
					Mittelwert:	2.109,57		
					Maximalwert:	2.362,37		
					Minimalwert:	1.770,15		
					Standardabweichung:	151,38		

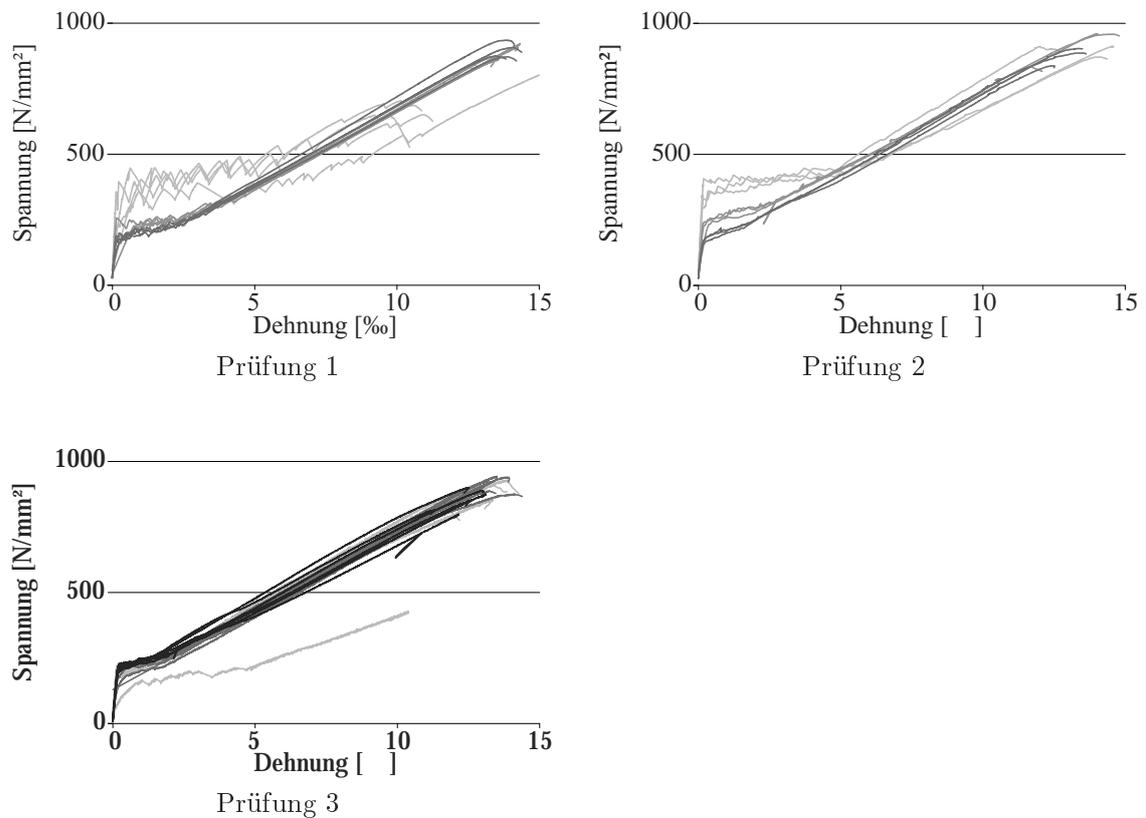
## B.6 Angaben zur textilen Bewehrung

Das Textil 5 (NWM3-006-10-b1) wurde im Rahmen der Torsionsversuche nicht geprüft. Es werden die Ergebnisse eines vergleichbaren Textils SGL GRID 600 (NWM3-001-08-b1) verwendet.

Textil [Nr.]	Richtung	Prüfung [Nr.]	Probe [Nr.]	Lagenanzahl [Stück]	Zugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]
5	Kette			Mittelwert:	1.296
				Maximalwert:	1.418
				Minimalwert:	1.135
				Standardabweichung:	94
5	Schuss			Mittelwert:	1.671
				Maximalwert:	1.858
				Minimalwert:	1.531
				Standardabweichung:	85

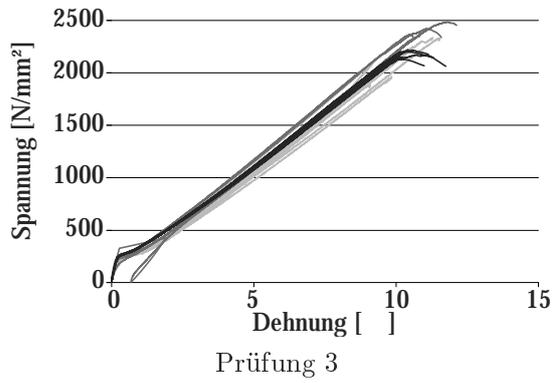
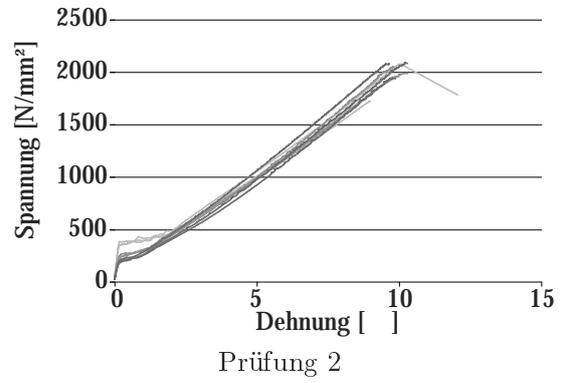
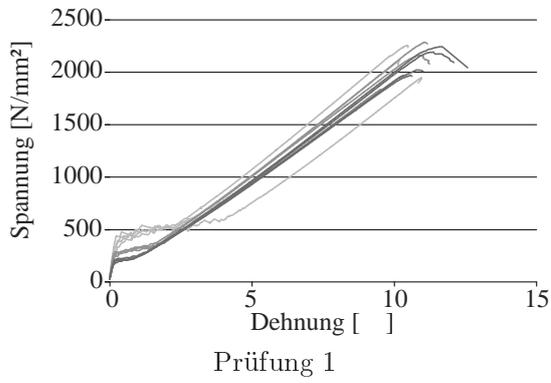
### Spannungs-Dehnungs-Linien aus den einaxialen Zugversuchen (Dehnkörpern)

Textil 1:

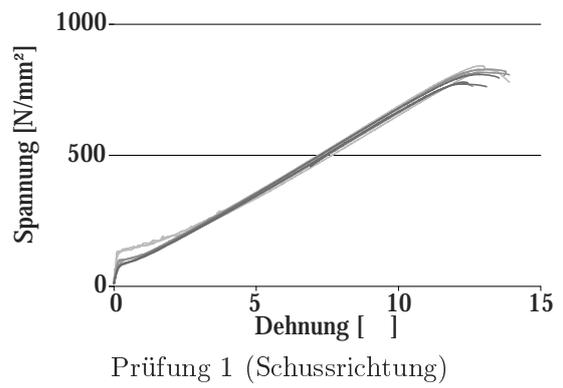
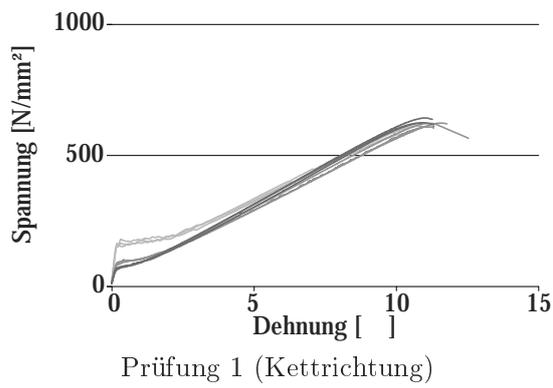


B Material der eigenen Probekörper

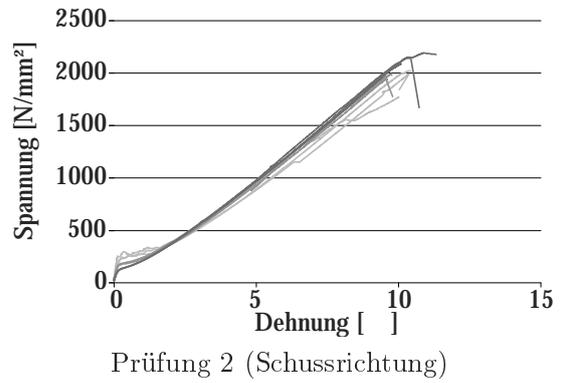
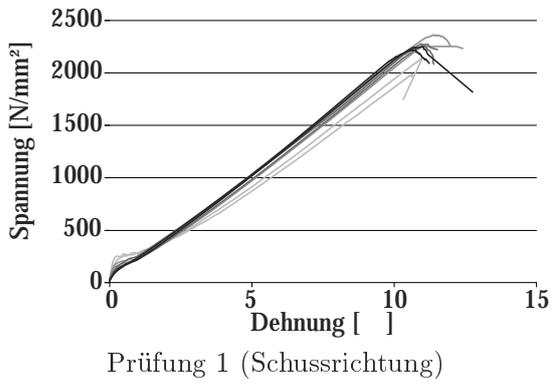
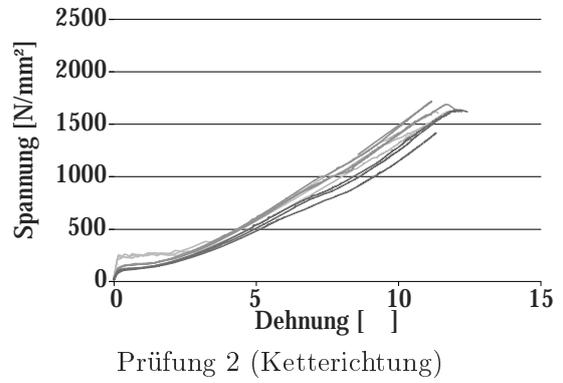
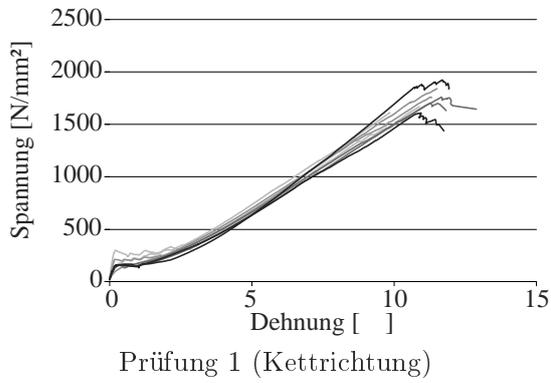
Textil 2:



Textil 3:



Textil 4:



## B Material der eigenen Probekörper

### Angaben zu den Fasermaterialien

In folgender Tabelle sind die Filamenteigenschaften der verwendeten Filamentgarne aufgelistet.  
Die verwendete, im SFB 528 übliche, Nomenklatur lautet:

AAA-BBB1111-22

mit:

AAA Hersteller

NEG - Nippon Electric Glass Co., Ltd

VET - Saint-Gobain Vetrotex Deutschland GmbH

SGL - SGL CARBON SE

BBB Material

ARG - Alkaliresistentes Glasfilamentgarn

CF - Carbondarne

1111 Garnfeinheit in tex

22 Fortlaufende Nummer für Liefercharge

Fasermaterial [Nr.]	Feinheit		Filamente		Filamentbruch-		E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]
	Soll [tex]	Ist [tex]	Anzahl	Dichte	dehnung [%]	festigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	
VET-ARG640-03	640	665	1.600	2,75	2,58	1.917	75.770
VET-ARG1200-02	1.200	1.274	1.600	2,74	2,18	1.680	75.690
VET-ARG2400-03	2.400	2.356	1.600	2,75	2,25	1.710	76.320
TEN-CF800-01	800	803	12.000	1,79	1,46	3.245	213.500
TEN-CF800-02	800	807	12.000	1,76	1,35	2.895	214.410
SGL-CF3300-01 (SIG-C30T050 EPY)	3.300		50.000	1,80	1,7	4.000	240.000

## C Geometrie der eigenen Probekörper

## C.1 Stahlbetonprobekörper

Probekörper- bezeichnung	Stahlbeton- querschnitt Ø bzw b/h [cm]	Serie [Nr.]	Stahlbewehrung				Beton- deckung [mm]
			längs		quer		
			Ø [mm]	Anzahl [Stück]	Ø [mm]	Abstand [cm]	
Q1-U-1	30	1	6	8	6	10	15
Q1-U-2	30	1	6	8	6	10	15
Q1-L0-1	30	3	6	8	6	10	15
Q1-L0-2	30	3	6	8	6	10	15
Q1-L4-T1-1	30	1	6	8	6	10	15
Q1-L4-T1-2	30	1	6	8	6	10	15
Q1-L4(k)-T1-1	30	1	6	8	6	10	15
Q1-L4(k)-T1-2	30	1	6	8	6	10	15
Q1-L6-T1-1	30	1	6	8	6	10	15
Q1-L6-T1-2	30	1	6	8	6	10	15
Q1-L2-T2-1	30	3	6	8	6	10	15
Q1-L2-T2-2	30	3	6	8	6	10	15
Q1-L2(k)-T2-1	30	3	6	8	6	10	15
Q1-L2(k)-T2-2	30	3	6	8	6	10	15
Q2-U-1	25/25	1	6	8	6	10	15
Q2-U-2	25/25	1	6	8	6	10	15
Q2-L0-1	25/25	1	6	8	6	10	15
Q2-L0-2	25/25	1	6	8	6	10	15
Q2-L2-T1-1	25/25	1	6	8	6	10	15
Q2-L2-T1-2	25/25	1	6	8	6	10	15
Q2-L4-T1-1	25/25	1	6	8	6	10	15
Q2-L4-T1-2	25/25	1	6	8	6	10	15
Q2-L4(2)-T1-1	25/25	2	6	8	6	10	15
Q2-L4(2)-T1-2	25/25	2	6	8	6	10	15
Q2-L4(3)-T1-1	25/25	2	6	8	6	10	15
Q2-L4(3)-T1-2	25/25	2	6	8	6	10	15
Q2-L4(4)-T1-1	25/25	2	6	8	6	10	15
Q2-L4(4)-T1-2	25/25	2	6	8	6	10	15
Q2-L6-T1-1	25/25	1	6	8	6	10	15
Q2-L6-T1-2	25/25	1	6	8	6	10	15
Q2-L2-T2-1	25/25	1	6	8	6	10	15
Q2-L2-T2-2	25/25	1	6	8	6	10	15
Q2-L4-T2-1	25/25	1	6	8	6	10	15
Q2-L4-T2-2	25/25	1	6	8	6	10	15
Q2-L4-T3-1	25/25	2	6	8	6	10	15
Q2-L4-T3-2	25/25	2	6	8	6	10	15

C.1 Stahlbetonprobekörper

Probekörper- bezeichnung	Stahlbeton- querschnitt Ø bzw b/h [cm]	Serie [Nr.]	Stahlbewehrung längs		quer		Beton- deckung [mm]
			Ø [mm]	Anzahl [Stück]	Ø [mm]	Abstand [cm]	
Q2-L4-T4-1	25/25	2	6	8	6	10	15
Q2-L4-T4-2	25/25	2	6	8	6	10	15
Q3-U-1	28/28	2	6	8	6	10	30
Q3-U-2	28/28	2	6	8	6	10	30
Q3-L4-T1-1	28/28	2	6	8	6	10	30
Q3-L4-T1-2	28/28	2	6	8	6	10	30
Q4-U-1	25/37,5	3	6	10	6	10	15
Q4-U-2	25/37,5	3	6	10	6	10	15
Q4-L4-T1-1	25/37,5	3	6	10	6	10	15
Q4-L4-T1-2	25/37,5	3	6	10	6	10	15
Q4-L2-T5-1	25/37,5	3	6	10	6	10	15
Q5-U-1	25/50	3	6	12	6	10	15
Q5-U-2	25/50	3	6	12	6	10	15
Q5-L4-T1-1	25/50	3	6	12	6	10	15
Q5-L4-T1-2	25/50	3	6	12	6	10	15
Q6-U-1	24/44	3	6	12	6	10	15
Q6-U-2	24/44	3	6	12	6	10	15
Q6-L4-T1-1	24/44	3	6	12	6	10	15
Q6-L4-T1-2	24/44	3	6	12	6	10	15
Q7-U-1	25/25	2	6	8	8	10	15
Q7-U-2	25/25	2	6	8	8	10	15
Q7-L2-T1-1	25/25	2	6	8	8	10	15
Q7-L2-T1-2	25/25	2	6	8	8	10	15
Q8-U-1	25/25	2	8	8	6	10	15
Q8-U-2	25/25	2	8	8	6	10	15
Q8-L2-T1-1	25/25	2	8	8	6	10	15
Q8-L2-T1-2	25/25	2	8	8	6	10	15
Q9-L4-T1-1	25/25	3	10	8	6	10	15
Q9-L4-T1-2	25/25	3	10	8	6	10	15
Q10-L4-T1-1	25/25	3	8	8	8	10	30
Q10-L4-T1-2	25/25	3	8	8	8	10	30

## C.2 Probekörper – Verstärkung

Probekörper- bezeichnung	Textil	Lagen	Dicke der Verstärkungs- schicht	Breite des Übergreifungs- bereichs	Überreifungslänge
	[Nr.]	[Stück]	[mm]	[cm]	[cm]
Q1-U-1	-	-	-	-	-
Q1-U-2	-	-	-	-	-
Q1-L0-1	-	-	10	-	-
Q1-L0-2	-	-	10	-	-
Q1-L4-T1-1	1	4	10	23	32,5
Q1-L4-T1-2	1	4	10	23	32,5
Q1-L4(k)-T1-1	1	4	10	15	21,2
Q1-L4(k)-T1-2	1	4	10	15	21,2
Q1-L6-T1-1	1	6	14	23	32,5
Q1-L6-T1-2	1	6	14	23	32,5
Q1-L2-T2-1	1	2	6	20	28,2
Q1-L2-T2-2	1	2	6	20	28,2
Q1-L2(k)-T2-1	1	2	6	5	7,0
Q1-L2(k)-T2-2	1	2	6	5	7,0
Q2-U-1	-	-	-	-	-
Q2-U-2	-	-	-	-	-
Q2-L0-1	-	-	10	-	-
Q2-L0-2	-	-	10	-	-
Q2-L2-T1-1	1	2	6	15	21,2
Q2-L2-T1-2	1	2	6	15	21,2
Q2-L4-T1-1	1	4	10	15	21,2
Q2-L4-T1-2	1	4	10	15	21,2
Q2-L4(2)-T1-1	1	4	10	15	21,2
Q2-L4(2)-T1-2	1	4	10	15	21,2
Q2-L4(3)-T1-1	1	4	10	15	21,2
Q2-L4(3)-T1-2	1	4	10	15	21,2
Q2-L4(4)-T1-1	1	4	10	15	21,2
Q2-L4(4)-T1-2	1	4	10	15	21,2
Q2-L6-T1-1	1	6	14	15	21,2
Q2-L6-T1-2	1	6	14	15	21,2
Q2-L2-T2-1	2	2	6	20	28,2
Q2-L2-T2-2	2	2	6	20	28,2
Q2-L4-T2-1	2	4	10	20	28,2
Q2-L4-T2-2	2	4	10	20	28,2
Q2-L4-T3-1	3	4	10	15	15
Q2-L4-T3-2	3	4	10	15	15

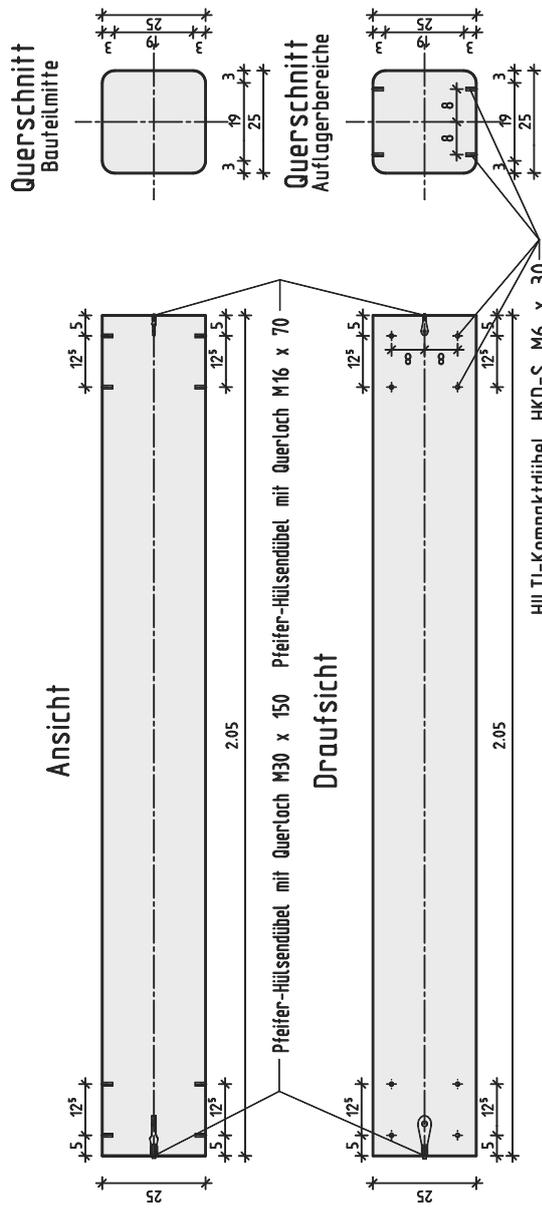
C.2 Probekörper – Verstärkung

Probekörper- bezeichnung	Textil	Lagen	Dicke der Verstärkungs- schicht	Breite des Übergreifungs- bereichs	Überreifungslänge
	[Nr.]	[Stück]	[mm]	[cm]	[cm]
Q2-L4-T4-1	4	4	10	15	15
Q2-L4-T4-2	4	4	10	15	15
Q3-U-1	-	-	-	-	-
Q3-U-2	-	-	-	-	-
Q3-L4-T1-1	1	4	10	9	12,8
Q3-L4-T1-2	1	4	10	9	12,8
Q4-U-1	-	-	-	-	-
Q4-U-2	-	-	-	-	-
Q4-L4-T1-1	1	4	10	2 x 15	2 x 21,2
Q4-L4-T1-2	1	4	10	2 x 15	2 x 21,2
Q4-L2-T5-1	5	2	6	2 x 15	2 x 15
Q5-U-1	-	-	-	-	-
Q5-U-2	-	-	-	-	-
Q5-L4-T1-1	1	4	10	2 x 15	2 x 21,2
Q5-L4-T1-2	1	4	10	2 x 15	2 x 21,2
Q6-U-1	-	-	-	-	-
Q6-U-2	-	-	-	-	-
Q6-L4-T1-1	1	4	10	2 x 15	2 x 21,2
Q6-L4-T1-2	1	4	10	2 x 15	2 x 21,2
Q7-U-1	-	-	-	-	-
Q7-U-2	-	-	-	-	-
Q7-L2-T1-1	1	2	6	15	21,2
Q7-L2-T1-2	1	2	6	15	21,2
Q8-U-1	-	-	-	-	-
Q8-U-2	-	-	-	-	-
Q8-L2-T1-1	1	2	6	15	21,2
Q8-L2-T1-2	1	2	6	15	21,2
Q9-L4-T1-1	1	4	10	15	21,2
Q9-L4-T1-2	1	4	10	15	21,2
Q10-L4-T1-1	1	4	10	15	21,2
Q10-L4-T1-2	1	4	10	15	21,2

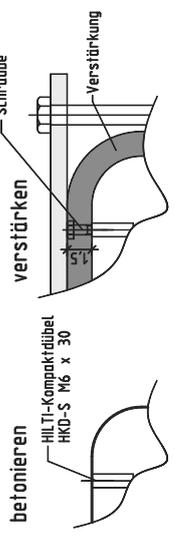
### **C.3 Pläne**

Im Folgenden ist beispielhaft ein Schal-, Bewehrungs-, Verstärkungs- und Schalungsplan für den Querschnitt Q2 zusammengefasst.

# Schalplan für Probekörper Q2

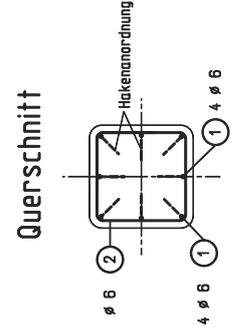
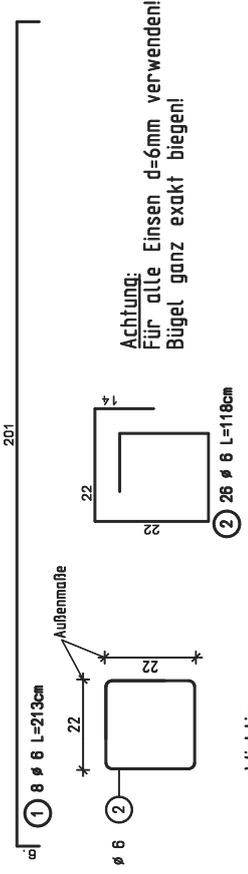
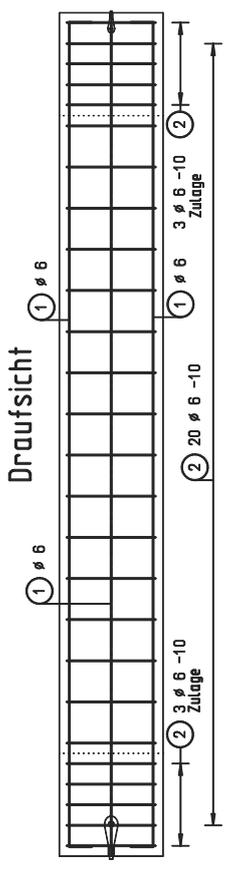
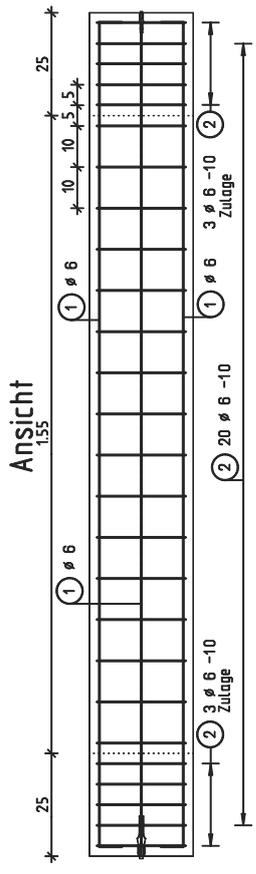


## Detail Abstandhalter



Beton	C 20/25
Volumen	0,128m <sup>3</sup>

# Bewehrungsplan für Probekörper Q2



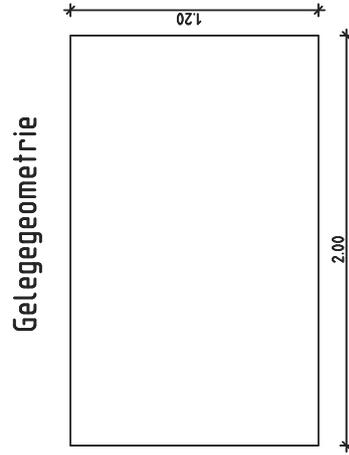
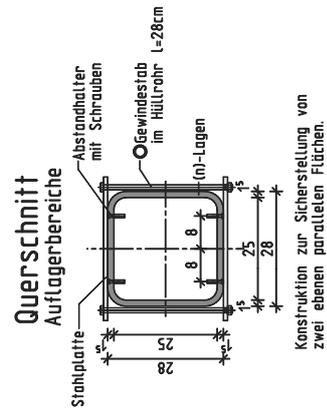
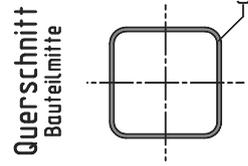
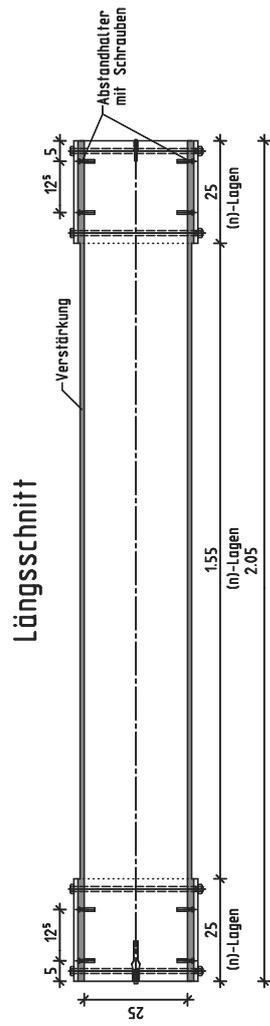
Pos.	Stück	Ø	Einzel Länge [m]	Benötigte Biegeform (unmaßstäblich)	Gesamt Länge [m]	Masse [kg]
1	8	6	2.13		17.04	3.78
2	26	6	1.16		30.16	6.70

Gesamtmasse = 10.48 kg

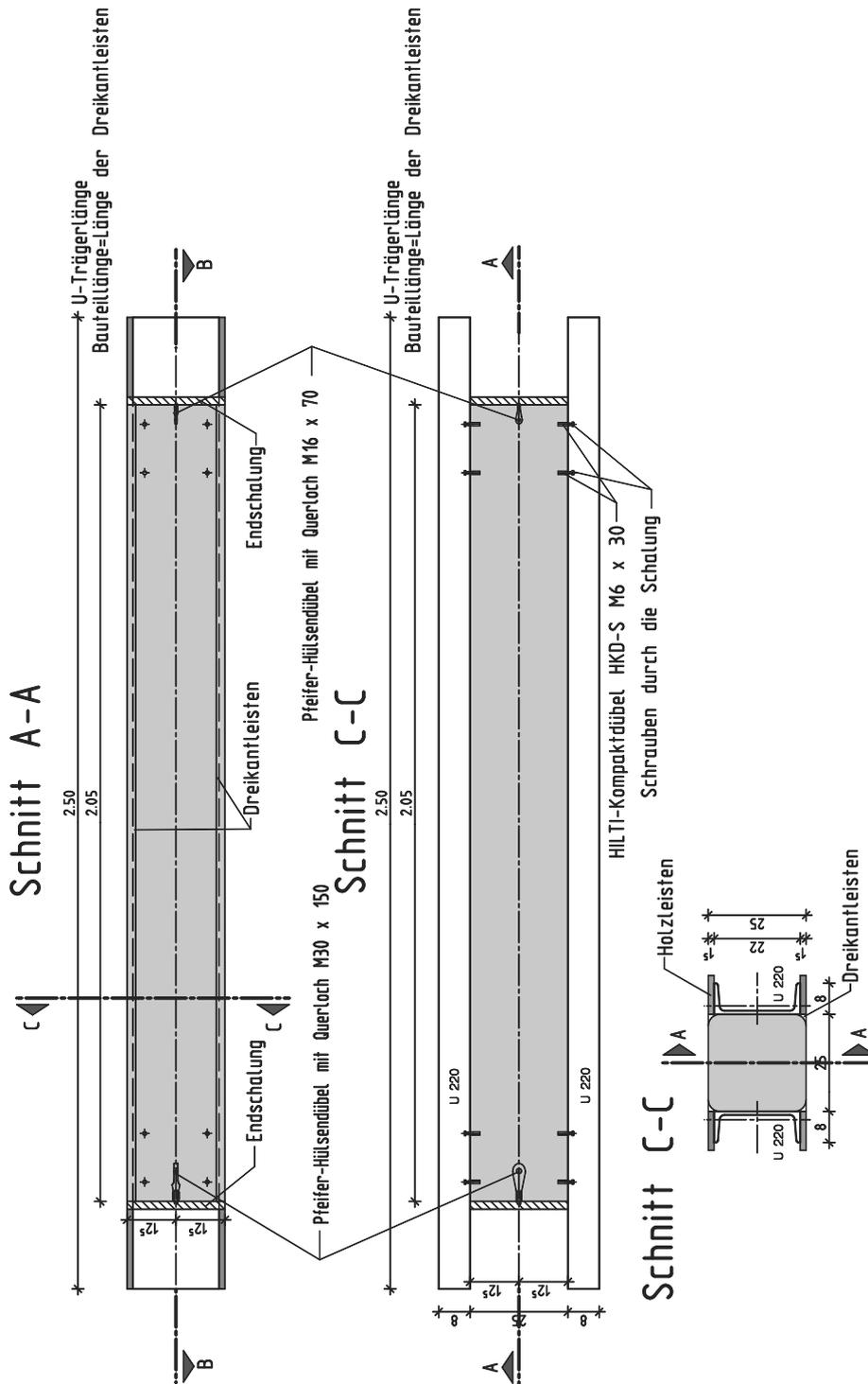
Achtung: Für alle Einsen d=6mm verwenden! Bügel ganz exakt biegen!

Wichtig: Übergreifungsstöße umlaufend versetzen! Somit hat nur jedes 4. Eisen den Übergreifungsstoß an der gleichen Stelle.

# Verstärkungsplan für Probekörper Q2



# Schalungsplan für Probekörper Q2



## D Ergebnisse der experimentellen Untersuchung

## D.1 Torsionsmomente und Verwindung

Probekörper- bezeichnung	Übergang				Maximale Torsionstragfähigkeit			
	Zustand I - Zustand II							
	$T_{I,max}$ [kNm]	$\Phi T_{I,max}$ [kNm]	$\vartheta_{I,max}$ [1/m]·10 <sup>3</sup>	[°/m]	$T_{II,max}$ [kNm]	$\Phi T_{II,max}$ [kNm]	$\vartheta_{II,max}$ [1/m]·10 <sup>3</sup>	[°/m]
Q1-U-1	10,6		1,75	0,1	15,8		31,9	1,8
Q1-U-2	12,6	11,60	1,67	0,1	16,4	16,1	46,8	2,7
Q1-L0-1	19,1		2,26	0,1	16,8		0	0
Q1-L0-2	19,1	19,10	1,88	0,1	16,5	16,65	0	0
Q1-L4-T1-1	23,8		2,48	0,1	38,7		67,6	3,9
Q1-L4-T1-2	24,3	24,05	2,38	0,1	41,4	40,05	80,2	4,6
Q1-L4(k)-T1-1	23,5		2,48	0,1	36,1		65,5	3,8
Q1-L4(k)-T1-2	24,9	24,20	2,42	0,1	37,8	36,95	66,9	3,8
Q1-L6-T1-1	27,2		2,68	0,2	55,9		75,3	4,3
Q1-L6-T1-2	26,8	27,00	2,79	0,2	54,0	54,95	70,5	4,0
Q1-L2-T2-1	24,3		1,70	0,1	41,4		53,8	3,1
Q1-L2-T2-2	24,9	24,60	2,22	0,1	42,5	41,95	57,3	3,3
Q1-L2(k)-T2-1	23,4		2,53	0,2	40,0		61,6	3,5
Q1-L2(k)-T2-2	24,8	24,10	2,90	0,2	39,2	39,60	57,0	3,3
Q2-U-1	8,9		2,19	0,1	11,2		61,8	3,5
Q2-U-2	7,7	8,30	2,21	0,1	12,0	11,60	61,5	3,5
Q2-L0-1	14,3		2,07	0,1	12,3		0	0
Q2-L0-2	15,5	24,90	2,43	0,1	13,0	12,65	0	0
Q2-L2-T1-1	16,8		2,92	0,2	21,5		48,3	2,8
Q2-L2-T1-2	16,0	16,40	2,67	0,2	19,4	20,45	39,4	2,3
Q2-L4-T1-1	22,6		2,97	0,2	31,3		61,9	3,6
Q2-L4-T1-2	22,2	22,40	3,34	0,2	33,5	32,40	74,43	4,3
Q2-L4(2)-T1-1	11,5		2,25	0,1	16,4		45,6	2,6
Q2-L4(2)-T1-2	13,0	12,25	2,99	0,2	15,9	16,15	45,3	2,6
Q2-L4(3)-T1-1	14,0		2,71	0,2	19,9		61,5	3,5
Q2-L4(3)-T1-2	14,5	14,25	2,35	0,1	18,0	18,95	35,0	2,0
Q2-L4(4)-T1-1	19,5		2,92	0,2	18,8		0	0
Q2-L4(4)-T1-2	18,1	18,80	2,53	0,2	18,4	18,60	0	0
Q2-L6-T1-1	25,2		2,99	0,2	44,2		76,3	4,4
Q2-L6-T1-2	24,5	24,85	2,76	0,2	42,2	43,20	69,2	4,0
Q2-L2-T2-1	16,2		2,28	0,1	28,1		50,0	2,9
Q2-L2-T2-2	15,9	16,05	2,20	0,1	30,0	29,05	52,3	3,0
Q2-L4-T2-1	23,8		3,21	0,2	46,2		51,8	3,0
Q2-L4-T2-2	21,5	22,65	2,98	0,2	40,5	43,35	50,1	2,9
Q2-L4-T3-1	21,6		2,89	0,2	42,6		134,8	7,7
Q2-L4-T3-2	23,7	22,65	3,15	0,2	45,0	43,80	137,9	7,9

D.1 Torsionsmomente und Verwindung

Probekörper- bezeichnung	Übergang				Maximale Torsionstragfähigkeit			
	Zustand I - Zustand II							
	$T_{I,max}$ [kNm]	$\phi T_{I,max}$ [kNm]	$\vartheta_{I,max}$ [1/m]·10 <sup>3</sup>	[°/m]	$T_{II,max}$ [mm]	$\phi T_{II,max}$ [kNm]	$\vartheta_{II,max}$ [1/m]·10 <sup>3</sup>	[°/m]
Q2-L4-T4-1	22,0		3,11	0,2	33,8		172,3	9,9
Q2-L4-T4-2	17,4	19,70	2,38	0,1	32,5	33,15	193,5	11,1
Q3-U-1	11,2		1,42	0,1	13,4		37,0	2,1
Q3-U-2	12,0	11,60	1,58	0,1	12,4	12,90	33,4	1,9
Q3-L4-T1-1	25,7		3,04	0,2	34,0		57,5	3,3
Q3-L4-T1-2	24,5	25,10	3,45	0,2	35,3	34,65	63,3	3,6
Q4-U-1	15,3		1,32	0,1	23,1		68,7	3,9
Q4-U-2	16,5	15,90	1,57	0,1	23,8	23,45	80,9	4,6
Q4-L4-T1-1	32,5		1,40	0,1	60,8		67,8	3,9
Q4-L4-T1-2	34,1	33,30	2,22	0,1	61,3	61,05	77,4	4,4
Q4-L2-T5-1	33,4	33,40	1,67	0,1	38,1	38,10	61,8	3,5
Q5-U-1	21,3		1,19	0,1	35,5		66,3	3,8
Q5-U-2	24,2	22,75	1,78	0,1	32,5	34,00	33,3	1,9
Q5-L4-T1-1	45,5		1,44	0,1	76,8		68,4	3,9
Q5-L4-T1-2	46,0	45,75	1,43	0,1	78,3	77,55	61,1	3,5
Q6-U-1	19,5		1,41	0,1	29,6		64,5	3,7
Q6-U-2	19,8	19,65	1,53	0,1	26,5	28,05	34,2	2,0
Q6-L4-T1-1	40,9		2,27	0,1	69,4		64,9	3,7
Q6-L4-T1-2	41,7	41,30	1,74	0,1	72,7	71,05	63,5	3,6
Q7-U-1	9,4		2,20	0,1	14,7		64,3	3,7
Q7-U-2	9,3	9,35	2,20	0,1	15,0	14,85	60,9	3,5
Q7-L2-T1-1	15,0		2,37	0,1	18,7		36,2	2,1
Q7-L2-T1-2	15,4	15,20	2,43	0,1	18,3	18,50	35,7	2,1
Q8-U-1	10,0		2,37	0,1	15,4		54,1	3,1
Q8-U-2	10,3	10,15	2,86	0,2	16,0	15,7	57,4	3,3
Q8-L2-T1-1	15,5		2,23	0,1	19,7		34,4	2,0
Q8-L2-T1-2	16,2	15,90	2,59	0,2	21,0	20,35	32,1	1,8
Q9-L4-T1-1	21,7		3,32	0,2	38,4		67,8	3,9
Q9-L4-T1-2	22,5	22,10	2,89	0,2	40,2	39,30	69,8	4,0
Q10-L4-T1-1	21,1		4,76	0,3	37,5		73,3	4,2
Q10-L4-T1-2	22,5	21,80	3,35	0,2	38,5	38,00	69,3	4,0

## D.2 Steifigkeiten

Probekörper- bezeichnung	im Zustand I [MNm <sup>2</sup> ]				im Zustand II [MNm <sup>2</sup> ]			
	2 kN		Ende Z I		Mittelwert		$K_T^{II}$	$\phi K_T^{II}$
	$K_T^I$	$\phi K_T^I$	$K_T^I$	$\phi K_T^I$	$K_T^I$	$\phi K_T^I$		
Q1-U-1	9,9		6,0		7,95		0,5	
Q1-U-2	9,6	9,75	7,6	6,80	8,60	8,28	0,4	0,45
Q1-L0-1	11,6		8,5		10,05		-*1)	
Q1-L0-2	10,8	11,20	10,1	9,30	10,45	10,25	-*1)	-*1)
Q1-L4-T1-1	12,6		9,6		11,10		0,6	
Q1-L4-T1-2	14,4	13,50	10,2	9,90	12,30	11,70	0,5	0,55
Q1-L4(k)-T1-1	13,2		9,5		11,35		0,6	
Q1-L4(k)-T1-2	15,0	14,10	10,3	9,90	12,65	12,00	0,6	0,60
Q1-L6-T1-1	15,5		10,2		12,85		0,7	
Q1-L6-T1-2	14,0	14,75	9,6	9,90	11,80	12,33	0,8	0,75
Q1-L2-T2-1	11,2		14,3		12,75		0,8	
Q1-L2-T2-2	11,2	11,20	11,2	12,75	11,20	11,98	0,7	0,75
Q1-L2(k)-T2-1	12,4		9,3		10,85		0,6	
Q1-L2(k)-T2-2	12,2	12,30	8,6	8,95	10,40	10,63	0,7	0,65
Q2-U-1	5,7		4,0		4,85		0,2	
Q2-U-2	7,4	6,55	3,5	3,75	5,45	5,15	0,2	0,20
Q2-L0-1	8,8		6,9		7,85		-*1)	
Q2-L0-2	8,4	8,60	6,4	6,65	7,40	7,63	-*1)	-*1)
Q2-L2-T1-1	7,9		5,8		6,85		0,4	
Q2-L2-T1-2	8,8	8,35	6,0	5,90	7,40	7,13	0,5	0,45
Q2-L4-T1-1	12,3		7,6		9,95		0,5	
Q2-L4-T1-2	10,0	11,15	6,6	7,10	8,30	9,13	0,5	0,50
Q2-L4(2)-T1-1	6,2		5,1		5,65		0,4	
Q2-L4(2)-T1-2	8,2	7,20	4,3	4,70	6,25	5,95	0,4	0,40
Q2-L4(3)-T1-1	9,4		5,2		7,30		0,3	
Q2-L4(3)-T1-2	9,5	9,45	6,2	5,70	7,85	7,58	0,5	0,40
Q2-L4(4)-T1-1	12,8		6,7		9,75		-*1)	
Q2-L4(4)-T1-2	11,3	12,05	7,1	6,90	9,20	9,48	-*1)	-*1)
Q2-L6-T1-1	14,6		8,4		11,50		0,6	
Q2-L6-T1-2	11,7	13,15	8,9	8,65	10,30	10,90	0,6	0,60
Q2-L2-T2-1	11,2		7,1		9,15		0,6	
Q2-L2-T2-2	8,7	9,95	7,2	7,15	7,95	8,55	0,6	0,60
Q2-L4-T2-1	10,7		7,4		9,05		0,9	
Q2-L4-T2-2	9,5	10,10	7,2	7,30	8,35	8,70	0,8	0,85
Q2-L4-T3-1	14		7,5		10,75		0,3	
Q2-L4-T3-2	13,7	13,85	7,5	7,50	10,60	10,68	0,3	0,30

D.2 Steifigkeiten

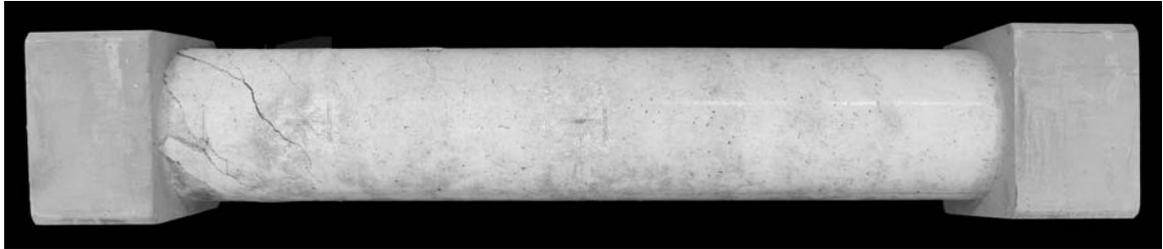
Probekörper- bezeichnung	im Zustand I [MNm <sup>2</sup> ]				im Zustand II [MNm <sup>2</sup> ]			
	2 kN		Ende Z I		Mittelwert		$K_T^{II}$	$\phi K_T^{II}$
	$K_T^I$	$\phi K_T^I$	$K_T^I$	$\phi K_T^I$	$K_T^I$	$\phi K_T^I$		
Q2-L4-T4-1	12,2		7,1		9,65		0,2	
Q2-L4-T4-2	11,2	11,70	7,3	7,20	9,25	9,45	0,2	0,20
Q3-U-1	10,7		7,9		9,30		0,4	
Q3-U-2	10,3	10,50	7,6	7,75	8,95	9,13	0,4	0,40
Q3-L4-T1-1	23,6		8,5		16,05		0,6	
Q3-L4-T1-2	23,6	23,60	7,1	7,80	15,35	15,7	0,6	0,60
Q4-U-1	28,3		11,6		19,95		0,3	
Q4-U-2	16,4	22,35	10,5	11,05	13,45	16,7	0,3	0,30
Q4-L4-T1-1	26,5		23,2		24,85		0,9	
Q4-L4-T1-2	25,0	25,75	15,4	19,30	20,20	22,53	0,8	0,85
Q4-L2-T5-1	26,7	26,70	20,0	20,00	23,35	23,35	0,6	0,60
Q5-U-1	21,4		18,0		19,70		0,5	
Q5-U-2	23,9	22,65	13,6	15,80	18,75	19,23	1,0	0,75
Q5-L4-T1-1	35,0		31,5		33,25		1,1	
Q5-L4-T1-2	41,9	38,45	32,1	31,80	37,00	35,13	1,2	1,15
Q6-U-1	19,5		13,8		16,65		0,5	
Q6-U-2	17,4	18,45	12,9	13,35	15,15	15,90	0,8	0,65
Q6-L4-T1-1	21,9		18,0		19,95		1,1	
Q6-L4-T1-2	21,9	21,90	24,0	21,00	22,95	21,45	1,1	1,10
Q7-U-1	6,2		4,3		5,25		0,2	
Q7-U-2	6,6	6,40	4,2	4,25	5,40	5,33	0,2	0,20
Q7-L2-T1-1	13,0		6,3		9,65		0,5	
Q7-L2-T1-2	9,0	11,00	6,3	6,30	7,65	8,65	0,5	0,50
Q8-U-1	8,9		4,2		6,55		0,3	
Q8-U-2	8,2	8,55	3,6	3,90	5,90	6,23	0,3	0,30
Q8-L2-T1-1	10,6		7,0		8,80		0,6	
Q8-L2-T1-2	13,1	11,85	6,2	6,60	9,65	9,23	0,7	0,65
Q9-L4-T1-1	10,2		6,5		8,35		0,6	
Q9-L4-T1-2	10,2	10,20	7,8	7,15	9,00	8,68	0,6	0,60
Q10-L4-T1-1	6,2		4,4		5,30		0,5	
Q10-L4-T1-2	9,2	7,70	6,7	5,55	7,95	6,63	0,6	0,55

*D Ergebnisse der experimentellen Untersuchung*

## E Gesamtansichten der geprüften Probekörper

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

**Probekörper Q1-U-1**



a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

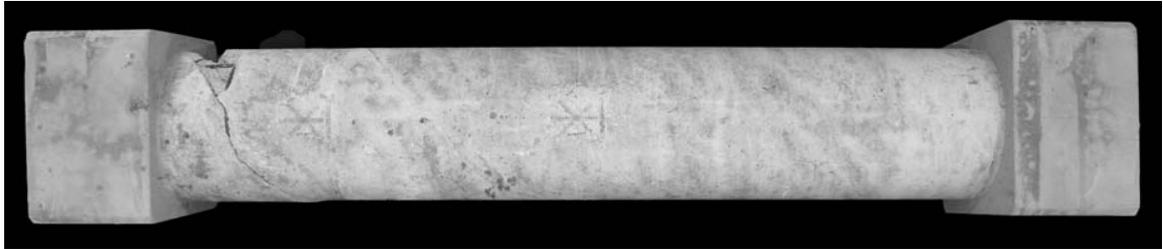


c) Unteransicht

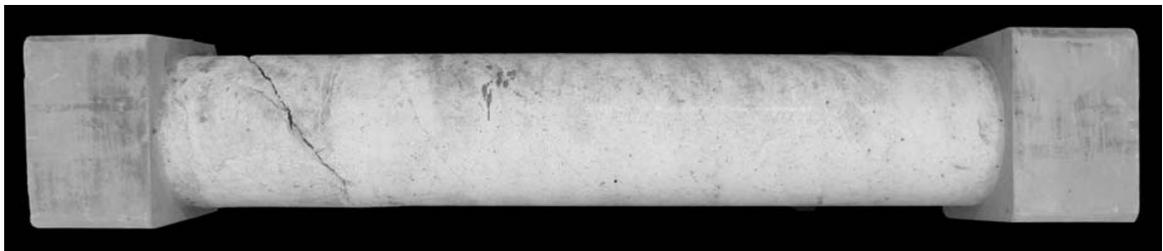


d) Seitenansicht - 2

Probekörper Q1-U-2



a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

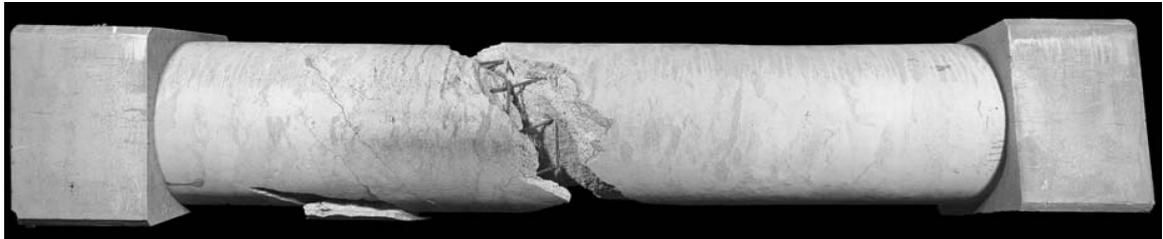
**Probekörper Q1-L0-1**



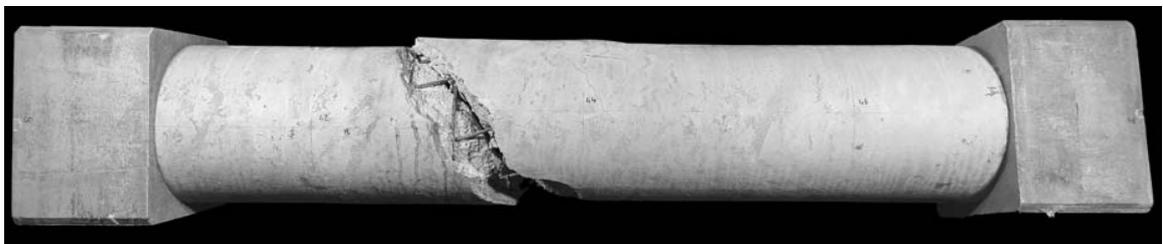
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

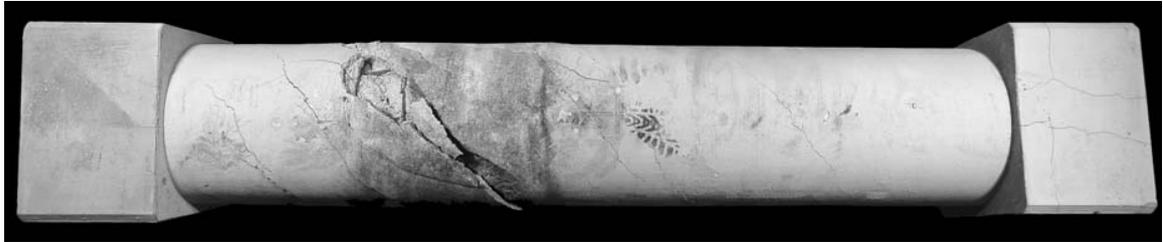


c) Unteransicht

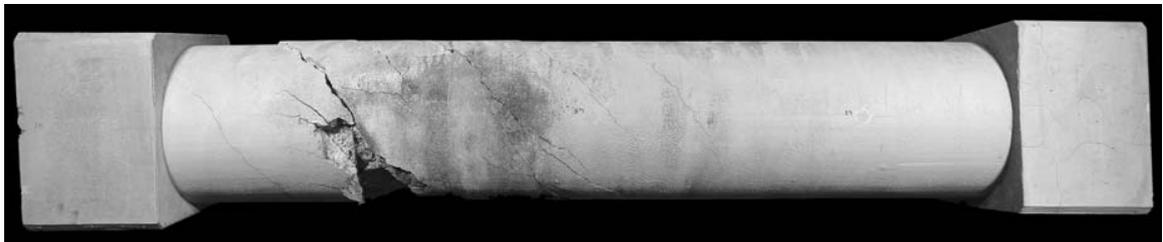


d) Seitenansicht - 2

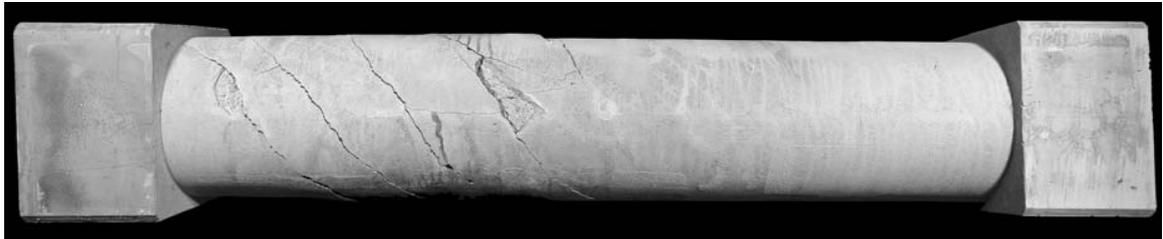
Probekörper Q1-L0-2



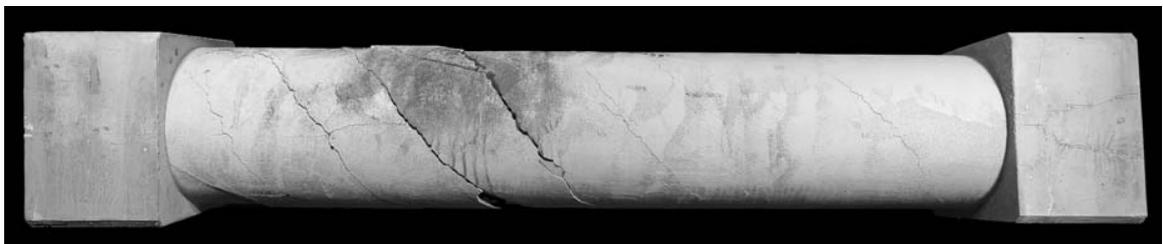
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



c) Unteransicht



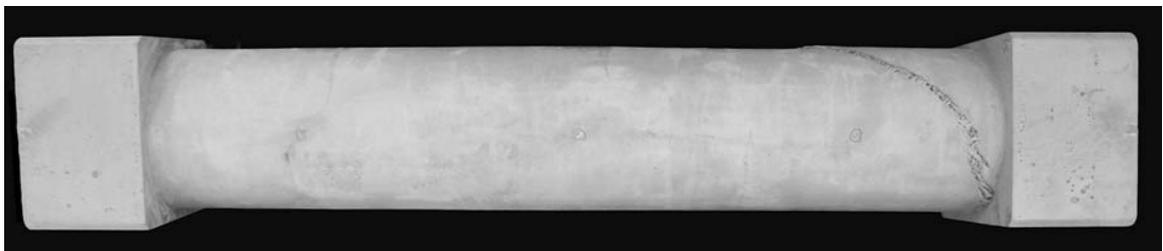
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

**Probekörper Q1-L4-T1-1**



a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

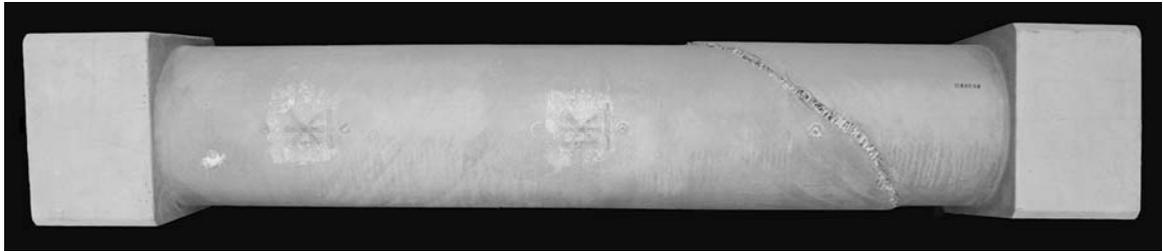


c) Unteransicht

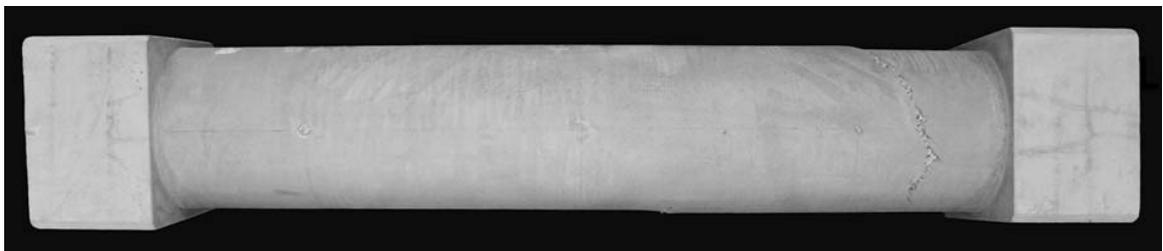


d) Seitenansicht - 2

Probekörper Q1-L4-T1-2



a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



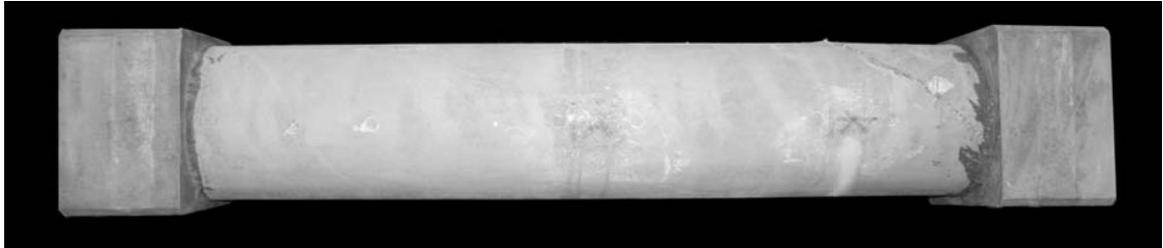
c) Unteransicht



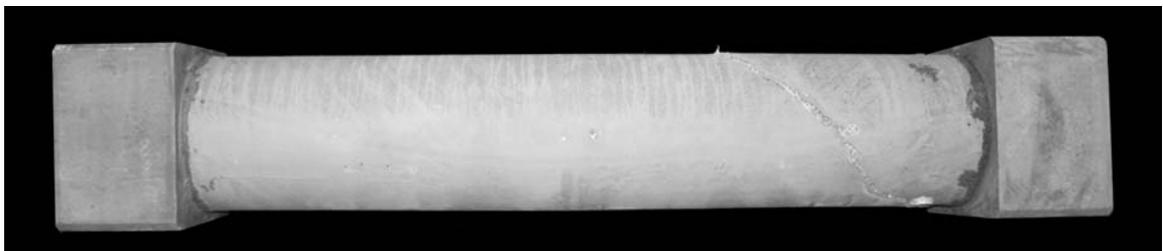
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

**Probekörper Q1-L4(k)-T1-1**



a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

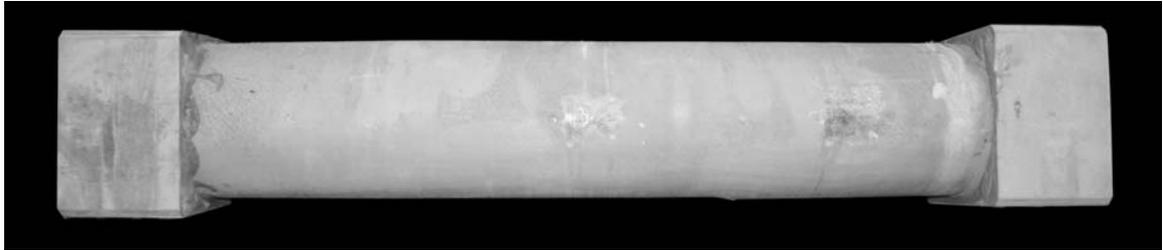


c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

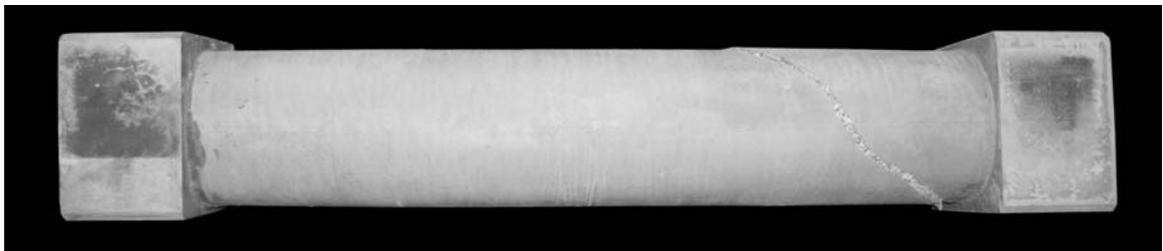
Probekörper Q1-L4(k)-T1-2



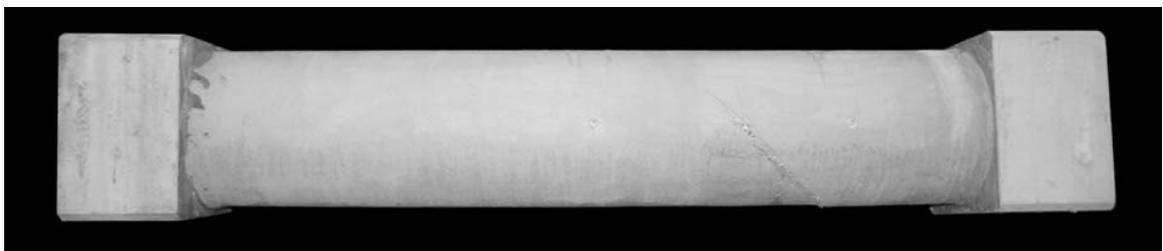
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



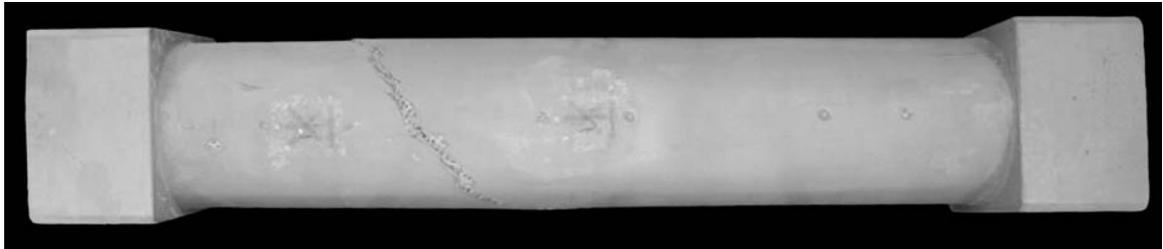
c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

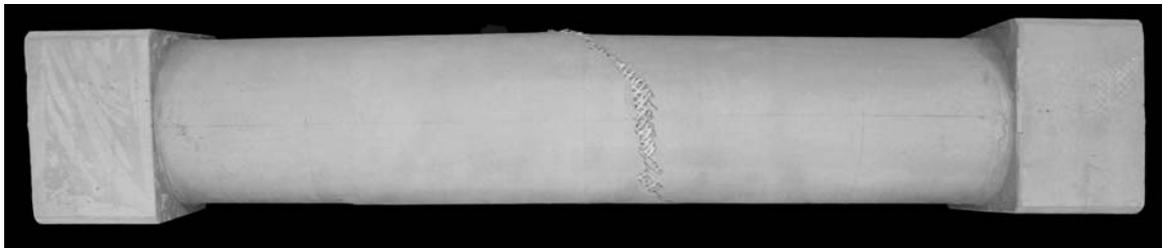
**Probekörper Q1-L6-T1-1**



a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

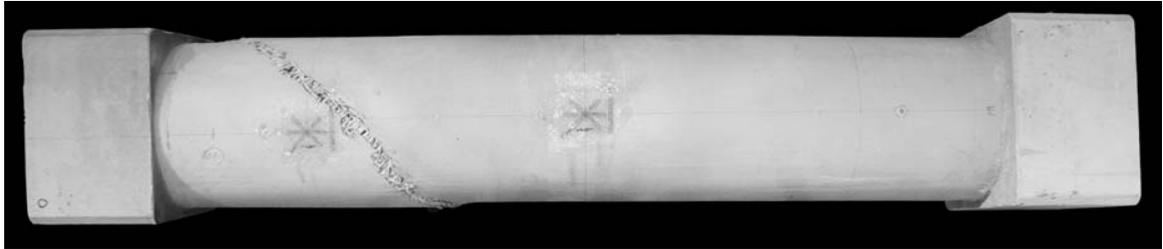


c) Unteransicht

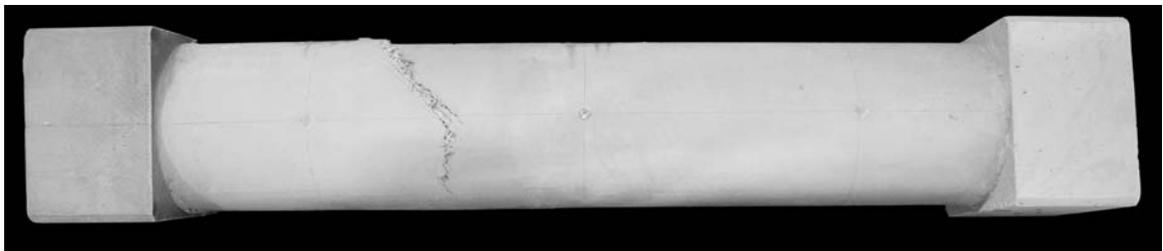


d) Seitenansicht - 2

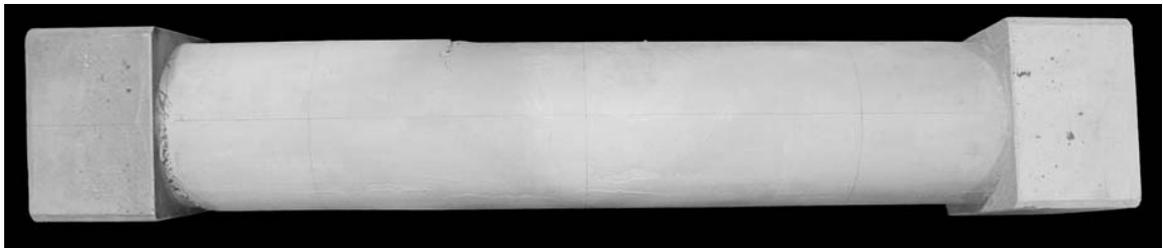
Probekörper Q1-L6-T1-2



a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



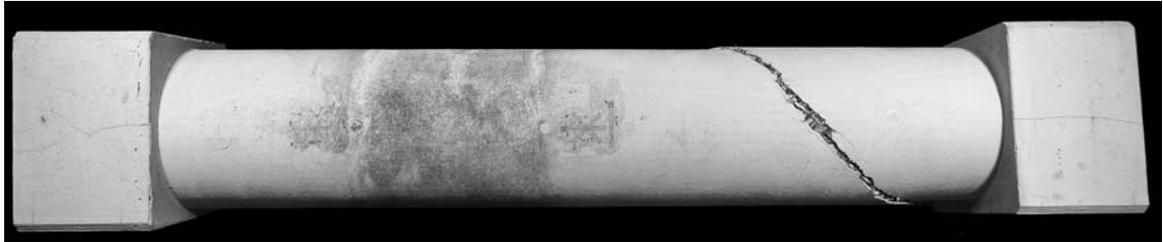
c) Unteransicht



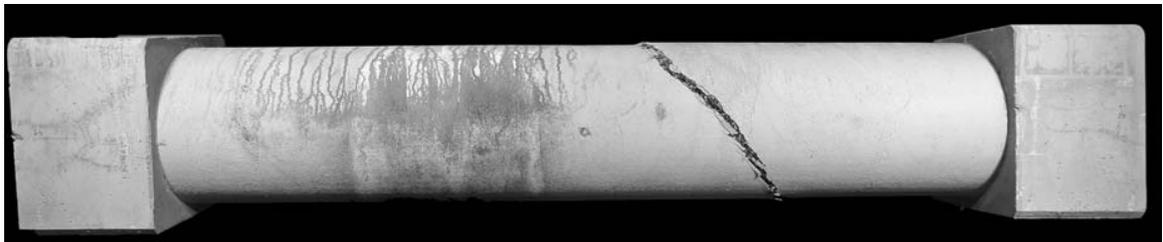
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

**Probekörper Q1-L2-T2-1**



a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

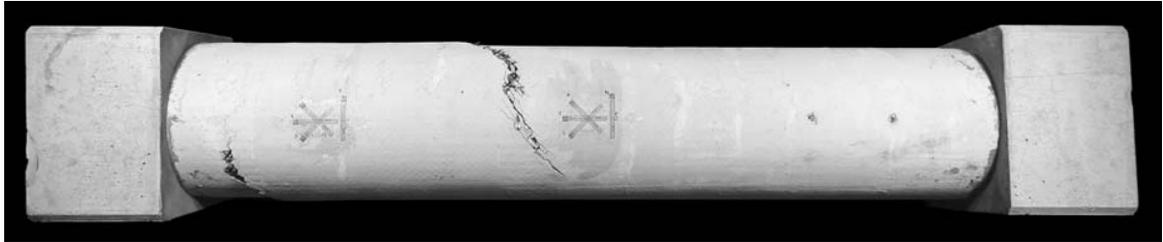


c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

Probekörper Q1-L2-T2-2



a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



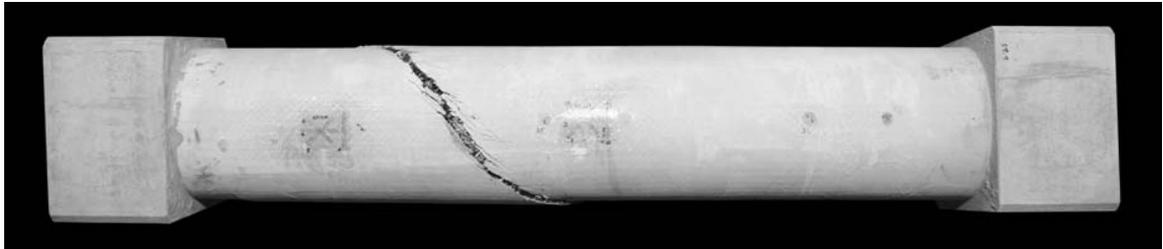
c) Unteransicht



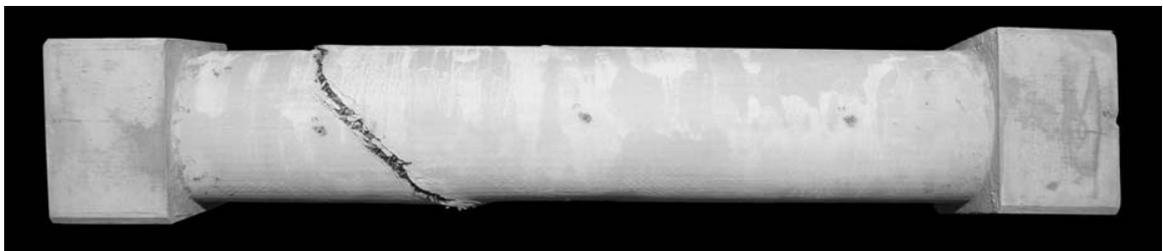
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

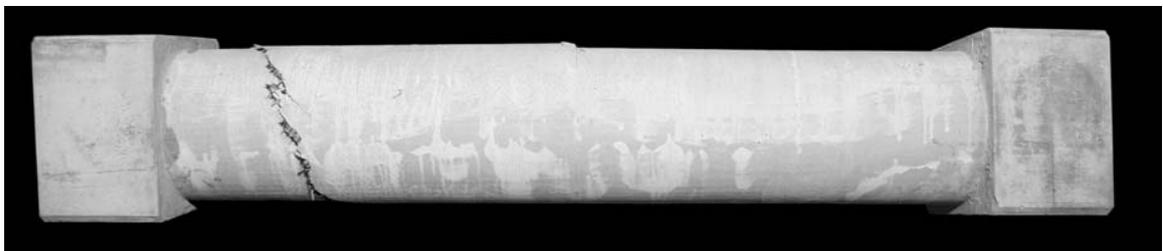
**Probekörper Q1-L2(k)-T2-1**



a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



c) Unteransicht

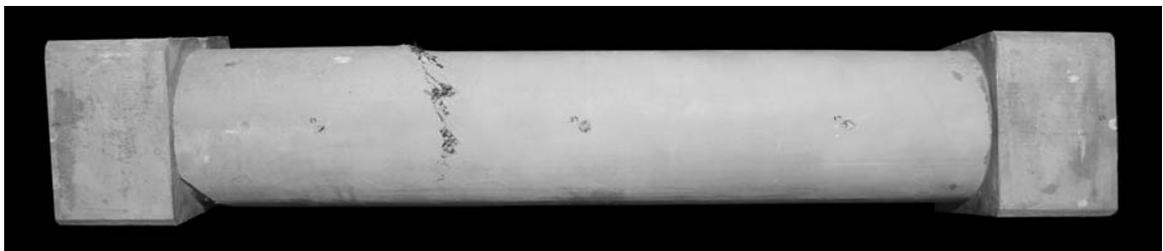


d) Seitenansicht - 2

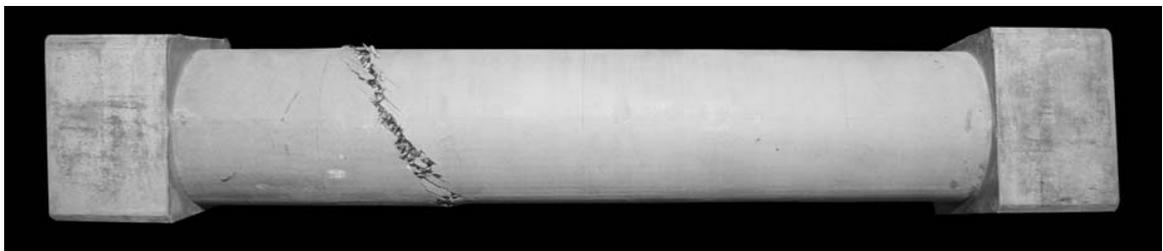
Probekörper Q1-L2(k)-T2-2



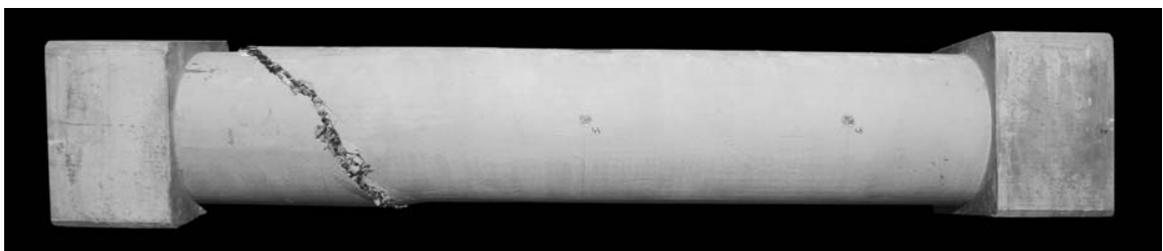
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



c) Unteransicht



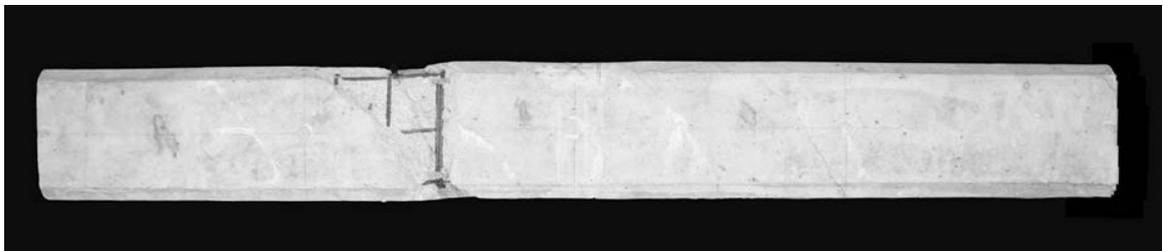
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

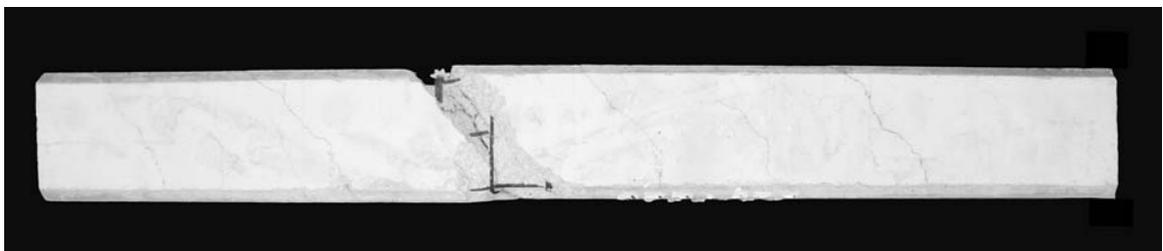
**Probekörper Q2-U-1**



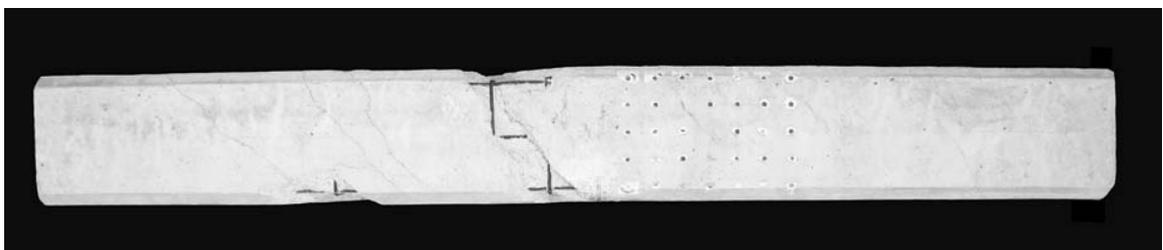
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

Probekörper Q2-U-2



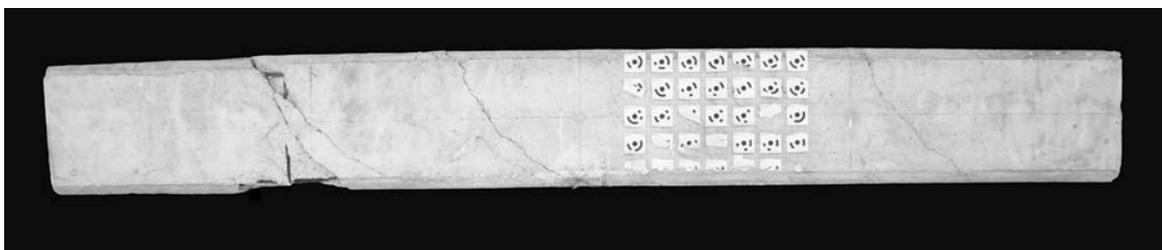
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



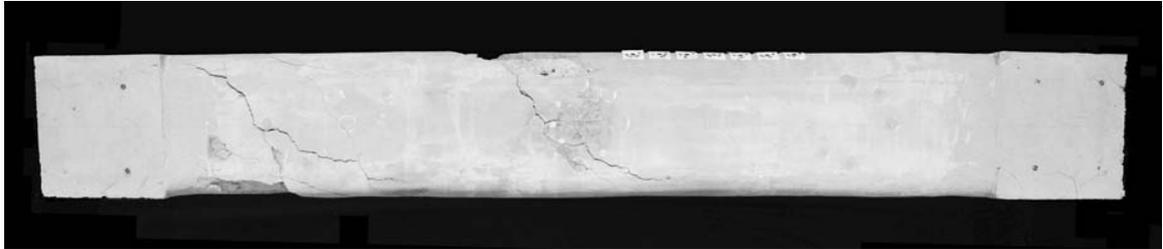
c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

**Probekörper Q2-L0-1**



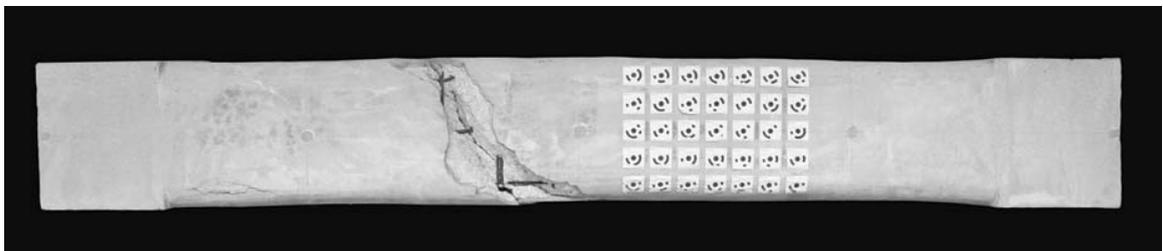
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

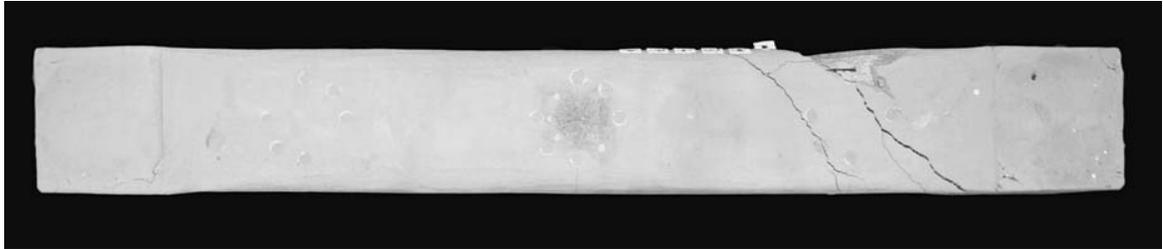


c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

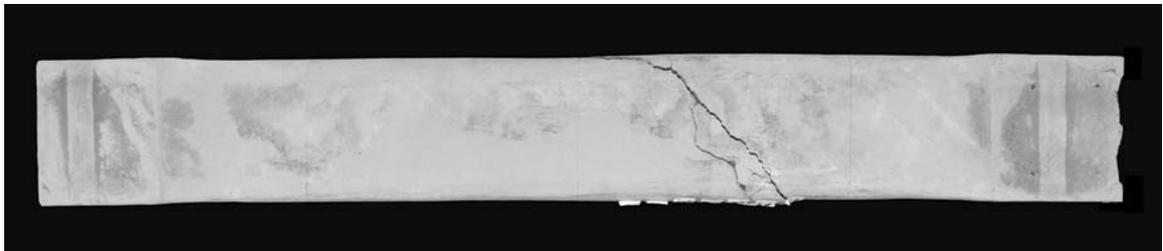
Probekörper Q2-L0-2



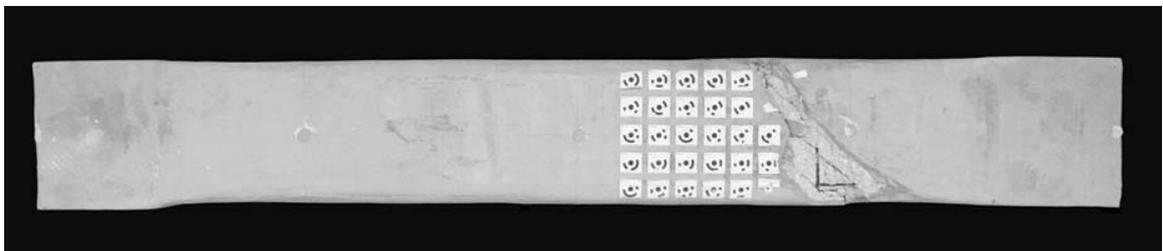
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



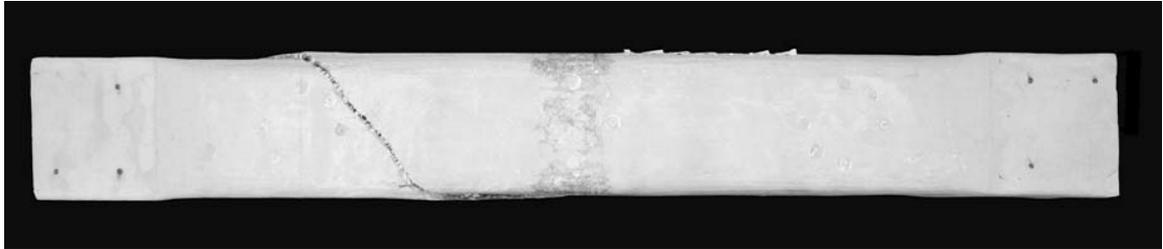
c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

**Probekörper Q2-L2-T1-1**



a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

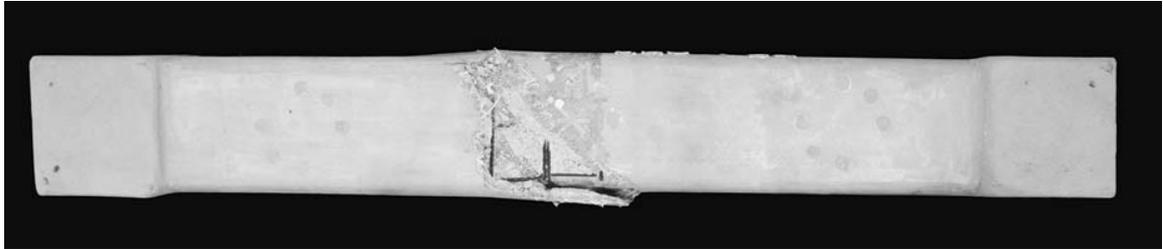


c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

Probekörper Q2-L2-T1-2



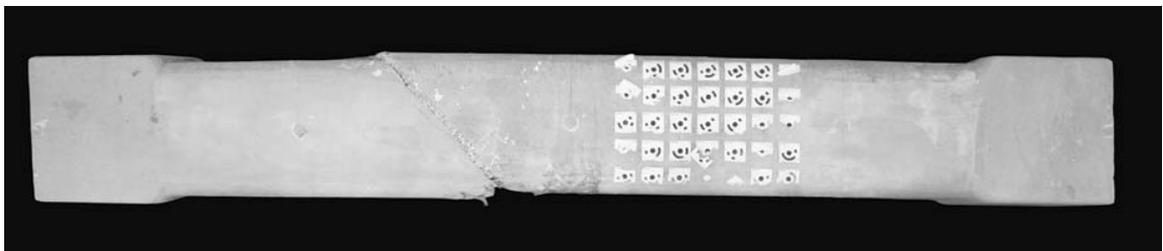
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



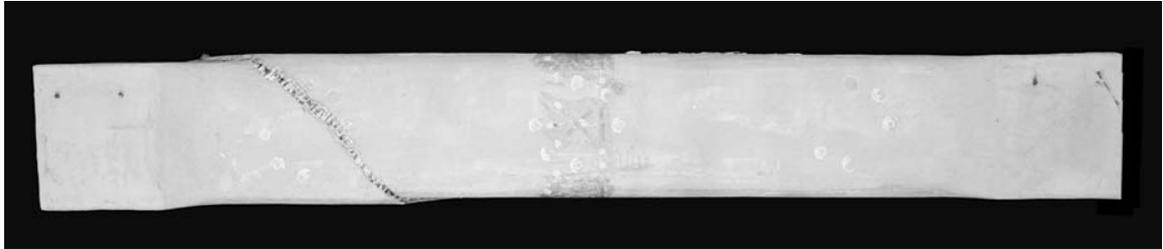
c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

**Probekörper Q2-L4-T1-1**



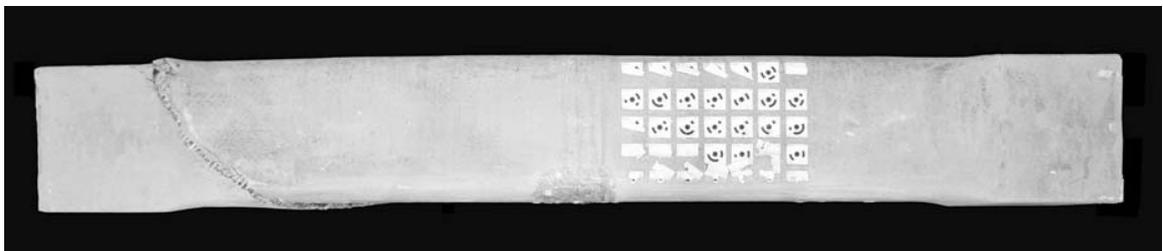
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

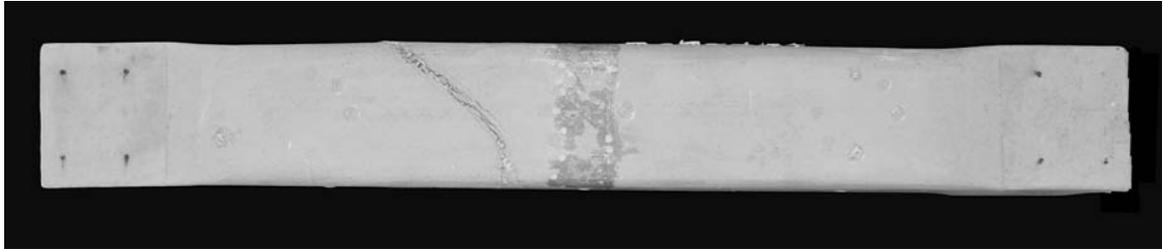


c) Unteransicht

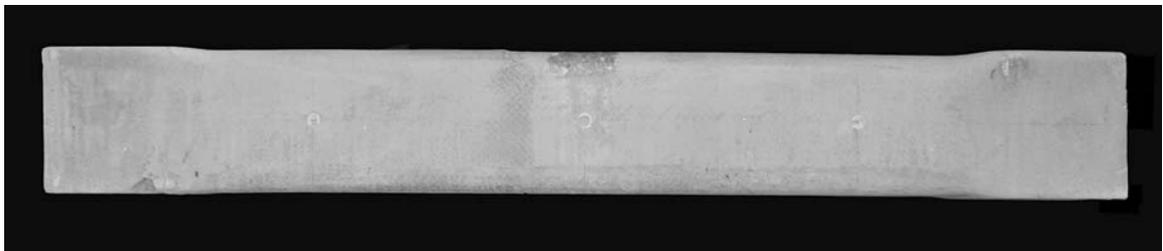


d) Seitenansicht - 2

Probekörper Q2-L4-T1-2



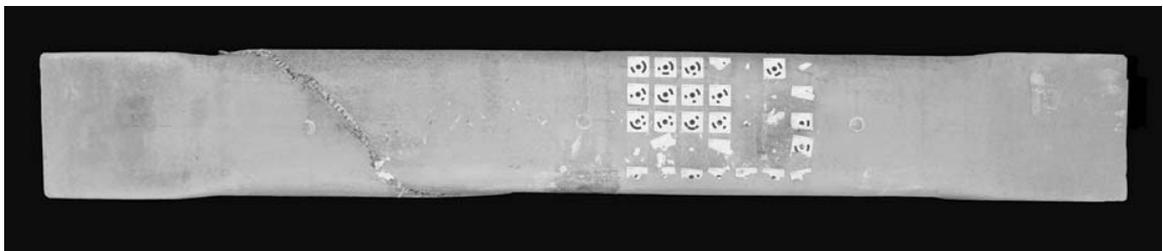
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



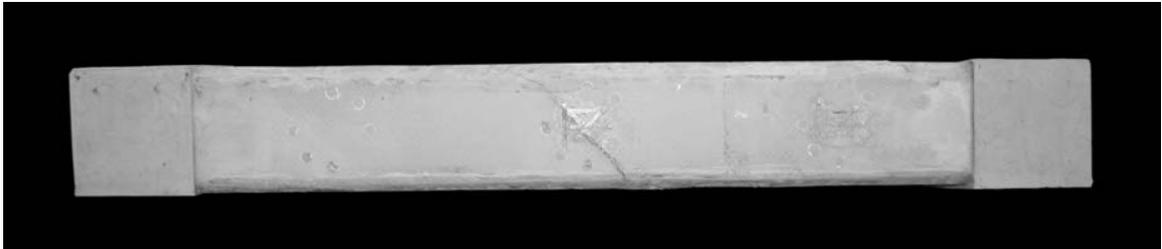
c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

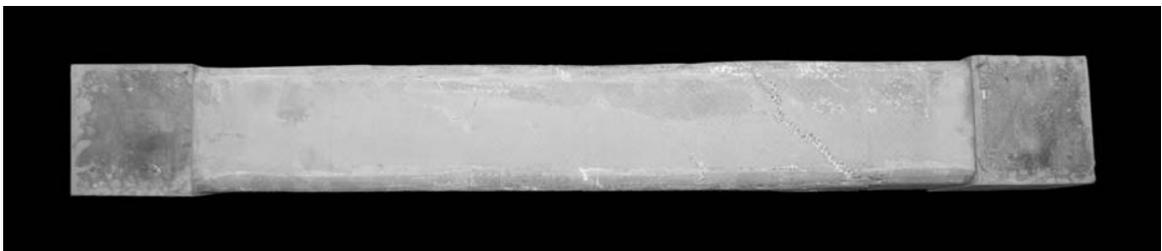
**Probekörper Q2-L4(2)-T1-1**



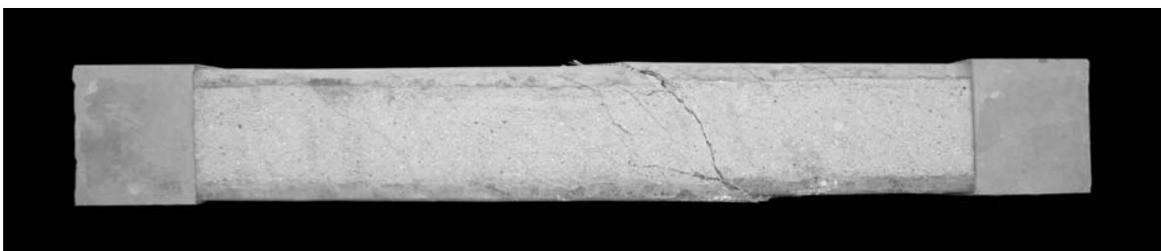
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

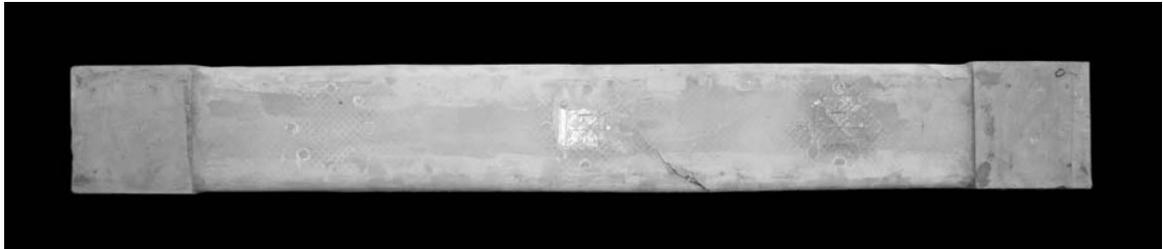


c) Unteransicht

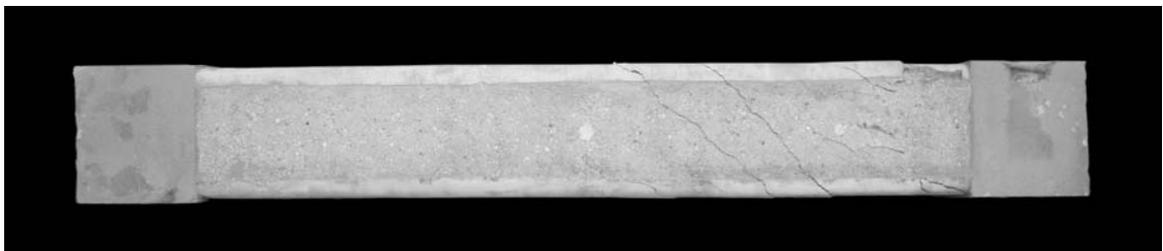


d) Seitenansicht - 2

Probekörper Q2-L4(2)-T1-2



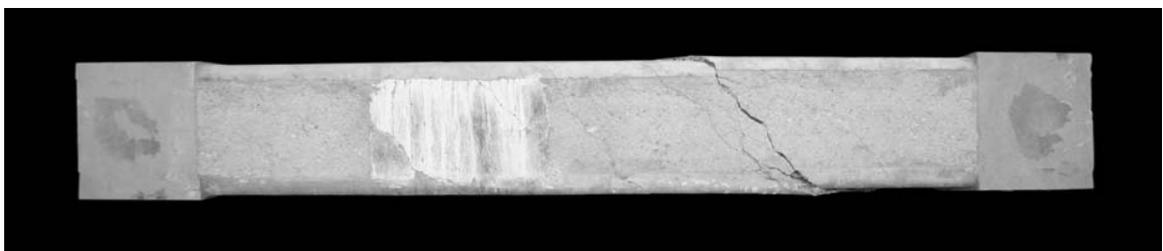
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



c) Unteransicht



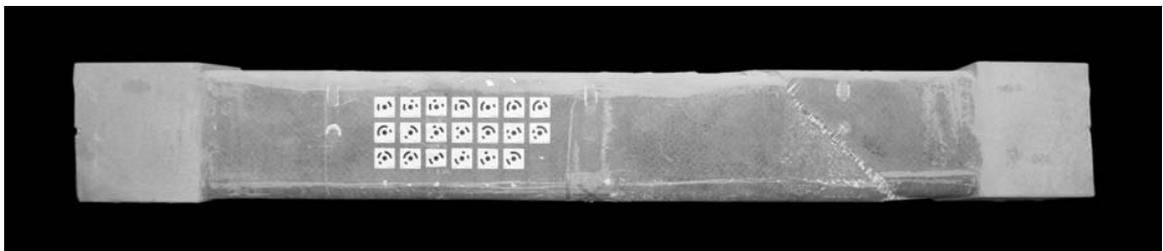
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

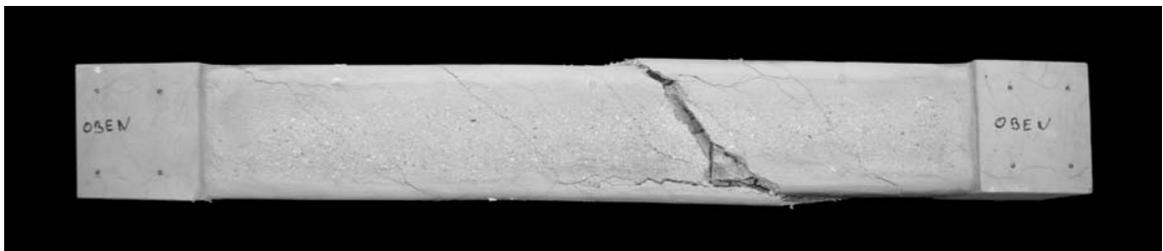
**Probekörper Q2-L4(3)-T1-1**



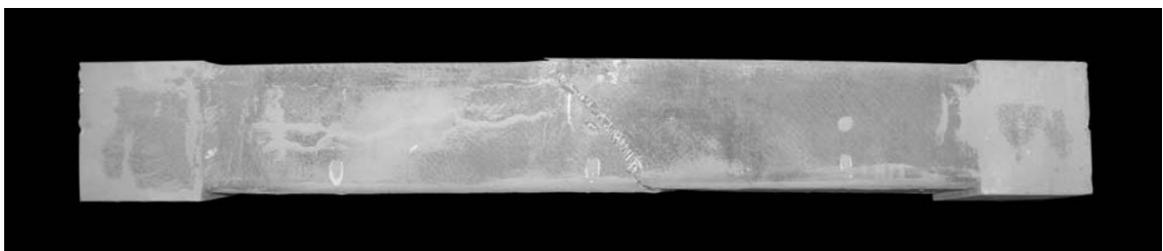
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

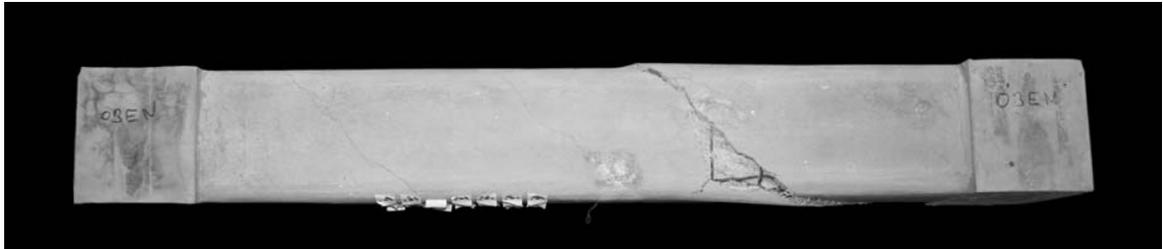


c) Unteransicht

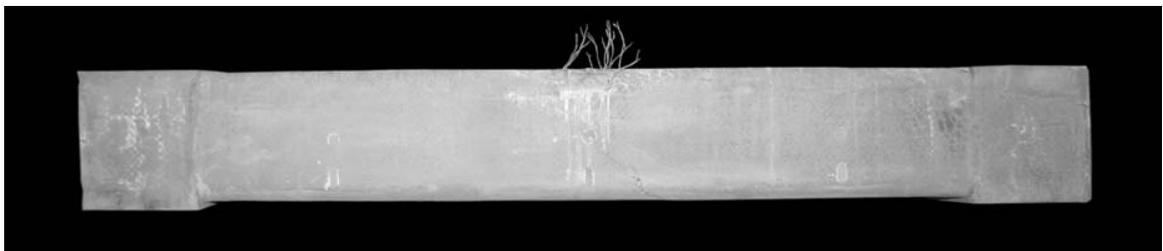


d) Seitenansicht - 2

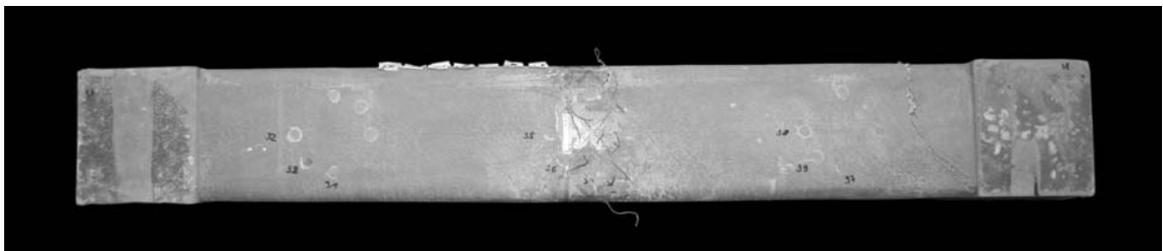
Probekörper Q2-L4(3)-T1-2



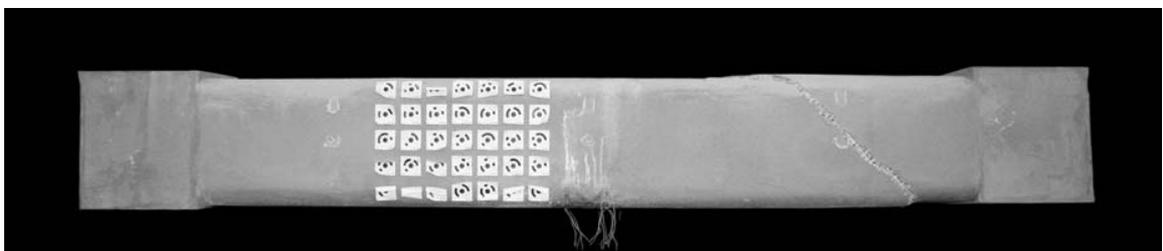
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



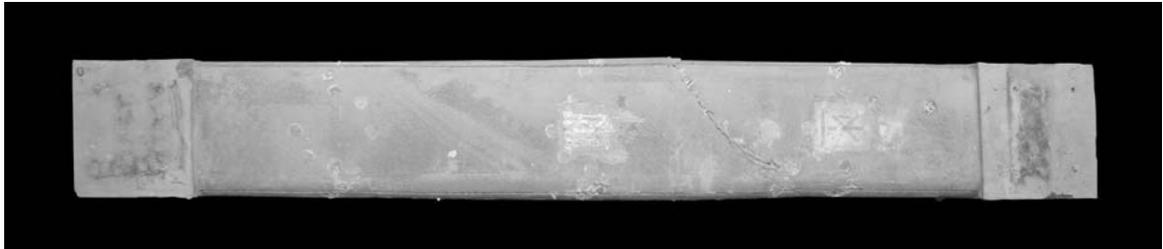
c) Unteransicht



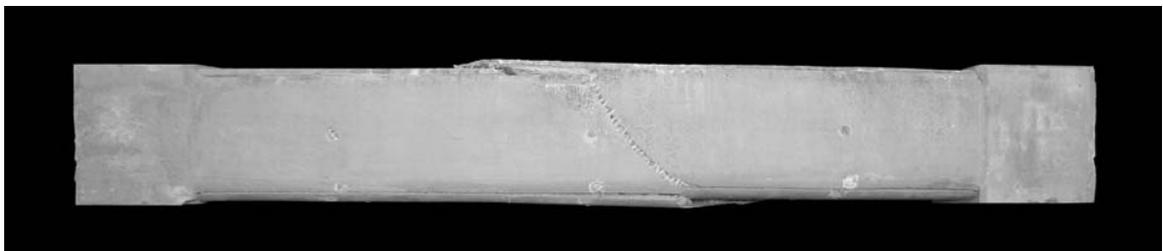
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

**Probekörper Q2-L4(4)-T1-1**



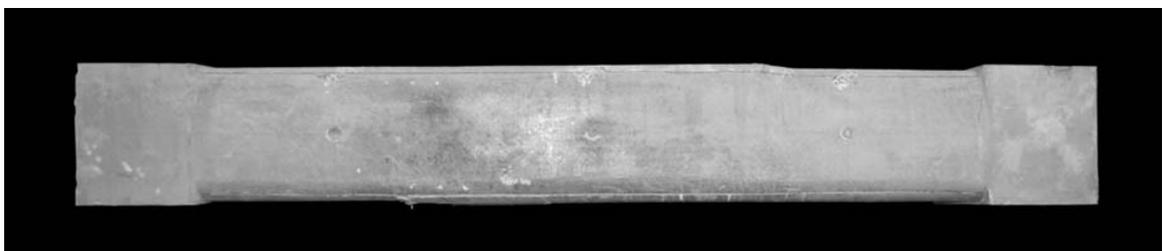
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

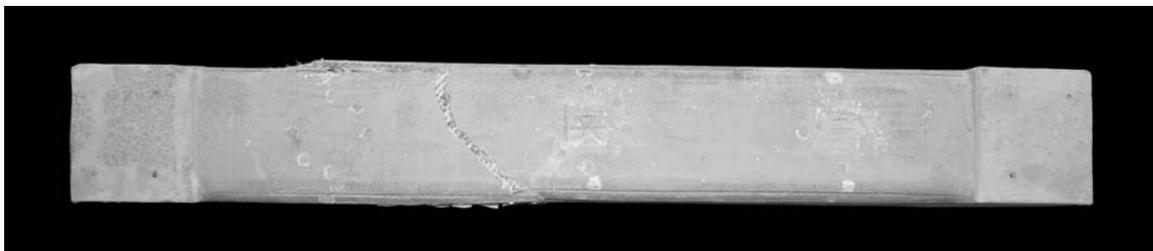


c) Unteransicht

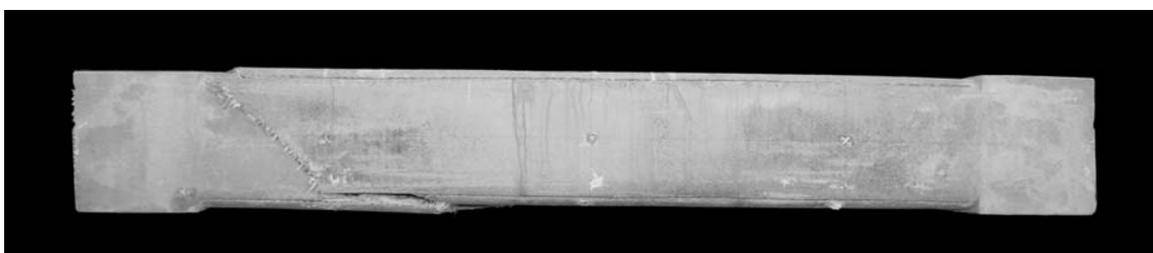


d) Seitenansicht - 2

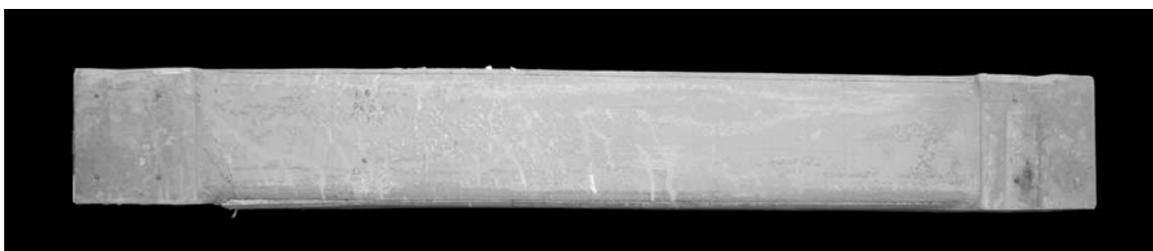
Probekörper Q2-L4(4)-T1-2



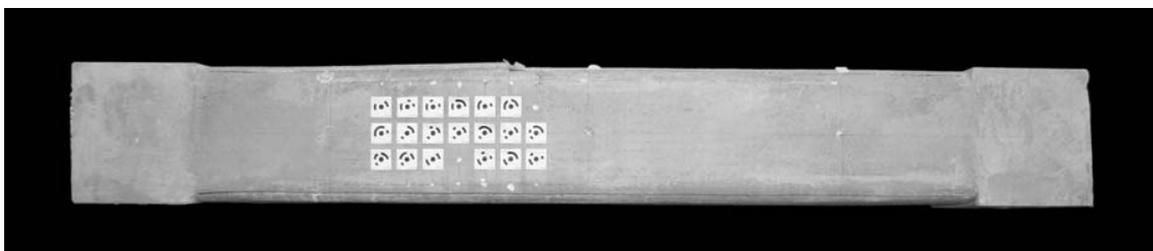
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



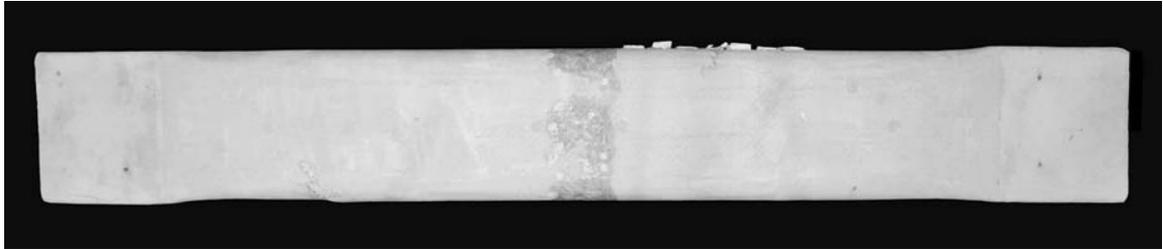
c) Unteransicht



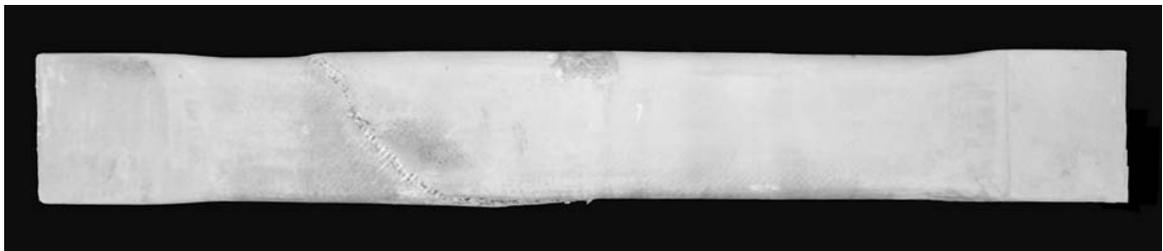
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

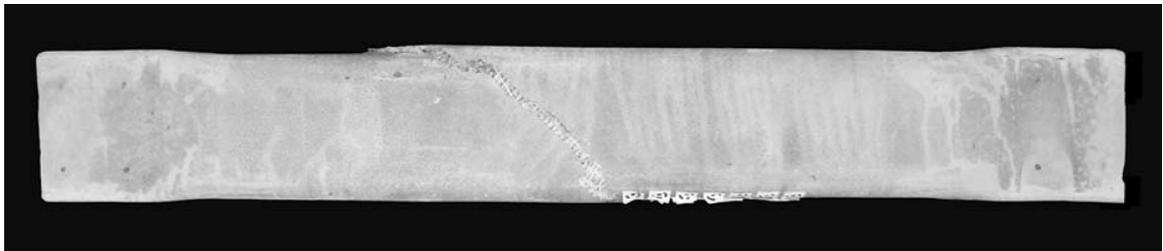
**Probekörper Q2-L6-T1-1**



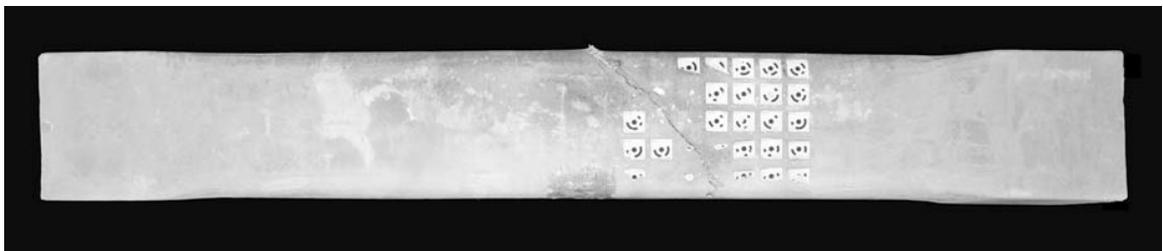
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

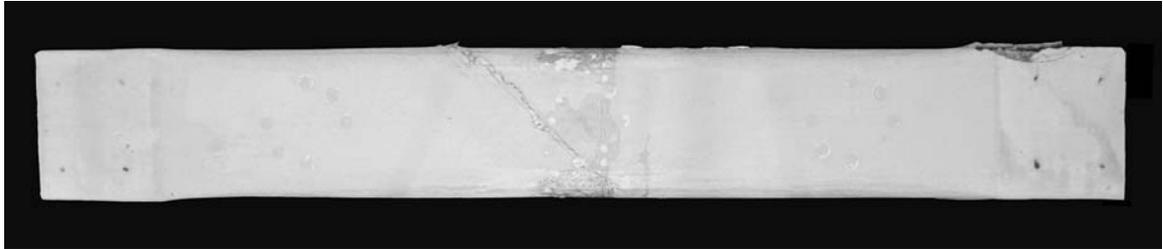


c) Unteransicht

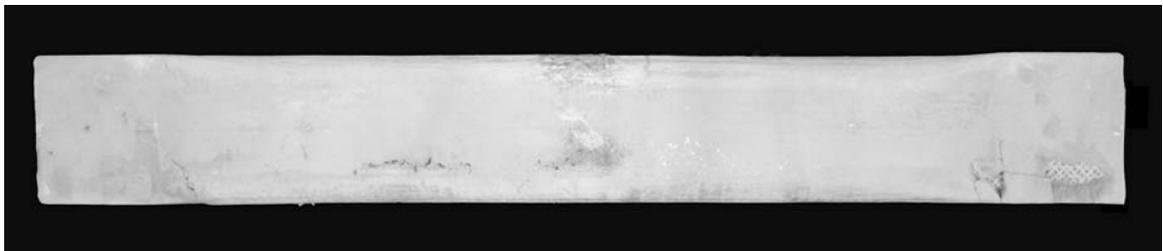


d) Seitenansicht - 2

Probekörper Q2-L6-T1-2



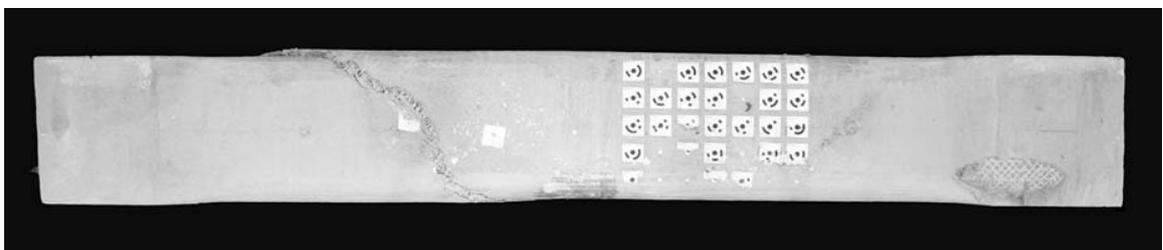
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



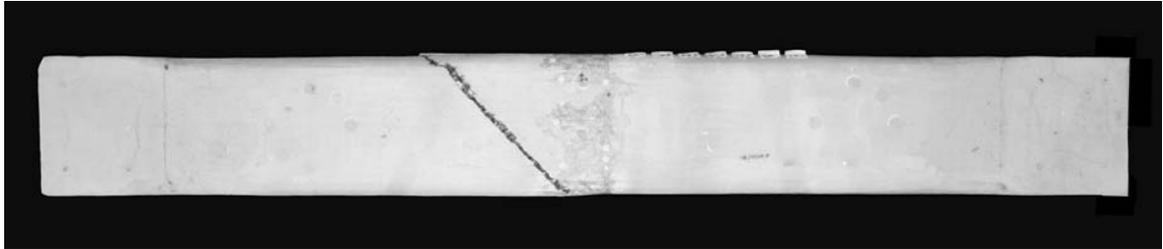
c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

**Probekörper Q2-L2-T2-1**



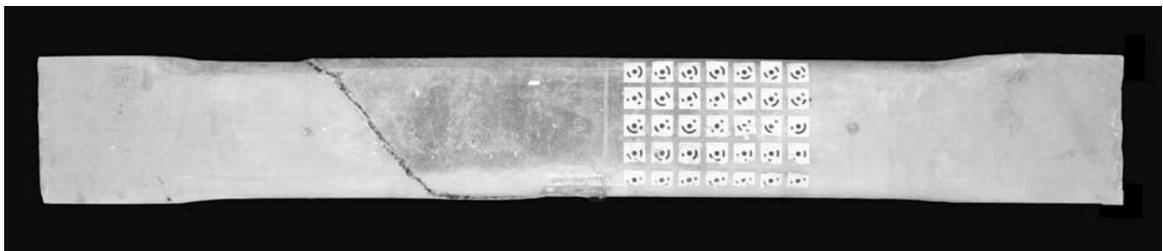
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

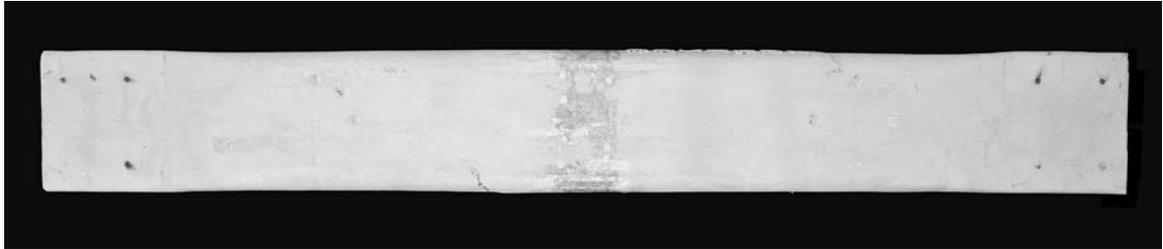


c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

Probekörper Q2-L2-T2-2



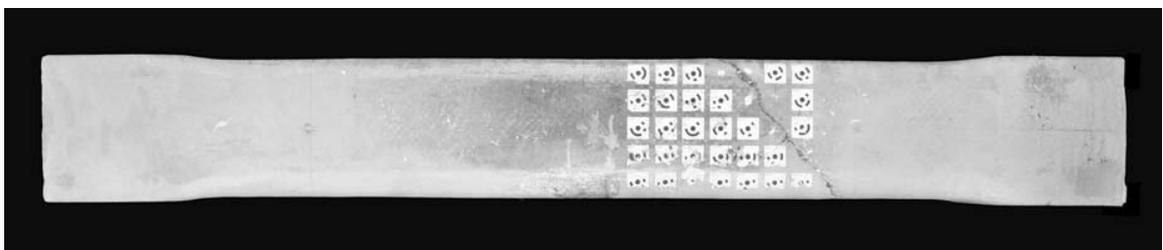
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



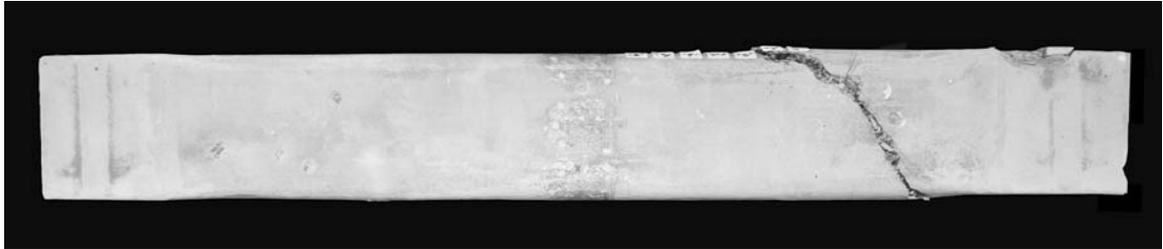
c) Unteransicht



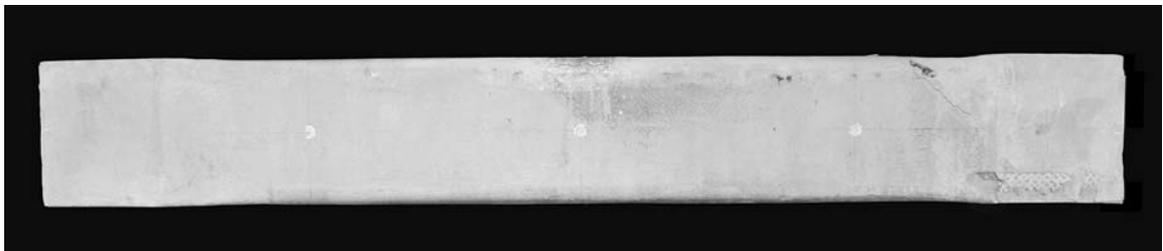
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

**Probekörper Q2-L4-T2-1**



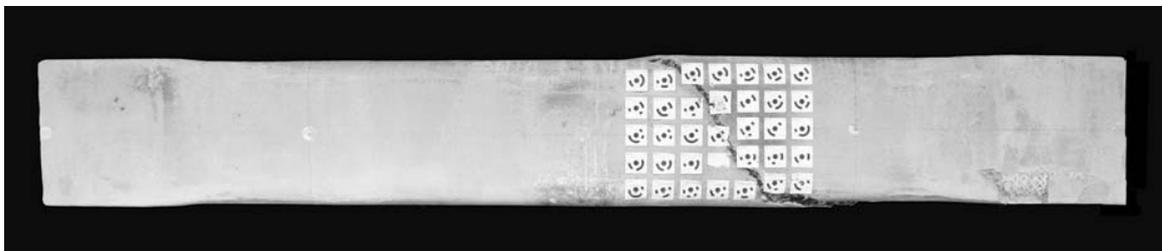
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

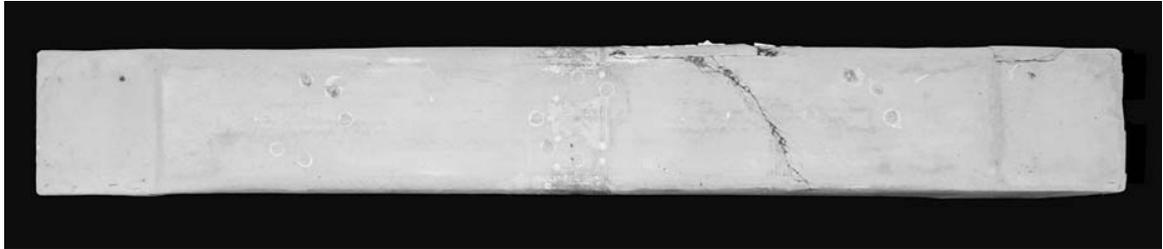


c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

Probekörper Q2-L4-T2-2



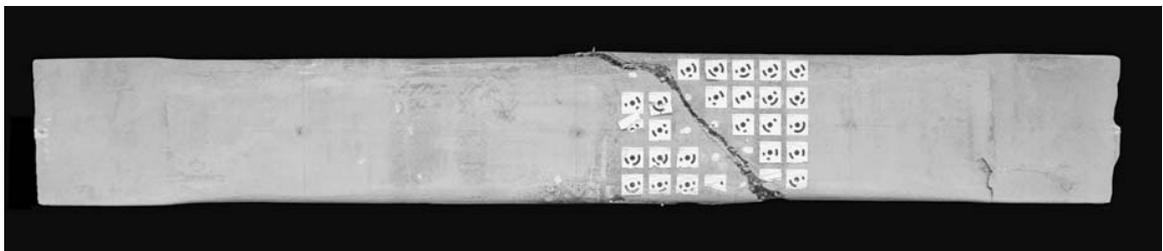
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



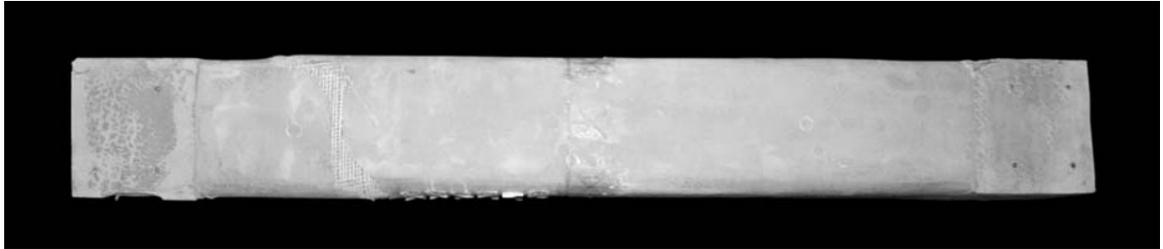
c) Unteransicht



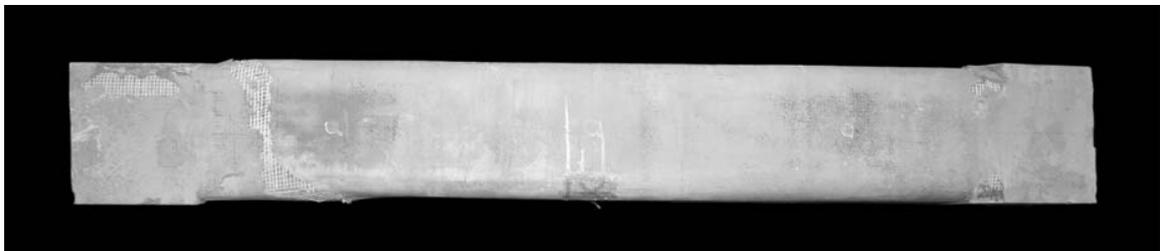
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

**Probekörper Q2-L4-T3-1**



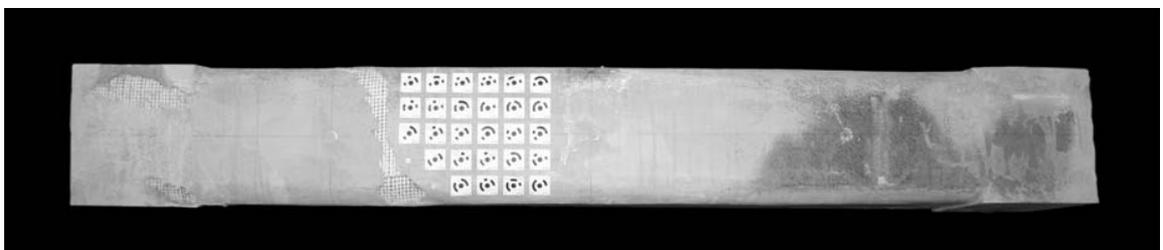
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

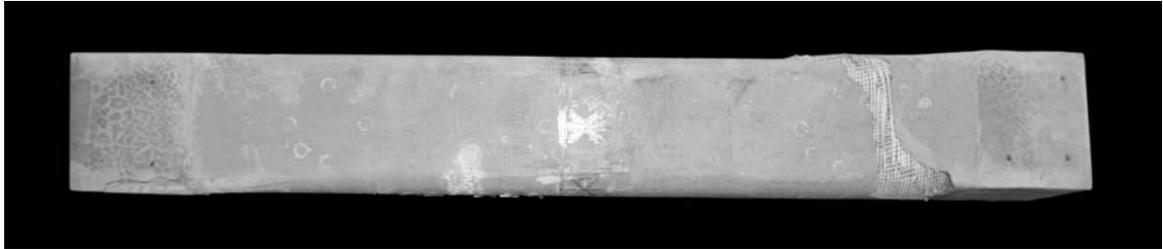


c) Unteransicht

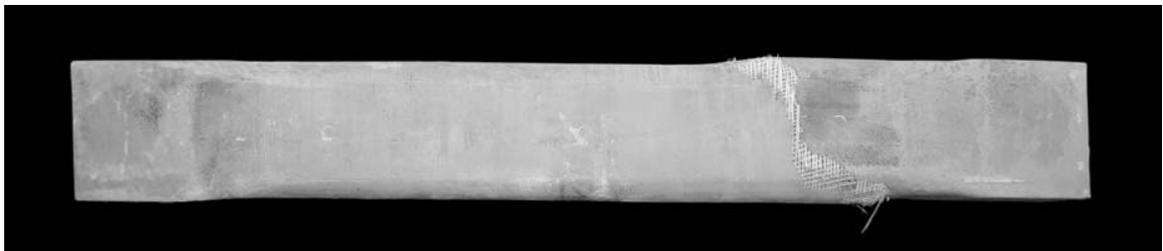


d) Seitenansicht - 2

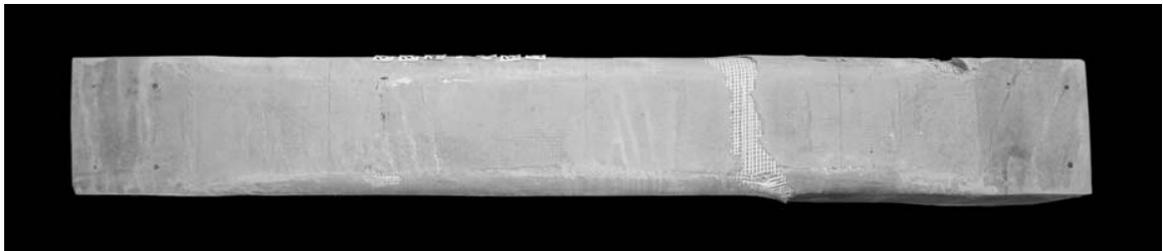
Probekörper Q2-L4-T3-2



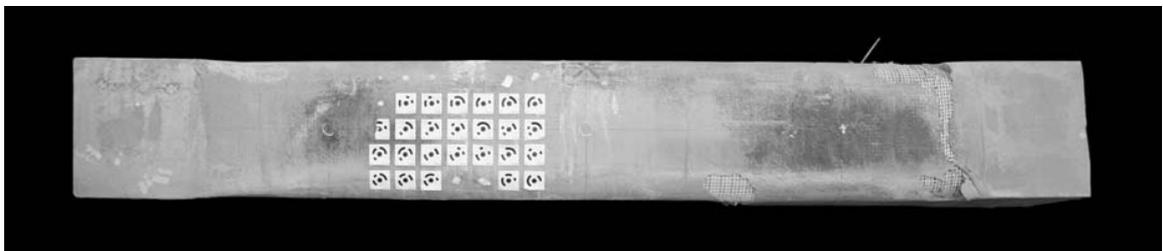
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



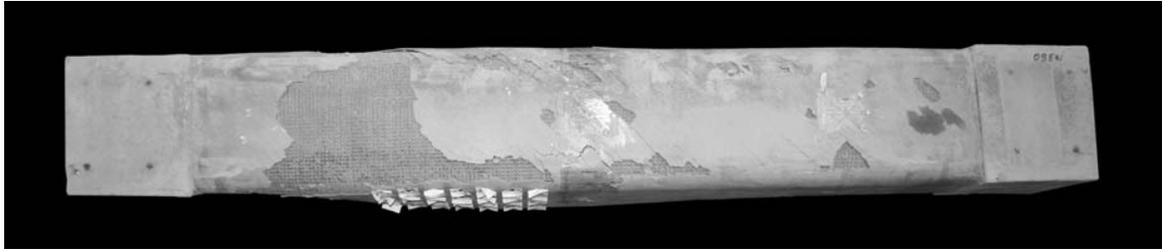
c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

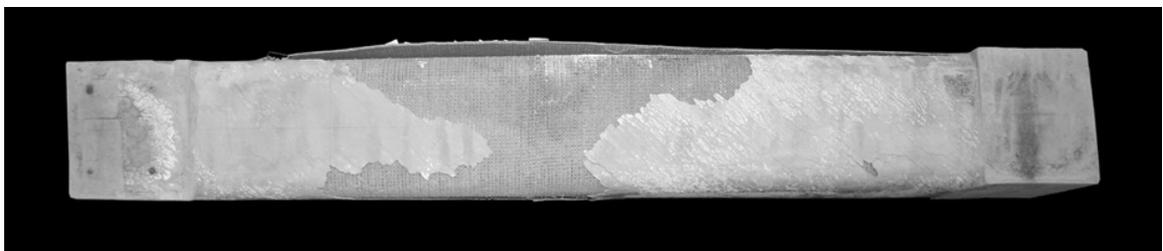
**Probekörper Q2-L4-T4-1**



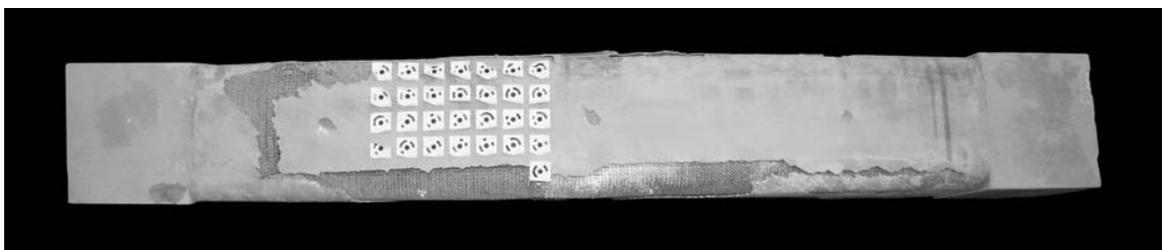
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

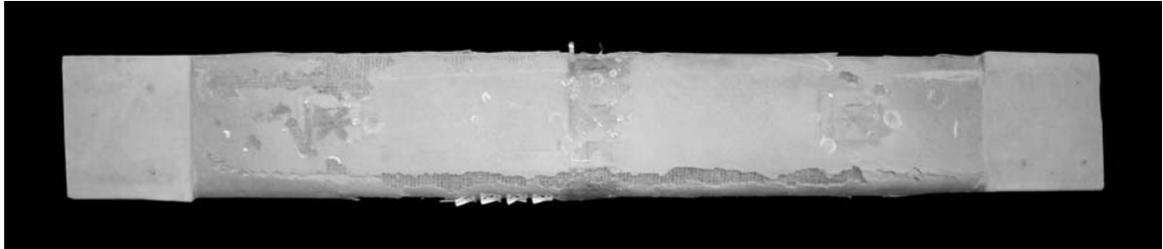


c) Unteransicht

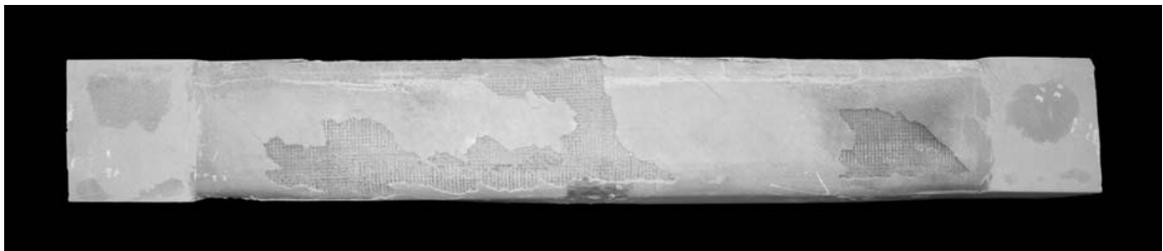


d) Seitenansicht - 2

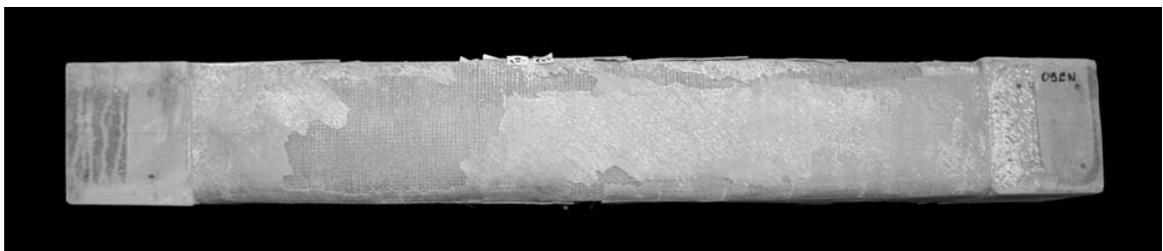
Probekörper Q2-L4-T4-2



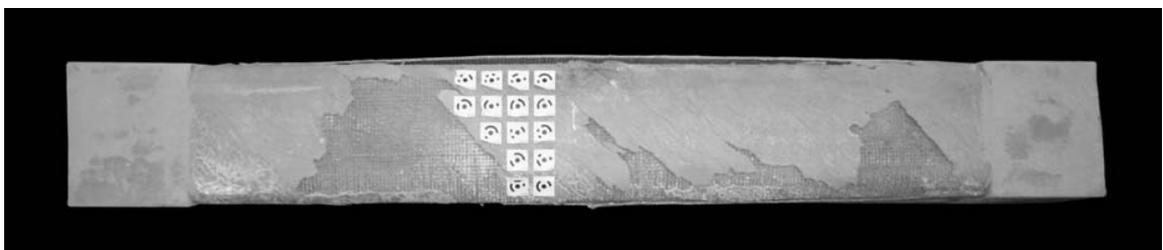
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

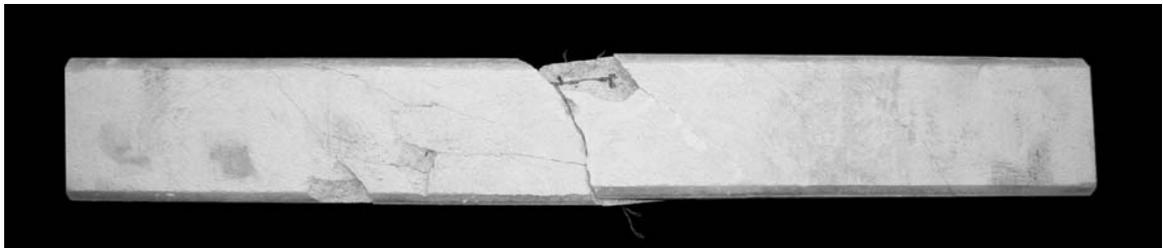
**Probekörper Q3-U-1**



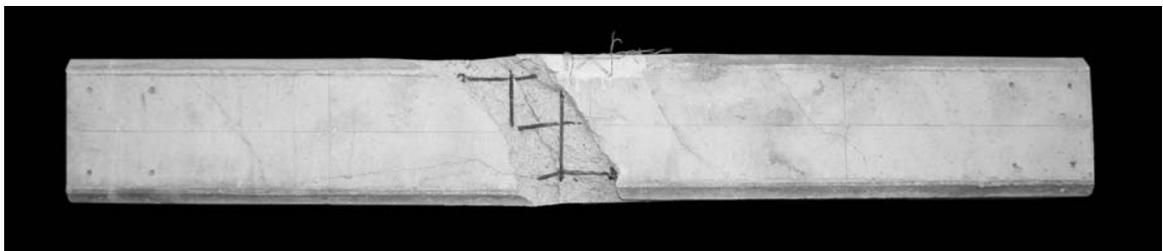
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

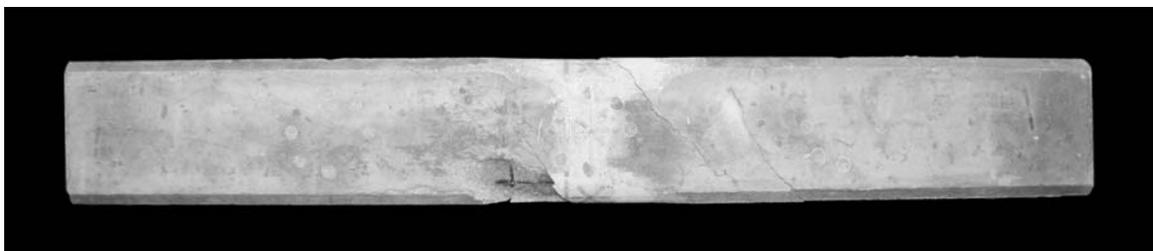


c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

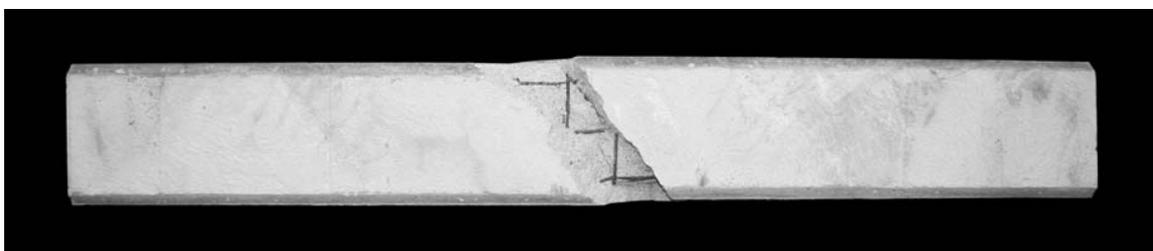
Probekörper Q3-U-2



a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



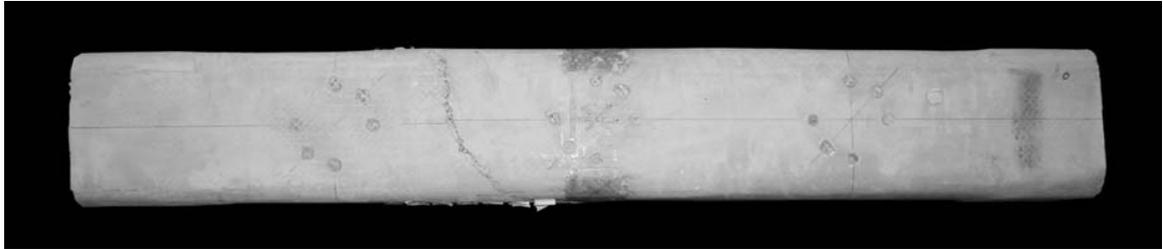
c) Unteransicht



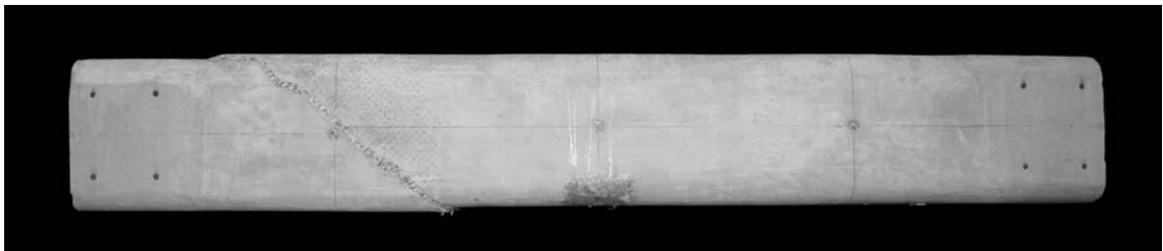
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

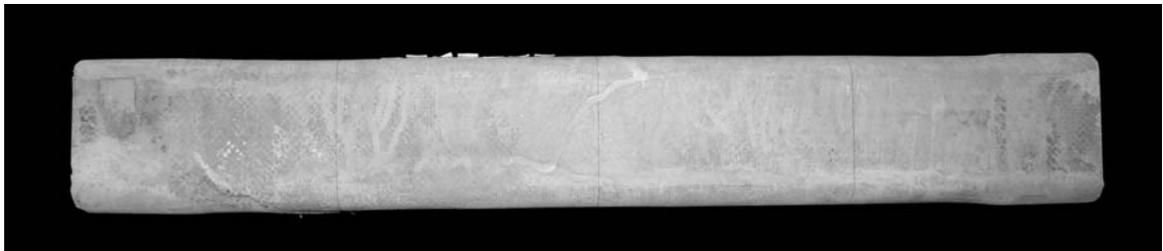
**Probekörper Q3-L4-T1-1**



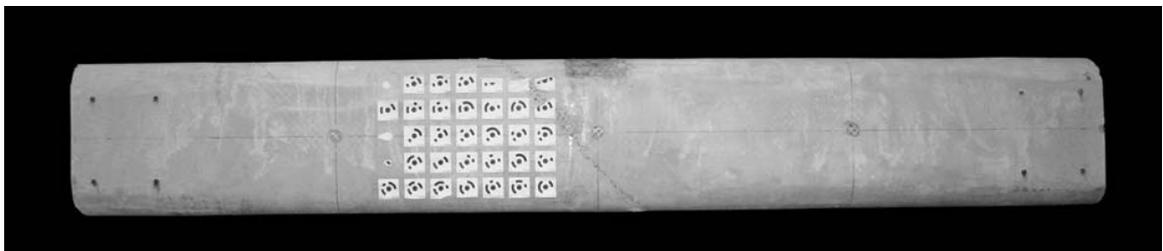
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

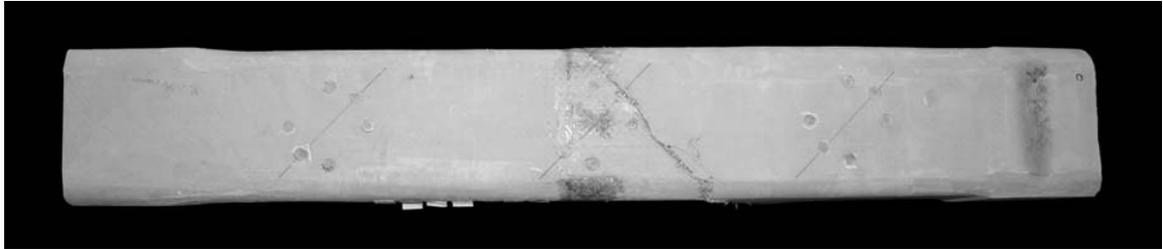


c) Unteransicht

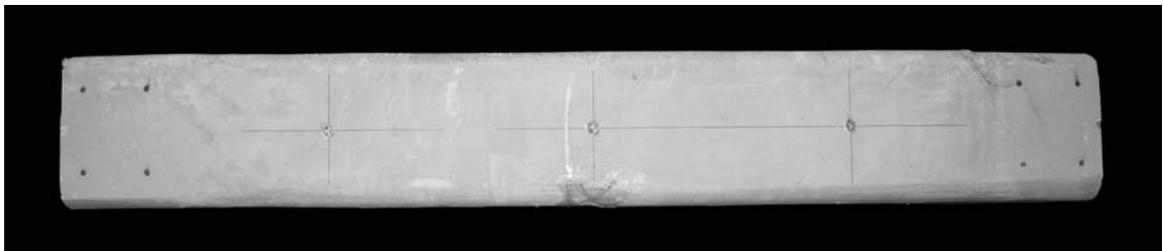


d) Seitenansicht - 2

Probekörper Q3-L4-T1-2



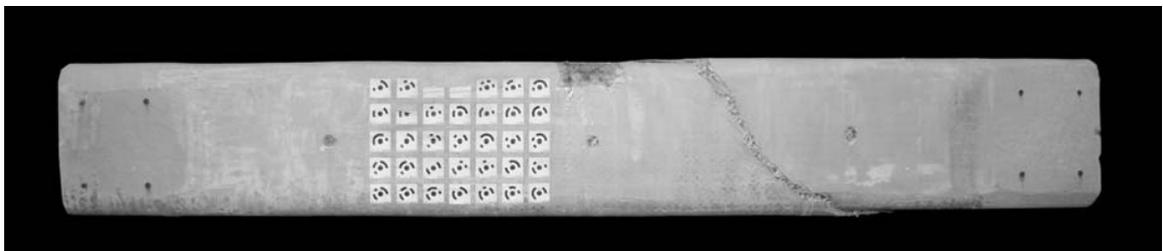
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



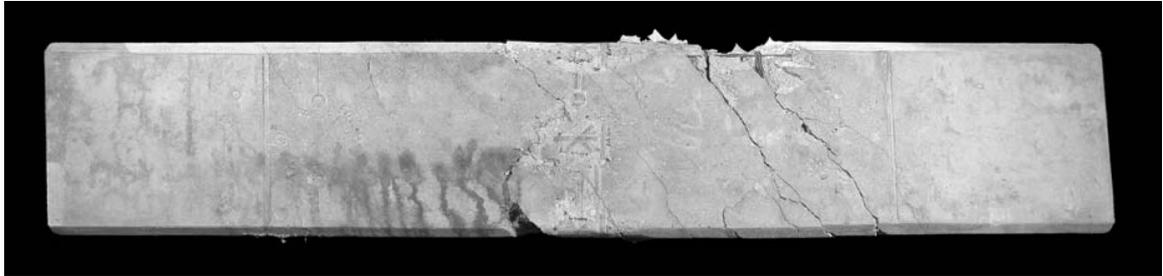
c) Unteransicht



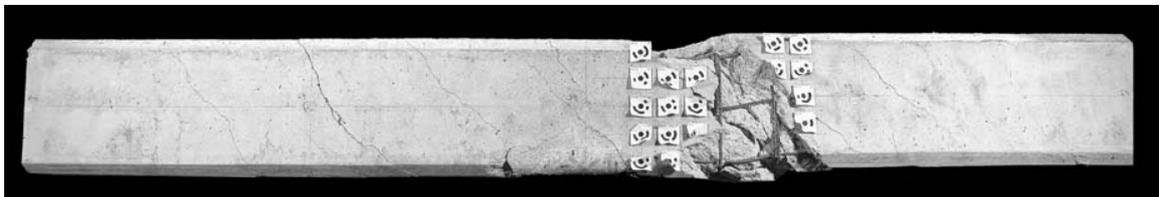
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

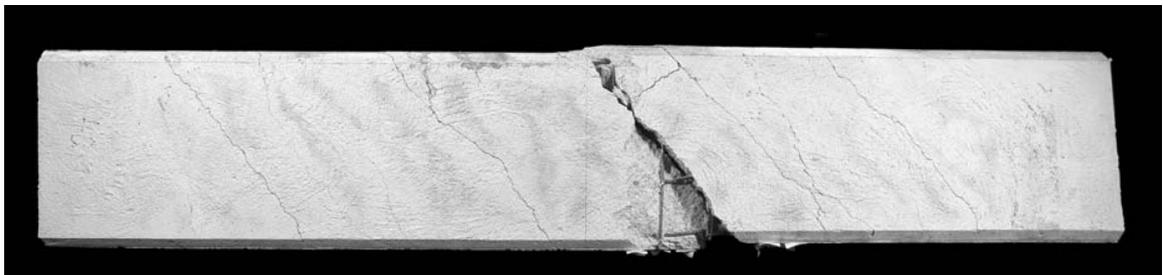
**Probekörper Q4-U-1**



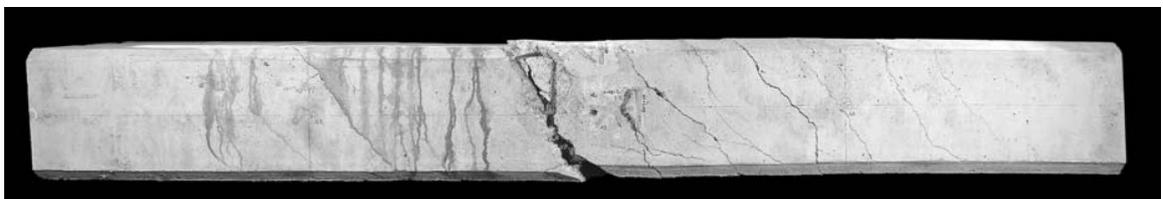
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

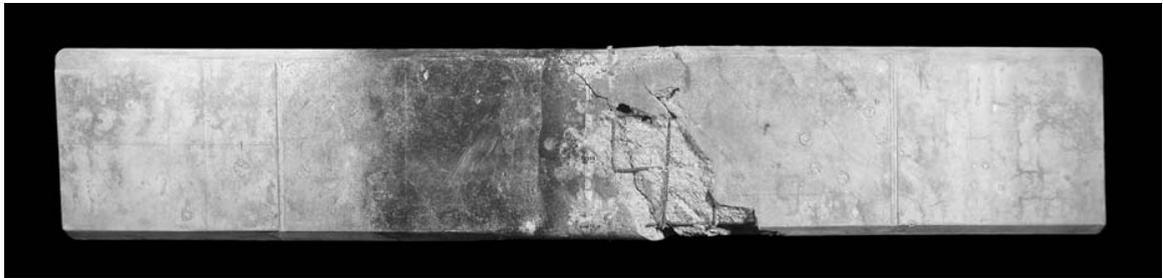


c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

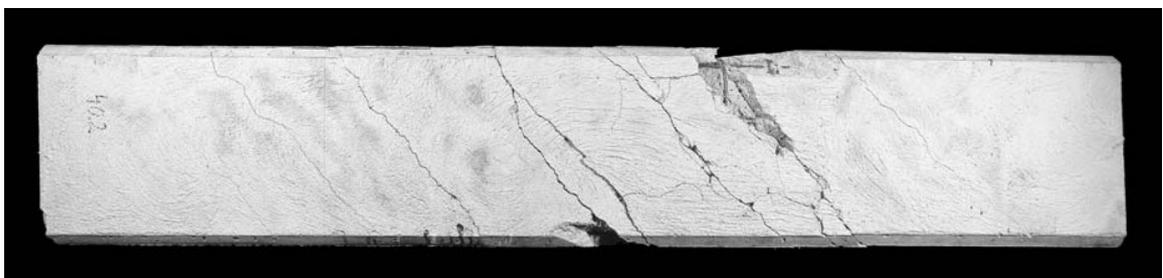
Probekörper Q4-U-2



a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



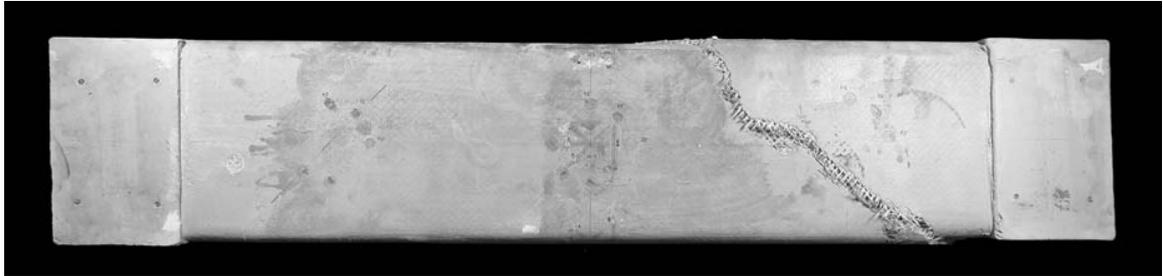
c) Unteransicht



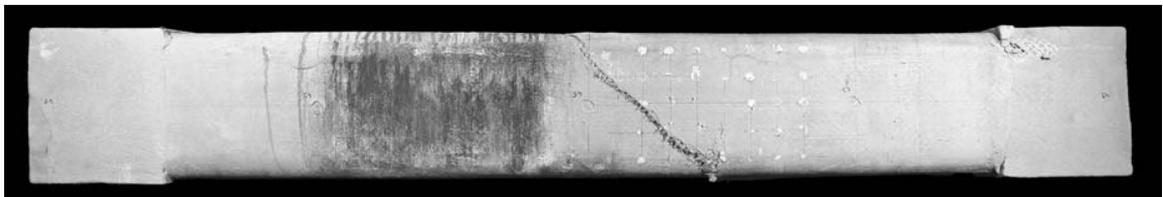
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

**Probekörper Q4-L4-T1-1**



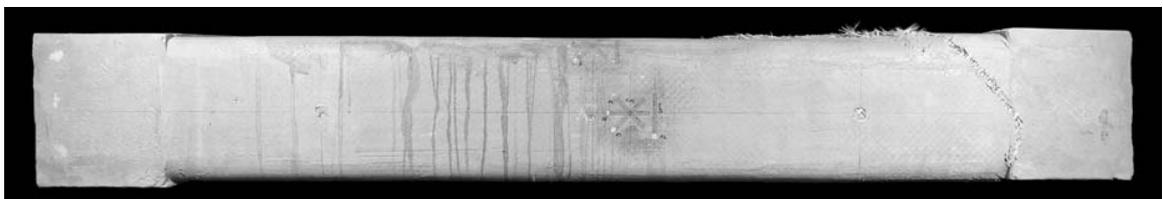
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

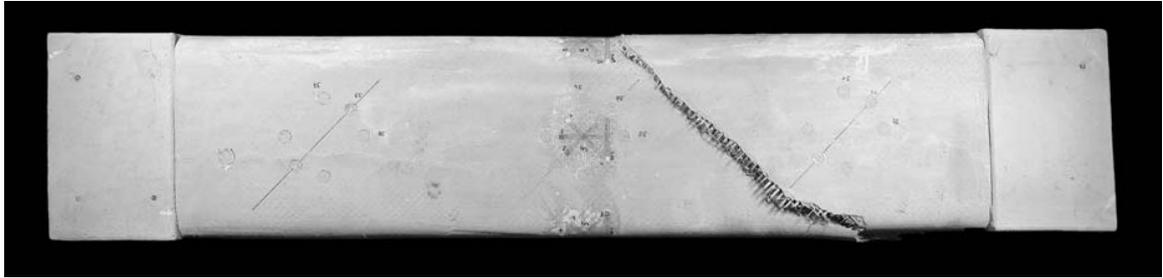


c) Unteransicht

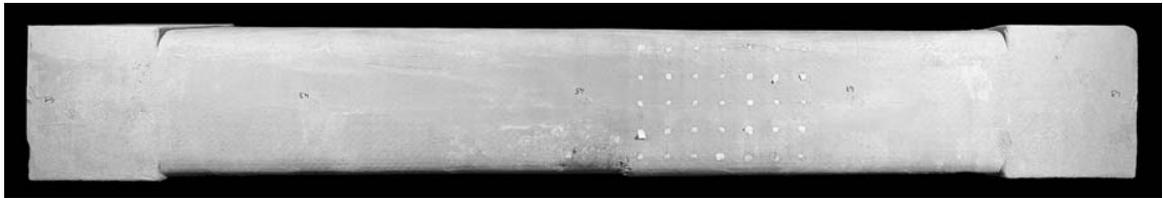


d) Seitenansicht - 2

Probekörper Q4-L4-T1-2



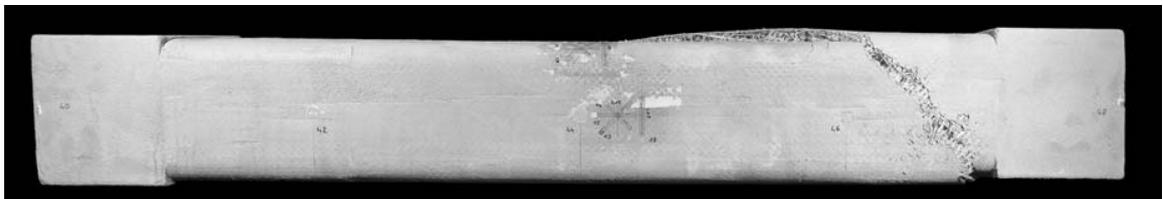
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



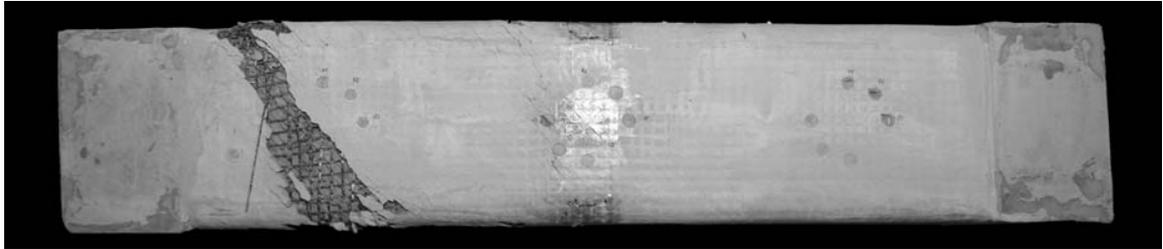
c) Unteransicht



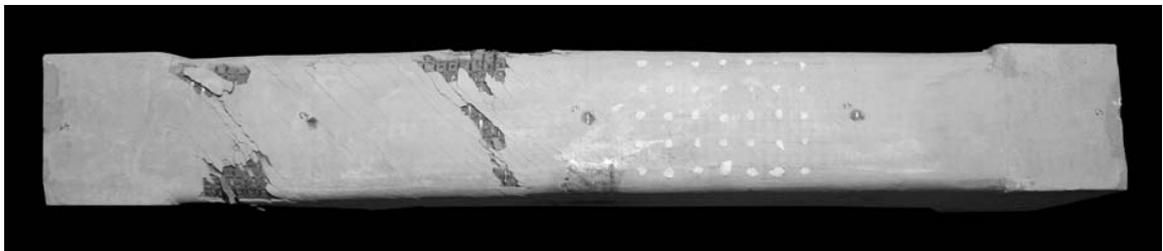
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

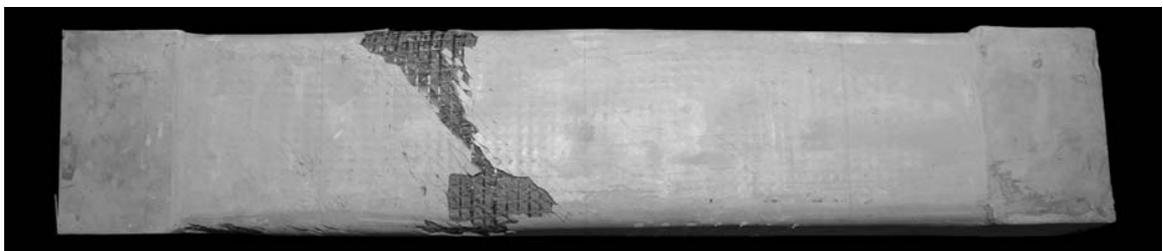
**Probekörper Q4-L2-T5-1**



a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

Probekörper Q5-U-1



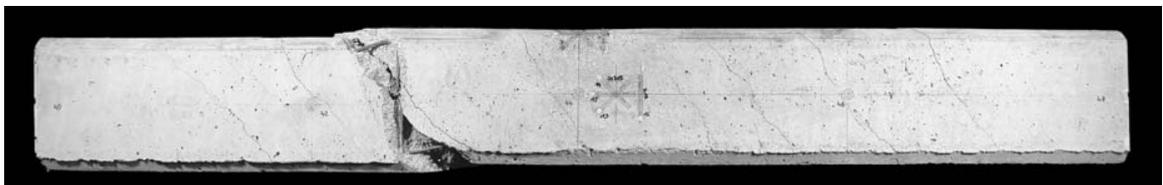
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



c) Unteransicht



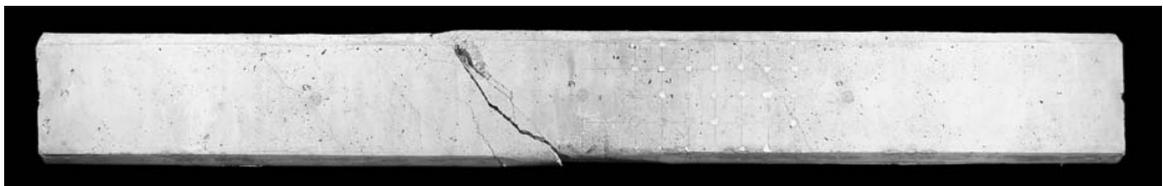
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

**Probekörper Q5-U-2**



a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

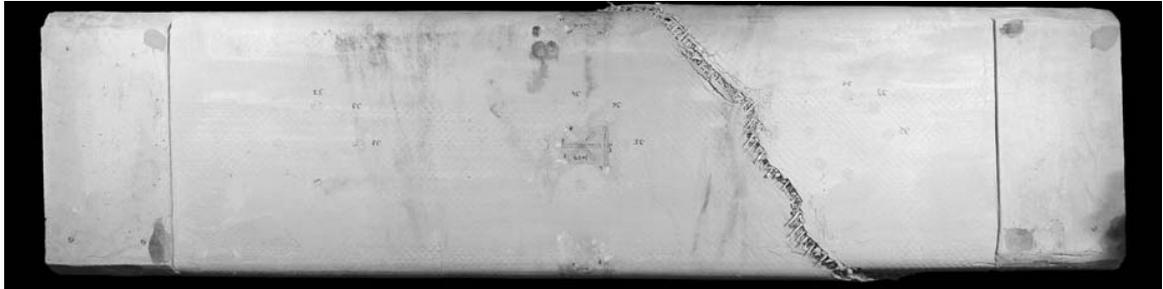


c) Unteransicht

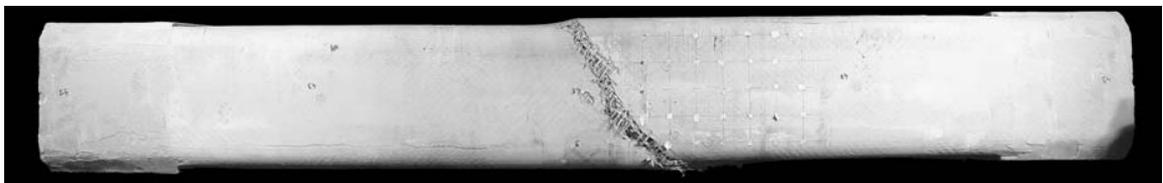


d) Seitenansicht - 2

Probekörper Q5-L4-T1-1



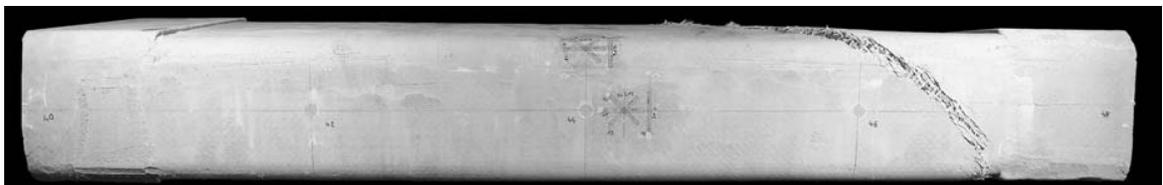
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



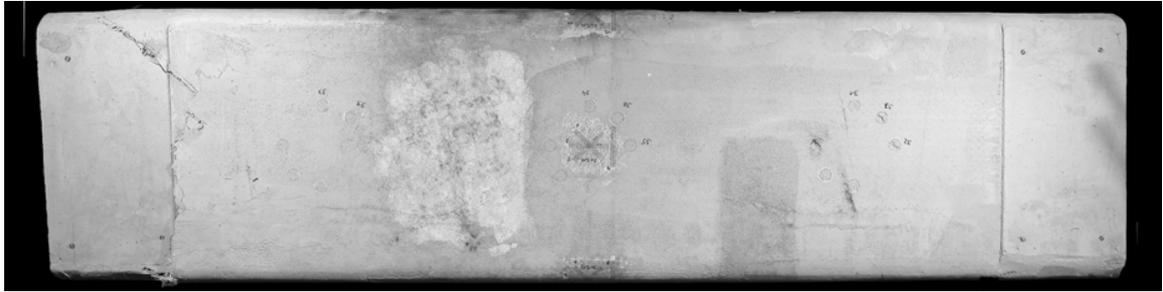
c) Unteransicht



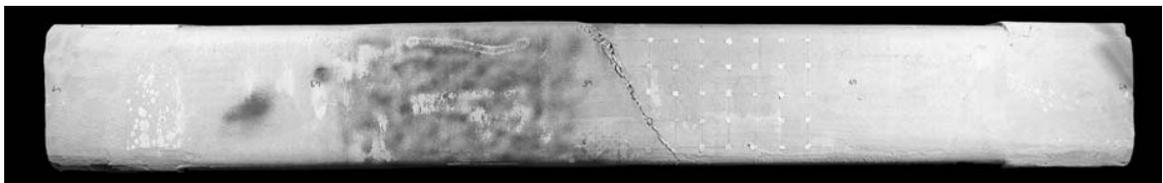
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

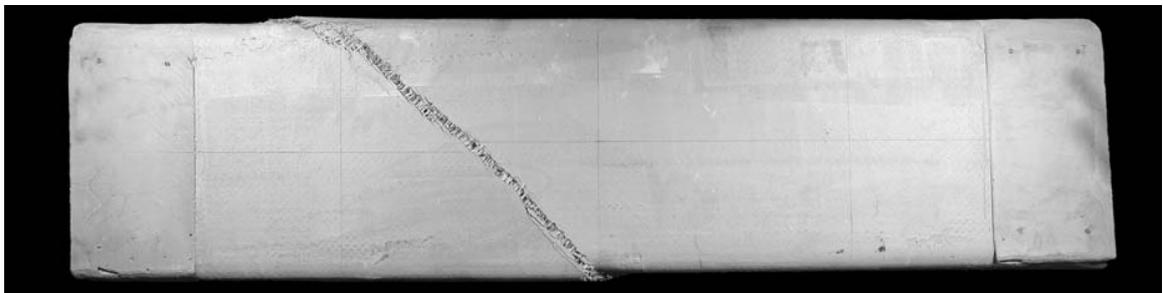
**Probekörper Q5-L4-T1-2**



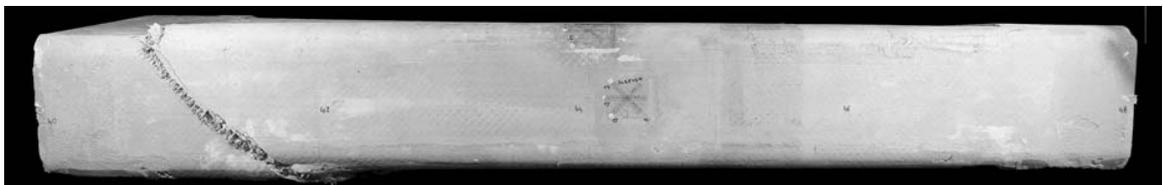
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

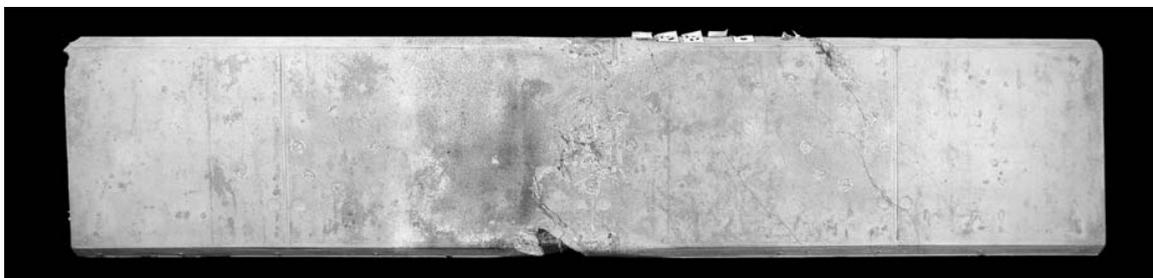


c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

Probekörper Q6-U-1



a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

**Probekörper Q6-U-2**



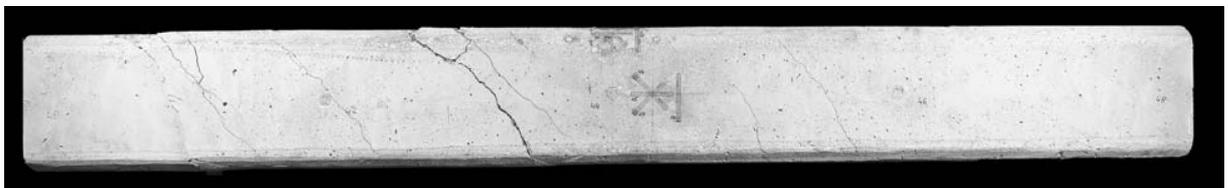
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

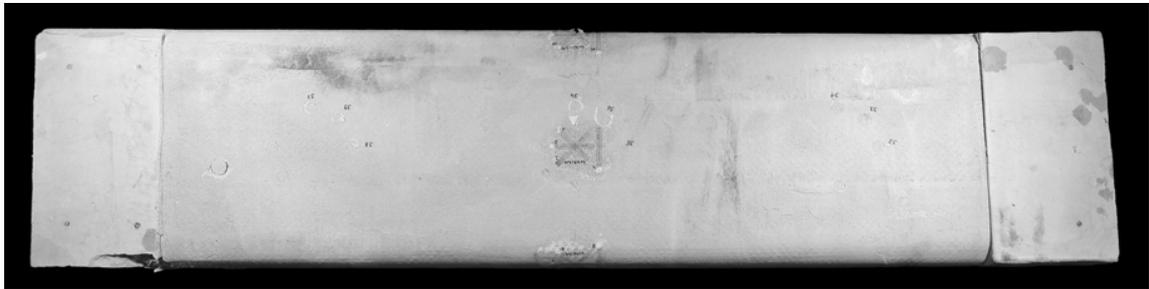


c) Unteransicht

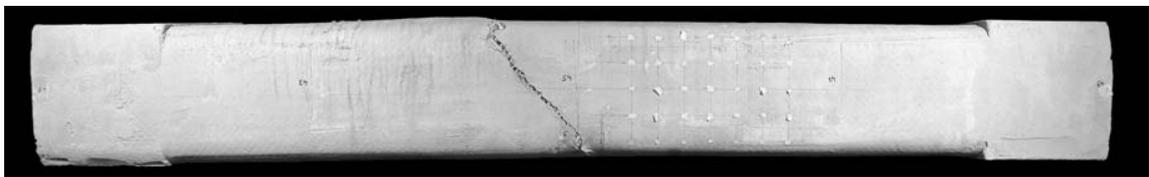


d) Seitenansicht - 2

Probekörper Q6-L4-T1-1



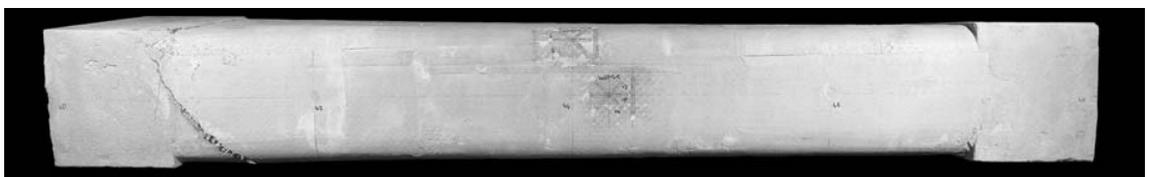
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



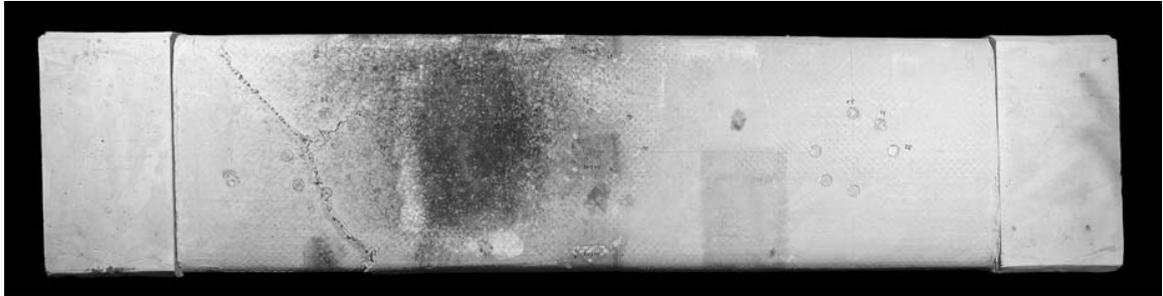
c) Unteransicht



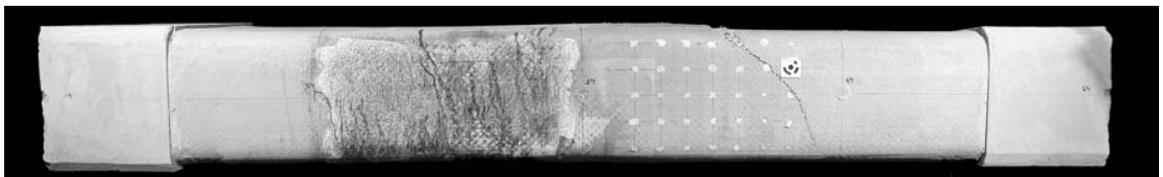
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

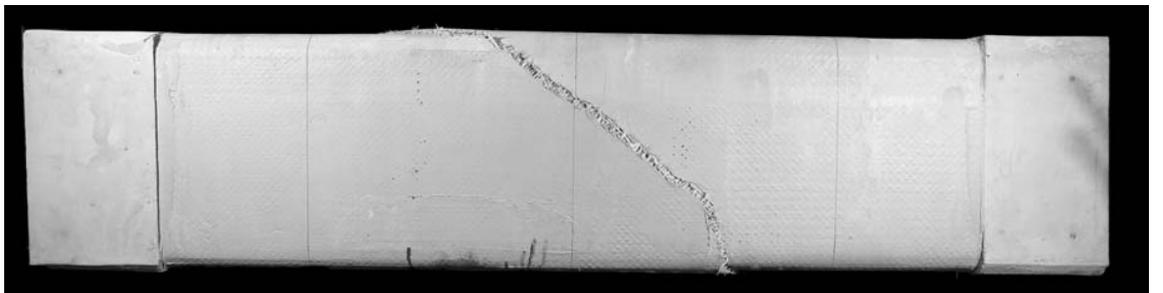
**Probekörper Q6-L4-T1-2**



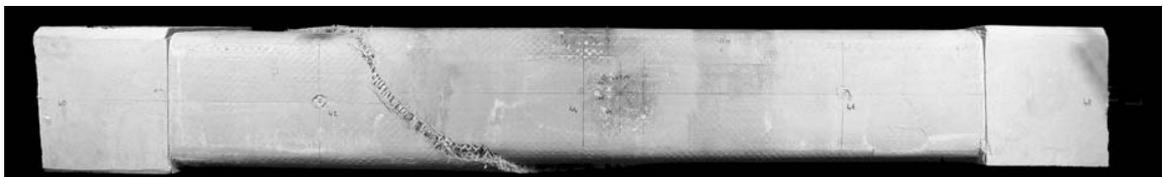
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

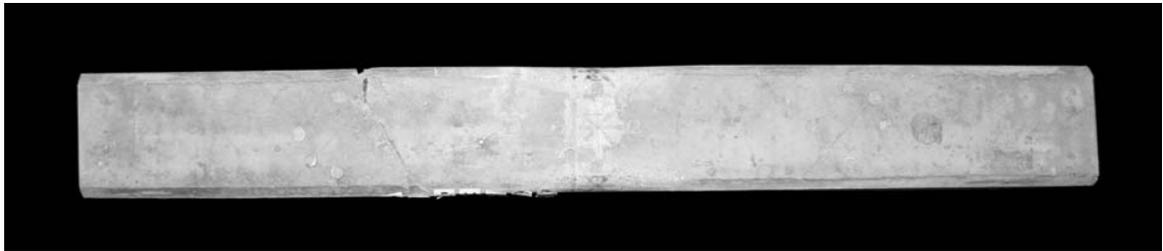


c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

Probekörper Q7-U-1



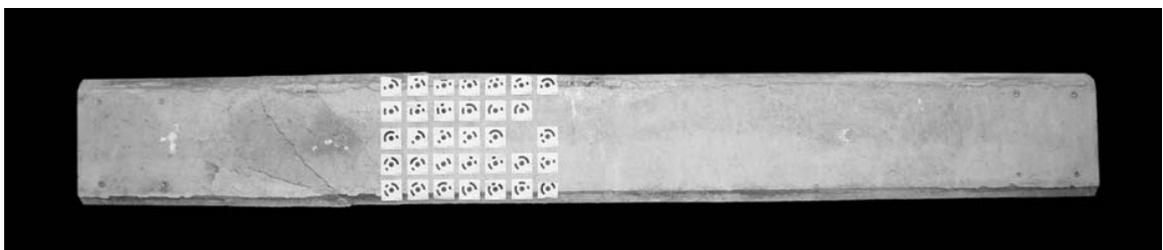
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



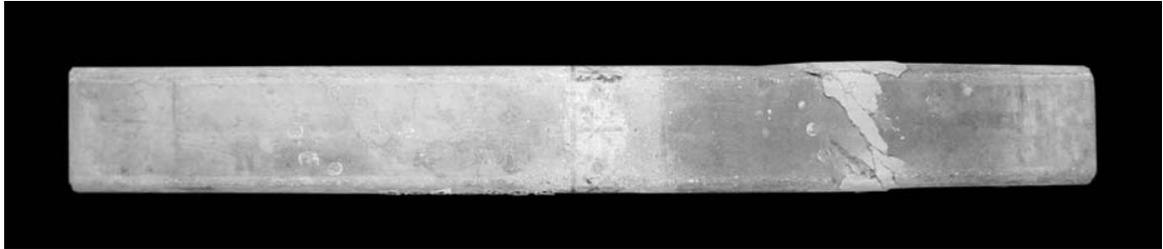
c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

**Probekörper Q7-U-2**



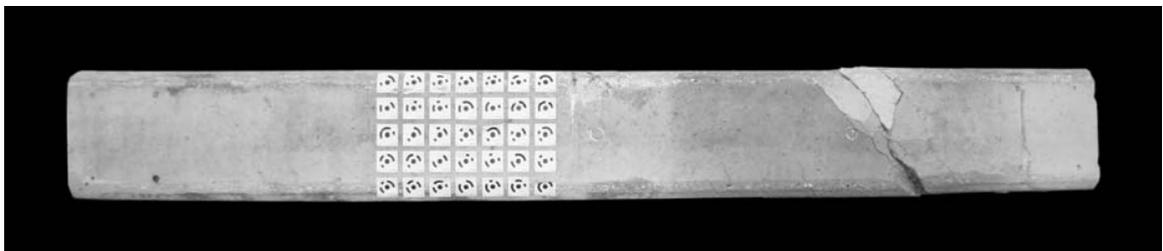
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

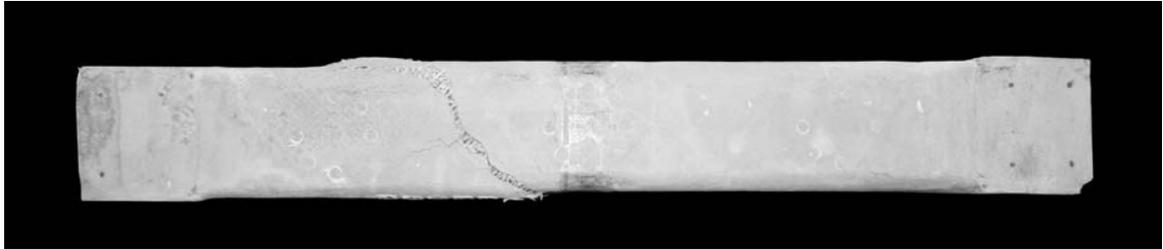


c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

Probekörper Q7-L2-T1-1



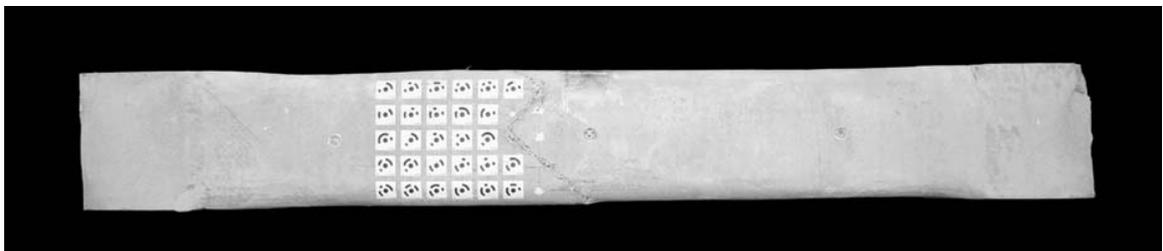
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



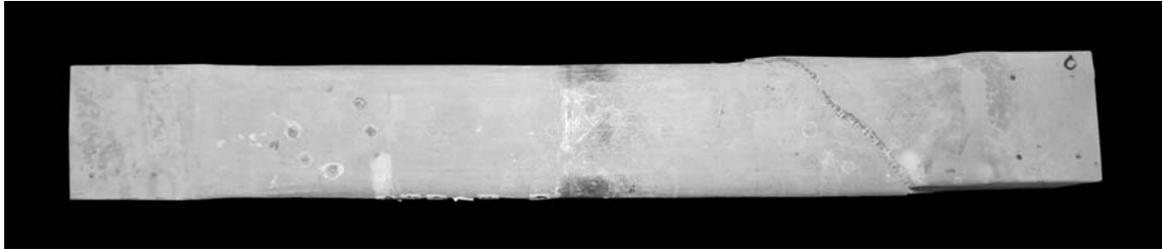
c) Unteransicht



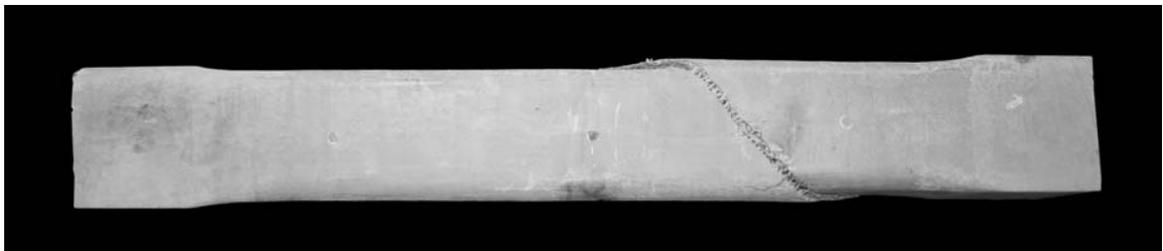
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

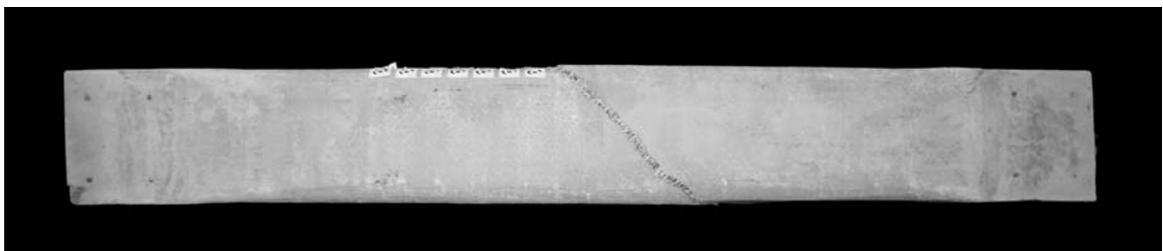
**Probekörper Q7-L2-T1-2**



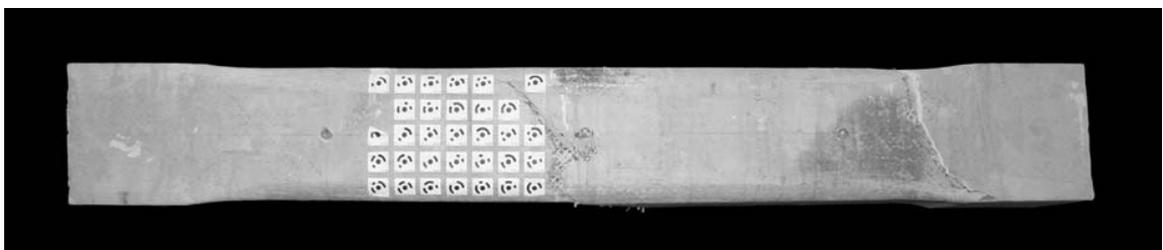
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

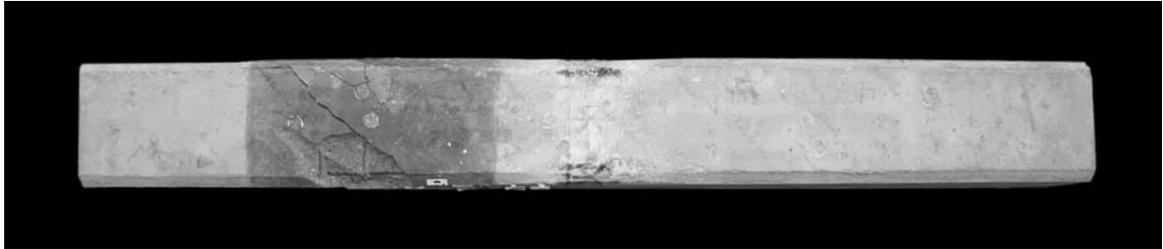


c) Unteransicht

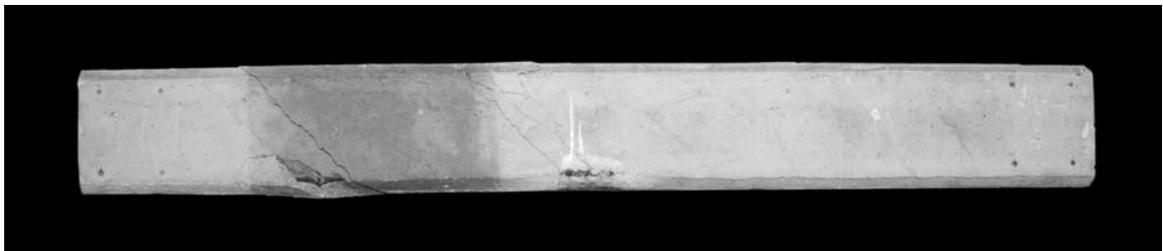


d) Seitenansicht - 2

Probekörper Q8-U-1



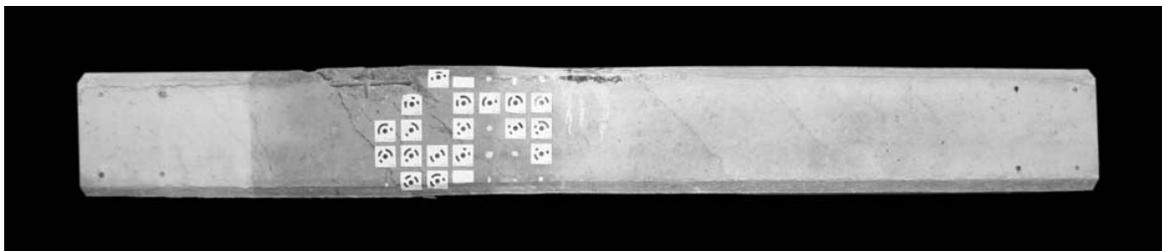
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



c) Unteransicht



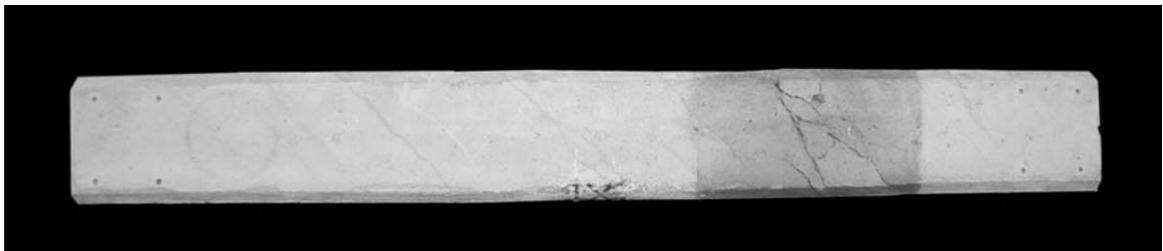
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

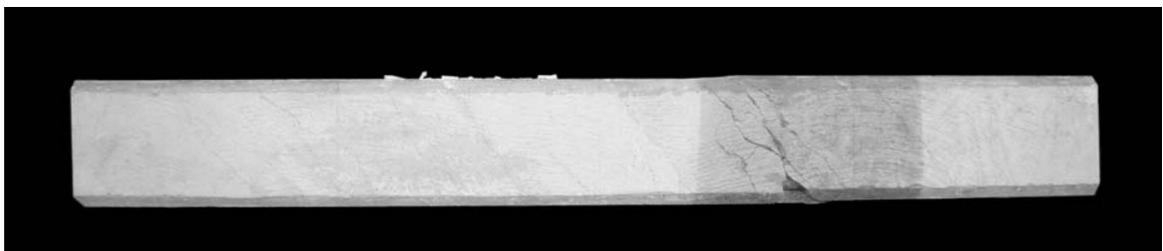
**Probekörper Q8-U-2**



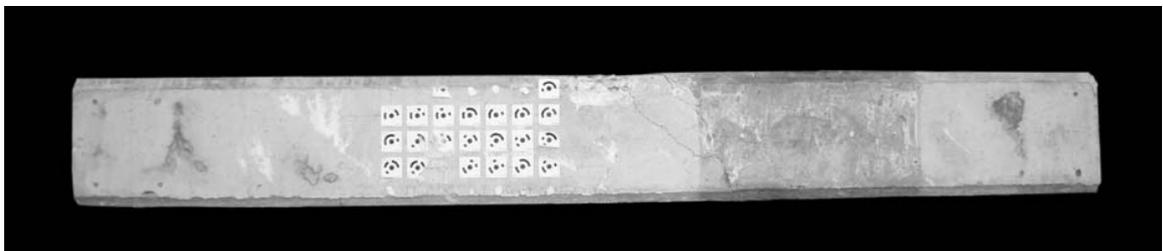
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

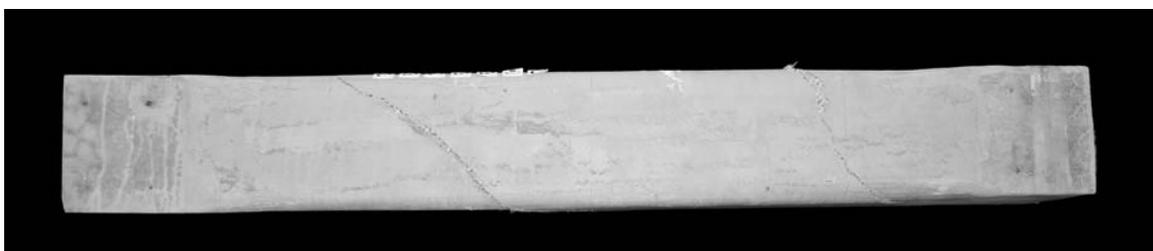
Probekörper Q8-L2-T1-1



a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



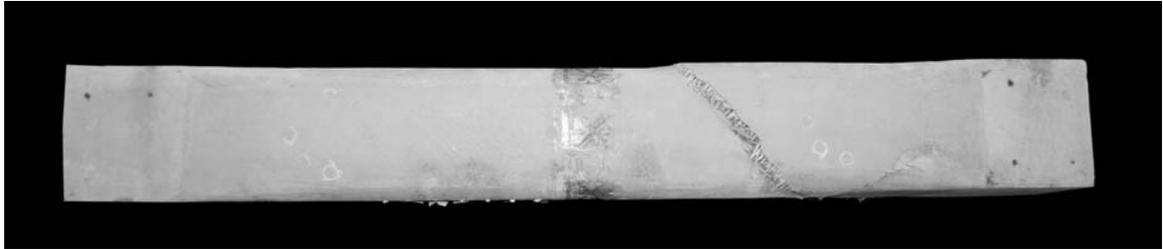
c) Unteransicht



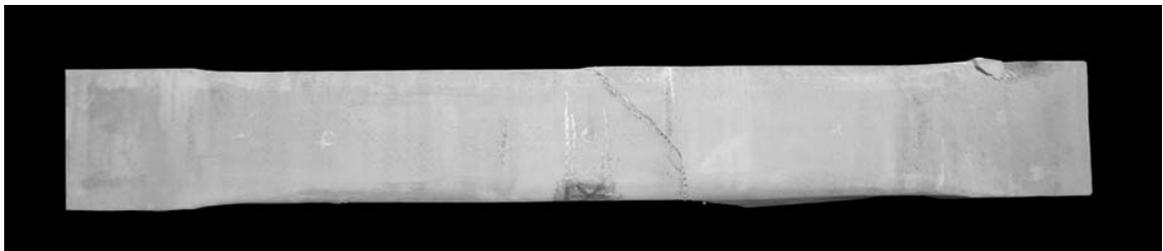
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

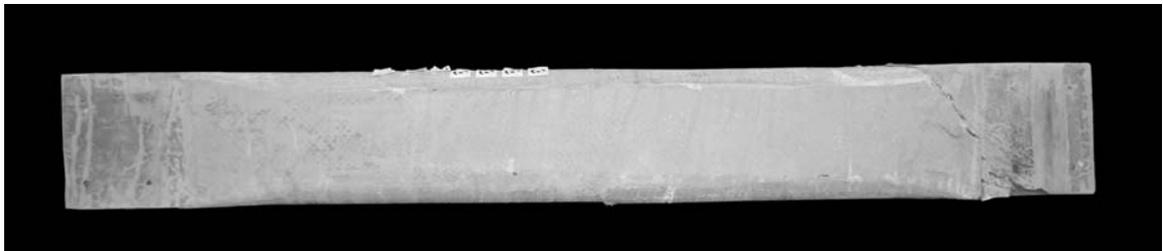
**Probekörper Q8-L2-T1-2**



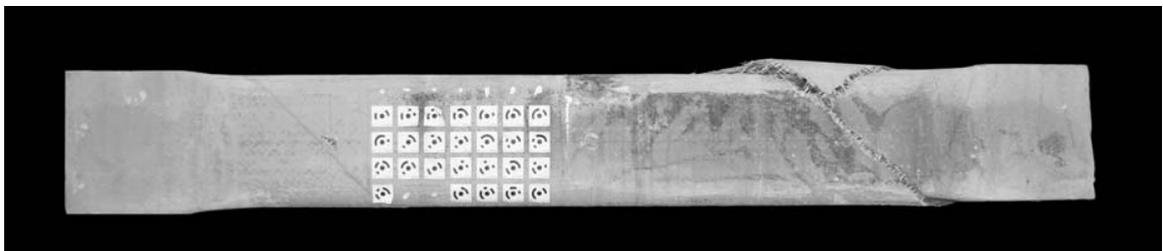
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

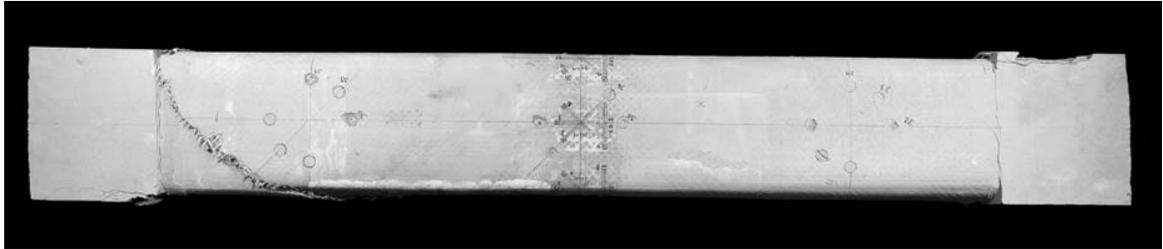


c) Unteransicht

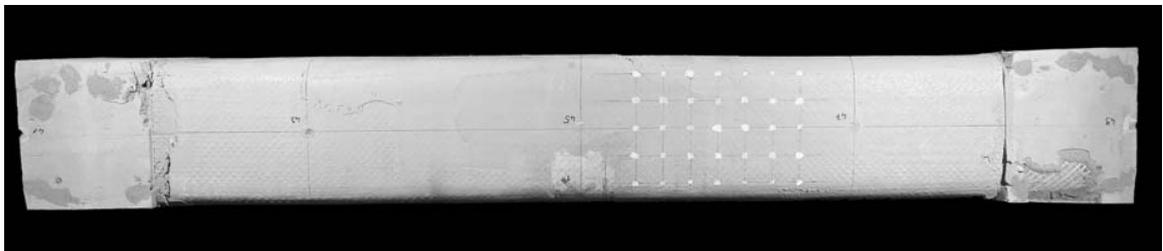


d) Seitenansicht - 2

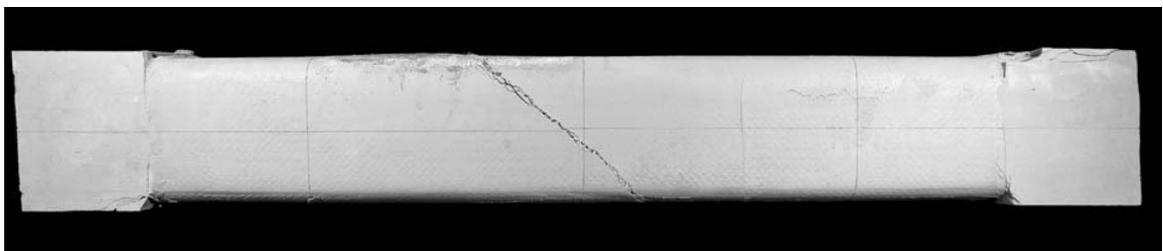
Probekörper Q9-L4-T1-1



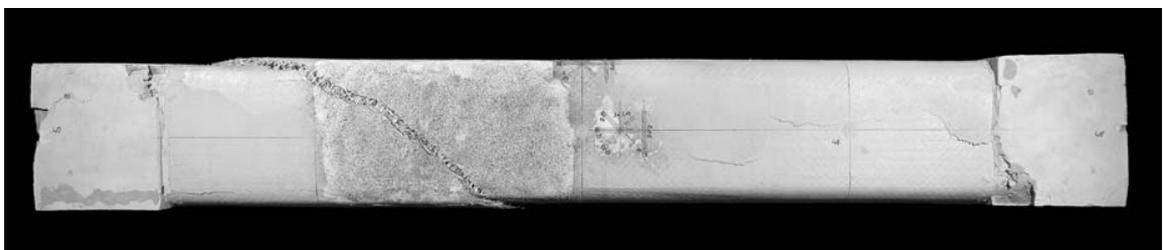
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



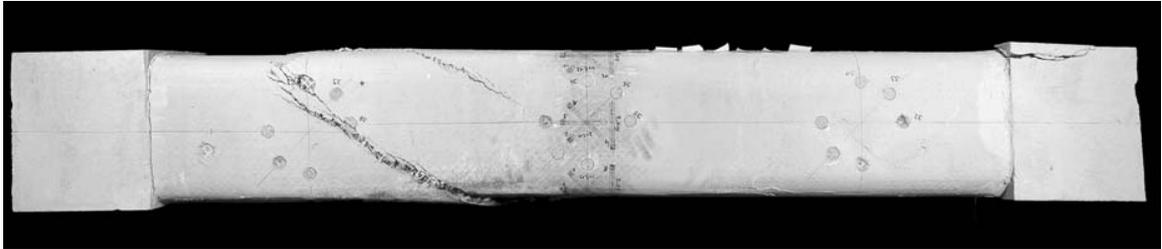
c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

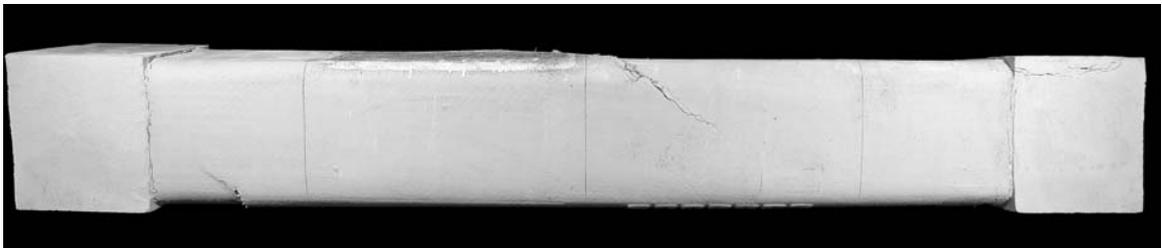
**Probekörper Q9-L4-T1-2**



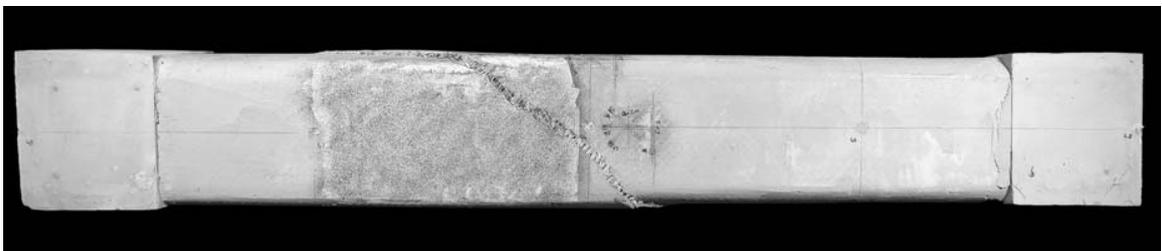
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1

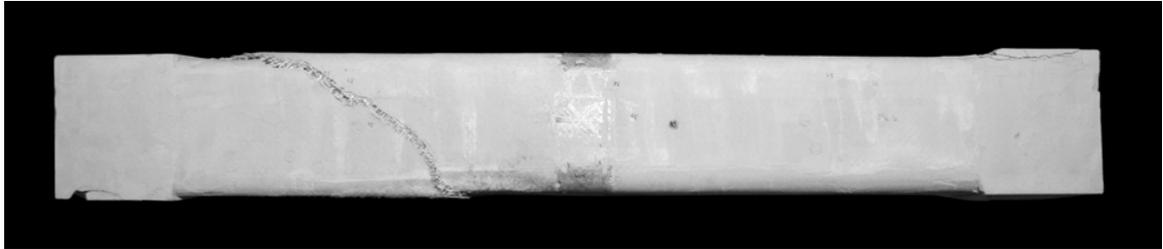


c) Unteransicht

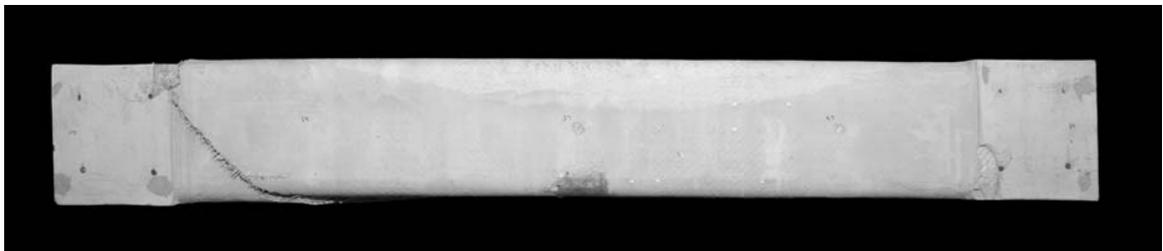


d) Seitenansicht - 2

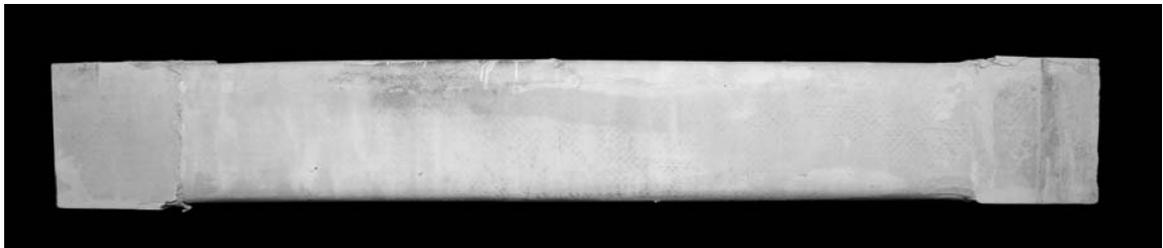
Probekörper Q10-L4-T1-1



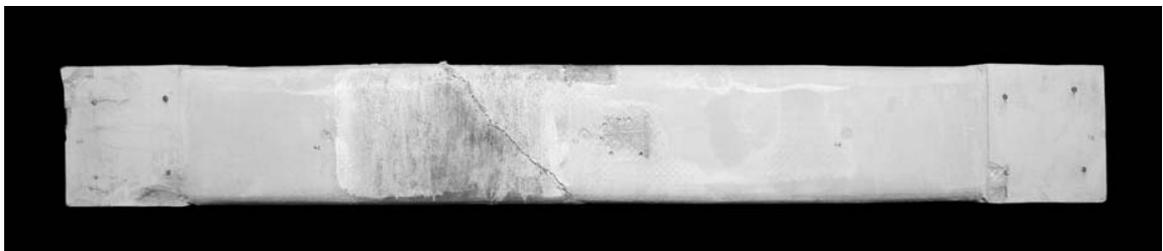
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



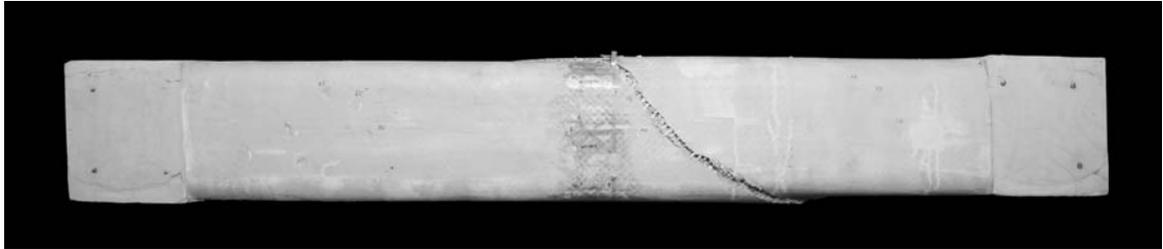
c) Unteransicht



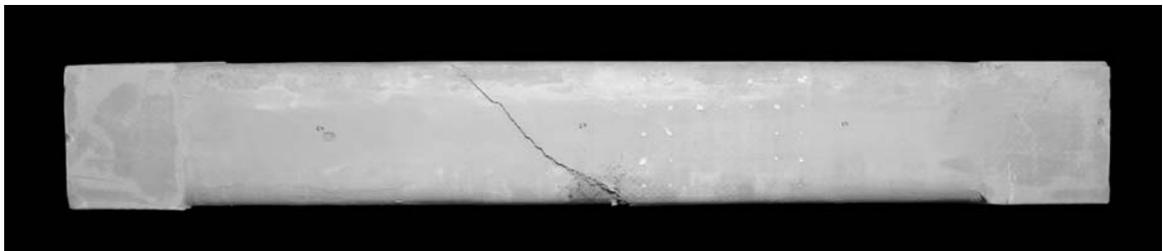
d) Seitenansicht - 2

*E Gesamtansichten der geprüften Probekörper*

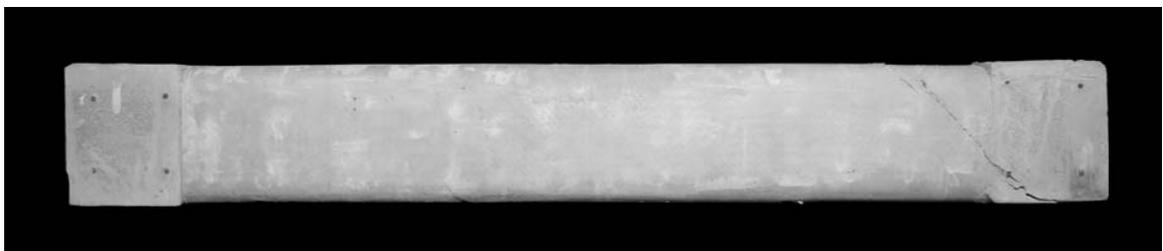
**Probekörper Q10-L4-T1-2**



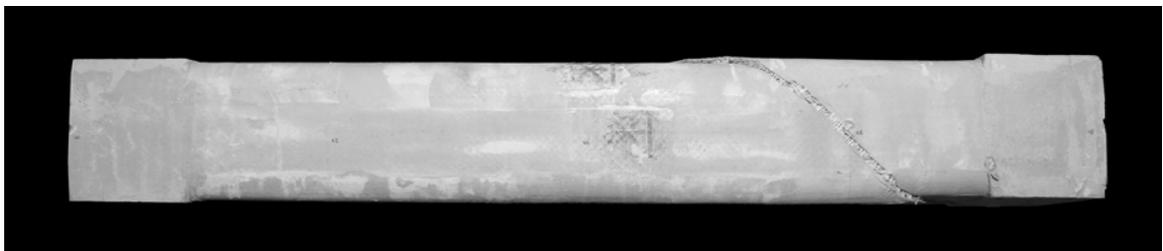
a) Draufsicht



b) Seitenansicht - 1



c) Unteransicht



d) Seitenansicht - 2

## F Berechnung der Probekörper

### F.1 Rissmoment und Torsionssteifigkeit im Zustand I

Angesetzte Schubspannungen der Modelle 1 bis 6 zur Berechnung der maximal aufnehmbaren Torsionsmomente im Zustand I:

Modell	$\tau_{c,max}$	$\tau_c$ *)	$\tau_{fc,max}$					
			runder Querschnitt			rechteckiger Querschnitt		
			2-lagig	4-lagig	6-lagig	2-lagig	4-lagig	6-lagig
1	2,6	-	-	-	-	-	-	-
2	2,6	-	2,70	2,77	2,84	2,72	2,81	2,89
3	2,6	0	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
4.1	2,6	$\tau_{c,max}$	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
4.2	2,6	$\tau_{c,max}$	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6
5	-	-	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
6	-	-	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6

\*) wenn  $\tau_c > \tau_{c,max}$

Rissmoment sowie Torsionssteifigkeit im Zustand I der unverstärkten Probekörper:

Probekörper- bezeichnung	Rissmoment $T_{I,max}$	Steifigkeit im Zustand I	
	Modell 1 [kNm]	$K_{T,el}^I$ [MNm <sup>2</sup> ]	$K_T^I$ [MNm <sup>2</sup> ]
Q1-U	13,8	9,0	6,3
Q2-U	8,5	6,2	4,3
Q3-U	11,8	9,8	6,9
Q4-U	14,0	13,0	9,1
Q5-U	19,8	20,1	14,1
Q6-U	15,9	15,1	10,6
Q7-U	8,5	6,2	4,3
Q8-U	8,5	6,2	4,3

F Berechnung der Probekörper

Rissmoment sowie Torsionssteifigkeit im Zustand I der verstärkten Probekörper:

Probekörper- bezeichnung	Rissmoment $T_{I,max}$						Steifigkeit im Zustand I	
	Modelle						$K_{T,el}^I$ [MNm <sup>2</sup> ]	$K_T^I$ [MNm <sup>2</sup> ]
	2	3	4.1	4.2	5	6		
[kNm]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	
Q1-L0	17,8	12,0	21,5	26,0	23,2	36,0	11,6	8,1
Q1-L4-T1	17,8	12,0	21,5	26,0	23,2	36,0	12,2	8,5
Q1-L4(k)-T1	17,8	12,0	21,5	26,0	23,2	36,0	12,2	8,5
Q1-L6-T1	19,7	14,1	23,6	29,4	24,9	38,8	13,5	9,5
Q1-L2-T2	16,1	8,9	19,5	22,7	21,5	33,4	11,2	7,8
Q1-L2(k)-T2	16,1	8,9	19,5	22,7	21,5	33,4	11,2	7,8
Q2-L0	11,5	12,5	14,5	19,7	14,7	22,9	8,9	6,2
Q2-L2-T1	10,1	10,6	13,1	17,4	13,4	20,9	7,9	5,5
Q2-L4-T1	11,5	12,5	14,5	19,7	14,7	22,9	8,9	6,2
Q2-L4(2)-T1	9,1						6,6	4,6
Q2-L4(3)-T1	9,1						7,5	5,2
Q2-L4(4)-T1	11,5	12,5	14,5	19,7	14,7	22,9	8,9	6,2
Q2-L6-T1	12,8	14,4	15,9	22,2	16,0	25,0	10	7,0
Q2-L2-T2	10,6	10,6	13,1	17,4	13,4	20,9	7,9	5,5
Q2-L4-T2	11,5	12,5	14,5	19,7	14,7	22,9	8,9	6,2
Q2-L4-T3	11,5	12,5	14,5	19,7	14,7	22,9	8,9	6,2
Q2-L4-T4	11,5	12,5	14,5	19,7	14,7	22,9	8,9	6,2
Q3-L4-T1	15,7	16,8	19,8	26,8	20,2	31,4	13,6	9,5
Q4-L4-T1	18,6	21,0	23,4	32,5	23,7	37,0	17,8	12,5
Q4-L2-T5 *)	18,0	21,0	23,4	32,5	23,7	37,0	17,8	12,5
Q5-L4-T1	25,8	29,4	32,7	45,7	33,1	51,8	27,4	19,2
Q6-L4-T1	20,9	23,6	26,4	36,8	26,7	41,6	20,7	14,5
Q7-L2-T1	10,1	10,6	13,1	17,4	13,4	20,9	7,9	5,5
Q8-L2-T1	10,1	10,6	13,1	17,4	13,4	20,9	7,9	5,5
Q9-L4-T1	11,5	12,5	14,5	19,7	14,7	22,9	8,9	6,2
Q10-L4-T1	11,5	12,5	14,5	19,7	14,7	22,9	8,9	6,2

\*) dickes Textil -> somit 3mm Schichtdicke

## F.2 Bruchmoment und Torsionssteifigkeit im Zustand II

Bruchmoment sowie Torsionssteifigkeit im Zustand II der unverstärkten Probekörper:

Probekörper- bezeichnung	Bruchmoment $T_{II,max}$	Steifigkeit $K_T^{II}$ im Zustand II
	[kNm]	[MNm <sup>2</sup> ]
Q1-U	15,6	0,36
Q2-U	12,6	0,25
Q3-U	12,1	0,39
Q4-U	22,2	0,52
Q5-U	29,9	0,80
Q6-U	26,1	0,60
Q7-U	16,0	0,25
Q8-U	16,2	0,25

Bemerkungen:

Berechnung mit den Materialeigenschaften gem. Anhang B

*F Berechnung der Probekörper*

Bruchmoment sowie Torsionssteifigkeit im Zustand II der verstärkten Probekörper:

Probekörper- bezeichnung	Bruchmoment $T_{II,max}$			Steifigkeit $K_T^{II}$ im Zustand II [MNm <sup>2</sup> ]
	1 [kNm]	2 [kNm]	3 [kNm]	
Q1-L0	17,3	17,3	17,3	0,46
Q1-L4-T1	38,9	38,9	41,4	0,61
Q1-L4(k)-T1	38,9	38,9	40,5	0,61
Q1-L6-T1	51,5	51,5	55,3	0,68
Q1-L2-T2	43,3	43,3	45,3	0,78
Q1-L2(k)-T2	43,3	43,3	43,1	0,78
Q2-L0	12,6	12,6	12,6	0,36
Q2-L2-T1	18,2	17,1	17,7	0,40
Q2-L4-T1	33,5	31,4	32,6	0,45
Q2-L4(2)-T1	16,2	15,8	15,8 *1)	0,33
Q2-L4(3)-T1	19,3	18,6	18,6 *1)	0,38
Q2-L4(4)-T1	20,7	19,8	19,8 *1)	0,45
Q2-L6-T1	44,7	41,7	43,6	0,50
Q2-L2-T2	35,8	31,1	32,5	0,55
Q2-L4-T2	60,4	50,8	53,7	0,62
Q2-L4-T3	57,9	44,2	44,2 *2)	0,27
Q2-L4-T4	76,8	31,5	31,5 *2)	0,27
Q3-L4-T1	38,0	35,4	36,2	0,68
Q4-L4-T1	53,1	53,1	56,3	0,89
Q4-L2-T5	71,7	37,0	37,0 *2)	0,54
Q5-L4-T1	70,9	70,9	74,4	1,37
Q6-L4-T1	60,9	60,9	64,2	1,04
Q7-L2-T1	20,7	18,6	19,1	0,40
Q8-L2-T1	20,8	18,8	19,3	0,40
Q9-L4-T1	41,9	37,6	38,6	0,45
Q10-L4-T1	37,2	35,1	36,3	0,45

Bemerkungen:

Bemerkungen zur Tabelle siehe nächste Seite.

Bemerkungen:

Spalte 1:	Berechnung mit den Materialeigenschaften gem. Anhang B ohne Berücksichtigung der winkelabhängigen Textilspannung und der Mehrmenge der textilen Bewehrung im Übergreifungsbereich		
Spalte 2:	Berechnung mit den Materialeigenschaften gem. Anhang B mit Berücksichtigung der winkelabhängigen Textilspannung und ohne Berücksichtigung der Mehrmenge der textilen Bewehrung im Übergreifungsbereich		
	Querschnitt	Textil	$k_{\alpha,0}$
	Q1	1 und 2	1
	Q2 und Q10	1	0,9
		2	0,8
		3	0,7
		4 und 5	0,3
	Q4, Q5 und Q6	1	1
	Q7, Q8 und Q9	1	0,8
Spalte 3:	Berechnung mit den Materialeigenschaften gem. Anhang B mit Berücksichtigung der winkelabhängigen Textilspannung und der Mehrmenge der textilen Bewehrung im Übergreifungsbereich		

\*1) keine Mehrmengen der textilen Bewehrung vorhanden

\*2) keine Mehrmengen der textilen Bewehrung berücksichtigt

Q2-L2-T1, Q7-L2-T1 und Q8-L2-T1 mit 2/3 der Streckgrenze der Stahlbewehrung berechnet (siehe Abschnitt 4.4.4)

### F.3 Beispiele zur Berechnung der Torsionstragfähigkeit

#### Beispiel 1

Runder Querschnitt mit zwei Lagen  $\pm 45^\circ$ -Carbontextil (Q1-L2-T2)

gegebene Werte:

Geometrie:  $d_c = 0,3 \text{ m}$ ,  $c_{nom,s} = 0,015 \text{ m}$

Material:

- Stahlbewehrung:

$$f_{s,t} = 610 \text{ N/mm}^2, f_{s,w} = 610 \text{ N/mm}^2,$$

$$d_{s,t} = 6 \text{ mm}, 8 \text{ Stück}$$

$$d_{s,w} = 6 \text{ mm}, s_{s,w} = 100 \text{ mm}$$

- Textile Bewehrung:

$$f_{f,w} = f_{f,\alpha,w} = 2.126 \text{ N/mm}^2 \text{ (kein Abminderungsfaktor)}$$

$$A_f = 0,456 \text{ mm}^2, s_f = 10,8 \text{ mm}, n_t = 2, s_t = 2 \text{ mm}, c_{nom,t} = 2 \text{ mm}$$

- Beton:

$$f_{c,m} = 34 \text{ N/mm}^2, f_{f_c,m} = 73 \text{ N/mm}^2, f_{f_c,t,fl,m} = 5,6 \text{ N/mm}^2$$

**Berechnung:**

Tragfähigkeit im Zustand I - Rissmoment:

(Berechnung mit Modell 6)

$$\tau_{c,max} = f_{f_c,t,fl,m} = 5,6 \text{ N/mm}^2$$

$$d_v = d_c + 2 \cdot (n_t \cdot s_t + c_{nom,t}) = 300 \text{ mm} + 2 \cdot (2 \cdot 2 \text{ mm} + 2 \text{ mm}) = 312 \text{ mm}$$

$$T_{I,max} = 0,7 \cdot \tau_{c,max} \cdot \frac{\pi}{16} \cdot d_v^3$$

$$T_{I,max} = 0,7 \cdot 5,6 \text{ N/mm}^2 \cdot \frac{\pi}{16} \cdot (312 \text{ mm})^3 = 23,4 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 23,4 \text{ kNm}$$

Zum Vergleich:  $T_{I,max}$  aus dem Versuch = 24,6 kNm

Verformung im Zustand I:

$$E = 28.500 \text{ N/mm}^2$$

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1+\mu)} = \frac{28.500 \text{ N/mm}^2}{2 \cdot (1+0,2)} = 11.875 \text{ N/mm}^2$$

$$I_T = \frac{\pi}{32} \cdot d_a^4 = \frac{\pi}{32} \cdot d_v^4 = \frac{\pi}{32} \cdot 312^4 = 9,3 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

$$K_{T,el}^I = G \cdot I_T = 11.875 \text{ N/mm}^2 \cdot 9,3 \cdot 10^8 \text{ mm}^4 = 1,10 \cdot 10^{13} \text{ Nmm}^2$$

$$K_T^I = 0,7 \cdot K_{T,el}^I = 0,7 \cdot 1,10 \cdot 10^{13} \text{ Nmm}^2 = 7,73 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$\vartheta_{I,max} = \frac{T_{I,max}}{K_T^I} = \frac{23,4 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{7,73 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2} = 3,03 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}} = 3,03 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{m}}$$

Zum Vergleich:  $\vartheta_{I,max}$  aus dem Versuch =  $1,96 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{m}}$

Tragfähigkeit im Zustand II/III - Bruchmoment:

Kernflächen:

$$d_{k,c} = 0,3 \text{ m} - 2 \cdot 0,015 \text{ m} - 2 \cdot 0,006 \text{ m} - 2 \cdot \frac{0,006 \text{ m}}{2} = 0,252 \text{ m}$$

$$A_{k,c} = \frac{(0,252 \text{ m})^2 \cdot \pi}{4} = 0,0498 \text{ m}^2, u_{k,c} = 0,252 \text{ m} \cdot \pi = 0,792 \text{ m}$$

$$d_{k,t,c} = 0,3 \text{ m} + 2 \cdot 0,002 \text{ m} + 0,002 \text{ m} = 0,306 \text{ m}$$

### F.3 Beispiele zur Berechnung der Torsionstragfähigkeit

$$A_{k,tc} = \frac{(0,306 \text{ m})^2 \cdot \pi}{4} = 0,0735 \text{ m}^2, \quad u_{k,tc} = 0,306 \text{ m} \cdot \pi = 0,961 \text{ m}$$

Druckstrebenbreiten:

$$t_{eff} = 2 \cdot (0,015 + 0,006 \text{ m} + \frac{0,006 \text{ m}}{2}) = 0,048 \text{ m} = 48 \text{ mm}$$

$$t_{eff,tc} = 2 \cdot 0,002 \text{ m} + 0,002 \text{ m} = 0,006 \text{ m} = 6 \text{ mm}$$

Bewehrungsflächen:

$$a_{s,l} = \frac{8 \cdot 28,3 \text{ mm}^2}{0,792 \text{ m}} = 286 \text{ mm}^2/\text{m}, \quad a_{s,w} = \frac{28,3 \text{ mm}^2}{0,1 \text{ m}} = 283 \text{ mm}^2/\text{m},$$

$$a_{f,w} = 2 \cdot \frac{0,449 \text{ mm}^2}{0,0108 \text{ m}} = 83 \text{ mm}^2/\text{m}$$

Druckstrebenwinkel:

$$\cot \theta = \sqrt{\frac{f_{s,l} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l} + f_{f,\alpha,w} \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w}}{f_{s,w} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} + f_{f,\alpha,w} \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w}}}$$

$$\cot \theta = \sqrt{\frac{610 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0498 \text{ m}^2 \cdot 286 \text{ mm}^2/\text{m} + 2,126 \text{ N/mm}^2 \cdot 0,0735 \text{ m}^2 \cdot 83 \text{ mm}^2/\text{m}}{610 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0498 \text{ m}^2 \cdot 283 \text{ mm}^2/\text{m} + 2,126 \text{ N/mm}^2 \cdot 0,0735 \text{ m}^2 \cdot 83 \text{ mm}^2/\text{m}}} = 1,003 \rightarrow \theta = 44,92^\circ$$

Torsionstragfähigkeit:

- längs:

$$T_{II,l} = T_{II,s,l} + T_{II,t,l} = \frac{f_{s,l} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l}}{\cot \theta} + \frac{f_{f,\alpha,w} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot (\cot \theta + 1) \cdot 0,5}{\cot \theta}$$

$$T_{II,l} = \frac{610 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0498 \text{ m}^2 \cdot 286 \text{ mm}^2/\text{m}}{1,003} + \frac{2,126 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0735 \text{ m}^2 \cdot 83 \text{ mm}^2/\text{m} \cdot (1,003 + 1) \cdot 0,5}{1,003}$$

$$T_{II,l} = 17.324 \text{ Nm} + 25.978 \text{ Nm} = 43.302 \text{ Nm} = 43,3 \text{ kNm}$$

- quer:

$$T_{II,q} = T_{II,s,q} + T_{II,t,q} = f_{s,w} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} \cdot \cot \theta + f_{f,\alpha,w} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot (\cot \theta + 1) \cdot 0,5$$

$$T_{II,q} = 610 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0498 \text{ m}^2 \cdot 283 \text{ mm}^2/\text{m} \cdot 1,003 + \dots$$

$$\dots + 2,126 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0735 \text{ m}^2 \cdot 83 \text{ mm}^2/\text{m} \cdot (1,003 + 1) \cdot 0,5$$

$$T_{II,q} = 17.245 \text{ Nm} + 25.978 \text{ Nm} = 43.223 \text{ Nm} = 43,2 \text{ kNm}$$

- Betondruckstrebe:

$$T_{II,c,tc} = \frac{f_c \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot t_{eff}}{(\cot \theta + \tan \theta)} + \frac{f_{fc} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot t_{eff,tc} \cdot (\cot \theta + 1)}{(1 + \cot^2 \theta)}$$

$$T_{II,c,tc} = \frac{34 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0498 \text{ m}^2 \cdot 48 \text{ mm}}{1,003 + 0,997} + \frac{73 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0735 \text{ m}^2 \cdot 6 \text{ mm} \cdot (1,003 + 1)}{1 + 1,006}$$

$$T_{II,c,tc} = 81,27 \text{ kNm} + 64,29 \text{ kNm} = 145,6 \text{ kNm}$$

- kleinster Wert entspricht der Tragfähigkeit:

$$T_{II,max} = \min \begin{cases} 145,6 \text{ kNm} \\ 43,2 \text{ kNm} \\ 43,3 \text{ kNm} \end{cases} = 43,2 \text{ kNm}$$

Zum Vergleich:  $T_{II,max}$  aus dem Versuch = 41,95 kNm

Verformung im Zustand II:

$$\vartheta_{II,max} = \frac{T_{II,max}}{k_{T,II} \cdot K_{T,el}} = \frac{43,2 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{0,07 \cdot 1,10 \cdot 10^{13} \text{ Nmm}^2} = 5,61 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{mm}} = 56,1 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{m}}$$

Zum Vergleich:  $\vartheta_{II,max}$  aus dem Versuch =  $55,55 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{m}}$

**Grafischer Vergleich siehe Abschnitt 4.6.**

## Beispiel 2

### Rechteckiger Querschnitt mit vier Lagen 0°/90° Glastextil (Q2-L4-T3)

#### gegebene Werte:

Geometrie:  $b_c = h_c = 0,25 \text{ m}$ ,  $c_{nom,s} = 0,015 \text{ m}$

#### Material:

- Stahlbewehrung:

$$f_{s,l} = 525 \text{ N/mm}^2, f_{s,w} = 525 \text{ N/mm}^2,$$

$$d_{s,l} = 6 \text{ mm}, 8 \text{ Stück}$$

$$d_{s,w} = 6 \text{ mm}, s_{s,w} = 100 \text{ mm}$$

- Textile Bewehrung:

$$f_{f,l} = 615 \text{ N/mm}^2, f_{f,w} = 808 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{0,\alpha} = 0,7 \text{ (Abminderungsfaktor siehe Bild 4.18)}$$

$$f_{f,\alpha,l} = k_{0,\alpha} \cdot f_{f,l} = 0,7 \cdot 615 \text{ N/mm}^2 = 431 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{f,\alpha,w} = k_{0,\alpha} \cdot f_{f,w} = 0,7 \cdot 810 \text{ N/mm}^2 = 567 \text{ N/mm}^2$$

$$A_f = 0,857 \text{ mm}^2, s_f = 7,2 \text{ mm}, n_t = 4, s_t = 2 \text{ mm}, c_{nom,t} = 2 \text{ mm}$$

- Beton:

$$f_{c,m} = 34 \text{ N/mm}^2, f_{f_{c,m}} = 73 \text{ N/mm}^2, f_{f_{c,t,fl,m}} = 5,6 \text{ N/mm}^2$$

#### Berechnung:

Tragfähigkeit im Zustand I - Rissmoment:

(Berechnung mit Modell 6)

$$\tau_{c,max} = f_{f_{c,t,fl,m}} = 5,6 \text{ N/mm}^2$$

$$b_v = h_v = b_c + 2 \cdot (n_t \cdot s_t + c_{nom,t}) = 250 \text{ mm} + 2 \cdot (4 \cdot 2 \text{ mm} + 2 \text{ mm}) = 270 \text{ mm}$$

$$T_{I,max} = f_{f_{c,t,fl,m}} \cdot \beta \cdot b_v^2 \cdot h_v$$

$$T_{I,max} = 5,6 \text{ N/mm}^2 \cdot 0,208 \cdot (270 \text{ mm})^2 \cdot 270 \text{ mm} = 22,9 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 22,9 \text{ kNm}$$

Zum Vergleich:  $T_{I,max}$  aus dem Versuch = 22,7 kNm

Verformung im Zustand I:

$$E = 28.500 \text{ N/mm}^2$$

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1+\mu)} = \frac{28.500 \text{ N/mm}^2}{2 \cdot (1+0,2)} = 11.875 \text{ N/mm}^2$$

$$I_T = \alpha \cdot b^3 \cdot h = 0,140 \cdot (270 \text{ mm})^3 \cdot 270 \text{ mm} = 7,44 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

$$K_{T,el}^I = G \cdot I_T = 11.875 \text{ N/mm}^2 \cdot 7,44 \cdot 10^8 \text{ mm}^4 = 8,835 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$K_T^I = 0,7 \cdot K_{T,el}^I = 0,7 \cdot 8,835 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2 = 6,19 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$\vartheta_{I,max} = \frac{T_{I,max}}{K_T^I} = \frac{22,9 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{6,19 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2} = 3,7 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}} = 3,7 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{m}}$$

Zum Vergleich:  $\vartheta_{I,max}$  aus dem Versuch =  $3,02 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{m}}$

Tragfähigkeit im Zustand II/III - Bruchmoment:

Kernflächen:

$$b_{k,c} = h_{k,c} = 0,25 \text{ m} - 2 \cdot 0,015 \text{ m} - 2 \cdot 0,006 \text{ m} - 2 \cdot \frac{0,006 \text{ m}}{2} = 0,202 \text{ m}$$

$$A_{k,c} = 0,202 \text{ m} \cdot 0,202 \text{ m} = 0,0408 \text{ m}^2, u_{k,c} = 4 \cdot 0,202 \text{ m} = 0,808 \text{ m}$$

### F.3 Beispiele zur Berechnung der Torsionstragfähigkeit

$$b_{k,tc} = h_{k,tc} = 0,25 \text{ m} + 4 \cdot 0,002 \text{ m} + 0,002 \text{ m} = 0,26 \text{ m}$$

$$A_{k,tc} = 0,26 \text{ m} \cdot 0,26 \text{ m} = 0,0676 \text{ m}^2, \quad u_{k,tc} = 4 \cdot 0,26 \text{ m} = 1,04 \text{ m}$$

Druckstrebenbreiten:

$$t_{eff} = 2 \cdot (0,015 + 0,006 \text{ m} + \frac{0,006 \text{ m}}{2}) = 0,048 \text{ m} = 48 \text{ mm}$$

$$t_{eff,tc} = 4 \cdot 0,002 \text{ m} + 0,002 \text{ m} = 0,01 \text{ m} = 10 \text{ mm}$$

Bewehrungsflächen:

$$a_{s,l} = \frac{8 \cdot 28,3 \text{ mm}^2}{0,808 \text{ m}} = 280 \text{ mm}^2/\text{m}, \quad a_{s,w} = \frac{28,3 \text{ mm}^2}{0,1 \text{ m}} = 283 \text{ mm}^2/\text{m},$$

$$a_{f,s} = a_{f,w} = 4 \cdot \frac{0,857 \text{ mm}^2}{0,0072 \text{ m}} = 476 \text{ mm}^2/\text{m}$$

Druckstrebenwinkel:

$$\cot \theta = \sqrt{\frac{f_{s,l} \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l} + f_{f,\alpha,l} \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,l}}{f_{s,w} \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} + f_{f,\alpha,w} \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w}}}$$

$$\cot \theta = \sqrt{\frac{525 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0408 \text{ m}^2 \cdot 280 \text{ mm}^2/\text{m} + 431 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0676 \text{ m}^2 \cdot 476 \text{ mm}^2/\text{m}}{525 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0408 \text{ m}^2 \cdot 283 \text{ mm}^2/\text{m} + 567 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0676 \text{ m}^2 \cdot 476 \text{ mm}^2/\text{m}}} = 0,904 \rightarrow \theta = 48^\circ$$

Torsionstragfähigkeit:

- längs:

$$T_{II,l} = T_{II,s,l} + T_{II,t,l} = \frac{f_{s,l} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l}}{\cot \theta} + \frac{f_{f,\alpha,l} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,l}}{\cot \theta}$$

$$T_{II,l} = \frac{525 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0408 \text{ m}^2 \cdot 280 \text{ mm}^2/\text{m}}{0,904} + \frac{431 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0676 \text{ m}^2 \cdot 476 \text{ mm}^2/\text{m}}{0,904}$$

$$T_{II,l} = 13.269 \text{ Nm} + 30.683 \text{ Nm} = 43.952 \text{ Nm} = 44,0 \text{ kNm}$$

- quer:

$$T_{II,q} = T_{II,s,w} + T_{II,ft,w} = f_{s,w} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} \cdot \cot \theta + f_{f,\alpha,w} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot \cot \theta$$

$$T_{II,q} = 525 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0408 \text{ m}^2 \cdot 283 \text{ mm}^2/\text{m} \cdot 0,904 + \dots$$

$$\dots + 567 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0676 \text{ m}^2 \cdot 476 \text{ mm}^2/\text{m} \cdot 0,904$$

$$T_{II,q} = 10.960 \text{ Nm} + 32.986 \text{ Nm} = 43.946 \text{ Nm} = 44,0 \text{ kNm}$$

- Betondruckstrebe:

$$T_{II,c,tc} = T_{II,c} + T_{II,tc} = \frac{f_c \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot t_{eff}}{(\cot \theta + \tan \theta)} + \frac{f_{fc} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot t_{eff,tc}}{(\cot \theta + \tan \theta)}$$

$$T_{II,c,tc} = \frac{34 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0408 \text{ m}^2 \cdot 48 \text{ mm}}{0,904 + 1,11} + \frac{73 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0676 \text{ m}^2 \cdot 10 \text{ mm}}{0,904 + 1,11}$$

$$T_{II,c,tc} = 66,25 \text{ kNm} + 49,01 \text{ kNm} = 115,3 \text{ kNm}$$

- kleinster Wert entspricht der Tragfähigkeit:

$$T_{II,max} = \min \begin{cases} 115,3 \text{ kNm} \\ 44,0 \text{ kNm} \\ 44,0 \text{ kNm} \end{cases} = 44,0 \text{ kNm}$$

Zum Vergleich:  $T_{II,max}$  aus dem Versuch = 43,8 kNm

Verformung im Zustand II:

$$\vartheta_{II,max} = \frac{T_{II,max}}{k_{T,II} \cdot K_{T,el}^I} = \frac{44,0 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{0,03 \cdot 8,835 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2} = 1,66 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{mm}} = 166 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{m}}$$

Zum Vergleich:  $\vartheta_{II,max}$  aus dem Versuch =  $136 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{m}}$

**Grafischer Vergleich siehe Abschnitt 4.6.**

### Beispiel 3 (Bemessung)

#### Rechteckiger Querschnitt mit vier Lagen $\pm 45^\circ$ Glastextil (Q5-L4-T1)

##### gegebene Werte:

Geometrie:  $b_c = 0,25 \text{ m}$ ,  $h_c = 0,50 \text{ m}$   $c_{nom,s} = 0,015 \text{ m}$

##### Material:

- Stahlbewehrung:

$$f_{yd} = 500 \text{ N/mm}^2$$

$$d_{s,l} = 6 \text{ mm}, 12 \text{ Stück}$$

$$d_{s,w} = 6 \text{ mm}, s_{s,w} = 100 \text{ mm}$$

- Textile Bewehrung:

$$f_{f,m} = 890 \text{ N/mm}^2, f_{f,s} = 39 \text{ N/mm}^2$$

$$t_s = 1,697 \text{ (Wert der Verteilung bei 30 Proben, siehe Tabelle 5.1)}$$

$$f_{fk} = f_{f,m} - t_s \cdot f_{f,s}$$

$$f_{fk} = 890 - 1,697 \cdot 39 = 824 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{0,\alpha} = 1,0 \text{ (Abminderungsfaktor für } 0^\circ, \text{ siehe Bild 4.18)}$$

$$f_{fk,\alpha} = k_{0,\alpha} \cdot f_{fk} = 1,0 \cdot 824 \text{ N/mm}^2, f_{f,w} = 824 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{fd} = f_{fk,\alpha} / \gamma_f = 824 \text{ N/mm}^2 / 2,1 = 392 \text{ N/mm}^2$$

$$a_{f,w} = 4 \cdot 43,1 \text{ mm}^2/\text{m} = 172,4 \text{ mm}^2/\text{m}, n_t = 4, s_t = 2 \text{ mm}, c_{nom,t} = 2 \text{ mm}$$

- Beton:

$$f_{cd} = 11,33 \text{ N/mm}^2, f_{c,t,m} = 2,6 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{fcd} = \alpha_{c,red} \cdot f_{fck} / \gamma_c = 0,85 \cdot 60 \text{ N/mm}^2 / 1,5 = 34 \text{ N/mm}^2, f_{fc,t,fl,m} = 5,6 \text{ N/mm}^2$$

##### Berechnung:

##### Erster Schritt - Nachweis für den Grenzzustand der Tragfähigkeit

##### Kernflächen:

$$b_{k,c} = 0,25 \text{ m} - 2 \cdot 0,015 \text{ m} - 2 \cdot 0,006 \text{ m} - 2 \cdot \frac{0,006 \text{ m}}{2} = 0,202 \text{ m}$$

$$h_{k,c} = 0,50 \text{ m} - 2 \cdot 0,015 \text{ m} - 2 \cdot 0,006 \text{ m} - 2 \cdot \frac{0,006 \text{ m}}{2} = 0,452 \text{ m}$$

$$A_{k,c} = 0,202 \text{ m} \cdot 0,452 \text{ m} = 0,0913 \text{ m}^2, u_{k,c} = 2 \cdot (0,202 \text{ m} + 0,452 \text{ m}) = 1,308 \text{ m}$$

$$b_{k,tc} = 0,25 \text{ m} + 4 \cdot 0,002 \text{ m} + 0,002 \text{ m} = 0,26 \text{ m}$$

$$h_{k,tc} = 0,50 \text{ m} + 4 \cdot 0,002 \text{ m} + 0,002 \text{ m} = 0,51 \text{ m}$$

$$A_{k,tc} = 0,26 \text{ m} \cdot 0,51 \text{ m} = 0,1326 \text{ m}^2, u_{k,tc} = 2 \cdot (0,26 \text{ m} + 0,51 \text{ m}) = 1,54 \text{ m}$$

##### Druckstrebenbreiten:

$$t_{eff} = 2 \cdot (0,015 \text{ m} + 0,006 \text{ m} + \frac{0,006 \text{ m}}{2}) = 0,048 \text{ m} = 48 \text{ mm}$$

$$t_{eff,tc} = 4 \cdot 0,002 \text{ m} + 0,002 \text{ m} = 0,01 \text{ m} = 10 \text{ mm}$$

##### Bewehrungsflächen:

$$a_{s,l} = \frac{12 \cdot 28,3 \text{ mm}^2}{1,308 \text{ m}} = 260 \text{ mm}^2/\text{m}, a_{s,w} = \frac{28,3 \text{ mm}^2}{0,1 \text{ m}} = 283 \text{ mm}^2/\text{m},$$

$$a_{f,w} = 172,4 \text{ mm}^2/\text{m}$$

### F.3 Beispiele zur Berechnung der Torsionstragfähigkeit

Druckstrebenwinkel:

$$\cot\theta = \sqrt{\frac{435 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0913 \text{ m}^2 \cdot 260 \text{ mm}^2/\text{m} + 392 \text{ N/mm}^2 \cdot 0,1326 \text{ m}^2 \cdot 172,4 \text{ mm}^2/\text{m}}{435 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0913 \text{ m}^2 \cdot 283 \text{ mm}^2/\text{m} + 392 \text{ N/mm}^2 \cdot 0,1326 \text{ m}^2 \cdot 172,4 \text{ mm}^2/\text{m}}} = 0,97 \rightarrow \theta = 45,86^\circ$$

Torsionstragfähigkeit:

- längs:

$$T_{Rd,l} = \frac{f_{yd} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,l}}{\cot\theta} + \frac{f_{fd} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot (\cot\theta + 1) \cdot 0,5}{\cot\theta}$$

$$T_{Rd,l} = \frac{435 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0913 \text{ m}^2 \cdot 260 \text{ mm}^2/\text{m}}{0,97} + \frac{392 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,1326 \text{ m}^2 \cdot 172,4 \text{ mm}^2/\text{m} \cdot (0,97 + 1) \cdot 0,5}{0,97}$$

$$T_{Rd,l} = 21.290 \text{ Nm} + 18.200 \text{ Nm} = 39.490 \text{ Nm} = 39,5 \text{ kNm}$$

- quer:

$$T_{Rd,q} = f_{yd} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot a_{s,w} \cdot \cot\theta + f_{fd} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot a_{f,w} \cdot (\cot\theta + 1) \cdot 0,5$$

$$T_{Rd,q} = 435 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0913 \text{ m}^2 \cdot 283 \text{ mm}^2/\text{m} \cdot 0,97 + \dots$$

$$\dots + 392 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,1326 \text{ m}^2 \cdot 172,4 \text{ mm}^2/\text{m} \cdot (0,97 + 1) \cdot 0,5$$

$$T_{Rd,q} = 21.804 \text{ Nm} + 17.654 \text{ Nm} = 39.458 \text{ Nm} = 39,5 \text{ kNm}$$

- Betondruckstrebe:

$$T_{Rd,max} = \frac{f_{cd} \cdot 2 \cdot A_{k,c} \cdot t_{eff}}{(\cot\theta + \tan\theta)} + \frac{f_{cd} \cdot 2 \cdot A_{k,tc} \cdot t_{eff,tc} \cdot (\cot\theta + 1)}{(1 + \cot^2\theta)}$$

$$T_{Rd,max} = \frac{11,33 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0913 \text{ m}^2 \cdot 48 \text{ mm}}{0,97 + 1,03} + \frac{11,33 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,1326 \text{ m}^2 \cdot 10 \text{ mm} \cdot (0,97 + 1)}{1 + 0,94}$$

$$T_{Rd,max} = 49,65 \text{ kNm} + 30,51 \text{ kNm} = 80,2 \text{ kNm}$$

- kleinster Wert entspricht der Tragfähigkeit:

$$T_{Rd} = \min \begin{cases} 80,2 \text{ kNm} \\ 39,5 \text{ kNm} \\ 39,5 \text{ kNm} \end{cases} = 39,5 \text{ kNm}$$

Zweiter Schritt – Nachweis des duktile Bauteilverhaltens

$$b_v = 0,25 \text{ m} + 2 \cdot (4 \cdot 0,002 \text{ m} + 0,002 \text{ m}) = 0,27 \text{ m}$$

$$h_v = 0,50 \text{ m} + 2 \cdot (4 \cdot 0,002 \text{ m} + 0,002 \text{ m}) = 0,52 \text{ m}$$

$$h_v/b_v = 1,92 \rightarrow \text{ca. } 2 \rightarrow \beta = 0,246$$

$$T_{I,max} = f_{fc,t,fl} \cdot W_{T,v} = f_{fc,t,fl} \cdot \beta \cdot b_v^2 \cdot h_v$$

$$T_{I,max} = 5,6 \text{ N/mm}^2 \cdot 0,246 \cdot (270 \text{ mm})^2 \cdot 520 \text{ mm} = 52,2 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 52,2 \text{ kNm}$$

$$\cot\theta = \text{ca. } 0,97$$

Das Berechnungsergebnis von  $\cot\theta$  mit charakteristischen Werten weicht nur geringfügig von dem Berechnungsergebnis mit Designwerten ab, so dass es gerechtfertigt sein sollte den o.g. Wert von 0,97 zu verwenden.

$$T_{II,max,l} = \frac{500 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0913 \text{ m}^2 \cdot 260 \text{ mm}^2/\text{m}}{0,97} + \frac{824 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,1326 \text{ m}^2 \cdot 172,4 \text{ mm}^2/\text{m} \cdot (0,97 + 1) \cdot 0,5}{0,97}$$

$$T_{II,max,l} = 24.472 \text{ Nm} + 38.256 \text{ Nm} = 62.728 \text{ Nm} = 62,8 \text{ kNm}$$

$$T_{II,max,q} = 500 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,0913 \text{ m}^2 \cdot 283 \text{ mm}^2/\text{m} \cdot 0,97 + \dots$$

$$\dots + 824 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 \cdot 0,1326 \text{ m}^2 \cdot 172,4 \text{ mm}^2/\text{m} \cdot (0,97 + 1) \cdot 0,5$$

$$T_{II,max,q} = 25.062 \text{ Nm} + 37.109 \text{ Nm} = 62.171 \text{ Nm} = 62,2 \text{ kNm}$$

$$T_{II,max,c,tc} > T_{Rd,max} = 80,2 \text{ kNm}$$

Der Designwert  $T_{Rd,max}$  ist bereits größer als  $T_{I,max}$  so ist auch der charakteristische Wert  $T_{II,max,c,tc}$  größer als  $T_{I,max}$ .

$$T_{I,max} = 52,2 \text{ kNm} < T_{II,max} = \min \begin{cases} 80,2 \text{ kNm} \\ 62,8 \text{ kNm} \\ 62,2 \text{ kNm} \end{cases} = 62,2 \text{ kNm} \text{ Nachweis erfüllt!}$$

## F Berechnung der Probekörper

### Dritter Schritt – Nachweis der Ausnutzung der Stahlbewehrung

$$\begin{aligned} & (f_{fk,\alpha,w} \cdot a_{f,w}) \cdot b > (f_{c,t,m} \cdot c_{nom} + f_{fc,t,fl,m} \cdot d_{tc}) \cdot b \\ & (824 \text{ N/mm}^2 \cdot 172,4 \text{ mm}^2/\text{m}) \cdot 1 \text{ m} > (2,6 \text{ N/mm}^2 \cdot 15 \text{ mm} + 5,6 \text{ N/mm}^2 \cdot 10 \text{ mm}) \cdot 1000 \text{ mm} \\ & 142.057 \text{ N} > 95.000 \text{ N} \text{ Nachweis erfüllt!} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{Ra,Vl} &= \frac{\text{maximaler Rissabstand}}{\text{erforderliche Verankerungslänge}} = \frac{2 \text{ mm}}{3 \text{ mm}} = 0,67 \leq 1 \\ & (f_{fk,\alpha,w} \cdot a_{f,w} \cdot k_{Ra,Vl,w}) \cdot b > (f_{c,t,m} \cdot c_{nom} + f_{fc,t,fl,m} \cdot d_{tc}) \cdot b \\ & (824 \text{ N/mm}^2 \cdot 172,4 \text{ mm}^2/\text{m}) \cdot 0,67 \cdot 1 \text{ m} > \dots \\ & \dots > (2,6 \text{ N/mm}^2 \cdot 15 \text{ mm} + 5,6 \text{ N/mm}^2 \cdot 10 \text{ mm}) \cdot 1000 \text{ mm} \\ & 95.178 \text{ N} > 95.000 \text{ N} \text{ Nachweis erfüllt!} \end{aligned}$$