

**Entwicklung eines Verfahrens
für den dreidimensionalen Entwurf
von Rotoren in Axialverdichtern**

Von der Fakultät für Maschinenwesen
der Technischen Universität Dresden

zur Erlangung der Würde
eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

von
Dipl.-Ing. Carsten Clemen
aus Mittenwalde
geboren am 11.11.1975

Gutachter:
Prof. Dr.-Ing. Konrad Vogeler
Prof. Dr.-Ing. Rolf Radespiel
Dr.-Ing. Volker Gümmer

Tag der Verteidigung:
03. Juli 2009

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Entwicklungsingenieur in der Gruppe „Verdichteraerodynamik“ bei der Rolls-Royce Deutschland Ltd & Co KG in Dahlewitz bei Berlin. Ich danke der Firma Rolls-Royce Deutschland dafür, dass mir die Möglichkeit gegeben wurde, diese Arbeit zu verfassen. Ich bedanke mich insbesondere beim Leiter der Verdichterabteilung Ulrich Wenger und beim Gruppenleiter für Verdichteraerodynamik Dr. Volker Gümmer für die ausgezeichnete Zusammenarbeit und die Finanzierung der Verdichtertests im Rahmen dieser Arbeit.

Bedanken möchte ich mich bei Herrn Prof. Stark für seine Anregungen, Kritik und Ratschläge. Des weiteren bedanke ich mich bei Herrn Prof. Vogeler, Herrn Prof. Radespiel und Herrn Dr. Gümmer für die Bereitschaft die Gutachten über die Arbeit zu erstellen. Mein besonderer Dank gilt dabei Prof. Vogeler für sein sofortiges Interesse an der Arbeit und die zahlreichen hilfreichen Hinweise.

Für die gute Zusammenarbeit während der Messkampagne bedanke ich mich bei Dr. Henning Rohkamm.

Ebenfalls bedanke ich mich bei meiner Frau Stefanie, die mich während der gesamten Zeit seelisch unterstützt hat.

Lebenslauf

Geburtsdatum 11.11.1975
Geburtsort Solingen
Familienstand verheiratet / 2 Kinder
Staatsangehörigkeit deutsch

Schulbildung

1982 – 1986 Grundschule Meigen in Solingen
1986 – 1995 Gymnasium Schwertstraße in Solingen
Juni 1995 Abschluss: Allgemeine Hochschulreife, Note: sehr gut

Zivildienst

1995 – 1996 Individuelle Schwerstbehindertenbetreuung

Studium

1996 – 2001 Studium des Maschinenbaus an der
Technischen Universität Braunschweig
Fachrichtung: Luft- und Raumfahrttechnik
Schwerpunkte: Raumfahrttechnik und Flugantriebe
07/2000 – 09/2000 Praktikum bei Fairchild Dornier in Oberpfaffenhofen zum
Thema: „Instationäre Simulation des Fahrwerks der Do 728 bei
der Landung“
11/2000 – 02/2001 Diplomarbeit am ZARM in Bremen zum Thema: „In-Orbit
Bestimmung von Parametern für die Lageregelung von
Satelliten“, Gewinn der Hermann-Oberth Goldmedaille
Februar 2001 Abschluss: Diplomingenieur mit Auszeichnung

Berufliche Tätigkeit

seit April 2001 Entwicklungsingenieur für Verdichteraerodynamik
bei Rolls-Royce Deutschland Ltd. & Co KG, Blankenfelde-
Mahlow
2006 – 2008 Section Leader Research in der Gruppe
“Verdichteraerodynamik“
seit August 2008 Entwicklungsingenieur für Installationsaerodynamik
bei Rolls-Royce Deutschland Ltd. & Co KG, Blankenfelde-
Mahlow

Übersicht

Die heutige und zukünftige Entwicklung beim Entwurf von Axialverdichtern für die Anwendung in Flugzeugtriebwerken ist immer stärker davon geprägt, ein möglichst großes Druckverhältnis mit möglichst wenigen Stufen zu erzeugen. Ziel ist es, möglichst viel Leistung mit möglichst geringem Gewicht umzusetzen, um die Effizienz der Maschine weiter zu verbessern. Um dies zu erreichen, muss eine Erhöhung der Stufendruckverhältnisse und damit eine Erhöhung der Stufenbelastung in Kauf genommen werden. Die höhere Belastung hat jedoch einen Anstieg der Verluste aufgrund der stärker werdenden Sekundärströmungen zur Folge, und wirkt sich zunächst negativ auf die Stabilität und den Wirkungsgrad der Maschine aus. Diese negativen Effekte können nur durch eine Weiterentwicklung der Schaufelgeometrie kompensiert werden. Hierbei stoßen die derzeit benutzten Entwurfsmethoden jedoch an ihre Grenzen.

Aus diesem Grund wurde ein neues Verfahren für den dreidimensionalen Entwurf von Rotoren in Axialverdichtern entwickelt. In dieser Arbeit wird dessen Entwicklung präsentiert. Das Verfahren umfasst die systematische Anwendung von Pfeilung und V-Stellung, sowie die dreidimensionale inverse Berechnung der radialen Skelettlinienverteilung. Um damit eine Verbesserung des Rotorwirkungsgrades zu erreichen, müssen vor allem die kritischen wand- bzw. spaltnahen Bereiche optimal an die Strömungsumgebung angepasst werden.

Die vorliegende Arbeit beschreibt ausführlich die theoretischen Grundlagen der Rotorströmung und des Rotorentwurfs. Basierend darauf werden für die Umsetzung eines vollständigen dreidimensionalen Schaufelentwurfs zwei Panelverfahren zur Berechnung der dreidimensionalen jedoch reibungslosen Strömung, zur Lösung der Nachrechen- bzw. der Entwurfsaufgabe, entwickelt.

Die Panelverfahren werden angewandt, um eine Methodik für den effektiven Einsatz von Pfeilung, V-Stellung und inverser Skelettlinienberechnung für den dreidimensionalen Rotorentwurf festzulegen. Die gewonnenen Erkenntnisse werden anschließend für den Entwurf eines hochbelasteten Rotors in einem einstufigen Niedergeschwindigkeitsverdichter nach dieser neuen Entwurfsmethodik genutzt. Anhand von Ergebnissen aus Rechnungen und Messungen für diesen Rotor wird die Wirksamkeit des Verfahrens demonstriert.

Inhaltsverzeichnis

Bezeichnungen	8
1 Einleitung	13
2 Grundlagen und Stand der Technik.....	14
2.1 Vorbemerkung.....	14
2.2 Rotorströmung.....	14
2.2.1 Allgemeines.....	14
2.2.2 Primärströmung.....	14
2.2.3 Sekundärströmung.....	16
2.3 Anpassung der Rotorgeometrie an die Strömung	29
2.3.1 Pfeilung und V-Stellung.....	29
2.3.2 Profilierung.....	40
3 Entwurfskonzept für den dreidimensionalen Rotorentwurf	46
4 Optimierung der Schaufelform (Pfeilung und V-Stellung).....	48
4.1 Vorbemerkung.....	48
4.2 Panelverfahren für den ebenen Einzelflügel endlicher Spannweite.....	49
4.2.1 Allgemeiner Ansatz.....	49
4.2.2 Grundrissformen.....	51
4.2.3 Panelbelegung, Wirbelbelegung und Aufpunkte	51
4.2.4 Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten.....	53
4.2.5 Randbedingungen und Gleichungssystem	59
4.2.6 Ergebnisse des Verfahrens	60
4.2.7 Validierung des Verfahrens.....	61
4.3 Panelverfahren für das Schaufelgitter unendlicher Spannweite.....	62
4.3.1 Allgemeiner Ansatz.....	62
4.3.2 Grundrissformen.....	63
4.3.3 Panelbelegung, Wirbelbelegung und Aufpunkte	64
4.3.4 Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten.....	67
4.3.5 Randbedingungen und Gleichungssystem	69
4.3.6 Ergebnisse des Verfahrens	71
4.3.7 Validierung des Verfahrens.....	74
4.4 Parameterstudie und Berechnungsergebnisse	80
4.4.1 Vorbemerkung.....	80
4.4.2 Variation der Pfeilung	80
4.4.3 Variation der V-Stellung.....	89
4.4.4 Kombination von Pfeilung und V-Stellung.....	93
5 Inverse Berechnung der Rotorskelettlinienverteilung.....	94
5.1 Vorbemerkung.....	94
5.2 Inverses Skelettlinienentwurfsverfahren	94
5.2.1 Allgemeiner Ansatz.....	94
5.2.2 Belastungsverteilung	96
5.2.3 Panelbelegung, Wirbelbelegung und Aufpunkte	98
5.2.4 Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten.....	99
5.2.5 Ergebnisse des Verfahrens	102
5.2.6 Verifizierung des Verfahrens	103
5.3 Inverser Skelettlinienentwurf	107
5.3.1 Vorbemerkung.....	107
5.3.2 Einfluss der Staffelung und der Teilung des Gitters	107
5.3.3 Einfluss einer lokalen Variation der Belastungsverteilung.....	108

5.3.4 Einfluss einer gepfeilten Vorderkante.....	110
6 Erweiterung des heutigen Entwurfsprozesses.....	113
6.1 Der heutige Prozess und seine Elemente.....	113
6.2 Einbindung der Panelverfahren.....	114
7 Entwurf einer hochbelasteten Rotorbeschaufelung.....	115
7.1 Anwendungsfall und Hauptauslegungsparameter.....	115
7.2 Konventioneller Referenzentwurf.....	116
7.2.1 Geometrische Eigenschaften.....	116
7.2.2 Randbedingungen und Rechenetze für die <i>Navier-Stokes</i> -Rechnung.....	117
7.2.3 Nachrechnungsergebnisse und Validierung des <i>Navier-Stokes</i> -Verfahrens.....	118
7.3 Verbesserter dreidimensionaler Entwurf.....	121
7.3.1 Einleitung.....	121
7.3.2 Anwendung von Pfeilung.....	121
7.3.4 Anwendung von V-Stellung.....	126
7.3.6 Anwendung des inversen Skelettlinientwurfs.....	127
7.3.7 Anwendung der Inzidenzkorrektur.....	133
8 Vergleich des zwei- und dreidimensionalen Entwurfs in Rechnung und Messung.....	136
8.1 Testaufbau, -durchführung und -auswertung.....	136
8.1.1 Einleitung.....	136
8.1.2 Messstellen und Messunsicherheiten.....	136
8.1.3 Berechnung der Strömungsgrößen.....	137
8.2 Vergleich der Rotorentwürfe.....	140
8.2.1 Gesamtbetriebsverhalten.....	140
8.2.2 Umfangsgemittelte Größen und Strömungsfeld im Rotor-Nachlauf.....	141
8.2.3 3D-Strömungsfeld an den Seitenwänden.....	148
9 Zusammenfassung und Ausblick.....	157
9.1 Zusammenfassung.....	157
9.2 Ausblick.....	157
Literatur.....	159

Bezeichnungen

Geometrische Größen

A, S	[m ²]	Fläche
AR	[-]	Schaufelhöhenverhältnis
b	[m]	Spannweite
c, l	[m]	Sehnenlänge
d	[m]	Dicke
D	[m]	Durchmesser
f	[m]	Wölbung
h	[m]	Schaufelhöhe
R	[m]	Radius
s	[m]	Spaltweite
t	[m]	Teilung
x _f	[m]	Wölbungsrücklage
y _s	[m]	Koordinate der Skelettlinie
β _s , λ	[°]	Staffelungswinkel
δ	[°]	örtliche Wölbung der Skelettlinie
δ _{rel}	[-]	relative örtliche Wölbung der Skelettlinie
η	[°]	Neigungswinkel in Umfangsrichtung
φ	[°]	Pfeilungs-Winkel
Λ	[-]	Streckung
v, η	[°]	V-Stellungs-Winkel
σ	[°]	Konizität
ξ	[°]	Neigungswinkel in Meridianrichtung

Aerodynamische Größen

a	[-]	Durchflusszahl
A	[-]	Auftrieb
A ⁺ , C _{wk} , C _{cp} , κ, C _{Kleb} , K	[-]	Schließungskoeffizienten
B	[-]	Blockage
c _a	[-]	örtlicher Auftriebsbeiwert
C _A	[-]	Auftriebsbeiwert
c _m	[-]	Momentenbeiwert
c _p	[-]	Druckbeiwert
c _p	[J kg ⁻¹ K ⁻¹]	spezifische Wärmekapazität
c _w	[-]	Widerstandsbeiwert
c _N	[-]	Normalkraftbeiwert
dl	[m]	induziertes Element des Wirbelfadens
dV	[m s ⁻¹]	induzierte Geschwindigkeit
D	[-]	Diffusionszahl
DH	[-]	<i>de Haller-Zahl</i>
E	[J]	massenspezifische Gesamtenergie
F	[-]	Flussdichtetensor
F _{Kleb}	[-]	<i>Klebanoff</i> scher Intermittenzfaktor
F _{I, II}	[-]	Terme der Wirbellinie

G	[-]	<i>Chen</i> -Konstante
h	[-]	Funktion der Skelettlinie
h_t	[J]	Totalenthalpie
H	[-]	Formfaktor
H	[J]	Gesamtenthalpie
i	[°]	Inzidenzwinkel
k	[-]	Gittereinflussfaktor
k	[J]	Schwankungsenergie
l	[J m]	<i>Prandtl</i> 'scher Mischungsweg
l	[W m ⁻¹ K ⁻¹]	Wärmeleitfähigkeit
l	[m]	Koordinate eines Wirbelfadens
\dot{m}	[kg s ⁻¹]	Massenstrom
m	[-]	Funktion der <i>Carter</i> -Regel
Ma	[-]	<i>Mach</i> -Zahl
n	[-]	Einheitsvektor der Flächennormale
n	[s ⁻¹]	mechanische Drehzahl
n_{red}	[s ⁻¹ K ^{-0,5}]	reduzierte (aerodynamische) Drehzahl
p	[Pa]	Druck
Pr	[-]	<i>Prandtl</i> -Zahl
q	[W m ⁻¹]	Wärmeflussvektor
Q	[-]	Quelltermvektor
R_{Luft}	[J kg ⁻¹ K ⁻¹]	Gaskonstante der Luft
s	[J kg ⁻¹ K ⁻¹]	Entropie
S	[m ²]	Oberfläche des Kontrollvolumens
T	[K]	Temperatur
u, v, w	[m s ⁻¹]	Geschwindigkeit
U, V, W	[m s ⁻¹]	Geschwindigkeit
V	[m ³]	Kontrollvolumen
W	[-]	Vektor der konservativen Variablen
α	[°]	Strömungswinkel, Anstellwinkel
α_∞	[°]	Winkel der Hauptströmung
α, β	[°]	Strömungswinkel
δ	[m]	Impulsverlustdicke
δ	[°]	Deviationswinkel
ε	[-]	Expansionszahl
Φ	[-]	allgemeine Strömungsgröße
Φ	[m s ⁻¹]	Geschwindigkeitsvektor
γ	[m ² s ⁻¹]	örtliche Zirkulation
Γ	[m ² s ⁻¹]	Zirkulation
η	[-]	Wirkungsgrad
φ	[-]	Lieferzahl
φ, Φ	[°]	Wölbungswinkel
κ	[-]	<i>Riegels</i> -Faktor
κ	[-]	Isentropenkoeffizient
μ	[-]	Axialgeschwindigkeitsverhältnis
μ	[Pa s]	dynamische Viskosität
μ_0	[Pa s]	Viskosität der Luft
μ_t	[m ² s ⁻¹]	Wirbelviskosität
π	[-]	statisches Druckverhältnis
Π	[-]	Druckverhältnis

ρ	[kg m ⁻³]	Dichte
σ_k	[-]	Diffusionskonstante von k
τ	[-]	Druckverhältnis
τ	[N m ⁻²]	Schubspannungstensor
ω_p	[-]	Totaldruckverlust
Ω	[rad s ⁻¹]	Winkelgeschwindigkeitsvektor
ξ	[-]	Verlustbeiwert
ξ_v	[-]	Verlust
Ψ	[-]	Spaltverlust

Sonstige Größen

a	[-]	Geradensteigung
a	[m]	Abstand
a, b	[m]	Halbachse der Bi-Super-Ellipse
b	[m]	Geradenabschnitt
A, B, D	[-]	Wirbeleckpunkt
C	[m]	Abstandsvektor
C, P	[-]	Aufpunkt
F	[N]	Reaktionskraft, Kraft
h	[-]	Anzahl der Spiegelungen
i, j	[-]	Vektorindex, Panelnummer
i, j, k	[-]	Einheitsvektor
k	[-]	Anzahl der Schaufeln
l	[m]	Hebelarm
m	[-]	Axialkoordinate
m, n	[-]	Koeffizient der Bi-Super-Ellipse
M	[Nm]	Moment
M, N	[-]	Panelzahl
r	[m]	Ortsvektor
t	[s]	Zeit
x	[m]	Axialkoordinate
X	[-]	normierte Axialkoordinate
y	[m]	Radialkoordinate
y ⁺	[-]	dimensionsloser Wandabstand
Y	[J]	Arbeit
z	[m]	Umfangskoordinate
Δ	[-]	Differenz
η	[-]	normierte Radialkoordinate
η	[-]	Verhältnis der Arbeit
φ	[°]	Vektor-Winkel
ϑ	[°]	Winkel
π	[-]	Kreiszahl
θ	[°]	Vektor-Winkel
θ	[-]	Umfangskoordinate
ξ	[-]	normierte Axialkoordinate
ζ	[-]	normierte Umfangskoordinate

Hochgestellte Indizes

k	korrektiv
v	viskos
T	transponiert
'	Ableitung, Messebene, relativ, Schwankungsgröße, Polar-
-	Mittelwert

Tiefgestellte Indizes

a	außen
A	Wirbeleckpunkt
AP	Auslegungspunkt
B	Wirbeleckpunkt
C	Aufpunkt
d	Dicke
D	Düse
DS	Druckseite
e	Einzel Flügel
$F_{I,II}$	Terme der Wirbellinie
G	Gitter
i	innen
i, j, m, n	Panelnummer
I	innere
k	Kontur
Kr	Kreisring
l	Sehnenlänge
L	links
max	maximal
n	Nummer
N	Normal
Norm	Normalatmosphäre
NS	nahe Stall
oben	oben
P	Aufpunkt, Panel
R	Rotor, rechts
s, stat	statisch
SS	Saugseite
St	Stützen
S	Stator
t, tot	total
TE	Hinterkante
unten	unten
Umg	Umgebung
VK	Vorderkante
Wake	Nachlauf
x	axial, Axialkoordinate
z	axial
∞	unendlich
0	Nullpunkt
0, 1, 2	Vektorindex

0, 1, 2, 3	Messeebene
1	Eintritt, Gitter
2	Austritt
2D	zweidimensional

Operatoren und Funktionen

$\arccos ()$	Arcuscosinusfunktion
$\arctan ()$	Arcustangensfunktion
$\cos ()$	Cosinusfunktion
d	Differentialoperator
e	e-Funktion
$f ()$	Funktion
$\text{grad } ()$	Gradient
$\lim ()$	Grenzwert
$\text{rot } ()$	Rotation
$\text{sign } ()$	Vorzeichenfunktion
$\sin ()$	Sinusfunktion
$\tan ()$	Tangensfunktion
∇	<i>Nabla</i> -Operator
Σ	Summenzeichen
\int	Integralzeichen
\oint	Konturintegralzeichen

Abkürzungen

AdComB	Advanced Compressor Blade Design
AG	Abreißgrenze
AP	Auslegungspunkt
CDA	Controlled Diffusion Airfoil
CFD	Computational Fluid Dynamics
DCA	Double Circular Arc
DMS	Dehn-Mess-Streifen
li	links
Gl	Gleichung
LSRC	Low-speed research compressor
NACA	National Advisory Comitee for Aeronautics
NS	nahe Stall
Q3D	quasi-dreidimensional
RANS	<i>Reynolds-averaged Navier-Stokes</i>
re	rechts
S1	Gitterebene
S2	Meridianebene
2D	zweidimensional
3D	dreidimensional

1 Einleitung

Die Entwicklung im beim Entwurf heutiger Axialverdichtern zielt darauf ab, ein möglichst großes Druckverhältnis mit möglichst wenigen Stufen zu erzielen. Das verlangt eine Erhöhung des Stufendruckverhältnisses und damit eine Erhöhung der Stufenbelastung. Eine höhere Belastung hat jedoch aufgrund der stärker werdenden Sekundärströmungen einen Anstieg der Verluste zur Folge, der sich negativ auf die Stabilität und den Wirkungsgrad der Maschine auswirkt. Da sich in Zukunft der Trend zu höher belasteten Maschinen weiter verstärken wird, stoßen die derzeit benutzten Entwurfsmethoden an ihre Grenzen.

Die Idee, die dieser Arbeit zugrunde liegt, ist die gezielte Berücksichtigung von Maßnahmen zur Reduzierung der Verluste schon in der frühen Entwurfsphase. Dies gilt für Verluste, die bei hochbelasteten Verdichterroten an der Nabe und im Bereich des Spaltes zwischen Schaufelspitze und Gehäuse durch Sekundärströmungseinflüsse, wie zum Beispiel die Querkanalströmung und den Spaltwirbel, entstehen. Gleichzeitig sollen die Bereiche der Schaufel, in denen die Hauptströmung bestimmend ist, ebenfalls für möglichst geringe Verluste ausgelegt werden.

Grundsätzlich bieten sich hierzu zwei Möglichkeiten an:

- die Beeinflussung der Strömung durch Veränderung der Schaufelgeometrie
- die Beeinflussung der Strömung durch äußere Maßnahmen.

Bei der Veränderung der Schaufelgeometrie sind die Pfeilung, die V-Stellung, die Staffelung und die Wölbung der einzelnen Profilschnitte der Schaufel von Bedeutung. Maßnahmen zur äußeren Beeinflussung der Strömung sind zum Beispiel eine Gehäuse- oder Nabenkonturierung sowie eine Absaugung oder Einblasung.

Diese Arbeit konzentriert sich ausschließlich auf die erste Möglichkeit der Beeinflussung, nämlich die Modifikation der Schaufelgeometrie. Im ersten Abschnitt der Arbeit werden zunächst die grundsätzlichen Strömungsphänomene in der Rotorbeschaufelung eines Verdichters vorgestellt. Danach werden einige der bisher erforschten Methoden zur Verlustreduzierung durch Anpassung der Rotorgeometrie an die Strömung und deren Ergebnisse diskutiert. Auf Basis dieses Wissens werden im Weiteren zwei neue Verfahren entwickelt, um Grundlagen für den dreidimensionalen Entwurf eines Verdichterroten zu ermitteln. Das erste Verfahren ist ein Nachrechenverfahren zur Bestimmung des Einflusses von Pfeilung und V-Stellung auf die dreidimensionale Belastungsverteilung einer Rotorschaukel. Das zweite Verfahren ist ein Entwurfsverfahren zur inversen Skelettlinienberechnung einer Rotorschaukel. Die Verfahren werden zunächst ausführlich erläutert und im Folgenden angewandt. Die Erkenntnisse aus beiden Verfahren zusammengenommen bilden die Grundlage für den von dreidimensionalen Ansätzen geleiteten Rotorentwurf, der in den letzten Kapiteln der Arbeit ausführlich beschrieben wird. Dieser Entwurf wird anhand von Berechnungsergebnissen eines 3D-Navier-Stokes-Verfahrens und experimentellen Ergebnissen mit einem herkömmlichen Rotorentwurf verglichen und bewertet. Dabei wird demonstriert, dass ein auf den vorgestellten Verfahren basierender Entwurf zu einer Beschaufelung mit geringeren Verlusten und verbessertem Wirkungsgrad führt.

2 Grundlagen und Stand der Technik

2.1 Vorbemerkung

Die folgenden Abschnitte stellen die Randbedingungen sowie die aus der Literatur bekannten Möglichkeiten zur Optimierung der Rotorgeometrie durch Anpassung an die Rotorströmung dar. Die Randbedingungen ergeben sich aus der Umströmung des Rotors, unterteilt in die Betrachtung der Haupt- oder Primärströmung und die Betrachtung der Rand- oder Sekundärströmungseffekte. Die Anpassung der Rotorgeometrie an diese sich überlagernden Strömungen kann im wesentlichen durch zwei verschiedene Ansätze durchgeführt werden:

- durch Einführung von Pfeilung und/oder V-Stellung und
- durch eine Anpassung der Rotorprofilgeometrien.

Basierend auf der theoretischen Diskussion dieser Möglichkeiten wird eine neue Vorgehensweise vorgestellt, die eine verbesserte Anpassung der Rotorgeometrie an die Randbedingungen erlaubt.

2.2 Rotorströmung

2.2.1 Allgemeines

Folgende Verlustquellen lassen sich in einem subsonischen Axialverdichter ausmachen:

- Verluste der Primärströmung. Diese Profilverluste, die durch die Entwicklung zweidimensionaler Grenzschichten auf Saug- und Druckseite entstehen, sind beeinflusst durch die Diffusion in der Schaufelpassage und die Hinterkantendicke. Sie sind abhängig von der Diffusionsrate, der Stromröhrenkontraktion, der *Mach*- und *Reynolds*-Zahl sowie der Profilgeometrie.
- Verluste der Sekundärströmung in Wandnähe, die sich aus den Wandgrenzschicht-Verlusten, den Verlusten durch die Sekundärströmungen und die Spaltströmung zusammensetzen [1].

Der Gesamtverlust ergibt sich etwa jeweils zur Hälfte aus diesen beiden Verlustarten [2].

Um die Verluste verringern zu können und damit den Rotor- bzw. Verdichterwirkungsgrad zu verbessern, ist eine möglichst genaue Kenntnis der Rotorströmung nötig.

2.2.2 Primärströmung

Die Primärströmung erstreckt sich, abhängig von der Schaufelbelastung und der Schaufelhöhe, über einen mittleren Schaufelbereich, der von Sekundäreinflüssen, die nahe der Seitenwände auftreten, genügend weit entfernt ist. Im mittleren Schaufelbereich folgt die Primärströmung im wesentlichen dem radialen Gleichgewicht und verläuft annähernd auf koaxialen Zylinderschnitten mit nur geringer Beeinflussung durch die benachbarten Schaufelschnitte. Sie kann als zweidimensional angesehen werden und lässt sich daher mit quasi-dreidimensionalen S1S2-Methoden, basierend auf [3], berechnen.

Durch die Wechselwirkung der Primärströmung mit der Profilgeometrie von Druck- und Saugseite (Reibung) entstehen Profilgrenzschichten, die für die Entstehung der Verluste der Primärströmung – die sogenannten Profilverluste – verantwortlich sind. Diese Grenzschichten an Druck- und Saugseite wachsen in ihrer Dicke über die Sehnenlänge der Schaufel an und vereinen sich an der Profilhinterkante zu einer Nachlaufdüse. Folge dessen ist ein Totaldruckverlustkoeffizient ω_p . Dieser ist für inkompressible Strömungen gültig, die vereinfacht, in den in dieser Arbeit entwickelten Verfahren, vorausgesetzt werden, und lässt sich mit Gleichung (2.1) nach *Lieblein* [4] definieren. Für die praktische Anwendung der Verfahren auf Hochleistungsverdichter kann der Kompressibilitätseinfluss später leicht ergänzt werden, siehe Kapitel 9.

$$\omega_p = 2 \frac{\delta}{l} \frac{l}{t \cos \beta_2} \left(\frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2} \right)^2 \left[\frac{\frac{2H}{3H-1}}{\left(1 - \frac{\delta}{l} \frac{lH}{t \cos \beta_2} \right)^3} \right] \quad (2.1)$$

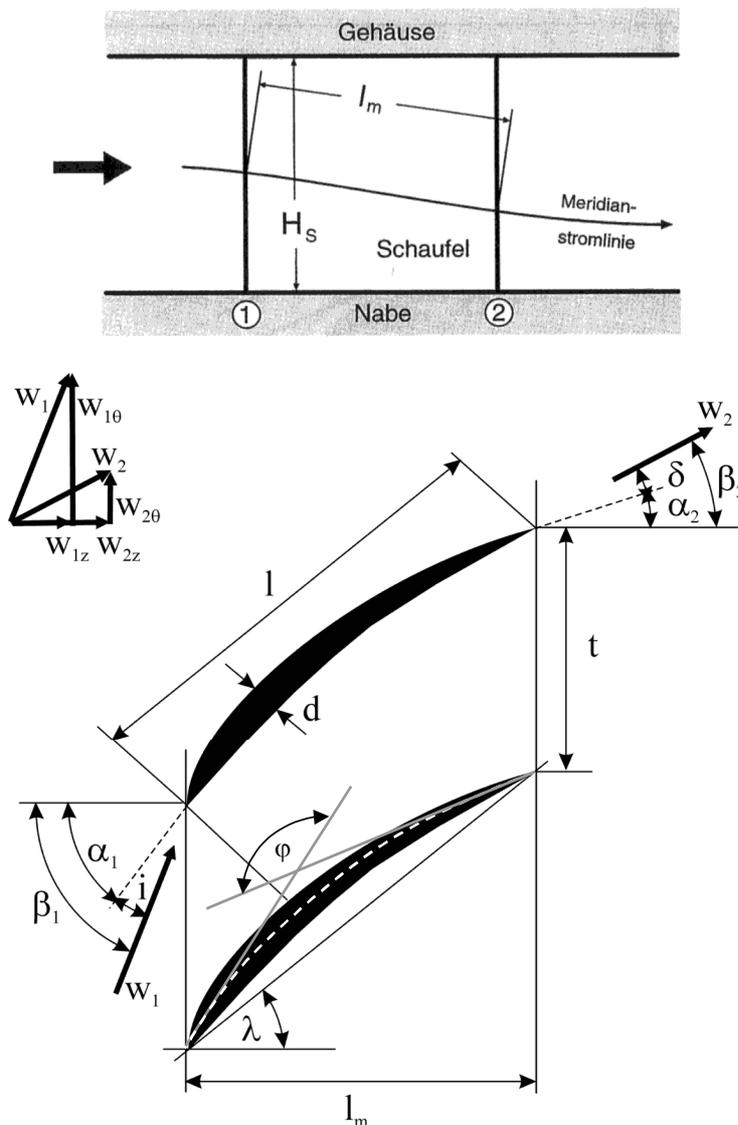


Abbildung 2.1: Definition der Geometrie und der Strömungsgrößen des Schaufelgitters

Dabei ist H der Formfaktor, der das Verhältnis von Verdrängungs- zu Impulsverlustdicke an der Hinterkante darstellt. δ/l ist das Verhältnis der Impulsverlustdicke δ an der Hinterkante zur Sehnenlänge l , t/l das Teilungsverhältnis und β_1 bzw. β_2 der Zu- bzw. Abströmwinkel des Rotors, wie in Abbildung 2.1 für ein Rotorgitter schematisch dargestellt. Die Größe der Werte für den Formfaktor und die Impulsverlustdicke, die das Anwachsen der Grenzschicht beschreiben, hängen von der *Mach*- und *Reynoldszahl* der Strömung, der Hinterkantendicke des Profils, der lokalen Strömungsverzögerung auf der Schaufeloberfläche, sowie dem Turbulenzgrad der freien Strömung ab. Diese Größen lassen sich bei Kenntnis der Profildruckverteilung ermitteln. Für eine mittlere Schaufelbelastung sind dabei nach *Vavra* [5] ein Wert von 1,4 für den Formfaktor H und eine bezogene Grenzschichtdicke von $\delta/l = 0,016$ charakteristisch.

Als weitere charakteristische Größe, die das Grenzschichtverhalten bestimmt, konkret die Profilgrenzschichtbelastung auf der Saugseite, lässt sich die

Diffusionszahl [6] ableiten. Sie gibt die Größe der Strömungs-verzögerung entlang des Profils an und ist ohne Kenntnis der Profildruckverteilung berechenbar. In vereinfachter Form gibt sie Aufschluss über das Verhalten der Profildruckschicht. Sie lässt sich gemäß Gleichung 2.2 mit Kenntnis der Geschwindigkeitsdreiecke (Zu- und Abströmwinkel β_1 , β_2 und Axialgeschwindigkeitsverhältnis $\mu = w_{2z}/w_{1z}$) und des Teilungsverhältnisses ermitteln, vergleiche Abbildung 2.1. Dabei gilt die Grenzschicht als abgelöst, wenn die Diffusionszahl größer als 0,6 ist.

$$D = 1 - \mu \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2} + \frac{t}{2l} \left(\sin \beta_1 - \mu \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2} \sin \beta_2 \right) \quad (2.2)$$

2.2.3 Sekundärströmung

Jenseits der Schaufelmitte tritt mit zunehmender Nähe zu den Seitenwänden Sekundärströmung auf. Der Schaufelkanal eines Rotors wird auf der einen Seite durch schaufelfeste (Nabe) und auf der anderen Seite durch vorbeidrehende Wände (Gehäuse über der Schaufelspitze) begrenzt. Die Sekundärströmung entsteht, wenn der Grenzschicht ein Druckgradient aufgeprägt wird, dem innerhalb der Grenzschicht aufgrund der kleinen Geschwindigkeiten keine dynamischen Kräfte das Gleichgewicht halten können. Diese Grenzschichten blockieren die ankommende Strömung und verringern die effektiv frei durchströmte Fläche [7]. Dies führt zu Verlusten, die einen wesentlichen Anteil an den Gesamtverlusten haben. Die Schaufelumströmung wird so dreidimensional und ist nicht mehr trivial berechenbar [8].

Im Axialverdichter können vier Hauptarten von Sekundärströmung unterschieden werden, siehe Abbildung 2.2 (vergleiche hierzu auch [9]), die am festen und/oder rotierenden Schaufelende (Rotorspalt) vorkommen [10]. Oftmals sind sie kaum trennbar, da sie zum Teil in Wechselwirkung treten:

- Querkanalströmung
- Radiale Sekundärströmung
- Spaltströmung
- Relativ-Sekundärströmung

Aufgrund ihrer entscheidenden Bedeutung für das Verhalten der Strömung und der daraus abzuleitenden Maßnahmen werden diese Phänomene im folgenden ausführlich vorgestellt.

Querkanalströmung

Die Querkanalströmung ist die typische Sekundärströmung, die allein durch die Wechselwirkung zwischen der Umlenkung der Hauptströmung und den Seitenwandgrenzschichten entsteht. Folge ist ein ungleichförmiges Totaldruckprofil, durch das sich ein gestörtes Druckgleichgewicht ergibt. Daraus resultiert eine Querkanalströmung die von der Druckseite der einen Schaufel zur Saugseite der benachbarten Schaufel gerichtet ist, Abbildung 2.2. Bei kleineren Staffelungswinkeln, bei denen eine stark ausgeprägte Querkanalströmung, die großen Einfluss auf den Anstellwinkel des Profils hat, vorliegt [11], entsteht durch eine Ausgleichsbewegung dieser Strömung der sogenannte Kanalwirbel [12].

Die Wirbelentstehung lässt sich nach *Squire* und *Winter* [13] und *Hawthorne* [14] wie folgt erklären: das verlangsamte Grenzschichtmaterial an der Wand muss sich auf einer stärker gekrümmten Bahn bewegen als die Hauptströmung, die einen großen Impuls besitzt, um in dem durch die Hauptströmung aufgeprägten statischen Druckfeld ein Gleichgewicht herzustellen. Das bedeutet eine Mehrumlenkung der Strömung. Weiter entfernt von der Wand entsteht eine Ausgleichsbewegung und somit eine Minderumlenkung der Strömung [11]. Diese Phänomene ergeben den Kanalwirbel, der sich mit zunehmendem Querdrukgradienten vergrößert.

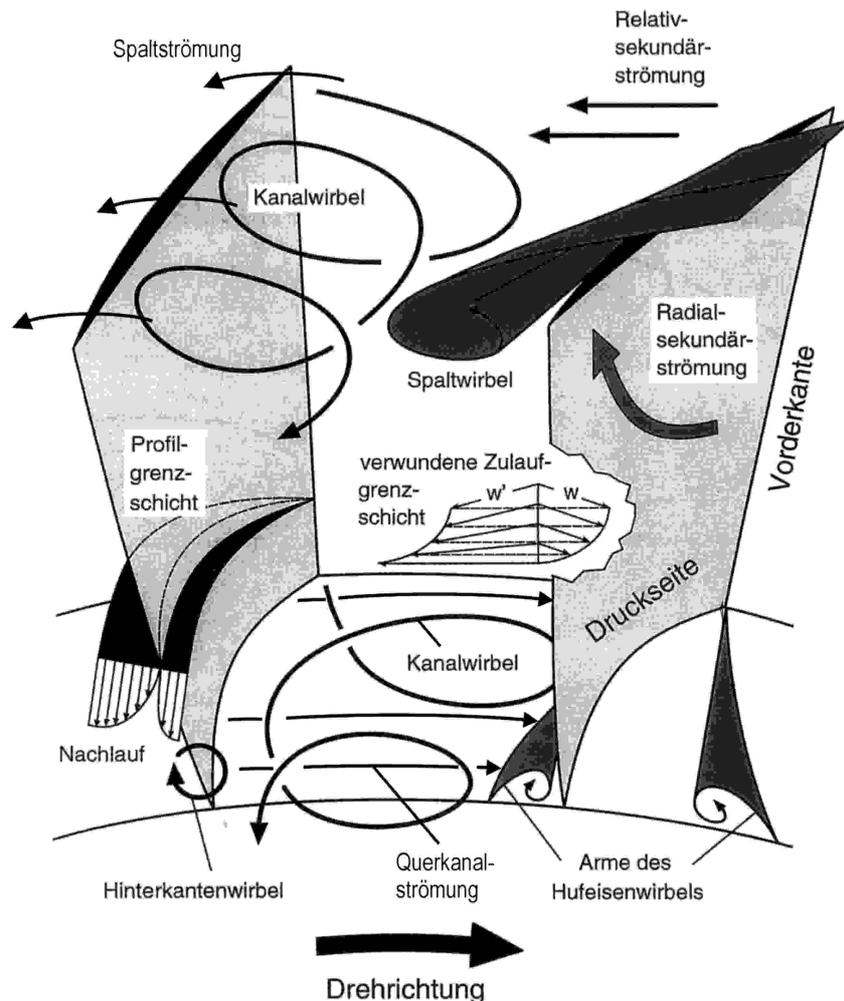


Abbildung 2.2: Sekundärströmungsphänomene in Verdichterbeschaufelungen [9]

In der Ecke zwischen der Wand und der Saugseite der Schaufel kann außerdem eine Eckenablösung entstehen, da die Mehrumlenkung des Grenzschichtmaterials in der saugseitigen Ecke zu einer Konzentration impulsarmen Strömungsmaterials führt. Diese steigt mit zunehmender Schaufelbelastung; dadurch kann es insbesondere bei großen Staffelungswinkeln zu einer Umströmung der Hinterkante von der Druck- zur Saugseite kommen [15], sowie zu einem Eckenwirbel, der entgegen dem Kanalwirbel dreht.

Dieser Eckenwirbel interagiert wiederum mit der saugseitigen Profilgrenzschicht und induziert ein, wenn auch von der Ausdehnung her deutlich kleineres, ihm entgegengesetzt drehendes Wirbelpaar, zu dem als Gegenpol ein weiteres entgegengesetzt drehendes Wirbelpaar existiert [16].

An der Hinterkante der Schaufel treffen die Kanalwirbel der benachbarten Passagen schierend aufeinander und bilden zusammen einen Hinterkantenwirbel. Dieser setzt sich aus den an der Hinterkante abgehenden Wirbeln zusammen, die durch die über Schaufelhöhe variierende

Zirkulationsverteilung hervorgerufen werden, die unterschiedliche Wirbelfadenstreckung entlang der Druck- und Saugseite und durch die Umlenkung der Scherströmung. Näheres dazu findet sich in [14] und [17].

Neben dem Kanalwirbel und der Eckenablösung steht ein weiteres Sekundärströmungsphänomen in engem Zusammenhang mit der Querkanalströmung: der Hufeisenwirbel, Abbildung 2.2. Er entsteht bei der Umströmung eines Hindernisses (zum Beispiel einer Schaufel), das auf einer ebenen Wand steht (zum Beispiel einer Seitenwand) [18], wenn die ankommende Seitenwandgrenzschicht dem Druckgradienten entlang der Staupunktlinie nicht standhalten kann. Dies führt zu einer Ablösung der Strömung, die sich dann zur Wand hin zu einem Wirbel aufrollt. Durch den in der Schaufelpassage wirkenden Querdruckgradienten, bestimmt durch die Größe der Druckdifferenz zwischen Saug- und Druckseite und deren Verteilung in Schaufeltiefenrichtung, wird der druckseitige Teil dieses Wirbels zur Saugseite verlagert. Der saugseitige Teil des Hufeisenwirbels interagiert mit dem entgegengesetzt drehenden Kanalwirbel oder läuft in die saugseitige Ablöseblase, falls eine solche vorhanden ist. Insbesondere bei großen Staffelungswinkeln kann es zu einer solchen Ablösung der Seitenwandgrenzschichten kommen [12], wobei in diesem Fall kein Kanalwirbel zu beobachten ist, sondern vielmehr das Zusammentreffen der bereits oben genannten Hinterkantenumströmung mit der Hauptströmung und einer Konzentration der Verluste dort [11].

Radial- und Relativ-Sekundärströmung

Die Radial-Sekundärströmung entsteht in der Profilmgrenzschicht durch den Druckgradienten in Schaufelhöhenrichtung [19] und ist bei Rotoren aufgrund der nach außen wirkenden Fliehkraft zur Schaufelspitze gerichtet, Abbildung 2.2. Sie führt dort zu einer Anhäufung von Grenzschichtmaterial mit niedrigem Impuls [20]. Mit wachsender Sehnenlänge nimmt sie zu.

Die Relativ-Sekundärströmung tritt durch die Relativbewegung zwischen Schaufel und Wand, das heißt zwischen Rotor und Gehäuse, auf. Sie ist in Richtung der bewegten Seitenwand von der Saug- zur Druckseite gerichtet, Abbildung 2.2. Diese Strömung verstärkt die Spaltströmung und behindert die bereits beschriebene Querkanalströmung, da sie zu dieser entgegengesetzt wirkt.

Spaltströmung

Allgemeines

Die Spaltströmung entsteht durch die Druckdifferenz zwischen Druck- und Saugseite und durch Reibungskräfte [21], die durch die Relativbewegung zwischen Schaufel und Gehäuse hervorgerufen werden. Bei Spalten mit einem Spalt- zu Profildickenverhältnis von größer 16,7 %, siehe [21], und Schaufelbelastungen wie in modernen Verdichtern, ist die Druckdifferenz der bestimmende Faktor, andernfalls die Reibung [21]. Es kommt zu einer Durchströmung des Spaltes in Richtung der Saugseite und zu einer Wechselwirkung von Rand- und Spaltströmung, die die Primärströmung stark stört. Messungen u.a. von *Rains* [21] und *Freeman* [22] zeigen, dass sich die von der Schaufelspitze abgehende Strömung zu einem Wirbel aufrollt. Daraus resultiert eine Querschnittsverblockung [23], [24] und ein Absinken des relativen Totaldrucks. Im Bereich des Schaufelendes [25] und insbesondere im Nachlauf der Schaufel [26] steigen dadurch die Verluste an. Die Druckumsetzung, die

Abströmwinkelverteilung, der Wirkungsgrad und das Abreißverhalten der Schaufel werden negativ beeinflusst [12]. Durch diese dreidimensionalen un stetigen Strömungseffekte werden außerdem die Lärmemission, die Schaufelkräfte [27] und die Wärmeübertragungseigenschaften der Schaufel verändert und dadurch ihre Schwingungseigenschaften und die mechanischen Spannungen beeinflusst [2].

Folgende Phänomene sind dabei für die Spaltströmung von besonderer Bedeutung [28]:

- die Bildung und der Verlauf des Spaltwirbels
- die Wechselwirkung der Spaltströmung mit anderen Wirbeln
- die Größe des Spalts und die Schaufelbelastung.

Darüber hinaus spielt auch die Geometrie der Schaufel und insbesondere die der spaltnahen Schnitte eine Rolle. Wichtige Parameter sind hier der Staffelungswinkel, das Schaufelhöhenverhältnis, die Profilwölbung, der Anstell- bzw. Inzidenzwinkel und die Profildicke.

Spaltwirbel

Existiert ein Spalt, dann kommt zu der bereits vorgestellten Querkanalströmung noch die Spaltströmung hinzu. Wegen der Druckunterschiede zwischen Druck- und Saugseite kommt es zu einer Durchströmung des Spaltes von der Druck- zur Saugseite [29]. Durch den Einfluss der Kanalströmung rollt sich die Spaltströmung [30] zu einem Wirbel auf, in dessen Kern sich das Material der Spaltströmung sammelt [12]. Der Spaltwirbel hat die entgegengesetzte Drehrichtung des bereits beschriebenen Kanalwirbels. Dadurch kann es zu einer deutlichen gegenseitigen Beeinflussung der in gegensätzlicher Richtung drehenden Querkanal- und Spaltströmungen kommen. Diese beiden Sekundärströmungen führen dazu, dass in die ohnehin am stärksten belastete Region der Schaufel impulsarmes Material transportiert wird: zur Saugseite. Dadurch wird dort die Tendenz zum Ablösen weiter verstärkt. Auch die Wirbel selbst vergrößern diese Tendenz, da sie die Umlenkung der Hauptströmung behindern. Dies führt zu einem starken Verlustanstieg.

Für große und mittlere Volumenströme eines Verdichters, das heißt kleine und mittlere aerodynamische Belastung, bildet sich ein ausgeprägter Spaltwirbel innerhalb und stromab des Rotors. Bei Abnahme des Volumenstroms verlagert sich der Aufrollpunkt des Wirbel stromauf, wobei sich die Neigung seiner Bahn zur Hauptströmungsrichtung erhöht. Bei kleinen Volumenströmen ist der Aufrollpunkt nahe der Vorderkante und der Wirbel ist im Kanal eingeschlossen. Seine Neigung ist sehr groß und der Wirbel bricht stromab zusammen. Man nennt dies Vortex-Breakdown [31]. Dieses Aufplatzen des Wirbels kann besonders deutlich nahe der Stabilitätsgrenze von transsonischen Rotoren beobachtet werden, bedingt durch eine starke Wechselwirkung von Verdichtungsstoß und Spaltwirbel [31]. Das Aufplatzen führt zu einem enormen Anstieg der Verblockung insbesondere im wandnahen Bereich [32] und zu einer stromauf gerichteten Ausdehnung des verblockten Gebietes bis zur Schaufelvorderkante. Dadurch sinkt die statische Druckerhöhung und es kommt zum Stall. Dieses Phänomen ist auch bekannt von den Vorderkantenwirbeln bei hochangestellten Deltaflügeln. Die Interaktion zwischen Spaltwirbel und Stoß wird zum Beispiel in [33] numerisch mit *Navier-Stokes*-Verfahren simuliert. Diese Rechnungen bestätigen das starke Anwachsen der Rückströmung und das Auftreten von Instabilitätszonen nahe der Abreißgrenze.

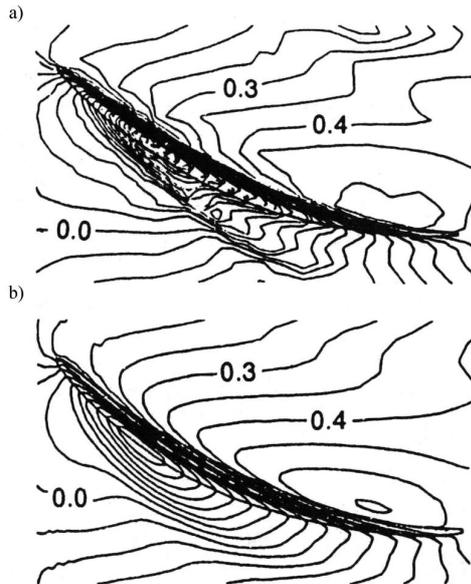


Abbildung 2.3: Gemessene (a) und gerechnete (b) statische Druckverteilung auf der Gehäusewand nach [27]

Eine der wichtigsten Arbeiten auf dem Gebiet der Spaltströmung in Axialverdichtern stammt von *Storer* [27]. *Storer* führt Untersuchungen an einem geraden Gitter aus NACA 65 Profilen mit einer Sehnenlänge von 300 mm und einer maximalen Dicke von 15 mm durch. Die wichtigsten aerodynamischen Größen des Gitters sind der Diffusionsfaktor von 0,46, die Reynoldszahl von 5×10^5 und die Anström-Mach-Zahl von 0,3. Anhand ausführlicher Messungen (Anstrichbilder, Druckmessungen, Turbulenzmessungen, Totaldruckmessungen) und Berechnung der dreidimensionalen Strömung mittels RANS-Verfahren werden einige wichtige Charakteristika der Spalt- bzw. Spaltwirbelströmung identifiziert. Die Rechnungen nach *Dawes* [34] für verschiedene sehnenbezogene relative Spaltweiten (s/l) von u. a. 1%, 2% und 4% haben eine qualitativ gute Übereinstimmung mit den Messungen ergeben.

Bei vorhandenem Spalt existieren zwei Strömungen nahe der Wand: erstens die klassische von der Druckseite zur Saugseite der benachbarten Schaufel gerichtete Querkanalströmung und zweitens die im

Schaufelspitzenbereich auftretende Leckageströmung, die durch den Spalt strömt und sich dann nahe der Saugseite zum Spaltwirbel aufrollt.

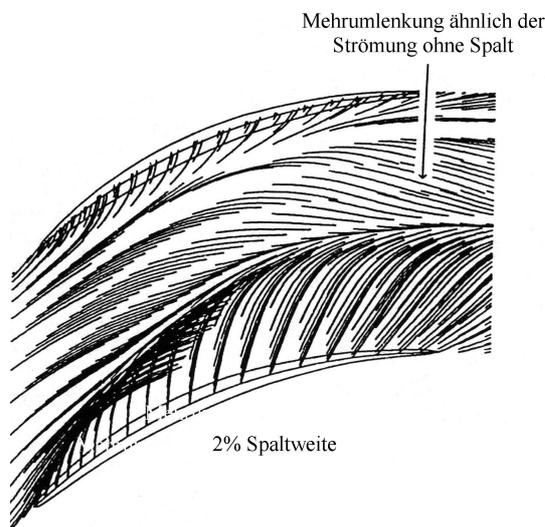


Abbildung 2.4: Navier-Stokes Rechnung der Stromlinien an der Gehäusewand für 2 % Spaltweite

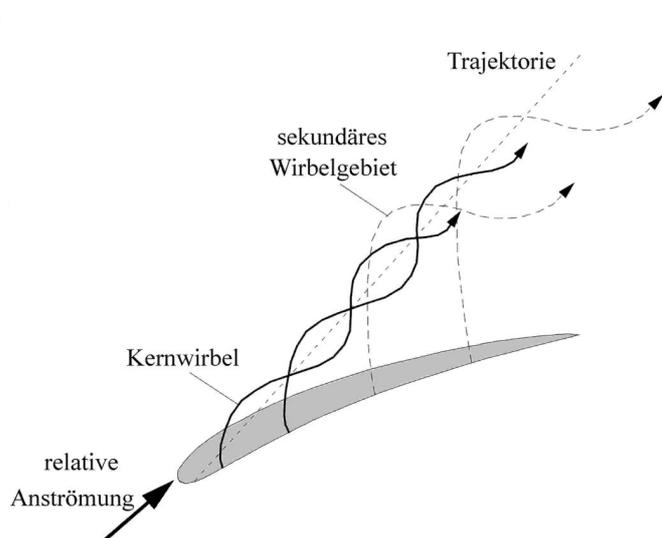


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung des Rotor-Spaltwirbels

Dabei überwiegt im Bereich zwischen Nabe und halber Schaufelhöhe die klassische 2D-Strömung. In diesem Bereich ist die Druckverteilung gleichmäßig. Zum Spalt hin wird der Einfluss der Spaltströmung bestimmend, und es kommt zu einer Reduktion des Mittelwerts der Druckverteilung.

Die Spaltdurchströmung beginnt an der Schaufelspitze und dort entsteht nahe der Vorderkante der Spaltwirbel. Dessen Einfluss wird durch einen Druckabfall an seinem Entstehungspunkt

deutlich, wie in Abbildung 2.3 aus [27] anhand der statischen Druckverteilung an der Gehäusewand sowohl für Messung als auch Rechnung zu sehen ist. Die Spaltströmung die entgegen der klassischen Sekundärströmung wirkt, Abbildung 2.4 (vergleiche [27]), trifft von der Saugseite gesehen bei ca. 1/3 Schaufelabstand mit der Querkanalströmung zusammen und verursacht ein Aufrollen des Spaltwirbels um eine Wirbelachse, die sogenannte Trajektorie, wie in Abbildung 2.5 schematisch dargestellt. Bei *Storer* [27] zeigt sich, dass bei 2 % Spalt die Wandströmung vom Spaltwirbel dominiert wird, ablesbar an den gemittelten Axialgeschwindigkeiten an der Wand. Die Strömung am Spaltende liegt bei kleinen Spalten ($s/l = 1\%$) am Schaufelende und an der Wand an, bei großen Spalten ($s/l = 4\%$) ist sie abgelöst. Diese Ablösung entwickelt sich von der druckseitigen Ecke am Spalteingang. Am Ablösepunkt ist die Strömung dabei turbulent. Der Einflussfaktor für das Wiederanlegen und dessen Vorhersage ist nach *Rains* [21] der Druckgradient quer zur Schaufelspitze, der sehr viel größer ist als der entlang der Spitze, sowie die Trägheitskräfte. Zu beachten ist außerdem, dass beim Wiederanlegen eine Ablöseblase auftritt. Bei einem Verhältnis von Spaltweite zu maximaler Profildicke von $> 0,4$ ist ein Wiederanlegen unwahrscheinlich.

Die Strömung im Spalt lässt sich nach [27] im Wesentlichen durch folgende Merkmale charakterisieren:

- Die Strömung ist inkompressibel, sie folgt einer Bahn entlang der Schaufelspitze parallel zur Krümmungslinie. Dabei bleibt der Impuls erhalten.
- Die Strömung tritt parallel zur Wand aus, mit gleichbleibendem statischen Druck entlang der Strömung und gleichem saugseitigem Druck nahe der Spitze.
- Die absoluten Geschwindigkeiten ergeben sich nach *Bernoulli*. Daraus folgt, dass die Spaltgeschwindigkeit senkrecht zur Primärströmung ist und dass die mittlere Geschwindigkeit im Spalt kleiner als die Störgeschwindigkeit im Spalt ist (Stromröhre).
- Die Spaltströmung ist durch hohe Verluste in der freien Scherschicht an der Grenze des Spaltwirbels nahe dem Spaltende gekennzeichnet.
- Der Winkel zwischen der Trajektorie und der Hauptströmung an der Austrittsstelle spielt eine entscheidende Rolle.

Neben der Arbeit von *Storer* [27], die einen guten Überblick über das Verhalten der Spaltströmung und des Spaltwirbels gibt, finden sich in der Literatur zahlreiche Arbeiten, die das Verhalten des Spaltwirbels sehr detailliert beschreiben.

Wie bereits angedeutet, ist der Entstehungspunkt des Spaltwirbels charakterisiert durch einen Druckabfall nahe der Vorderkante an der Schaufelspitze. Auch der weitere Verlauf des Wirbels lässt sich anhand des Druckes identifizieren [30]. Die Wirbelbahn lässt sich anhand einer Mulde im statischen Druckverlauf an der Wand nachvollziehen und beginnt nahe des Druckminimums auf der Wand. Dieses wandert mit zunehmender Spaltweite stromab. Der statische Druckverlauf auf der Schaufel wird im Vergleich zum Mittelschnitt durch den Spalt und den Spaltwirbel stark beeinflusst. An der Vorderkante sinkt die integrierte Belastung (Spalteffekt), während die Belastung in der Mitte aufgrund des stark abfallenden Druckes (Wirbeleffekt) auf der Druckseite zunimmt. An der Hinterkante ist der druck- und saugseitige Druck dem im Mittelschnitt ähnlich. Die Gesamtbelastung ist aufgrund des starken Spaltwirbels bei 4 % Spaltweite nahezu so groß wie die im Mittelschnitt.

Ähnliche Beobachtungen finden sich auch in [35] an einem einstufigen Axialverdichter. In Messungen zeigen die statischen Druckverteilungen Mulden niedrigen Druckes, deren Tiefe und Richtung ebenfalls mit der Flussrate variiert und die auf die Existenz eines Rotor-

Spaltwirbels hinweisen. Bei sinkender Flussrate nimmt ihre Tiefe zu und sie richten sich in Umfangsrichtung auf. Die durch Rechnungen vorhergesagten Wirbelbahnen und die Druckverteilungen in den Querströmungsebenen stimmen gut mit den gemessenen Druckmulden überein und bestätigen die Existenz des Spaltwirbels. Außerdem zeigen die experimentellen Untersuchungen, dass das Strömungsfeld bei Auslegungsmassenstrom neben der Spaltwirbelbahn zwei weitere charakteristische Phänomene aufweist: eine Ablöse- und eine Anlegelinie in Umfangsrichtung und dazwischen eine Region mit axialer Rückströmung, siehe Ölanstrichbild und schematische Darstellung in Abbildung 2.6.

Die axiale Ausdehnung des Rückströmungsgebietes wächst bei Reduzierung des durchgesetzten Massenstroms an und nimmt nahe der Anreißgrenze dramatische Formen an [35].

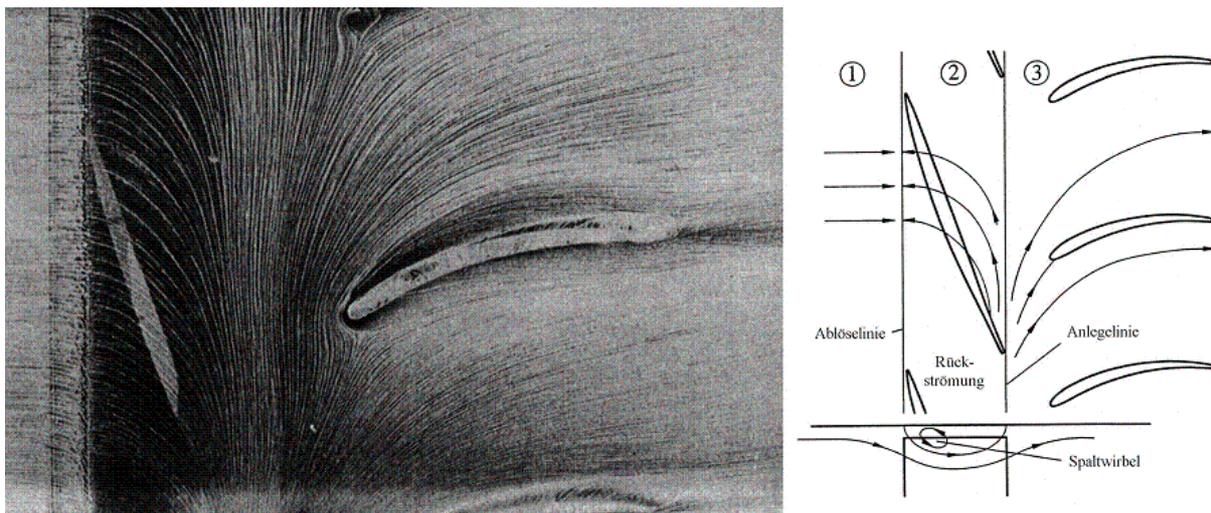


Abbildung 2.6: Ölanstrichbild und schematische Darstellung der Strömung an der Gehäusewand bei Auslegungsmassenstrom bei einem einstufigen Axialverdichter [35]

Diese Phänomene werden bei *Saathoff* [32] an dem gleichen einstufigen Versuchsverdichter mit NACA 65 Profilen (Rotor 16 Schaufeln, Stator 19) und einem Nabenverhältnis von 0,55 im Detail betrachtet. Die Rotorspaltweite beträgt $s/l = 3\%$ bei $l = 60\text{ mm}$.

Einige wichtige Ergebnisse aus [32] sind in Abbildung 2.7 dokumentiert und werden im Folgenden kurz beschrieben. Es ist ersichtlich, dass der Rotorspaltwirbel für alle Betriebspunkte zwischen Auslegungspunkt ($\varphi = 0,6$) und Abreißgrenze in einer Ablöseblase mit umfangsgerichteter Ablösung und Anlegelinien an der Gehäusewand eingeschlossen ist. Dies führt zu einer erheblichen Verblockung und Reduzierung der frei durchströmbaren Fläche. Bei abnehmendem Massenstrom richtet sich die Wirbelbahn auf, die Anlegelinie bleibt fest und die Ablöselinie wandert in Richtung Vorderkante. Nahe der Abreißgrenze befindet sie die Ablöselinie an der Vorderkante und bei weiterer Drosselung springt sie weit vor den Rotor und es entsteht Rotating Stall. Zwischen diesen beiden Linien befindet sich die axial rückwärts gerichtete Spaltströmung. Bei großen und mittleren Massenströmen ist der Spaltwirbel dabei innerhalb und außerhalb des Kanals sichtbar.

Bei kleinen Massenströmen ist er außerhalb der Passage nicht mehr sichtbar, sondern ist so steil, dass er in der Passage eingeschlossen bleibt und schließlich in ihr zusammenbricht. Es kommt zum sogenannten Vortex-Breakdown.

In [36] werden die Phänomene aus [32] noch einmal vertieft untersucht. Anhand von Öl-Anstrichbildern und instationären Untersuchungen werden die Auswirkungen des Spalts auf die gehäusenaher Strömung in verschiedenen Betriebspunkten deutlich gemacht [37].

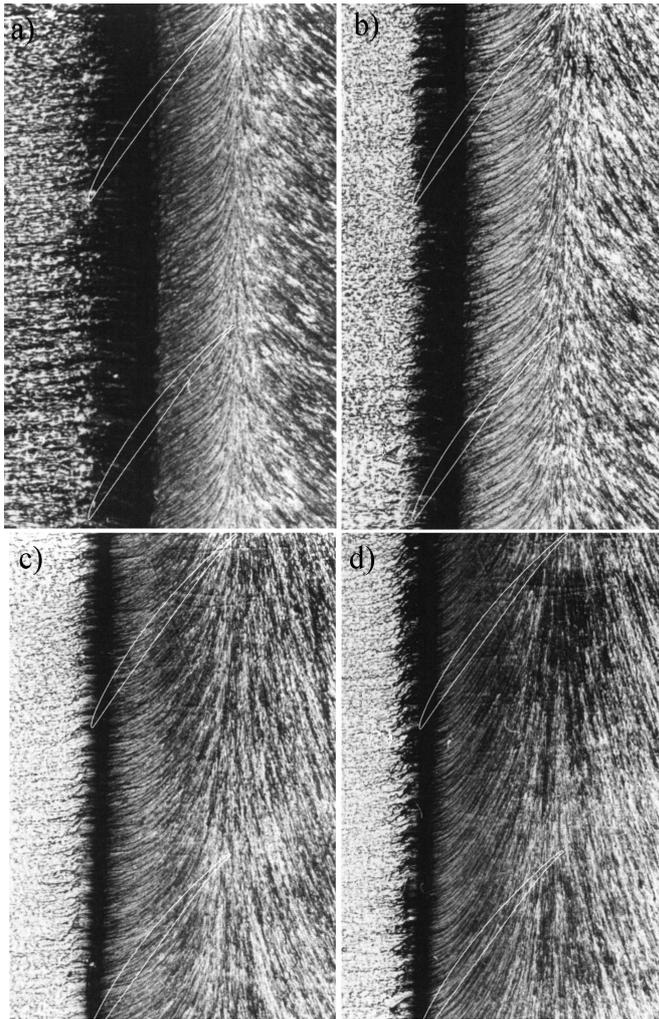


Abbildung 2.7: Ölanstrichbilder der Rotorgehäuseströmung an einem einstufigen Axialverdichter für a) $\varphi = 0,55$, b) $\varphi = 0,50$, c) $\varphi = 0,45$, d) $\varphi = 0,41$ [32]

noch deutlicher in [Abbildung 2.9](#) aus [38] sichtbar: anhand der Vektoren der Relativgeschwindigkeiten eines Rotors für einen ähnlichen Betriebspunkt mit vergleichbarem Verhalten.

Neben den zahlreichen experimentellen Untersuchungen des Verhaltens des Spaltwirbels, gibt es auch einige numerische Ansätze, die Wirbelbahn und -stärke zu ermitteln. Dazu zählen neben dem heute normalerweise verwendeten *Navier-Stokes*-Verfahren zur Strömungslösung auch einige theoretische Ansätze, die direkt auf die Wirbelmodellierung zielen.

In [39] bzw. [40] wird der Einfluss dieses bislang noch kaum verstandenen Platzens des Spaltwirbels, das offensichtlich die Stabilität der Maschine begrenzt und ein Auslöser für das Einsetzen von Rotating Stall ist, in einem Niedergeschwindigkeitsverdichter mit moderater Belastung numerisch untersucht. Der untersuchte Rotor hat NACA 65 Profile und einen Spalt von 2 mm, was einem Spalt-zu-Sehnen-Verhältnis von 1,7 % entspricht. Simulationen mit *Navier-Stokes*-Verfahren zeigen, dass das Platzen innerhalb des Rotors bei kleinen Massenströmen auftritt.

Alle Betriebspunkte – mit Ausnahme des Stalls – zeigen dabei die in [Abbildung 2.6](#) sichtbare Dreiteilung des Strömungsgeschehens. Bis zu einer Ablöselinie erfolgt achsparallele Zuströmung, danach folgt ein Rückströmgebiet von einer Anlegelinie in der Hinterkantenebene bis zur Ablöselinie und von der Anlegelinie eine vorwärts gerichtete Strömung in Richtung der Vorderkante. Im Vergleich zum Überlastfall wandert die Ablöselinie im Auslegungspunkt nach vorne und das Rückströmgebiet wird größer. Mit zunehmender Drosselung wächst dieses Gebiet weiter. Bei schwacher Teillast ist dieses Gebiet so groß, dass es zu einer signifikanten Erhöhung der Verblockung kommt. Je stärker die Teillast wird, desto weiter richtet sich die Wirbelbahn auf und die Ablöselinie bewegt sich in Richtung Vorderkante. Bei Erreichen der Abreißgrenze dehnt sich das Rückströmgebiet bis an die Vorderkante aus und die Ablöselinie verschwindet, so dass nur noch zwei Gebiete vorhanden sind. Dann kommt es zum Stall. Dies lässt sich in [Abbildung 2.8](#) für einen Betriebspunkt an der Abreißgrenze eines Gitters sehr gut identifizieren. Man erkennt den Spaltwirbel (a) und die Verblockung des Kanals durch die vor die nächste Schaufel springende Rückströmung. Dieses Phänomen wird

Bei transsonischer Anströmung, wie bei *Schlechtriem* und *Lötzerich* [31] und *Hofmann* und *Ballmann* [41] untersucht, trat es nahe der Abreißgrenze auf, ausgelöst durch eine plötzliche Verzögerung, deren Ursache ein Verdichtungsstoß in der Schaufelpassage ist. In [39] zeichnet sich der Stoß dadurch aus, dass hinter dem Staupunkt ein blasenähnliches Rezirkulationsgebiet entsteht. Durch das Platzen wächst der Spaltwirbel stark an und es lässt sich außerhalb des Rotors kein aufgerollter Wirbel mehr erkennen. Dadurch verstärkt sich sein Verblockungseffekt, der sich in Richtung Vorderkante ausdehnt. Bei Drosselung wächst die Breakdown-Region in alle Richtungen an. Die Wechselwirkung mit der Saugseite führt zu einer dreidimensionalen Ablösung der Grenzschicht, die zu einem Abfall des Totaldruckanstiegs über den Rotor führt. Im Auslegungspunkt zerplatzt der Spaltwirbel nicht und auf dem Gehäuse an der Saugseite lässt sich der typische Punkt minimalen Drucks feststellen. Auch das Aufrollen entspricht den Erwartungen. Bei Reduzierung der Flussrate tritt innerhalb des Wirbelkerns ein Staupunkt auf, ein sicheres Zeichen für das beginnende Platzen. Wird die Flussrate weiter reduziert, dehnt sich das Phänomen in alle Richtungen aus und der Druckanstieg wird stark vermindert. Bei weiterer Drosselung kommt es zur Wechselwirkung mit der Saugseitengrenzschicht und diese löst ab, der Druckanstieg vermindert sich weiter. Gleichzeitig steigt die Verblockung und damit die Verluste. Nahe dem Stall wird die Rotorcharakteristik vom Platzen des Spaltwirbels dominiert. Bei einer weiteren Untersuchung von *Furukawa* [42] an hochbelasteten Schaufeln konnte das Wirbelaufplatzen sogar schon im Auslegungspunkt beobachtet werden.

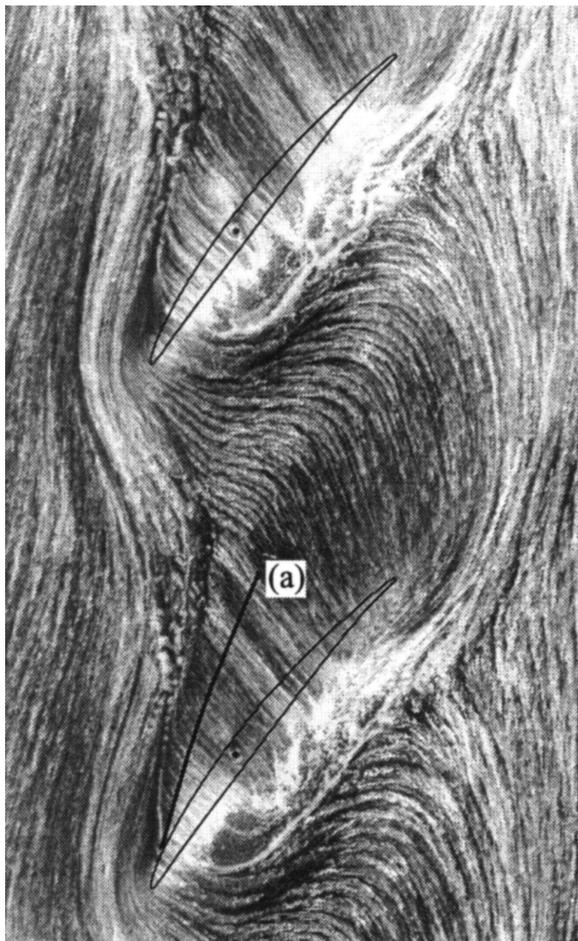


Abbildung 2.8: Gitterwandströmung bei Stall mit Spaltwirbeltrajektorie (a)

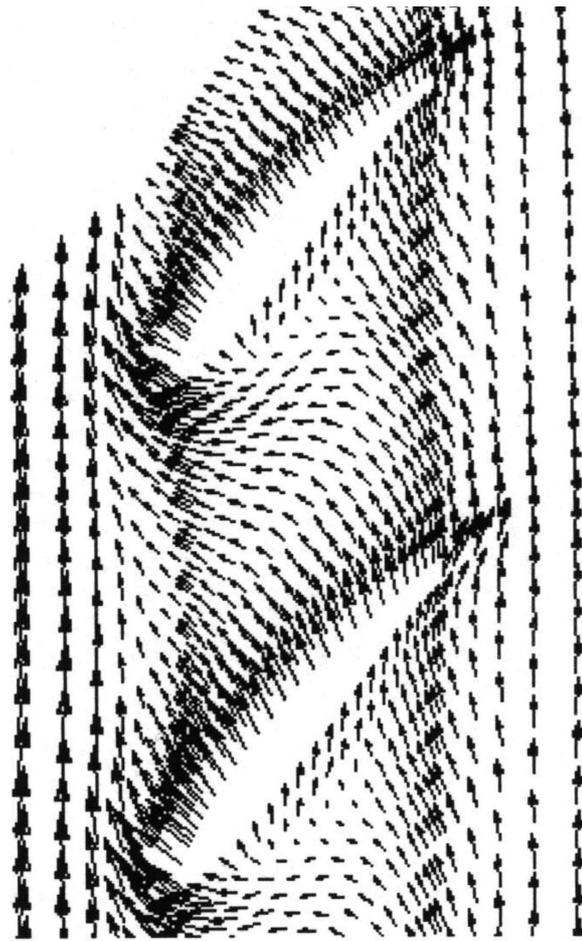


Abbildung 2.9: Relativgeschwindigkeitsvektoren nahe der Rotorspitze bei Stall an einem Niedergeschwindigkeitsverdichter [38]

Neben den zuvor beschriebenen experimentellen Untersuchungen zum Verhalten des Spaltwirbels, gibt es auch einige Arbeiten in denen mit Hilfe von theoretischen Ansätzen der Spaltwirbel, seine Stärke und Bahn ermittelt werden. Eine dieser Arbeiten stammt von *Kang* und *Hirsch* [43]. Auf der Basis der Annahme eines kreisförmigen Wirbelkerns konstanter Drehgeschwindigkeit mit in diesem konzentrierter Stärke entwickeln sie eine Methode, um die Lage, Größe und Stärke des Spaltwirbels mit Hilfe von Messdaten zu bestimmen. Nahe der Vorderkante wächst die Stärke des Wirbels an und erreicht kurz darauf stromab ihr Maximum und nimmt dann wieder ab. Dies lässt sich mit der Theorie von *Lakshminarayana* [44] gut vorhersagen. Die Größe des Wirbels wächst ständig und sein Mittelpunkt entfernt sich nahezu linear von Wand und Saugseite. Die Spaltwirbelstruktur setzt sich dabei konkret aus drei Anteilen zusammen: dem Ablösewirbel, dem Sekundärwirbel und dem Spaltwirbel. Die Größe und Lage des Wirbels wird von *Kang* und *Hirsch* [43] aus den Isolinen der Stromwinkel in Radial- und Umfangsrichtung ermittelt. Der Mittelpunkt des Wirbels ist am Schnittpunkt der beiden Null-Isolinien, der Durchmesser entspricht in etwa der Länge des geraden Anteils eines der Stromwinkel durch den Mittelpunkt. Bei zunehmender Spaltweite wächst auch die Koordinate in Höhenrichtung des Mittelpunktes.

Weitere theoretische Modelle für die Untersuchung der Spaltströmungsphänomene werden in [45] und [46] vorgestellt. In diesen Arbeiten werden die Strömung durch den Spalt, die Entstehung und Ausbreitung des Spaltwirbels und die Verluste innerhalb und außerhalb des Spaltes betrachtet. Ein Modell abgeleitet von *Rains* [21] beschreibt die Strömung durch den Spalt als eine Strahlströmung angetrieben durch die Druckdifferenz entlang der Schaufelspitze und den Druckgradienten zwischen Druck- und Saugseite mit einer vena contracta am Spalteingang und einer Vermischung stromab. Ein weiteres Modell, basierend auf der Massen- und Impulserhaltung, dient zur Berechnung des Spaltwirbels. Mit einem Diffusionsmodell werden die Verluste berechnet. Die Ergebnisse stimmen gut mit experimentellen Resultaten überein.

Eine weitere theoretische Methode zur Berechnung des Spaltwirbels findet sich bei *Chen* [47] und [48]. Ihre Anwendung wird zum Beispiel in [49] und [50] beschrieben.

Spaltweite

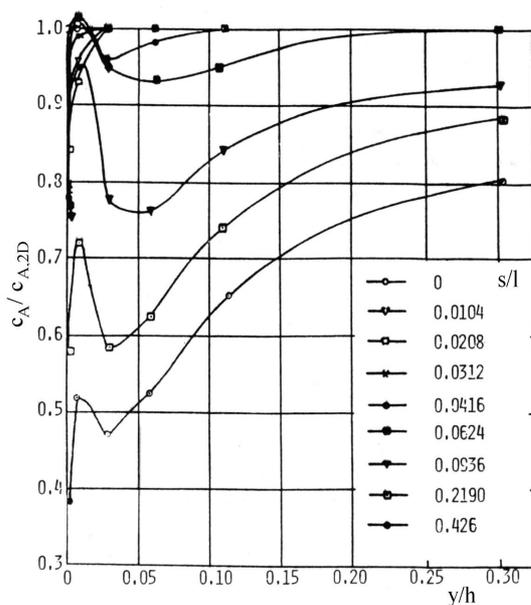


Abbildung 2.10: Auftriebsverteilung über Schaufelhöhe für verschiedene Spalt- zu Sehnenlängenverhältnisse [51]

Die Bildung des Spaltwirbels, insbesondere die Stärke der Spaltströmung und ihre Ausdehnung bis in die Hauptströmung werden ganz wesentlich von der Größe des Spaltes bestimmt. Der grundsätzliche Einfluss der Spaltweite auf die radiale Auftriebsverteilung der Schaufel c_A ist in Abbildung 2.10 aus [51] für verschiedene Spaltweiten dargestellt. Der Spalt reduziert den Auftrieb und damit den Arbeitsumsatz über weite Teile der Schaufelhöhe. Je größer die Spaltweite ist, desto stärker ist die Verringerung des Arbeitsumsatzes. Auffällig ist außerdem die lokale Spitze in der Verteilung hervorgerufen durch den Spaltwirbel, der lokal auf der Saugseite den Druck vermindert. Dadurch erhöht sich dort die Druckdifferenz zwischen Druck- und Saugseite und verursacht den dargestellten örtlichen Auftriebsanstieg nahe der Schaufelspitze.

Im Detail bedeutet eine steigende Spaltweite, dass sich die Wandgrenzschicht stromab verdickt und die Geschwindigkeitsgradienten über der Rotorspitze abnehmen. Die Strömung tendiert dazu sich auf der Druckseite zu sammeln [52]. Auch die Axialgeschwindigkeit in der Hauptströmung nimmt zu. Die Tangentialgeschwindigkeit innerhalb der Wandgrenzschicht wächst ebenfalls mit der Spaltweite, ihr Maximum entfernt sich von der Wand aufgrund des stärker und größer werdenden Spaltwirbels [53], dessen Ablöselinie sich stromab verlagert. Es kann außerdem zur Bildung eines Kanalwirbels kommen [29]. Ein eventuell vorhandener Hufeisenwirbel verschwindet jedoch bei größeren Spalten.

Die Dicke der Wandgrenzschicht ist somit die entscheidende Größe im Zusammenhang mit der Spaltweite. Ihre Dicke ist damit ursächlich mit Wirkungsgrad, Abreißpunkt und Druckanstieg der Schaufelpassage verbunden. Das heißt, dass bei steigender Spaltweite und damit dicker werdender Wandgrenzschicht und aufgrund dessen steigender Blockage der Abreißpunkt hin zu größeren Massenströmen verschoben wird. Gleichzeitig nimmt der Druckanstieg [52] ab, da die kritische Dicke der Wandgrenzschicht früher erreicht wird [54]. Dies wird auch durch experimentelle Untersuchungen der gehäusenahen Strömung an einem einstufigen Axialventilator und den Spaltweite 1,5 bzw. 3 % in [38] bestätigt. Die Kennlinien zeigen, dass bei kleinerer Spaltweite der letzte stabile Betriebspunkt bei kleinerer Lieferzahl erreicht wird. Grund dafür ist die schwächere Spaltwirbelströmung und die daraus resultierende geringere Verblockung. Dies bestätigt sich auch an dem höheren Wirkungsgrad.

Eine weitere detaillierte experimentelle Untersuchung gerader Schaufelgitter stellen *Kang* und *Hirsch* in [55] vor. Das Gitter hat sieben Profile mit Schaufelhöhenverhältnis 1 und es werden unterschiedlich große Spalte von 1 %, 2 % und 3 % bei Auslegungs- und Teillast-Bedingungen untersucht. Die Druckverteilung nahe der Schaufelspitze ohne Spalt ist ähnlich der in der Schaufelmitte bis auf eine minimale Entlastung resultierend aus der Wandsekundärströmung. Mit größerem Spalt wächst diese Entlastung stark an, speziell an der Profilverdickung. Bei den spaltnahen Schnitten kommt es ab 15 % Sehnenlänge zu einer Mehrbelastung, hervorgerufen durch den niedrigen Druck im Kern des Spaltwirbels. Dies bestätigt die Beobachtung des lokalen c_A Anstiegs nahe dem Spalt aus [51] (Abbildung 2.10). Bei steigender Spaltweite wird diese Mehrbelastung stärker, bei steigendem Eintrittswinkel nimmt sie dagegen ab, was mit der sich ändernden Wirbelposition und der geringeren Wirbelstärke zusammenhängt. Der Entstehungspunkt des Spaltwirbels bewegt sich bei steigendem Anströmwinkel stromab, bleibt aber bei wachsendem Spalt nahezu gleich. Neben diesen Phänomenen, die für alle untersuchten Spaltweiten qualitativ ähnlich sind, beobachten *Kang* und *Hirsch* [55] jedoch, dass bei der kleinsten Spaltweite von 1% die dominante Größe im Impulsgleichgewicht die Scherkraft ist. Bei den beiden größeren Spaltweiten ist jedoch die Konvektion ausschlaggebend, die durch den Druckgradienten in Strömungsrichtung getrieben wird.

Die Phänomene innerhalb des Spaltwirbels bei variierender Spaltweite werden in [56] ausführlich dokumentiert. Bei kleinerem Spalt ändert sich das Geschwindigkeitsprofil entlang des Wirbelkerns von einem Strahl-ähnlichen zu einem Nachlauf-ähnlichen Profil. Die Nähe der Wand beeinflusst bei kleinen Spaltweiten außerdem die Form, das Aufrollen, die Dissipation und die Unstetigkeit des Wirbels. Der Wirbel selbst erzeugt eine Mehrbelastung der Schaufel im Vergleich zu einem Fall mit Spalt ohne Wirbel, siehe auch Abbildung 2.10. Die Position des Wirbels innerhalb des Kanals ist ebenfalls abhängig von der Spaltweite.

Bei großen Spaltweite bewegt sich der Wirbel entlang der Saugseite, bei kleinen hat der Wirbel an der Hinterkante einen Abstand zur Saugseite. Bei großen Spaltweiten (5 % Sehnenlänge) treten große Tangentialgeschwindigkeiten und ein strahlähnliches Axialgeschwindigkeitsprofil auf. Bei geringeren Spaltweiten (3 % Sehnenlänge) reduzieren sich die Tangentialgeschwindigkeiten und die Axialgeschwindigkeit verschwindet plötzlich. Bei noch kleineren Spaltweiten (1 % Sehnenlänge) reduziert sich die Tangential-

geschwindigkeit jedoch nicht weiter, sondern es entsteht ein Nachlauf-ähnliches Axialgeschwindigkeitsprofil. Der Spaltwirbel entsteht dort näher zur Vorderkante und oszilliert stärker. Grund für diesen Wechsel in der Struktur sind die sich ändernden Winkel, mit denen die Strömung in den Wirbelkern gezogen wird und der entgegengesetzte Druckgradient im Bereich des Spaltwirbels.

Trotz des unterschiedlichen Charakters der Spaltdurchströmung bei wechselnder Spaltweite kann als Faustformel gelten, dass sich der Wirkungsgrad bei den in heutigen Verdichtern üblichen Schaufelgeometrien um ein bis zwei Prozentpunkte verringert [12], wenn die Spaltweite um 1 % der Schaufelhöhe zunimmt [27]. Dies ist der Fall bei Spaltweiten von 1 % bis 3 % der Profiltiefe bzw. 0,5 % bis 3 % der Schaufelhöhe und bei einem Schaufelhöhenverhältnis zwischen eins und zwei. Neben dem Verlust an Wirkungsgrad führt die Zunahme der Spaltweite außerdem zu einem Rückgang der Pumpgrenze um bis zu 10 % [22].

Dieser wichtige Zusammenhang findet seine Ursache in den ebenfalls signifikant ansteigenden Statorverlusten am Gehäuse bei wachsendem Rotorspalt, das heißt wachsenden Rotorverlusten, unabhängig von Profiltyp und Stufenzahl [57]. Dieser Verlustanstieg am Stator macht etwa 30 % des Verlustes an Stufenwirkungsgrad aus, die verbleibenden 70 % rühren von den erhöhten Rotorverlusten her. Dies wird durch den dickeren Rotornachlauf am Gehäuse mit seinem großen Defizit an Totaldruck verursacht.

Belastung

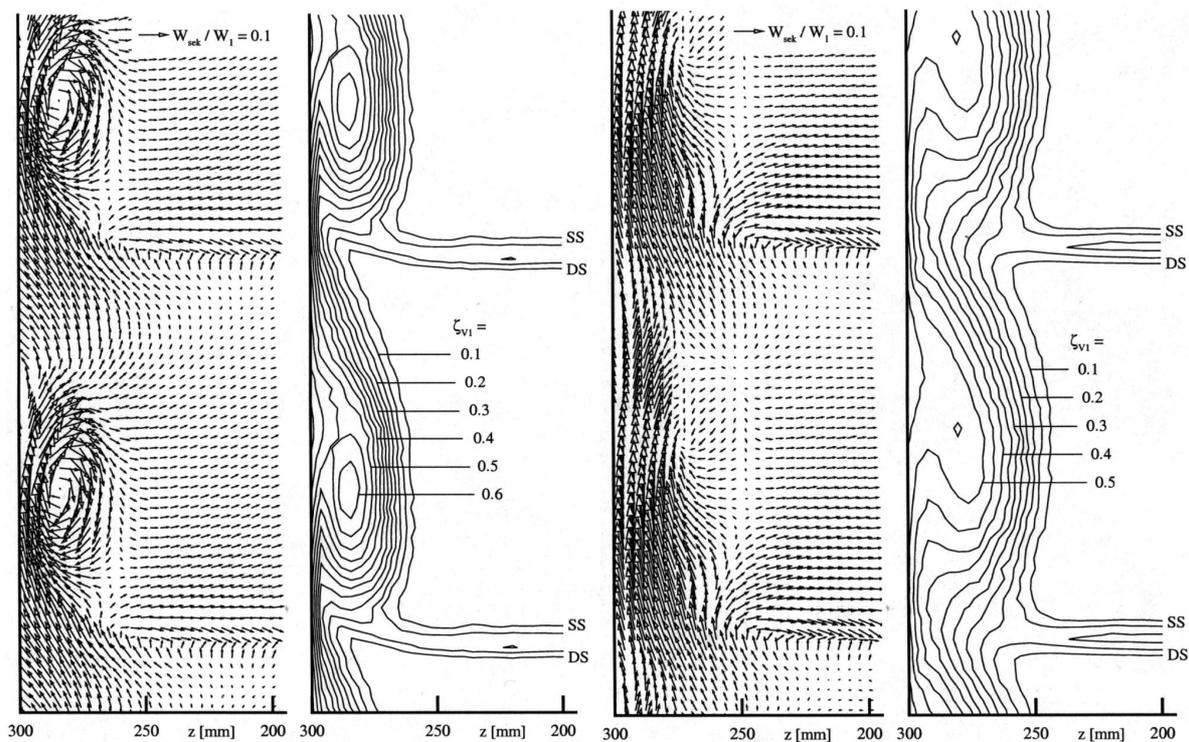


Abbildung 2.11: Totaldruckverluste und Sekundärströmungsgeschwindigkeiten der Rotorabströmung bei Auslegung [60]

Abbildung 2.12: Totaldruckverluste und Sekundärströmungsgeschwindigkeiten der Rotorabströmung nahe der Abreißgrenze [60]

Ein weiterer wesentlicher Faktor, der das Verhalten der Spaltströmung bestimmt, ist die aerodynamische Belastung der Schaufel [58 - 60]. Bei niedriger und mittlerer Belastung wird

der Spalt senkrecht zur Sehne durchströmt und ein genau definierter Spaltwirbel rollt sich innerhalb und außerhalb des Kanals auf, Abbildung 2.11. Die Verblockung des Schaufelkanals ist gering und im Mittelschnitt ist kein wesentlicher Einfluss der Spaltströmung sichtbar. Das Axialgeschwindigkeitsverhältnis und der Verlauf der Umlenkung entsprechen der Korrelation von *Lieblein* [4]. Bei Drosselung, also steigender Belastung, ändert sich diese Charakteristik jedoch deutlich. Die Ausdehnung und Stärke des Spaltwirbels nimmt zu und die Ablöselinie richtet sich gegenüber der Hauptströmung auf, Abbildung 2.12. Dies führt zu einem starken Anstieg der Blockage und dadurch zu einer Abnahme der effektiv durchströmten Fläche. Auch der Kanalwirbel verstärkt sich [29]. Bei weiterer Drosselung nahe an die Abreißgrenze bewegt sich die umfangsgerichtete Ablöselinie stromauf bis kurz vor die Vorderkante. Es kommt zu einer der Hauptströmung axial entgegengesetzten Spaltströmung deren Verblockungseffekt die ankommende Gehäusegrenzschicht zum Ablösen bringt. Der Spaltwirbel bleibt im Kanal eingeschlossen und bricht zusammen. Das ruft eine weitere Erhöhung der Verblockung hervor und löst dadurch eine Zunahme der Verluste und des Axialgeschwindigkeitsverhältnisses sowie einen Rückgang des Druckumsatzes aus. Trotz dieser starken Sekundäreffekte bleibt die Umlenkung der Schaufel jedoch nahezu unbeeinflusst. Bei weiterer Drosselung in den Stall springt die rückwärtsgerichtete Spaltströmung vor die Beschaukelung und in den nächsten Kanal, Abbildung 2.8. Aus diesem Phänomen, dem sogenannten Spill-Forward, resultiert ein weiterer negativer Effekt der Spaltströmung, der Rotating-Stall [32] und [61], der bereits zuvor beschrieben wurde.

Schaufelgeometrie

Neben der Spaltweite als geometrische Größe hat auch die Geometrie der Schaufel selbst einen erheblichen Einfluss auf die Spaltströmung.

Ein kleines Schaufelhöhenverhältnis bzw. eine große Sehnenlänge wirkt sich positiv auf die Spaltströmung [54] aus. Durch die geringere Diffusion ist die Spaltdurchströmung schwächer und dadurch steigt die Abreißgrenze. Das Schaufelhöhenverhältnis hat nur geringen Einfluss auf die isentrope *Mach*-Zahl-Verteilung im Mittelschnitt, ihr Niveau wird bei kleinem Schaufelhöhenverhältnis aber angehoben, da der Einfluss der Seitenwandgrenzschicht dann im Mittelschnitt spürbar wird. Nahe der Seitenwand kommt es zu einem Anstieg und einer Sammlung der Verluste in der Ecke zwischen Saugseite und Wand. Die Struktur ist dabei ausschließlich abhängig von der Spaltweite. Die Zuströmverluste überlagern sich den im Gitter erzeugten Sekundärströmungsverlusten. Bestimmendes Phänomen für die Verluste ist ohne Spalt der Kanalwirbel und mit Spalt der Spaltwirbel. Die Sekundärverluste steigen mit Verkleinerung der Schaufelhöhe und Vergrößerung der Sehnenlänge. Die Verluste im Mittelschnitt sind dagegen unbeeinflusst von Sehnenlänge und Schaufelhöhe [29]. Das axiale Stromdichteverhältnis steigt mit kleiner werdender Schaufelhöhe, da die Verblockung relativ zur Höhe zunimmt und dadurch die Strömung in axialer Richtung beschleunigt wird.

Auch der Staffelungswinkel ist ein Parameter, der die Spaltströmung beeinflusst [62]. Bei niedriger Staffelung existiert ein entgegengesetzt zum Spaltwirbel drehender Kanalwirbel. Die Wechselwirkung zwischen diesen beiden ist dabei abhängig von der Spaltweite. Das in die saugseitige Ecke zwischen Profil und Wand transportierte Grenzschichtmaterial sammelt sich im Spaltwirbel. Dadurch verliert der Kanalwirbel an Intensität und wird in Richtung der Druckseite gedrängt. Die Rand- und Spaltverluste wachsen mit der Spaltweite und der aerodynamischen Intensität, nicht jedoch mit der Dicke der Zulaufgrenzschicht. Diese bestimmt allerdings die Verluste über Schaufelhöhe [12]. Im hoch gestaffelten Gitter gibt es dagegen keinen Kanalwirbel [11]. Auch hier tritt ein Spaltwirbel auf, der aber mit

zunehmender Belastung in seiner Ausdehnung stromab immer weiter begrenzt wird und schließlich ganz verschwindet [12], verursacht durch die für hohe Staffelungswinkel typische Hinterkantenumströmung. Es kommt schließlich zum Stall, der durch die Kollision der Hinterkantenumströmung mit der Hauptströmung und der dadurch hervorgerufenen Ablösung der Seitenwandgrenzschicht ausgelöst wird.

2.3 Anpassung der Rotorgeometrie an die Strömung

2.3.1 Pfeilung und V-Stellung

Definition

Pfeilung und V-Stellung werden bereits weit verbreitet in modernen Verdichtern eingesetzt [63, 64]. Bei fallendem Strömungskanal und gerade eingebauten Schaufeln [65] stellen sie sich zum Beispiel häufig sogar automatisch ein, Abbildung 2.13. Insbesondere in Axialventilatoren, wo Pfeilung und V-Stellung jedoch vor allem zur Verminderung der Geräuschemissionen [66] eingesetzt werden, haben Untersuchungen gezeigt, dass Pfeilung und V-Stellung gut dafür geeignet sind, die Sekundärströmung positiv zu beeinflussen. Eine falsche Anwendung hat jedoch eine verringerte Strömungsumlenkung, eine veränderte Profildruckverteilung und eine Verschlechterung des Wirkungsgrades zur Folge. Dies macht eine eindeutige Definition von Pfeilung und V-Stellung und ihr genaues Verständnis notwendig.

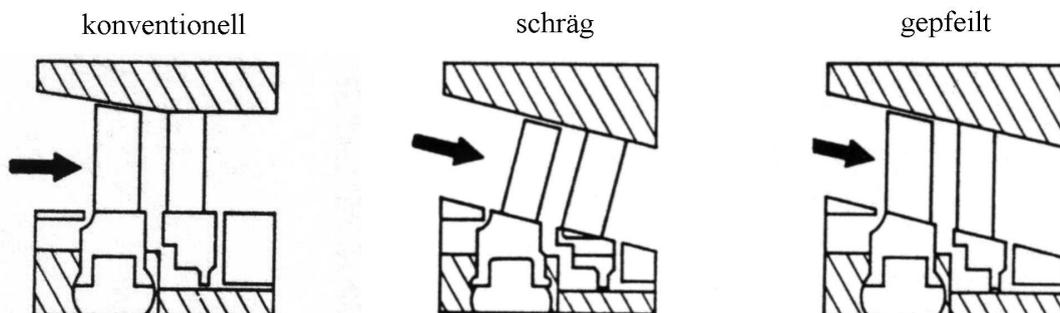


Abbildung 2.13: Entstehung von Pfeilung in einer Turbomaschine

Eine Schaufel ist geometrisch definiert durch die Auffädung der einzelnen Profilschnitte entlang einer beliebig definierbaren Kurve. Diese kann zum Beispiel durch den Schwerpunkt der einzelnen Profile verlaufen, aber auch mit der Vorderkante zusammenfallen. Der Verlauf dieser Auffädungsachse kann in Umfangs- oder Meridianrichtung relativ zu den in modernen Verdichtern konisch verlaufenden Seitenwänden geneigt sein, Abbildung 2.14. Diese Neigung wird oftmals Sichelung genannt, ist aber geometrisch gesehen eine Kombination von Pfeilung und V-Stellung, bekannt aus der Tragflügelaerodynamik [67, 68], die sich aufgrund des radial variierenden Staffelungswinkels der einzelnen Schnitte ergibt.

Diese Kombination kann mathematisch mit Kenntnis der Neigungswinkel ξ in Meridian- und η in Umfangsrichtung (Abbildung 2.14) sowie der Konizität σ des Ringraumes und des Staffelungswinkels λ nach *Smith* und *Yeh* [69] aufgelöst werden. Mit den Gleichungen 2.3 und 2.4 erhält man den Winkel der V-Stellung ν und den der Pfeilung ϕ .

$$\sin \varphi = \frac{\tan \sigma + \tan \xi + \tan \eta \tan \lambda}{\sqrt{(1 + \tan^2 \eta + \tan^2 \xi)(1 + \tan^2 \lambda + \tan^2 \sigma)}} \quad (2.3)$$

$$\sin \nu = -\frac{\sec \sigma \tan \lambda - \tan \lambda (\sin \sigma + \cos \sigma \tan \xi)}{\sqrt{(1 - \tan \sigma \tan \xi)^2 + (\tan \lambda - \tan \sigma \tan \eta)^2 + (\tan \eta - \tan \lambda \tan \xi)^2}} \quad (2.4)$$

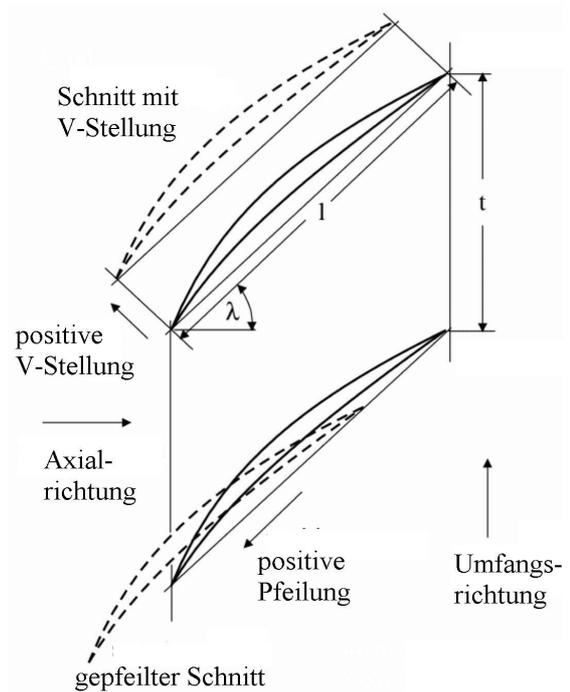
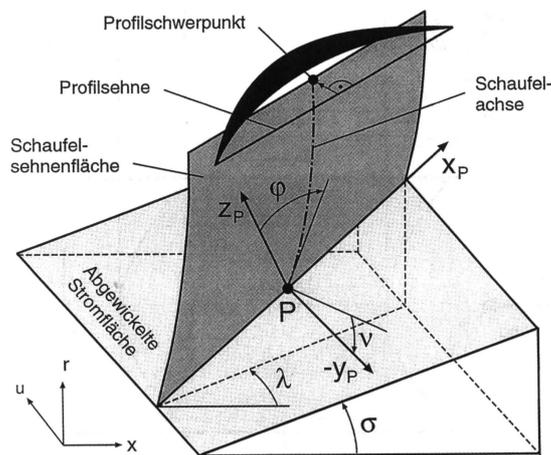
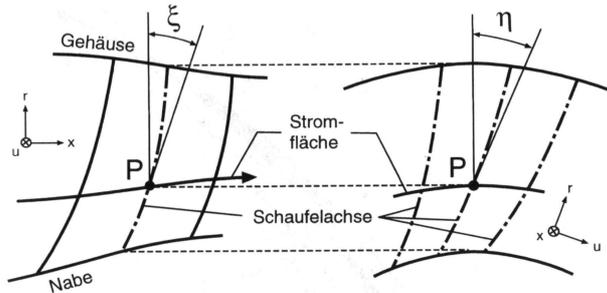


Abbildung 2.14: Definition von Pfeilung und V-Stellung in Verdichterbeschauflungen [9]

Abbildung 2.15: Definition von positiver Pfeilung und positiver V-Stellung

Pfeilung ist die Verschiebung der Schnitte einer gegebenen Schaufel parallel zu ihrer Sehne und V-Stellung die Verschiebung senkrecht zu ihrer Sehne, Abbildung 2.15. Die individuelle Verschiebung jedes Schnittes bestimmt die lokale Größe und den radialen Verlauf über Schaufelhöhe.

Pfeilung ist im Sinne der Verdichteraerodynamik positiv, wenn der jeweilige Schaufelschnitt stromauf des unter ihm auf niedrigerem Radius liegenden Schnittes verschoben ist. Diese Definition ist analog der in der Tragflügelaerodynamik gebräuchlichen und wird daher im Fortgang dieser Arbeit auch Rückwärtspfeilung genannt. Im Gegensatz dazu ist jedoch die V-Stellung im Sinne der Verdichteraerodynamik positiv, wenn die Saugseite der Schaufel einen stumpfen Winkel relativ zur Seitenwand bildet. Beim Tragflügel ist diese Definition genau umgekehrt.

Literaturrecherche

Pfeilung

Eine der ersten theoretischen und experimentellen Untersuchungen von Pfeilung an Schaufelgittern stammt von *Thomas* [70] aus dem Jahr 1957. Sie zeigt die grundsätzlich unterschiedlichen Effekte von Vorwärts- und Rückwärts Pfeilung: Das Verlustniveau wird durch Rückwärts Pfeilung gesenkt und durch die Vorwärts Pfeilung erhöht.

[71] ist eine weitere frühe Arbeit die experimentell den grundsätzlichen Einfluss von Vorwärts- und Rückwärts Pfeilung auf die Druckverteilungen an Nabe und Gehäuse und im Mittelschnitt bei einem Verdichtergitter mit konstantem Pfeilungswinkel über Schaufelhöhe zeigt.

Diese grundsätzlichen Einflüsse sind:

- Die Verschiebung der kritischen *Mach*-Zahl im Mittelschnitt hin zu größeren Werten.
- Eine mit zunehmendem Pfeilungswinkel abnehmende Druckumsetzung und Umlenkung.
- Eine große Wirkung des Wandeinflusses in den Strömungskanal hinein.
- Eine Wechselwirkung zwischen Wand und Pfeilung die sich in den Druckverteilungen und am effektiven Anströmwinkel niederschlagen.

Rückwärts Pfeilung führt grundsätzlich zu einer Entlastung der Wandschnitte und zu einer Verkleinerung des effektiven Anströmwinkels. Bei Vorwärts Pfeilung sind die Effekte entgegengesetzt.

Basierend auf *Prandtl's* Tragflügeltheorie werden von *Küchemann* in zwei grundlegenden Arbeiten ebenfalls die grundsätzlichen Einflüsse von Pfeilung und deren Berechnung mit einem Verfahren erläutert [68, 72]. *Küchemann* untersucht Fälle mit beliebigem Höhenverhältnis einschließlich dem unendlichen gepfeilten und dem gescherten Flügel. Die wesentlichen Aspekte der Pfeilung sind laut *Küchemann*:

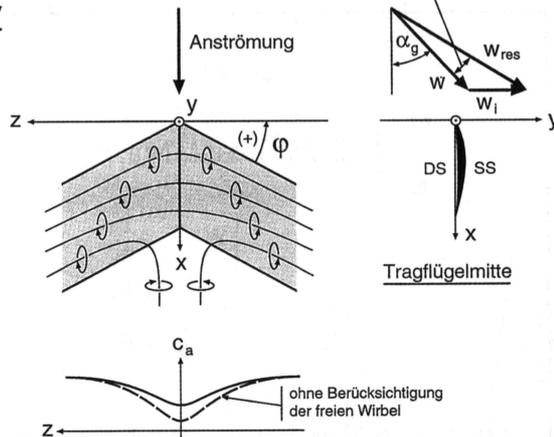
- Bei kleinen *Mach*-Zahlen sind die Störgeschwindigkeiten kleiner als bei einem ungepfeilten Flügel.
- Der kritische Druckkoeffizient wird bei höherer *Mach*-Zahl erreicht.
- Die Druckänderung über die *Mach*-Zahl ist kleiner. Grund dafür ist die durch die Pfeilung effektiv geringere Anström-*Mach*-Zahl normal zur Vorderkante, Abbildung 2.16.
- Rückwärts Pfeilung verursacht in Höhenrichtung eine Entlastung der Flügelmittelschnitte. Vorwärts Pfeilung dagegen eine Mehrbelastung.
- Die Rückwärts Pfeilung bewirkt eine Verschiebung des Geschwindigkeitsmaximums und des Kraftangriffspunktes in Tiefenrichtung nach hinten und die Vorwärts Pfeilung nach vorne. Der Grund für diese Wirkungsweise lässt sich anhand der Verteilung der Wirbelfäden auf dem gepfeilten Flügel erklären, vergleiche [73]. In Abbildung 2.16 erkennt man, dass deren Verteilung fern des Mittelschnitts parallel zur Vorderkante verläuft, sich die Verteilung jedoch bei Annäherung an den Mittelschnitt in Sehnenrichtung ändert und es in Spannweitenrichtung zu einer Verformung der Fäden kommt. Dies führt zur Induktion von Geschwindigkeiten senkrecht der Sehne und einer Änderung der Zirkulation sowie zur Bildung freier Wirbel, die je nach Richtung der Pfeilung unterschiedliche Drehrichtung und damit induzierende Wirkung haben.

Unabhängig jedoch von dieser zusätzlichen Beeinflussung, führt alleine die Induktion, hervorgerufen durch die unterschiedliche Umverteilung der Wirbelfäden, zu Entlastung bei Rückwärtsfeilung und Mehrbelastung bei Vorwärtsfeilung.

In der Arbeit von *Smith* und *Yeh* [69] wird zum ersten Mal ein Rechenverfahren speziell für konstant gepfeilte Schaufelgitter halbunendlicher bzw. unendlicher Schaufelhöhe vorgestellt und dessen Ergebnisse präsentiert.

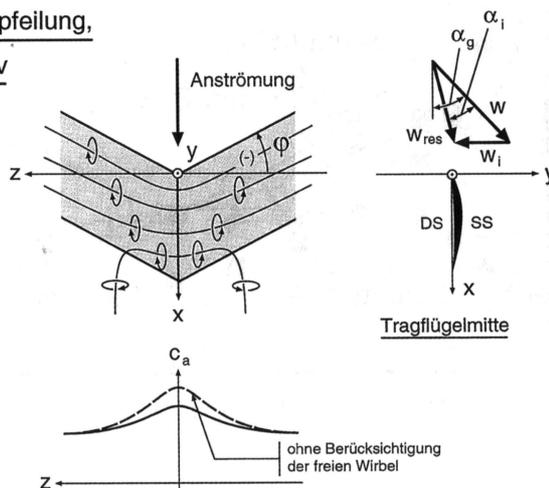
Rückwärtsfeilung,

φ positiv



Vorwärtsfeilung,

φ negativ



Dieses Verfahren basiert auf den Ansätzen der linearen Tragflügeltheorie für reibungslose, stetige Strömung unter der Randbedingung kleiner Wölbung und Anstellwinkel. Analog zur linearen Tragflügeltheorie wird auf jeder Schaufeloberfläche eine kontinuierliche Wirbelverteilung angenommen und die induzierten Geschwindigkeiten auf jeder Schaufel werden nach *Biot-Savart* berechnet. Die Ergebnisse der Einzelschaufeln werden dann unter Bestimmung ihres gegenseitigen Einflusses zum Gitterergebnis überlagert. Von diesem Ergebnis wird das Ergebnis des Gitters unendlicher Höhe subtrahiert. Schließlich erhält man ein Ergebnis für die Schaufel mit halbunendlicher Höhe. Dieses repräsentiert die Effekte der begrenzenden Seitenwand auf die Strömung.

Die Ergebnisse des Verfahrens bestätigen ebenfalls die Ähnlichkeit des Pfeilungseinflusses bei Schaufeln und bei Flügeln. So zeigen die Berechnungen für das gepfeilte Gitter unendlicher Streckung eine Minderumlenkung gegenüber dem ungepfeilten Gitter, die einem verminderten Auftrieb im Sinne der

Abbildung 2.16: Zirkulations- und Auftriebsverteilung am gepfeilten Tragflügel [9]

Tragflügelaerodynamik entspricht. Beim halbunendlichen Fall liegt nahe der Wand ebenfalls in Analogie zur Tragflügelaerodynamik (Mittelschnitt, siehe Abbildung 2.16) ein Anstieg der induzierten Störgeschwindigkeiten mit größer werdender Pfeilung vor. Das Verfahren von *Smith* und *Yeh* findet auch später Anwendung in [74], dort jedoch bei der Nutzung der Pfeilung zur Reduzierung der Geräuschemissionen. Die dort gewonnenen Ergebnisse bestätigen nochmals die schon beschriebenen Einflüsse auf das Verhalten gepfeilter Schaufeln.

Place [28] zeigt, dass positive Pfeilung an der Rotornabe gut geeignet ist, um die Neigung zur Eckenablösung bzw. Ablösung an der Vorderkante bei Schaufeln mit modernen CDA-Profilen zu vermindern. Der Grund dafür ist in der entlastenden Wirkung der Pfeilung auf die

Nabenschnitte und der Umverteilung der Belastung in Schaufeltiefenrichtung zu finden. Die positive Pfeilung reduziert die Spitzengeschwindigkeiten auf der Saugseite und die Druckdifferenz an der Vorderkante zwischen Druck- und Saugseite im Vergleich zum ungepfeilten Fall.

Auch in [75] werden die grundsätzlichen Effekte untersucht, die die Pfeilung auf die Schaufeln eines Axialverdichters hat. Dazu wird ein Gitter aus 24 Schaufeln mit konstanter Pfeilung (30°) untersucht. Das bedeutet, dass an der Nabe eine Rückwärtspfeilung und am Gehäuse eine Vorwärtspfeilung vorliegt. Bei dieser Untersuchung zeigen sich die aus der Tragflügeltheorie bekannten Wirkungsweisen der Pfeilung: An der Nabe ergibt sich ein geringerer effektiver Anstellwinkel und am Gehäuse ein größerer, verglichen mit dem ungepfeilten Gitter, siehe Abbildung 2.16. Druckverteilungsmessungen zeigen in allen Betriebspunkten für das vorwärts gepfeilte Ende eine Verschiebung des saugseitigen Druckmaximums zur Vorderkante und eine Nivellierung des druckseitigen Verlaufes. Für das rückwärts gepfeilte Ende ergibt sich eine Entlastung der Vorderkante und eine etwas höhere Belastung der Hinterkante auf der Saugseite. Auf der Druckseite steigt das Niveau insgesamt. Im Mittelschnitt ist eine Überlagerung der Effekte zu beobachten.

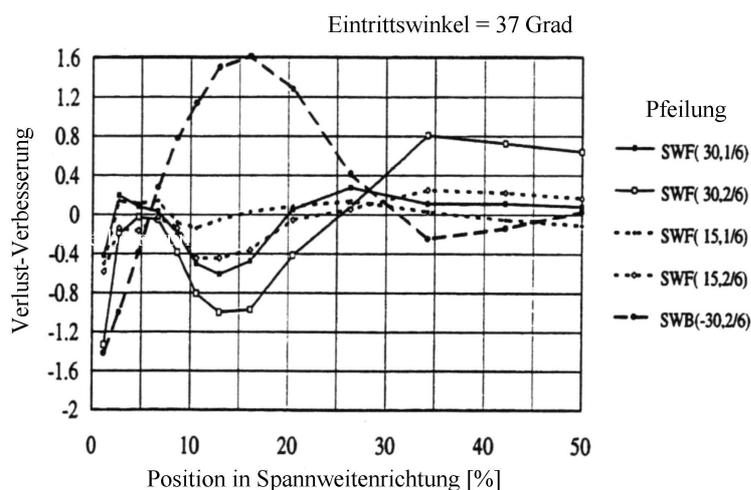
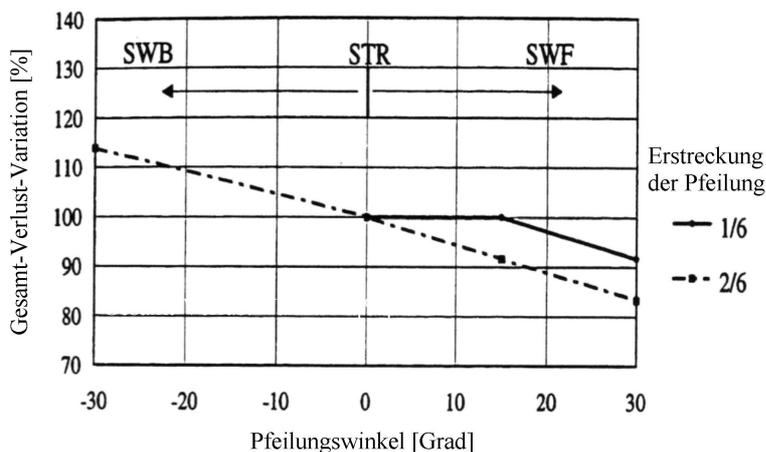


Abbildung 2.17: Gesamtverlustvariation und Verlust-Verbesserung für verschiedene Kombinationen von Pfeilungswinkeln und Erstreckung der Pfeilung über Schaufelhöhe

In [76] wird der Einfluss der Pfeilung unterschiedlicher Größe, Richtung und Ausdehnung anhand einer Parameterstudie in einem symmetrischen Schaufelgitter mit CDA Profilen untersucht. Dabei ist die Sehnenlänge über Schaufelhöhe konstant. Die vorwärts bzw. negativ gepfeilten Schaufeln weisen stets höhere Verluste auf als die ungepfeilten Schaufeln. Die rückwärts bzw. positiv gepfeilten Schaufeln ergaben für alle Pfeilwinkel im unteren Anstellwinkelbereich geringere Verluste als die ungepfeilten Schaufeln. Im oberen Bereich lieferte nur der Fall mit 15° Pfeilung bei einer Ausdehnung über ein Drittel Schaufelhöhe für den gesamten Betriebsbereich geringere Verluste, Abbildung 2.17. Der Einfluss der Pfeilung auf die Verluste wird in Abbildung 2.17 als linear identifiziert. In Spannweitenrichtung ergibt die Rückwärtspfeilung eine Verlustreduktion an den Wänden und einen Anstieg in Schaufelmitte. Bei den rückwärts gepfeilten Schaufeln ist ein gegen den

Kanalwirbel drehender Wirbel zu erkennen. Die Rückwärtspeilung führt zu einer Umverteilung des Diffusionsfaktors über Schaufelhöhe: in der Mitte und nahe der Wand ist der Faktor erhöht dazwischen reduziert.

Stark und Gotthardt [77] beschäftigen sich ebenfalls mit Verdichterschaufeln mit konstanter Pfeilung. Die Stromflächen sind hier nicht mehr rotationssymmetrisch, sondern sie sind als Folge der Pfeilung periodisch in Umfangsrichtung verworfen, Abbildung 2.18 [9], so dass zwischen den saug- und druckseitigen Stromlinien ein Versatz auftritt. Mit abnehmendem Wandabstand wird dieser Versatz durch Geschwindigkeitsänderungen im Strömungsfeld unterdrückt. Diese Sekundärströmung ist der potentialtheoretische Wandeinfluss, der auch bei reibungsloser Strömung auftritt. Dazu kommt als weitere Sekundärströmung noch der reibungsbehaftete Wandeinfluss. Dieser entsteht durch die Umlenkung der Wandgrenzschicht durch das Gitter. Die Wandgrenzschicht baut sich durch die Wandreibung auf.

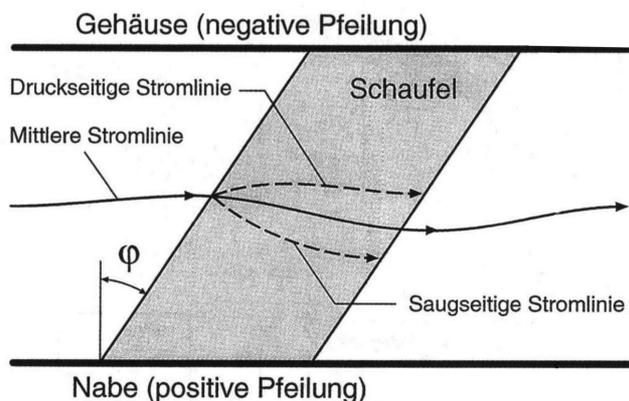


Abbildung 2.18: Stromlinienversatz an der gepfeilten Schaufel [9]

Die zweidimensionale Strömung durch ein gepfeiltes Verdichtergitter lässt sich in zwei Grundströmungen unterteilen, die sich überlagern. Die erste ist die reibungslose axiale Strömung senkrecht zur Schaufelachse mit gleicher Axialgeschwindigkeit vor und hinter dem Gitter. Die zweite ist die schaufelparallele Strömung mit konstanter Geschwindigkeit und Druck. Vor dem Gitter liegt eine homogene Zuströmung auf ebenen Stromflächen senkrecht zu den Schaufelsehnenflächen vor. Im Gitter verläuft die Strömung nicht auf Ebenen senkrecht zur

Sehnenfläche, sondern die Stromlinien haben auf Druck- und Saugseite eine unterschiedliche Form. Dieser bereits erwähnte Versatz ist an der Hinterkante am größten. Es existiert dabei keine freie Wirbelschicht, da die Richtung der Stromlinien gleich ist. Weit hinter dem Gitter ist die Strömung wieder homogen. Das Problem bekannter zweidimensionaler Gitterverfahren ist, dass sie rotationssymmetrische Stromflächen voraussetzen. Um diesen Fehler auszuschließen, muss die sogenannte Projektionsmethode angewandt werden. In [77] wird diese erläutert und deren bessere Übereinstimmung mit Messergebnissen gezeigt.

Betrachtet man ein gepfeiltes Verdichtergitter ohne Seitenwand, stellt sich im Mittelschnitt der Fall des schiebenden Gitters unendlicher Schaufellänge ein. Bei einem Verdichtergitter mit Seitenwand erkennt man den beschriebenen Wandeinfluss. Ungepeilt hat die Druckverteilung längs der Schaufelhöhe eine gleich bleibende Form. An den wandnah gemessenen Druckverteilungen zeigen die Saugseiten kleinere Beiwerte als im Mittelschnitt: das ist der Reibungseinfluss. Bei 20° bzw. 40° Pfeilwinkel ändert sich die Form der Druckverteilungen längs der Schaufelhöhe, und zwar für die voreilende (rückwärts gepfeilte) und die nacheilende (vorwärts gepfeilte) Seite unterschiedlich. Die voreilende Seite wird entlastet. Die Vorderkante wird dabei stark entlastet, während die Hinterkante etwas mehr belastet wird. Bei der nacheilenden Seite sind die Effekte exakt entgegengesetzt. Für einen ebenso gepfeilten Tragflügel, der sich durch Spiegelung der Schaufel an der Wand erzeugen lässt, gelten die Ergebnisse analog. Diese Analogie zeigen auch Vergleiche mit Tragflügelergebnissen in [77].

In [9] wird der Einfluss von positiver Pfeilung auf die Strömung in Leiträdern untersucht. Es zeigt sich, dass die Zuström-*Mach*-Zahl, die Sekundärströmungsaktivität und die Randverblockung reduziert werden können und außerdem ein Belastungsausgleich zwischen den Wand- und Profilgrenzschichten stattfindet. Der Arbeitsbereich der Schaufel wird dadurch vergrößert.

Der Pfeilungseinfluss an festen Wänden wird in [78] ebenfalls thematisiert. Hier werden gepfeilte Gitter untersucht. Auch hier zeigt sich, dass ohne Spalt eine positive Pfeilung zu niedrigeren Randverlusten führt. Folgende grundsätzliche Aussagen können gemacht werden:

- Positive Pfeilung beeinflusst den lokalen Druckgradienten im Kanal positiv. Dies ist ablesbar zum einen an der Belastung in Sehnenrichtung (Entlastung) aber auch in Spannweitenrichtung (Abfall des Diffusionsfaktors über große Teile der Höhe).
- Der Übergang in die ungepfeilten Bereiche hat einen Einfluss auf die Belastungsverteilung.
- Die Verluste für das gepfeilte Gitter sind niedriger als beim ungepfeilten.
- Der Arbeitsbereich des gepfeilten Gitters ist ebenfalls größer, da Ablösung erst bei höheren Anstellwinkeln einsetzt.

Auch *Gallimore et al.* [63, 64] gewinnen Erkenntnisse, die für das Verständnis der Pfeilung von Bedeutung sind. Nahe der Nabe führt positive Pfeilung (20°) zu einer Verkleinerung der Region kleiner Axialgeschwindigkeiten in Richtung der Hinterkante, während negative Pfeilung Ablösung hervorruft. Die positive Pfeilung nahe der Nabe hebt den saugseitigen Druck an der Vorderkante an (das heißt, Δc_p wird dort reduziert); die Geschwindigkeitsspitze und der Inzidenz werden gesenkt. An der Hinterkante wird die Schaufelkraft jedoch erhöht. Nahe der Spitze kann ähnliches beobachtet werden, im Mittelschnitt geschieht allerdings das Gegenteil. Des Weiteren zeigt sich, dass diese positiven Entwicklungen an Nabe und Spitze lediglich an der Nabe zu wirklichen Verbesserungen hinsichtlich des Wirkungsgrades führen. An der Spitze ist dies nicht der Fall. Die positiven Effekte der Pfeilung tragen hier nicht dazu bei die Spaltströmung effektiv zu verbessern. Trotzdem stellt sich heraus, dass bei Einsatz von Pfeilung die Schaufelzahl ohne Verlust von Pumpgrenze reduziert werden kann. In [64] werden die in [63] beschriebenen Phänomene in Rechnung und Experiment bestätigt.

Pfeilung an festen Wänden wie zum Beispiel in [63] bei Rotornaben funktioniert analog auch an Statoren, wie in [79] gezeigt wird. Die Pfeilung an festen Wänden bei Statoren kann dazu dienen das Auftreten von Eckenablösung bei Androsselung auf der Saugseite zu verzögern bzw. zu verhindern. Durch die Pfeilung treten radiale Kräfte auf, die zu einer Verdrängung des Materials mit niedrigem Impuls in der Eckenregion führen. Dadurch werden das radiale Wachstum der Eckenablösung vermindert und die Wandverluste um bis zu 13 % reduziert und die Druckumsetzung verbessert. Resultat ist eine bessere Stabilität und ein höherer Wirkungsgrad.

In [80] wird Vorderkantenpfeilung bei Statoren mit verschiedenen Nabenformen (statischer Spalt, laufender Spalt und mit Deckband) in einem zweistufigen Niedergeschwindigkeitsverdichter experimentell untersucht. Die Pfeilung ist an beiden Wänden rückwärts gerichtet. Ergebnis ist, dass an der Gehäusewand und bei festem Spalt bzw. Deckband an der Nabe die Pfeilung zu einer Verbesserung der Verluste führt.

Weitere Arbeiten die die Wirkungsweise von Pfeilung auf die Sekundärströmungen an Statornaben zeigen sind [81] und [82]. Die Erkenntnisse dieser Arbeiten lassen sich auch auf Rotoren übertragen. In [81] wird eine experimentelle Untersuchung zweier Statoren in einem hochbelasteten einstufigen Niedergeschwindigkeitsverdichter mit geringem Nabenverhältnis

(0,55) vorgestellt. Stator A besitzt einen rechteckigen Querschnitt und Stator K ist an Nabe und Gehäuse rückwärts gepfeilt [82]. Die *de Haller* Zahl an der Statornabe ist sehr klein, 0,56 bei 5 % Schaufelhöhe, und die Diffusionszahl sehr groß, 0,62, so dass Grenzschicht- und Eckenablösung auftreten. Neben der Pfeilung unterscheiden sich beide Statoren auch in der Wahl der Profile: A10 Skelettlinie bei A bzw. Kreisbogenskelettlinie mit konstanter Krümmung bei K. Die Pfeilung bei Stator K beträgt an der Nabe 30° und am Gehäuse 10° , die Hinterkante ist ungepfeilt. Dadurch ergibt sich eine Entlastung der Randsektionen die aus der Theorie des Pfeilflügels bekannt ist. Konkret wird die Vorderkante durch die Pfeilung, unterstützt von der Wahl der Kreisbogenskelettlinie, entlastet und die Hinterkante etwas stärker belastet. Daraus resultiert eine Verringerung der Grenzschichtablösung und der Querkanalströmung. Die Verluste sind geringer. Stator K zeigt für alle Betriebspunkte ein höheres Druckverhältnis und einen verbesserten Wirkungsgrad. Die Verzögerung der Strömung beginnt bei A am Beginn des Kanals, bei K sehr viel später. Während bei A im Teillastfall die starke Belastung der Vorderkante starke Grenzschichtablösungen hervorruft, die eine komplett veränderte Druckverteilung in Tiefenrichtung an der Nabe zur Folge haben, ist dies bei K nicht der Fall. Hier ist die Querkanalströmung vermindert, Druckgradient, Grenzschichtablösung und Verluste sind kleiner. Ölanstrichbilder für den Auslegungspunkt zeigen für beide Statoren eine Überlagerung der Hauptströmung durch die Sekundärströmung. Am Ende der Eintrittsebene löst die Grenzschicht ab. Bei A bildet sich im Gegensatz zu K ein Wirbel und es entsteht teilweise Rückströmung. Bei Teillast ist die Verschlechterung der Wandströmung bei K geringer, die Rückströmung hat die Größenordnung von A im Auslegungspunkt. Bei A dagegen nimmt sie den gesamten Kanalquerschnitt ein. Die Blockage ist deshalb bei K deutlich geringer. Die Rückwärtspfeilung ist somit ein Mittel, das Abreißen an der Wand zu höheren Belastungen oder niedrigeren *de Haller*-Zahlen zu verschieben. Siehe dazu auch [83, 84], die sich mit dem gleichen Phänomen bei transsonischer Anströmung beschäftigen.

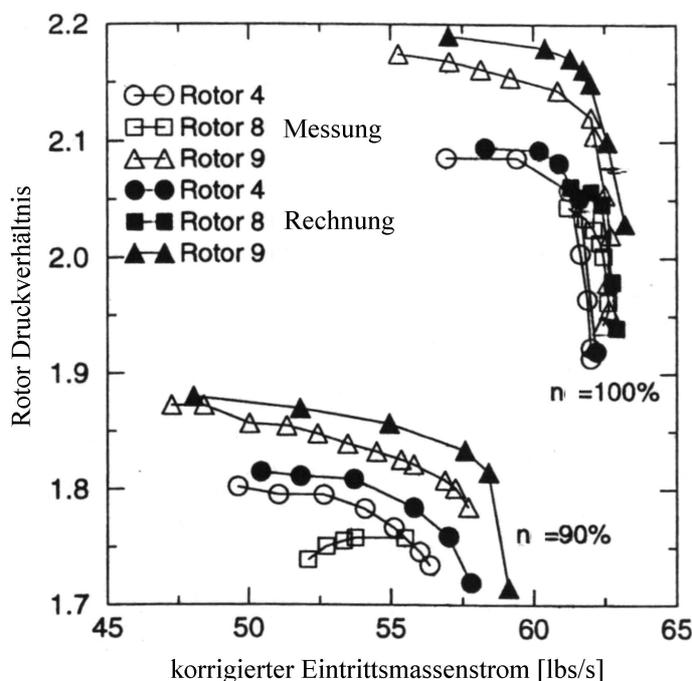


Abbildung 2.19: Gerechnete und gemessene Charakteristiken für 100 % und 90 % Drehzahl eines ungepfeilten (Rotor 4), eines positiv gepfeilten (Rotor 9) und eines negativ gepfeilten (Rotor 8) Verdichterrrotors [85]

Auch in [85] werden Untersuchungen an einem transsonischen Axialverdichter vorgestellt. Hier werden die Ergebnisse von *Navier-Stokes*-Rechnungen mit Messungen an gepfeilten Rotoren mit niedrigem Schaufelhöhenverhältnis verglichen. Bei Auslegungs- und bei Teillastbedingungen werden verschiedene Rotoren untersucht: ein ungepfeilter (Rotor 4), ein vorwärts (Rotor 9) und ein rückwärts gepfeilter (Rotor 8). Der rückwärts (positiv) gepfeilte Rotor weist einen größeren Druckanstieg, einen höheren maximalen Wirkungsgrad und eine um 30 % größere Abreißgrenze im Auslegungspunkt auf als der ungepfeilte, Abbildung 2.19. Bei 90 % Drehzahl ist er ebenfalls dem ungepfeilten überlegen. Der vorwärts (negativ) gepfeilte hat dagegen eine um 40 % kleinere Abreißgrenze als der ungepfeilte Rotor bei etwa

gleichem Wirkungsgrad. Diese Effekte resultieren aus zwei Mechanismen: einerseits ändert die Pfeilung die Form des Stoßes nahe der Wand und andererseits unterstützt sie die radiale Bewegung von Strömungsmaterial mit niedrigem Impuls hin zur Schaufelspitze. Die Pfeilung lässt sich also gezielt zur Kontrolle der Stoßstruktur nahe der Wand und zur Beeinflussung des Verhaltens der Sekundärströmung einsetzen und damit zur Verbesserung der Strömungsstruktur an der Spitze verwenden. Der Stoß nahe der Wand dreht sich bei Annäherung an diese, so dass die Stoßoberfläche senkrecht zur Wand steht. Bei maximalem Wirkungsgrad ist der Kanalstoß bei der ungepfeilten Schaufel senkrecht zur Hauptströmung, bei der vorwärts gepfeilten bewegt er sich zur Front des Kanals und für die rückwärts gepfeilte Schaufel steht der Kanalstoß schräg zur ankommenden Strömung. Nahe dem Stall ist der Stoß für Vorwärts- und Rückwärtspfeilung weiter stromab der Vorderkante. Dabei ist er bei Rückwärtspfeilung beinahe senkrecht zur ankommenden Strömung und befindet sich am Eintritt des Kanals. Die Belastung ist beim rückwärts gepfeilten Rotor in Spannweitenrichtung gleichmäßiger verteilt als beim ungepfeilten. Am vorwärts gepfeilten Rotor ist die höchste Belastung nahe der Spitze konzentriert.

Bei diesem Rotor gibt es daher große Stoßverluste und eine starke Interaktion zwischen dem Stoß und der Grenzschicht. Beim rückwärts gepfeilten Rotor ist dies gerade nicht der Fall. Der Wirkungsgrad ist bei diesem in der oberen Hälfte größer, in der unteren dagegen kleiner als beim ungepfeilten Rotor. Beim vorwärts gepfeilten besteht ein umgekehrter Zusammenhang.

Auch [86] beschäftigt sich mit der Interaktion von Pfeilung und Verdichtungsstoß bei transsonischer Anströmung. Ein einstufiger Axialverdichter wird mit zwei verschiedenen vorwärts-, einem rückwärts- und einem ungepfeilten Rotor untersucht. Im Auslegungspunkt ist bei allen Rotoren das Wirkungsgradniveau identisch. Der rückwärts gepfeilte Rotor isoliert betrachtet hat mit und ohne Spalt den höchsten maximalen Wirkungsgrad und eine verbesserte Abreißgrenze. Die Vorwärtspfeilung verursacht den entgegengesetzten Effekt. Der Auslöser dafür wird mit einer dreidimensionalen reibungsbehafteten Analyse der Strömung festgestellt: Die Stoß-Grenzschicht-Interaktion wird durch die geringere radiale Akkumulation der Profildgrenzschicht an der Schaufelspitze sowie die verringerte axiale Diffusion, jeweils hervorgerufen durch die Pfeilung, reduziert.

Die Erwartung, dass Rückwärtspfeilung die Akkumulation der Grenzschicht an der Schaufelspitze verringert, bestätigen auch *Mohammed* und *Prithvi Raj* in [87]. Sie untersuchen drei Impeller mit unterschiedlichen Pfeilungen bei gleichbleibender Geometrie. Im Ergebnis sind die gepfeilten Schaufeln insbesondere bei kleinen Volumenströmen effizienter. Die Abreißgrenze wird verbessert. Jedoch ist die Begründung für dieses Phänomen über den Ansatz, dass die hier verwendete Pfeilung analog einem vorwärts gepfeilten Tragflügel wirkt, falsch. Sie entspricht vielmehr den Mechanismen an einem rückwärts gepfeiltem Tragflügel.

Eine ähnliche Fehlinterpretation der Effekte wird auch in [88] vorgenommen. Dort werden zwei jeweils an Nabe und Gehäuse um 45° vorwärts gepfeilte Schaufelgitter untersucht. Das eine Gitter hat eine radiale Staffelungs- und Wölbungsverteilung nach [89], so dass es bei einem Anströmwinkel von 60° eine über der Schaufelhöhe konstante Lastverteilung besitzt. Das andere Gitter hat eine lineare Staffelung und NACA 65 Profile. Diese werden bei 30° , 45° und 60° Anströmung getestet. Den Untersuchungen liegt die Idee zugrunde, dass diese Schaufeln ein ähnliches Verhalten wie rückwärts gepfeilte Tragflügel besitzen. Dies ist jedoch ein Trugschluss.

V-Stellung

Nach *Smith* und *Yeh* [69] ist der Effekt des radialen Druckgradienten der Radialen-Sekundärströmung (Abschnitt 2.2.3) proportional der Tangente des V-Winkels. Der grundsätzliche Einfluss der V-Stellung ist dabei kleiner als der der Pfeilung, siehe auch [90]. Ohne V-Stellung stellt sich eine Akkumulation der Verluste in der Ecke zwischen Saugseite und Seitenwand ein, die schließlich zu einer Eckenablösung führen kann (Abschnitt 2.2.3). Diese Zone kann bereits durch eine positive V-Stellung von 15° , die einen Druckgradienten in Höhenrichtung zur Folge hat, unterdrückt werden. Bei einer negativen V-Stellung ist die Eckenablösung dagegen signifikant größer.

Auch *Place* [28] zeigt, dass eine positive V-Stellung an der Rotornabe die Randverluste, hervorgerufen durch Eckenablösung, reduzieren kann. Grund ist die Verringerung der saugseitigen Diffusion, verursacht durch eine radiale Belastungsumverteilung, die durch die V-Stellung hervorgerufen wird.

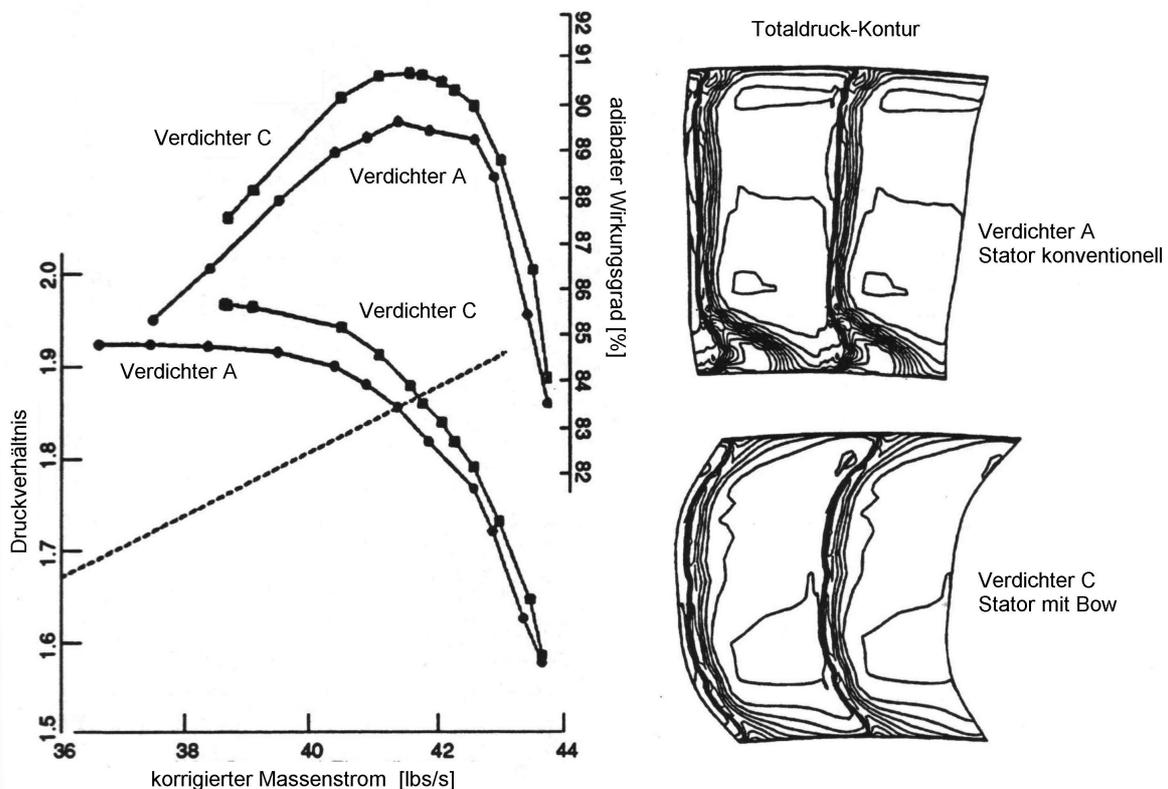


Abbildung 2.20: Charakteristiken und Stator-Nachlauf-Totaldruck-Konturen für einen Verdichter mit konventionellem bzw. einem gesicherten Stator

Dieses Phänomen wird auch in [76] bestätigt. Hier wird der Einfluss von verschiedenen V-Stellungen in einem symmetrischen Schaufelgitter mit konstanter Sehnenlänge mit einer Parameterstudie untersucht. Für positive V-Winkel ergeben sich bessere Ergebnisse als für negative, siehe auch *Breugelmans et al.* [20]. Auffallend ist jedoch, dass bei einer Ausdehnung über einem Drittel der Schaufelhöhe bei 30° V-Stellung die Verluste plötzlich über denen ohne V-Stellung liegen. Bei kleineren Winkeln oder geringerer Ausdehnung sind sie niedriger. In Spannweitenrichtung zeigt sich, dass die Verluste nahe der Wand stark reduziert werden können. Hierfür ist die Größe des Winkels und nicht die Ausdehnung der V-Stellung maßgebend. Begründen lässt sich das durch die Reduktion der Schaufelbelastung an der Wand und ihrer Erhöhung in der Schaufelmitte verglichen mit einer Schaufel ohne V-

Stellung. Die V-Stellung drückt den Kanalwirbel näher an die Saugseite und deformiert ihn. Dieser Wirbel transportiert dadurch impulsreiche Strömung in Richtung der Seitenwand und vermindert so die Eckenablösung. Außerdem ist der Druckgradient dort niedriger. In Schaufelmitte ist er dagegen erhöht und die Strömung ist energieärmer. Das führt zur Verringerung der Eckenablösung und der Sekundärströmung. Bei *Weingold et al.* [79] bringen diese Effekte einen Wirkungsgradanstieg von 1 % bei Einführung von Bow an Statorn, das heißt einer V-Stellung sowohl an Nabe als auch an der Gehäusewand. Grund für diesen Wirkungsgradanstieg ist, dass die V-Stellung die Ausbreitung der Eckenablösung an den festen Seitenwänden unterdrückt, Abbildung 2.20. Dies wird auch in [91] bestätigt, wie in Abbildung 2.21 anhand eines Vergleichs des Strömungsfeldes an der Nabe einer Stator-Schaukel mit bzw. ohne V-Stellung zu erkennen ist.

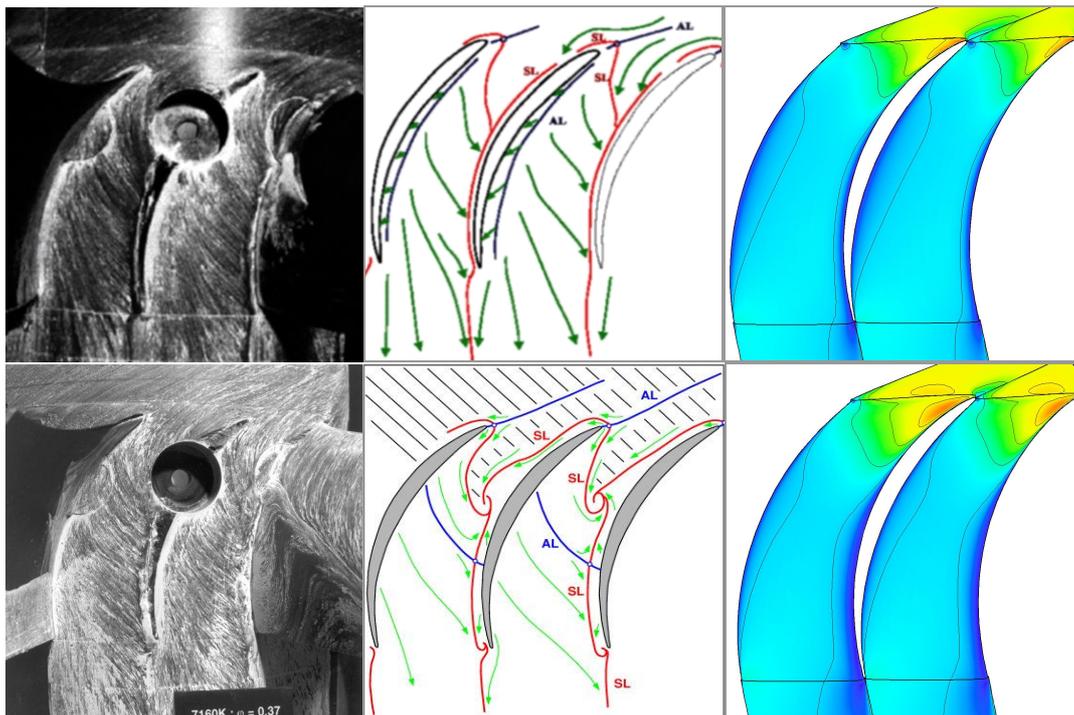


Abbildung 2.21: Gemessene, schematische und gerechnete Strömung auf der Nabe an der Abreißgrenze für Nabenströmung für einen Stator mit (oben) und ohne V-Stellung (unten)

Eine weitere Arbeit, in der Gitter mit V-Stellung untersucht und die bereits getroffenen Aussagen bestätigt werden, ist [78]. Auch hier führt die positive V-Stellung zu einer Absenkung des lokalen Druckgradienten im Kanal und zu einer Absenkung der Verluste verglichen mit dem geraden Gitter. Darüber hinaus wird in dieser Arbeit die V-Stellung als geeignetes Mittel zur lokalen Beeinflussung der Belastung in Schaufelhöhenrichtung und insbesondere an den Schaufelrändern identifiziert.

Ebenfalls mit V-Stellung bzw. Bow in Verdichtergittern beschäftigt sich [92] experimentell. Für positive V-Stellung am Beispiel einer geeigneten Schaufel mit positiver V-Stellung an der Nabe und negativer V-Stellung an der Spitze zeigt sich eine Abnahme der Eckenablösung und damit der Randverluste. Ein umgekehrtes Bild ergibt sich bei negativer V-Stellung jeweils verglichen mit dem Fall ohne V-Stellung, Abbildung 2.22. In [92] wird außerdem gezeigt, dass eine Schaufel mit Bow, hier als positive V-Stellung an Nabe und Gehäusewand, neben der Verlustreduktion an den Wänden einen Verlustanstieg in der Schaufelmitte aufweist. Der Verlust kann jedoch durch eine geeignete Staffelung der Schaufelschnitte soweit reduziert werden, dass insgesamt eine Verbesserung der aerodynamischen Eigenschaften erzielt wird.

Die Verringerung der Eckenablösung wird auch in [93] identifiziert. Die Untersuchung gebogener Statorschaufeln mit positiver V-Stellung an beiden Wänden zeigt verringerte Diffusionsraten in den saugseitigen Ecken und kleinere Peak-Mach-Zahlen nahe der Wand. Beide Effekte sind Folge der durch die V-Stellung hervorgerufenen Radialkräfte. Die

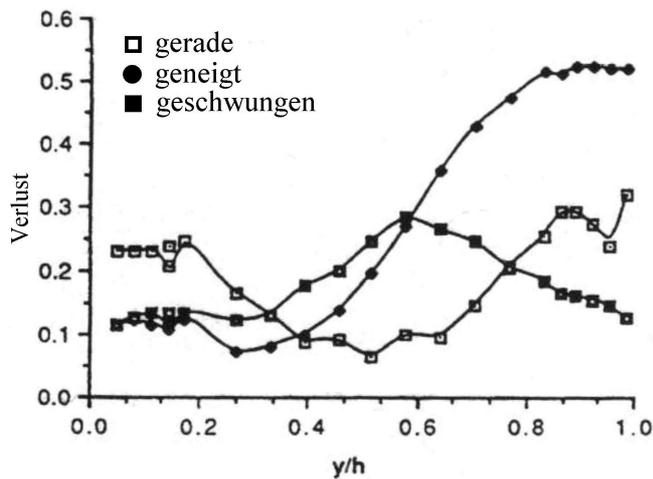


Abbildung 2.22: Verluste über Schaufelhöhe für Schaufeln ohne V-Stellung (gerade), mit positiver V-Stellung an der Nabe und negativer V-Stellung am Gehäuse (geneigt) und mit positiver V-Stellung an Nabe und Gehäuse (geschwungen)

Seitenwandverluste sinken, die Druckumsetzung steigt und damit erhöht sich der Wirkungsgrad. Eine wichtige Erkenntnis dieser Arbeit ist jedoch, dass es nicht ausreicht, lediglich die wandnahen Schnitte zu entlasten. Stattdessen müssen die Diffusionszahlen gesenkt werden, ohne die Strömungsverteilung zu verändern.

Auch bei [9] wird der Einfluss von positiver V-Stellung auf die Strömung bei Leiträdern untersucht. *Gümmer* zeigt, dass die Zuström-Mach-Zahl, die Sekundärströmungsaktivität und die Randverblockung reduziert werden können und außerdem ein Belastungsausgleich zwischen den Wand- und Profilhrenzschichten stattfindet.

Hierdurch wird der Arbeitsbereich der Schaufel vergrößert.

Gallimore et al. [63] zeigen eine Veränderung in den Schaufelzuströmbedingungen bei Anwendung von V-Stellung. Eine positive V-Stellung von 20° , wie sie in heutigen Verdichterbeschaufelungen häufig verwendet wird, führt bei Rotoren sowohl nahe der Nabe als auch an der Schaufelspitze zu einer Reduktion der Schaufelkraft und einem Anstieg der effektiven Inzidenz. Gleichzeitig wird die Schaufelkraft im Mittelschnitt angehoben und die Inzidenz gesenkt. Dies bestätigt die Beobachtungen von [92] und verlangt eine Umstaffelung der betroffenen Schnitte. Bei negativer V-Stellung ergibt sich das Gegenteil. In [64] werden die in [63] beschriebenen Phänomene in Rechnung und Experiment bestätigt.

2.3.2 Profilierung

Definition

Die Profilierung einer Schaufel wird üblicherweise auf Stromlinienschnitten definiert [94], Abbildung 2.1. Diese ergeben sich aus den An- und Abströmbedingungen der Schaufel, der Geometrie des Schaufelkanals und weiteren Randbedingungen wie zum Beispiel den Verlusten. Diese Größen stammen allgemein aus einem Stromlinienkrümmungsverfahren [95]. Die An- bzw. Abström-Geschwindigkeiten (w_1 und w_2) und die An- bzw. Abströmwinkel (β_1 und β_2), Abbildung 2.1, beeinflussen außerdem auch direkt die Geometrie des Profils. Aus ihnen ergibt sich die zu erreichende Umlenkung des Profils aus der Differenz des An- und Abströmwinkels (Gleichung 2.5), die Lage des Profils in der Strömung in Form des Stafflungswinkels λ (Gleichung 2.6), sowie die Belastung des Profils in Form der *de Haller* Zahl (Gleichung 2.7) und die Diffusion, siehe Abschnitt 2.2.2. Diese Größen limitieren die Auswahl der Profilform.

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 = \varphi + i - \delta \quad (2.5)$$

$$\lambda = \beta_1 - i - \frac{\varphi}{2} \quad (2.6)$$

$$DH = \frac{w_2}{w_1} \quad (2.7)$$

Das Profil selbst lässt sich durch eine Überlagerung einer Skelettlinie mit einer Dickenverteilung [96] definieren, die, wie in Abbildung 2.23 dargestellt, dann das Profil bilden. Siehe dazu auch [97]. Mathematisch lässt sich dies dadurch realisieren, dass an jedem Punkt der Skelettlinie, definiert durch x und z , der dazugehörige eingeschriebene Kreis der Dickenverteilung mit dem Durchmesser d , aufgetragen wird, Abbildung 2.24. Siehe dazu auch [98]. Die Dickenverteilung wird dabei als Funktion der Sehnenlängencoordinate x und ihrem maximal Wert d_{\max} , meist bezogen auf die Sehnenlänge l , definiert, Abbildung 2.24. Auch die Skelettliniencoordinate z kann analog mit ihrem Maximalwert f_{\max} berechnet werden, häufig wird jedoch die lokale Neigung δ der Skelettlinie, Gleichung 2.8, als bezogene Größe für die Definition der Skelettlinie (δ') herangezogen.

$$\delta' = \frac{\delta - \delta_{x/l=0}}{\delta_{x/l=1} - \delta_{x/l=0}} \quad \text{mit } \delta = \arctan \frac{dz}{dx} \quad (2.8)$$



Abbildung 2.23: Überlagerung von angestellter Skelettlinie und neutral angeströmter Dickenverteilung zum angestellten Profil [97]

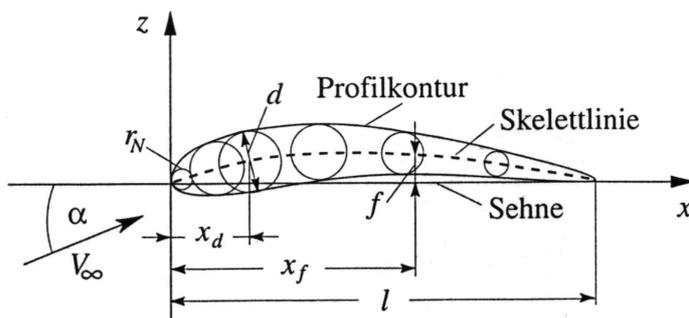


Abbildung 2.24: Definition der Geometrie eines Verdichterprofils [98]

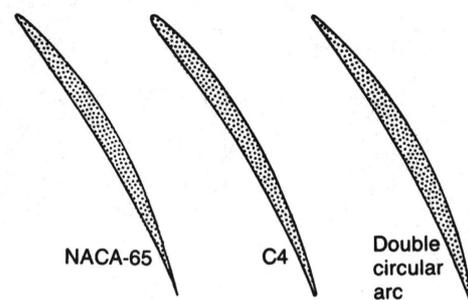


Abbildung 2.25: Entwicklung der Verdichterprofile

Literaturrecherche

In den 50er Jahren des letzten Jahrhunderts wurden für die Anwendung in Verdichtern aus dem Flugzeugbau bekannten Tragflügelprofile herangezogen. Dies waren vor allem die dort bewährten Profile der NACA 65 Serie [99], Abbildung 2.25. Sie zeichnen sich bei einer

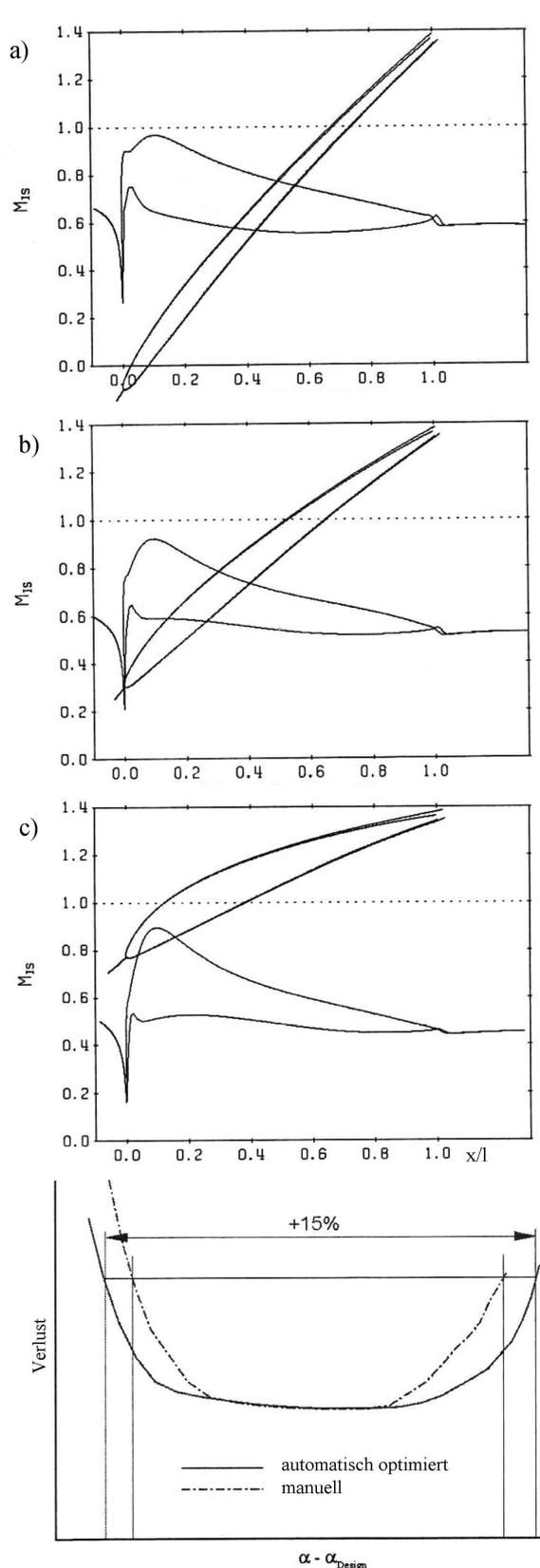


Abbildung 2.26: MISES (2D) optimierte Rotorprofile und *Mach*-Zahl-Verteilungen für a) Gehäuseschnitt, b) Mittelschnitt und c) Nabenschnitt, Verlustpolare für Mittelschnitt [107]

Dickenrücklage von 40 % Sehnenlänge durch einen niedrigen Widerstandsbeiwert c_w bzw. Verlustbeiwert ξ und einen konstanten statischen Druck über große Bereiche der Sehnenlänge aus. Eine weitere Profilsérie, die einen vergleichbar niedrigen Verlustbeiwert aufweist, ist die C-Serie. Sie ist eine Kombination aus einer Parabel- bzw. Kreisbogenskelettlinie und einer Dickenrücklage von 30 %. Aus der C-Serie haben insbesondere die C4 Profile Eingang in den Verdichterbau gefunden [100]. Diese haben für $Ma < 0,78$ einen größeren Arbeitsbereich [101] als die Profile der NACA 65 Serie und sind daher für subsonische Anströmung besser geeignet, während die NACA 65 Serie für transsonische Anströmung einen besseren Arbeitsbereich aufweist [102]. Eine weitere Verringerung der Verluste und Vergrößerung des Arbeitsbereiches konnte mit der Einführung der erweiterten Kreisbogenskelettlinie mit einer Dickenrücklage von 50 %, der sogenannten DCA (double circular arc) Profilierung, Abbildung 2.25, erreicht werden. Diese erzielt insbesondere bei Anström-*Mach*-Zahlen zwischen 0,78 und 1,2 eine große Verbesserung gegenüber den NACA 65 Profilen [101, 103].

Einen weiteren Fortschritt in der Entwicklung der Profilgeometrie stellen die CDA (controlled diffusion airfoil) Profile dar. Diese Profile wurden so entworfen, dass eine möglichst gleichmäßige Verzögerung der Strömung über Sehnenlänge erreicht wird und das Verhalten der Grenzschicht kontrollierbarer wird [104]. Dies hatte zum Ziel die Verluste zu senken und den Arbeitsbereich zu erhöhen und insbesondere bei transsonischer Anströmung Stoßwellen zu vermeiden [105]. Die CDA Profilierung zeigt insbesondere für transsonische Strömung eine große Verbesserung gegenüber den traditionellen Profilformen. Für Strömungen die über die gesamte Sehnenlänge subsonisch sind, hat die Profilform einen geringeren Einfluss auf die Umlenkung, Druckverteilung und den Verlust.

Darüber hinaus kann eine weitere Verbesserung der Profilierung durch Einsatz von Optimierungsverfahren auf den diskreten

Profilschnitten einer Schaufel bzw. an einem Schaufelgitter in Verbindung mit 2D, Q3D bzw. 3D Analyseverfahren erreicht werden. Als Beispiel für die zahlreichen Ansätze dazu sind hier die Arbeiten von *Garabedia* [106], *Büche et al.* [107] und *Song* [108] zu nennen.

Bei [107] wird eine Optimierung des Arbeitsbereiches jedes zweidimensionalen Schnittes unter Berücksichtigung der mechanischen Grenzen der Schaufel durchgeführt. Zur Analyse wird dabei der Code MISES [109] eingesetzt. Wie anhand von Abbildung 2.26 zu erkennen ist, ergibt sich als Lösung für alle Schnitte eines Rotors (Nabe, Mitte und Spitze) ein sehr stark nasenbelastetes (front load) Profil. Daraus folgt ein stark erweiterter Arbeitsbereich, wie in Abbildung 2.26 ersichtlich ist.

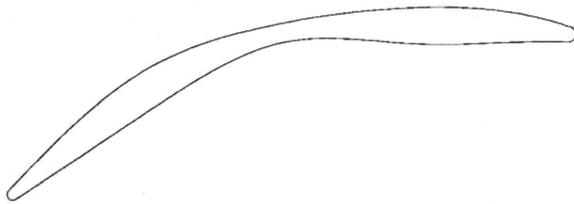


Abbildung 2.27: 2D auf minimalen Verlust und maximalen Arbeitsbereich optimiertes Profil für transsonische Anströmung [108]

Auch bei [108] ist die Optimierung auf die zweidimensionale Ebene des Gitters begrenzt. Hier wird ein CFD-Löser zur Analyse eingesetzt, die Optimierung beschränkt sich jedoch auch hier auf die Verbesserung des Arbeitsbereiches bzw. der Profil- und Stoßverluste eines transsonischen Schaufelschnittes ohne Berücksichtigung von Sekundärströmungsphänomenen. Als Lösung ergeben sich Profilformen, die die Stärke des Verdichtungsstoßes auf der Saugseite minimieren. Realisiert wird dies durch eine

starke Vergrößerung der Passagenquerschnittsfläche in diesem Bereich, mittels einer Verjüngung der Profile, siehe Abbildung 2.27.

Ein Ansatz zur Berücksichtigung der Wandeffekte wird in [110] beschrieben. Die Verfasser untersuchen in einem hochbelasteten einstufigen Niedergeschwindigkeitsverdichter experimentell einen Stator A mit rechteckigem Querschnitt und A10 Skelettlinie und einen an Nabe und Gehäuse rückwärts gefeilten Stator K mit Kreisbogenskelettlinie konstanter Krümmung. Die Versuche zeigen, dass die Einführung der Kreisbogenskelettlinie speziell an der Nabe zu einer Entlastung im Bereich der Schaufelvorderkante führt. Dies ist ein wirksames Mittel zur Verringerung der Eckenablösung und des Druckgradienten, der die Querkanalströmung antreibt.

Ähnliche Erkenntnisse werden auch in [22] gewonnen. Dort wird mit der Entlastung der Vorderkante an den wandnahen Bereichen eine Wirkungsgradverbesserung erzielt, jedoch im Gegensatz zu [110] bei freiem Schaufelende, das heißt mit Spalt. Die ebenfalls untersuchte Variante einer stärker belasteten Vorderkante und einer entlasteten Hinterkante führt zu keiner Verbesserung.

Auch *Wisler* [111] schlägt eine Modifikation der Profilierung an den spaltnahen Bereichen vor. Er unterscheidet darüber hinaus zwischen spaltnahem und -fernem Bereich. Spaltfern muss laut *Wisler* die Profilierung so gestaltet werden, dass die dort auftretende saugseitige Ablösung der Strömung reduziert bzw. unterbunden wird. Dies kann durch eine stärkere Umlenkung, das heißt Belastung, der vorderen Schaufelhälfte und einer Entlastung der hinteren Schaufelhälfte erreicht werden, Abbildung 2.28. Realisiert wird dies durch eine Überkrümmung der Vorderkante und einer Verschiebung der maximalen Dicke nach vorne. An den spaltnahen Schnitte ist das Vorgehen genau umgekehrt. Das Ziel, den Druckgradienten über dem Spalt zu minimieren, erreicht *Wisler* durch eine Entlastung der Vorderkante durch Reduzierung der Krümmung in diesem Bereich und eine Mehrbelastung der Hinterkante durch Erhöhung der Krümmung dort (Abbildung 2.28). Außerdem verlagert er die maximalen Dicke nach hinten. Diese Maßnahmen ergeben die gewünschte

Umverteilung der Belastung in Sehnenrichtung. Es ergibt sich eine Vergleichmäßigung und dadurch eine Verringerung des lokalen Druckgradienten, siehe Abbildung 2.28.

Ergebnis der Modifikation ist eine Verbesserung des Wirkungsgrades im Auslegungspunkt von 0,3 %. Der Grund für diese Verbesserung ist eine Verringerung der Spaltverluste durch die Vergleichmäßigung der Belastungsverteilung. *Chen* stellt in [47] für die Bestimmung der Spaltverluste eine Gleichung auf, in der die Abhängigkeit der Spaltverluste ψ von der Form der Belastungsverteilung am Spalt deutlich wird (Gleichung 2.9).

$$\frac{\Delta\psi}{\psi} = -G \frac{8\sqrt{2}}{5} \frac{\varphi^2}{\psi} \sqrt{\frac{t}{l}} \left(\frac{\tan \beta_1 - \tan \beta_2}{\cos \beta_\infty} \right)^{3/2} \frac{\Delta s}{h} \quad (2.9)$$

Die Abnahme der Verluste $\Delta\psi$ ist in Gleichung 2.9 nicht nur direkt abhängig von der Abnahme der Spaltweite Δs , sondern auch direkt proportional zum Faktor G , dessen Größe von der Form der Belastungsverteilung bestimmt wird. So hat zum Beispiel eine dreieckige Verteilung den Faktor $G = 1$, eine konstante dagegen den Faktor $G = 5/4 \cdot 2^{0.5}$. Der Wert der konstanten Belastungsverteilung ist damit um etwa 12 % geringer als der Faktor der dreieckigen Belastungsverteilung und somit sind auch die Spaltverluste um diese Differenz geringer.

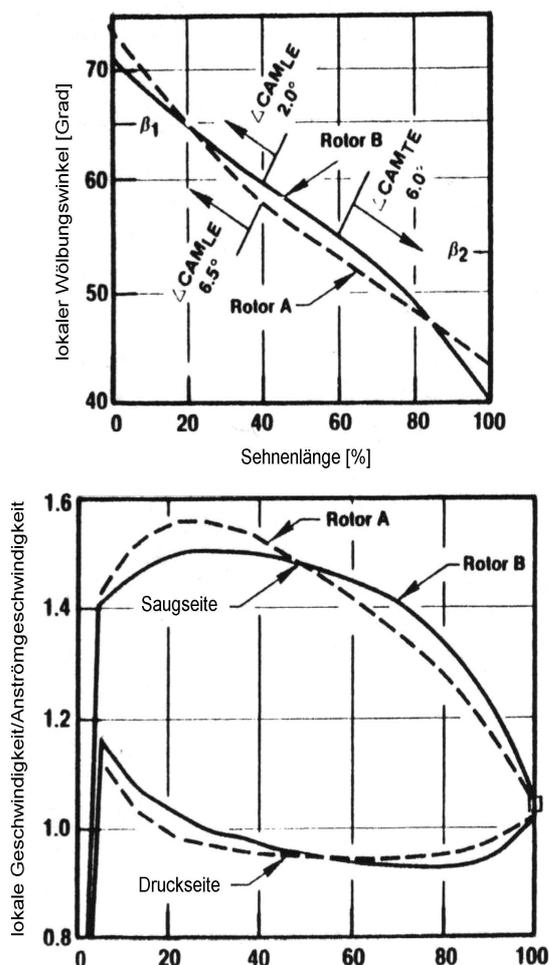


Abbildung 2.28: Vergleich der Wölbungswinkel- und Geschwindigkeitsverteilung für ein konventionelles (A) und ein fortschrittliches (B) Rotorspaltprofil

Behlke geht noch einen Schritt weiter als *Wisler* und stellt in [112] einen Ansatz für die Verbesserung von Wirkungsgrad und Pumpgrenze durch den Einsatz von dreidimensional optimierten Schaufeln vor. Die sogenannte CDA-Beschaukelung der zweiten Generation zeichnet sich durch eine Anpassung des Metallwinkels an der Schaufelvorderkante an den wandnahen Schnitten an die ankommende dreidimensionale Strömung aus. Gleichzeitig wird der Metallwinkel an der Schaufelhinterkante verringert. Darüber hinaus wird die Belastung der Schaufel nach hinten verschoben. Dies bedeutet eine gleichmäßigere Belastungsverteilung in Tiefenrichtung wie es auf der rechten Seite in Abbildung 2.29 für verschiedene Eintrittswinkel dargestellt ist. Mit diesen Modifikationen lassen sich gegenüber der herkömmlichen CDA Beschaukelung deutliche Verbesserungen bei den Verlusten (-67 %), beim Stufenwirkungsgrades (bis zu +1,5 %) und bei der Pumpgrenze (+8 %) erreichen, siehe Abbildung 2.29. Die Maßnahmen sind dabei laut *Behlke* ausdrücklich sowohl für die Anwendung an der festen Wand als auch an Spalten bei Statoren und Rotoren geeignet.

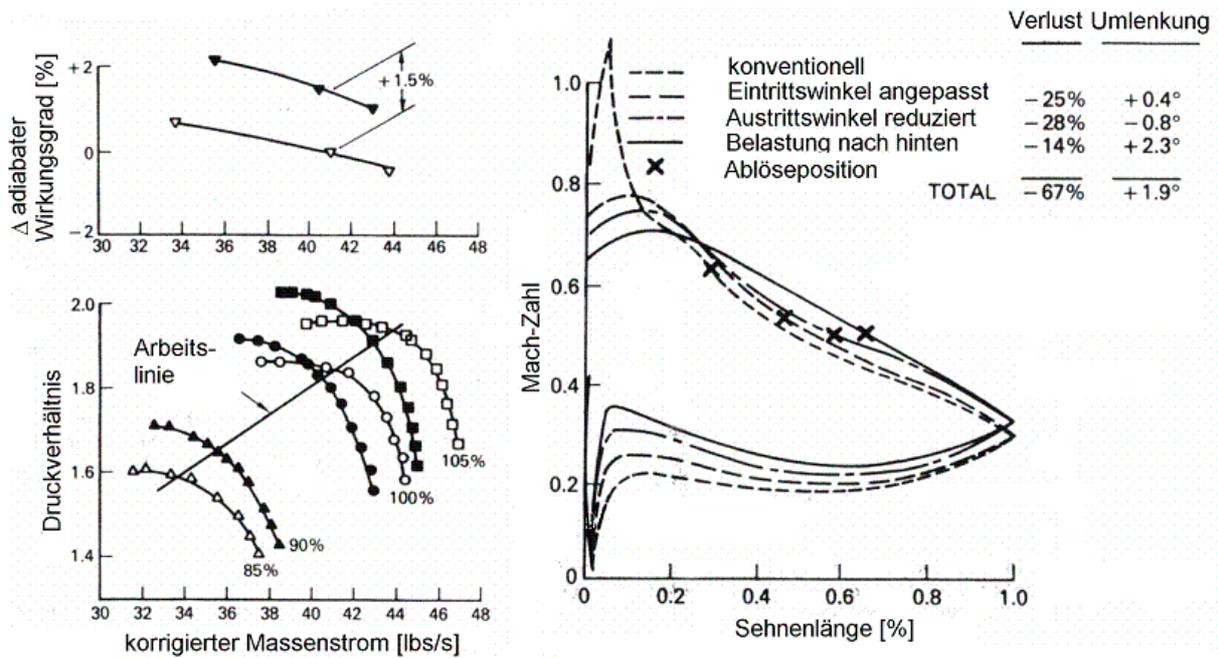


Abbildung 2.29: Profil-Mach-Zahl-Verteilung und Charakteristiken für optimierte CDA-Profile

Wadia und *Beacher* beschreiben in [113] ebenfalls den Ansatz der dreidimensionalen Strömungsbeeinflussung durch Anpassung des Metallwinkels an der Schaufelvorderkante an den tatsächlich dort auftretenden Anströmwinkel. Bei der Anwendung an Statoren nahe begrenzenden Wänden löst diese Winkelanpassung eine gleichmäßigere radiale Druckverteilung über der Schaufelhöhe aus. Dies ist ein geeignetes Mittel, um die Belastung der Schaufelvorderkanten nahe der Wand zu verringern.

Ein weiterer Ansatz, die radiale Belastungsverteilung zu manipulieren, ist die Einführung einer gezielten Verwindung der Schaufel [91]. Diese kann durch lokale Änderung der Profilform erreicht werden, die eine lokale Umstaffelung zur Folge hat.

3 Entwurfskonzept für den dreidimensionalen Rotorentwurf

Im vorangegangenen Kapitel sind die wichtigsten Strömungsphänomene und ihre Auswirkungen auf die Rotorströmung sowie die drei wichtigsten Möglichkeiten der Anpassung der Rotorgeometrie an die dreidimensionale Strömung vorgestellt worden.

Die Analyse der Literaturrecherche zeigt, dass es bereits zahlreiche Arbeiten auf dem Gebiet der Optimierung von Beschaukelungen gibt. Dies betrifft insbesondere die Optimierung von Rotoren aber auch die von Statoren. Keine der vorgestellten Arbeiten befasst sich jedoch mit einem vollständig dreidimensionalen Entwurf einer Schaufel durch Anpassung der Geometrie an die komplexen dreidimensionalen Strömungsphänomene. Die verschiedenen Arbeiten beschränken sich lediglich auf Einzelaspekte. Dies sind die Anwendung von Pfeilung und/oder V-Stellung mit bzw. ohne Spalt und die Optimierung der Profilgeometrie an ausgewählten Profilschnitten. Eine Kombination der Optimierung aller Geometrieparameter wird jedoch in keiner der bekannten Arbeiten untersucht. Diese Kombination ist jedoch für eine erschöpfende Optimierung notwendig, da jede Änderung eines der Geometrieparameter Einfluss auf das aerodynamische Verhalten der gesamten Schaufel hat und damit auch Einfluss auf alle anderen Geometrieparameter hat.

Dieser Zusammenhang hat zur Folge, dass nur durch einen dreidimensionalen Entwurf der Schaufel eine optimale Lösung gefunden werden kann. Dies können herkömmliche S1S2-Verfahren nicht leisten, da hier weder die gegenseitige Beeinflussung einzelner Profilschnitte noch die Sekundärströmungsphänomene an den Rändern berücksichtigt werden.

Daher wird in dieser Arbeit ein neuer Ansatz gewählt, der zum Ziel hat, eine Methodik für einen besseren dreidimensionalen Entwurf einer Rotorschaukel zu entwickeln. Dies geschieht durch die Berücksichtigung der dreidimensionalen Beschaffenheit des Strömungsfeldes und der drei in Kapitel 2 beschriebenen Möglichkeiten der Geometrie-Anpassung: Pfeilung, V-Stellung und Profilentwurf. Dabei liegt das Hauptaugenmerk auf der Verbesserung der besonders kritischen Randbereiche des Rotors:

- nahe der Nabe mit der festen Wand und
- nahe dem Gehäuse mit Spalt und rotierender Wand.

Um dieses Ziel zu erreichen, sind die im vorangegangenen Kapitel vorgestellten Arbeiten von großer Bedeutung, da sie wichtige Hinweise für den dreidimensionalen Entwurf geben.

Aus [47] und [111] lässt sich entnehmen, dass eine Reduzierung der Belastung und eine Umverteilung der Belastung in Sehnenrichtung der spaltnahen Rotoraußenschnitte sowie eine Verringerung der relativen Spaltweite [51] zu einer Stabilisierung der Spaltströmung führen. Dies kann durch die Einführung von Pfeilung [85, 86], Sehnenlängenverlängerung [54] bzw. Anwendung einer geeigneten Profilgeometrie [111, 112] erreicht werden.

An den Schnitten nahe der festen Wände ist eine Entlastung der vorderen Schaufelhälfte zum Beispiel bei [9], [76] und [81] als optimal erkannt worden, um die Wandverluste (Eckenablösung) zu reduzieren. Dies kann durch Anwendung von Pfeilung und/oder V-Stellung [9], [28], [78], [81], [93] und auch durch eine Optimierung der Profilgeometrie erreicht werden [110]. In der Region um die Schaufelmitte kann ebenfalls durch eine Optimierung der Profilgeometrie und der Rotoranströmung der Verlust gesenkt werden [106 - 108].

Aufbauend auf diesen Erkenntnissen wird eine neue Entwurfsmethodik entwickelt, die es erlaubt, alle Schaufelgestaltungsaspekte parallel zu berücksichtigen und einen systematischen Entwurf durchzuführen. Diese Methodik unterteilt sich in mehrere Schritte:

- Die systematische und gezielte Anwendung von Pfeilung und V-Stellung zur Optimierung der Schaufelform erfordert das Verständnis ihrer globalen und lokalen Wirkungsweise auf die dreidimensionale Belastungsverteilung der Schaufel in Abhängigkeit von ihrer Größe und ihrer Ausdehnung. Zu diesem Zweck wird im Rahmen dieser Arbeit aus einem bestehenden Wirbelleiter-Panelverfahren für die Berechnung der dreidimensionalen reibungslosen Strömung (Abschnitt 4.2) ein neues Nachrechenverfahren abgeleitet (Abschnitt 4.3).
- Die Verbesserung der Profilgeometrie, das heißt einer der dreidimensionalen Strömungsumgebung und Schaufelform angepassten Profilierung, wird durch Anwendung eines neuen, im Rahmen dieser Arbeit geschaffenen Entwurfsverfahrens (Abschnitt 5.2) realisiert. Dieses Verfahren wird aus dem zuvor abgeleiteten Nachrechenverfahren entwickelt.

Das Nachrechenverfahren wird zur Durchführung einer Parameterstudie (Abschnitt 4.4) verwendet, um den Einfluss der einzelnen geometrischen Größen der Pfeilung und V-Stellung isoliert und in Kombination auf die wand- bzw. spaltnahen Schaufelschnitte zu analysieren. Das Ergebnis dieser Untersuchung ist die Möglichkeit für jede Rotorschaukel eine passende Vorderkantengeometrie (Pfeilung), Hinterkantengeometrie und Auffädung der Profilschnitte in Umfangsrichtung (V-Stellung) zu ermitteln.

Mit dem Entwurfsverfahren kann anschließend eine verbesserte Profilgeometrie ermittelt werden. Dazu werden die zuvor auf Basis der Parameterstudie optimierte Schaufelform und die aerodynamischen Randbedingungen sowie die gewünschte dreidimensionale Belastungsverteilung der Schaufel als Eingabegrößen genutzt und invers eine radiale Skelettlinienverteilung berechnet (Abschnitt 5.3). Diese Verteilung ergibt in Kombination mit einer geeigneten Dickenverteilung und der optimierten Schaufelform eine dreidimensionale Rotorschaukel, die unter Zuhilfenahme von S1-Schaukelchnittrechnungen (blade-to-blade Rechnungen) auf An- und Abströmwinkel justiert, fertig entworfen ist.

Diese Methodik wird schließlich, wie oben geschildert, auf eine Rotorbeschaufelung angewandt und ihre Wirksamkeit wird mit einem Testlauf in einem Verdichterprüfstand experimentell untersucht und validiert (Kapitel 7 und 8).

4 Optimierung der Schaufelform (Pfeilung und V-Stellung)

4.1 Vorbemerkung

Um den qualitativen Einfluss der Schaufelparameter Pfeilung und V-Stellung auf die komplexe Strömung um eine Rotorschaukel zu ermitteln und zu verstehen, ist es notwendig ein Verfahren zu entwickeln, in dem dieser Einfluss isoliert betrachtet werden kann und in dem die einzelnen Parameter getrennt voneinander variiert werden können. Dies ist mit den aus der Industrie bekannten numerischen 3D-Lösungsverfahren nur iterativ und daher sehr zeitaufwendig unter Einsatz großer Rechenleistung möglich.

Hier wird deshalb ein Panelverfahren [114] angewandt, das auf dem Ansatz der linearen Tragflügelverfahren basiert. Diese Vorgehensweise ist dann korrekt, wenn die Schaufelgeometrie und die Anströmbedingungen die Randbedingungen der linearisierten Potentialgleichung erfüllen. Das bedeutet: kleine Anstellwinkel, Drehungsfreiheit, keine transsonische Anströmung, kleine Wölbung und lineare Abhängigkeit vom Anstellwinkel und große, idealerweise unendliche Streckung [115]. Ein solches Verfahren ist geeignet, die dreidimensionale Belastungsverteilung einer Schaufel reibungslos zu berechnen.

Aus der Literatur sind zahlreiche solcher Panelverfahren für die Anwendung auf Tragflügel bekannt [116, 117]. Das Verfahren von *Bertin & Smith* [117] dient hier als Grundlage (Abschnitt 4.2). Dieses Verfahren ist speziell für die Anwendung bei Tragflügeln endlicher Spannweite mit großer Streckung mit konstanter Pfeilung und V-Stellung sowie Sehnenlänge entwickelt worden. Für die Berechnung des Einflusses von Pfeilung und V-Stellung bei Verdichterschaukeln ist das Verfahren jedoch nicht geeignet. Daher wird der Ansatz von *Bertin & Smith* in dieser Arbeit dahingehend weiterentwickelt. Dabei wird auf die Vorarbeiten von *Clemen* [90, 118] zurückgegriffen.

Da die Anwendung von Pfeilung und V-Stellung bei Rotoren ausschließlich in den Randbereichen der Schaufel, d.h. nahe der festen Wand (Nabe) bzw. nahe dem Spalt (Gehäuse) sinnvoll ist, vergleiche Abschnitt 2.3.1, sind folgende Änderungen des Verfahrens von *Bertin & Smith* notwendig:

- Die Schaufel wird an einer Seite (Wand) gespiegelt und simuliert so den Mittelschnitt eines Tragflügels. Auf der anderen Seite wird die Schaufel ins Unendliche verlängert. Damit ist es möglich, den isolierten Einfluss von Pfeilung und V-Stellung auf die wandnahen Schnitte ohne Beeinflussung durch die gegenüberliegende Wand zu erhalten. Ist dieser Einfluss gewünscht, können die Ergebnisse von Rechnungen für beide Seiten zu dem einer endlichen Schaufel überlagert werden.
- Um den Einfluss eines Rotorspaltes zu berücksichtigen, wird ein einfaches Spaltmodell eingeführt, um dessen potentialtheoretischen Einfluss auf die Belastungsverteilung der Schaufel in Wechselwirkung mit Pfeilung und V-Stellung berechnen zu können.
- Da weder Pfeilung und V-Stellung noch die Sehnenlänge in Rotoren konstant über der Schaufelhöhe sind, wird das Verfahren dahingehend erweitert, beliebige Schaufelformen verarbeiten zu können.

Die Weiterentwicklung des Verfahrens ist in Abschnitt 4.3 beschrieben. Das Verfahren selbst ist in der Programmiersprache FORTRAN programmiert. In Abschnitt 4.3.7 wird das

Programm validiert und in Abschnitt 4.4 kommt es bei einer Parameterstudie zum Einsatz, um die optimierte Schaufelform eines Verdichtertrotors zu bestimmen.

4.2 Panelverfahren für den ebenen Einzelflügel endlicher Spannweite

4.2.1 Allgemeiner Ansatz

Der Abschnitt 4.2 beschreibt das in Abschnitt 4.1 erwähnte Panelverfahren für den ebenen Einzelflügel endlicher Spannweite von *Bertin & Smith* [117] zur Berechnung der Belastungsverteilung eines gegebenen Flügels mit Wölbung.

Als Ansatz des Verfahrens dient im vorliegenden Fall nicht die Überlagerung des Auftriebs- und des Dickenproblems [119] für angestellte Profile, sondern das Problem wird lediglich für die Skelettlinie gelöst, da sie primär die Belastungsverteilung der Schaufel bestimmt. Dieser Ansatz liefert hinreichend genaue Ergebnisse, wie in Abschnitt 4.2.6 gezeigt wird.

Beim Auftriebsproblem wird ein angestelltes Skelett, also ein Profil ohne Dicke, mit der maximalen relativen Wölbung f/l untersucht. Solche Skelettlinien können unterschiedlichste Formen haben. In Abbildung 4.1 ist in Anlehnung an *Schlichting* [96] eine Übersicht über einige Skelettformen mit den Definitionen ihrer Konturkoordinate $z_k(x)$ und ihrer örtlichen Neigung gegeben. Weitere Definitionen finden sich zum Beispiel in [99] und [120 - 122] oder können beliebig durch Vorgabe der örtlichen Neigung festgelegt werden.

Kreisbogen	
$z_k(x, y) = \sqrt{R^2 - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2} - \left(R - \frac{f}{l}\right)$ <p style="text-align: center;">mit $R = \frac{1}{2} \frac{f}{l} l + \frac{l^2}{8 \frac{f}{l}}$</p>	$\delta = \arctan \frac{-\left(x - \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{f}{l} l + \frac{l^2}{8 \frac{f}{l}}\right)^2 - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2}}$
Parabel	
$z_k(x, y) = -4 \frac{f}{l^2} x^2 + 4 \frac{f}{l} x$	$\delta = \arctan \left(-8 \frac{f}{l^2} x + 4 \frac{f}{l}\right)$
A10	
$z_k(x, y) = -\frac{f}{l} \ln 2 \left[\left(1 - \frac{x}{l}\right) \ln \left(1 - \frac{x}{l}\right) + \frac{x}{l} \ln \frac{x}{l} \right]$	$\delta = \arctan \left[\frac{f}{l} \ln 2 \ln \left(1 - \frac{x}{l}\right) + \frac{1}{l} \ln \frac{x}{l} \right]$

Abbildung 4.1: Skelettformen

Zur Lösung des Auftriebsproblems ist das Panelverfahren von *Bertin & Smith* [117], das zu den aus der Tragflügelaerodynamik bekannten Wirbelleiterverfahren zählt, siehe auch [97] und [123], sehr gut geeignet. Die Grundlage der Wirbelleiterverfahren ist es, den Tragflügel mit diskreten Hufeisenwirbeln, bestehend aus einem gebundenen und einem freien Anteil, zu belegen [97], [117]. Dazu wird der Flügel mit sogenannten Panels (diskreten Flächen) belegt

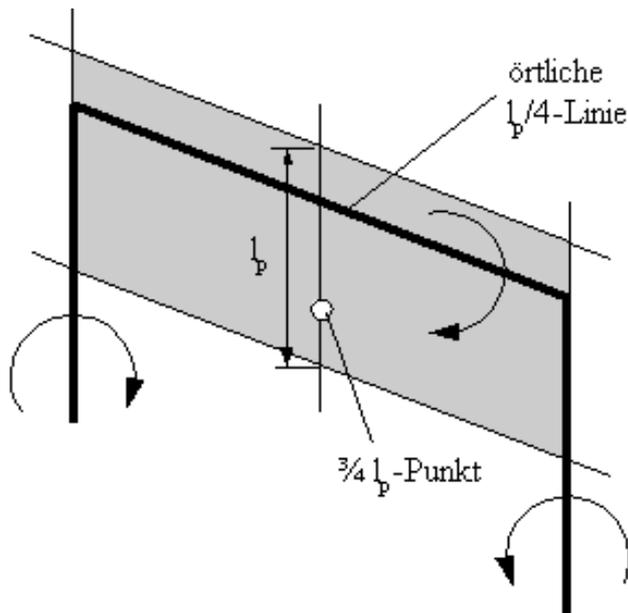


Abbildung 4.2: Hufeisenwirbel auf einem Panel

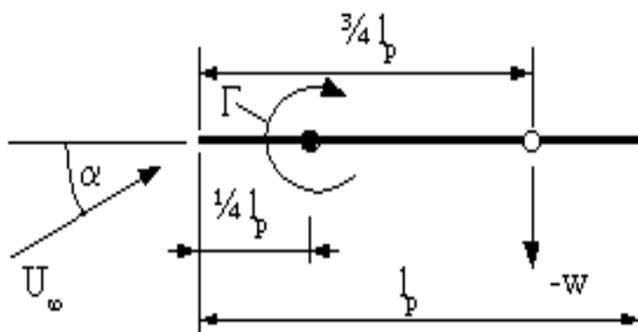


Abbildung 4.3: Theorem von Pistoletti

und in jedem Panel ein Hufeisenwirbel angeordnet, Abbildung 4.2. Dieser Ansatz ist zulässig, wenn die Anstellwinkel nicht größer als 5° sind und die Streckung $\Lambda > 2$ ist. Ansonsten muss ein nichtlinearer, iterativer Ansatz gewählt werden [115].

Die einzelnen Hufeisenwirbel repräsentieren die Zirkulation des jeweiligen Panels. Die freien Wirbelanteile verlassen als halb-unendliche Wirbel das Panel. Da auf die Schliessung der Wirbel im Unendlichen verzichtet wird, werden die *Helmholtz'schen* Wirbelsätze zwar nicht erfüllt, dies hat jedoch keinen Einfluss auf das Ergebnis. Aufgabe ist es nun, die Stärke jedes Wirbels, das heißt seine Zirkulation, zu bestimmen. Bei $M \times N$ Panels ergeben sich somit $M \times N$ unbekannte Zirkulationen Γ . Jede dieser Zirkulationen induziert auf dem Panel eine Störgeschwindigkeit [117]. Um das Problem zu lösen, ist es wichtig zu beachten, dass der tragende Anteil des Hufeisenwirbels auf die $l_p/4$ – Linie des Panels angeordnet wird und der Aufpunkt, in dem die induzierte Geschwindigkeit angreift im $3/4 l_p$ – Punkt des Mittelschnitts des Panels liegt, Abbildung 4.3. Dies folgt aus dem Theorem von *Pistoletti* [97].

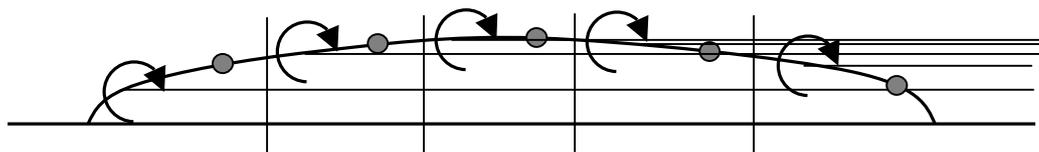


Abbildung 4.4: Wirbel- und Aufpunktbelegung auf der Skelettkontur

Die Wirbel und die Aufpunkte werden auf der Skelettlinie angeordnet, Abbildung 4.4. Das hat den Vorteil, dass die tatsächlichen induzierten Geschwindigkeiten berechnet werden können. Nachteil ist jedoch, dass die nach hinten abgehenden nichttragenden freien Wirbelfäden sich nicht an die Kontur anschmiegen und erst an der Hinterkante abströmen. Stattdessen setzen sie sich, wie in Abbildung 4.4 ersichtlich ist, parallel zur x - z -Ebene geradlinig bis ins Unendliche fort [115]. Da im Rahmen dieser Arbeit aber ausschließlich Fälle mit relativ kleiner Wölbung untersucht werden, ist diese Näherung erlaubt.

In den folgenden Abschnitten werden alle notwendigen Randbedingungen und Gleichungen zur Berechnung der Belastungsverteilung eines endlichen Tragflügels mit dem Panelverfahren

nach *Bertin & Smith* beschrieben, sowie Ergebnisse von Beispielrechnungen zur Validierung des Verfahrens gezeigt.

4.2.2 Grundrissformen

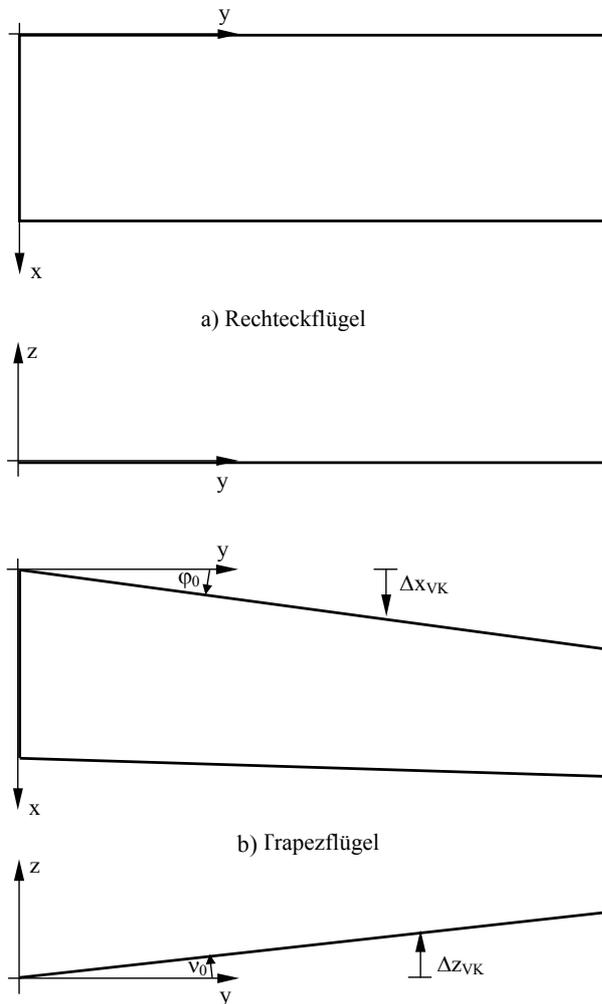


Abbildung 4.5: Grundrissformen:
a) Rechteckflügel, b) Trapezflügel mit V-Stellung

Die wichtigste Eingabe für das Panelverfahren ist die Form des zu berechnenden Flügels. Diese besteht aus der gewölbten Oberfläche (Skelettlinie ohne Dicke), die mit den Gleichungen aus Abbildung 4.1 in Anlehnung an [96] bestimmt ist, und aus dem Grundriss des Flügels, der sich aus dem Verlauf seiner Vorder- und Hinterkante im Raum ergibt. Das Verfahren von *Bertin & Smith* [117] verarbeitet die für die Anwendung bei Tragflügel relevanten Fälle ohne Pfeilung bzw. V-Stellung (Rechteckflügel), sowie alle weiteren Flügelformen mit konstanter Pfeilung bzw. V-Stellung (Trapezflügel), siehe Abbildung 4.5. Der Vorderkantenverlauf Δx_{VK} des Flügels lässt sich dann in Abhängigkeit vom Pfeilungswinkel φ_0 und der Spannweitenkoordinate y als Gerade definieren (Gleichung 4.1).

$$\Delta x_{VK} = y \tan \varphi_0 \quad (4.1)$$

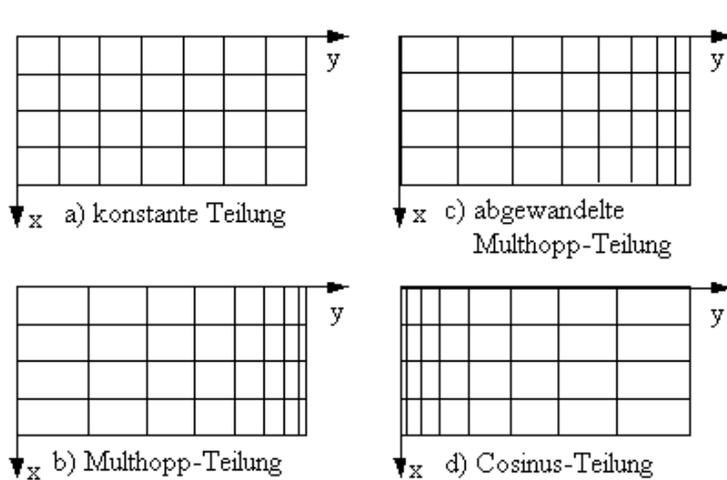
Die V-Stellung lässt sich analog darstellen. Dazu wird lediglich in Gleichung 4.1 der Winkel φ_0 durch den Winkel der V-Stellung ν_0 und die Koordinate der Vorderkante Δx_{VK} durch die Koordinate Δz_{VK} ersetzt, vergleiche Abbildung 4.5. Dies ist so einfach möglich, weil das Verfahren auf unverwundene (ebene) Tragflügel beschränkt ist.

4.2.3 Panelbelegung, Wirbelbelegung und Aufpunkte

Der Grundgedanke bei allen Panelverfahren ist eine Diskretisierung der Schaufelgeometrie durch eine Belegung mit Paneln. Die Verteilung der Panel und deren Anzahl sowohl in Tiefen- als auch in Höhenrichtung ist dabei von entscheidender Bedeutung für die Qualität der Ergebnisse des Verfahrens.

Für die Panelverteilung in Tiefen- und in Höhenrichtung gibt es mehrere Möglichkeiten [115], die in Abbildung 4.6 dargestellt sind.

Für die Anwendung bei Tragflügeln endlicher Spannweite ist eine gute Auflösung der Ergebnisse sowohl in Höhen- als auch Tiefenrichtung wichtig, daher wird von *Bertin & Smith* die konstante Teilung gemäß Variante a) verwendet.



Die Koordinaten der einzelnen Panel P in Spannweiten- und Tiefenrichtung lassen sich bei der Wahl einer solchen Teilung einfach berechnen. So ergibt sich die Koordinate y_P in Spannweitenrichtung aus der Anzahl der Panel N , der Spannweite h und dem fortlaufenden Index $j = 0 \dots N$ (Gleichung 4.2 und Abbildung 4.7).

$$y_P = \frac{h}{N} j \quad (4.2)$$

Abbildung 4.6: Möglichkeiten der Panelverteilung in Spannweitenrichtung eines endlichen Flügels

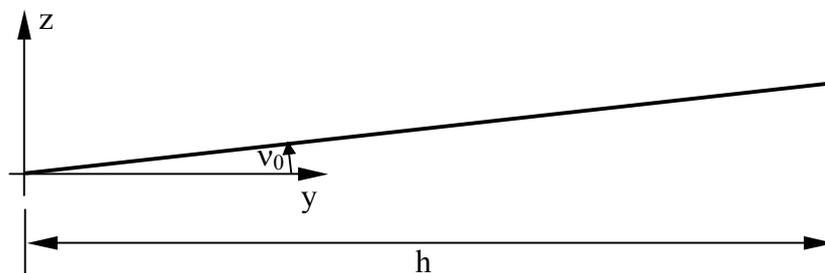
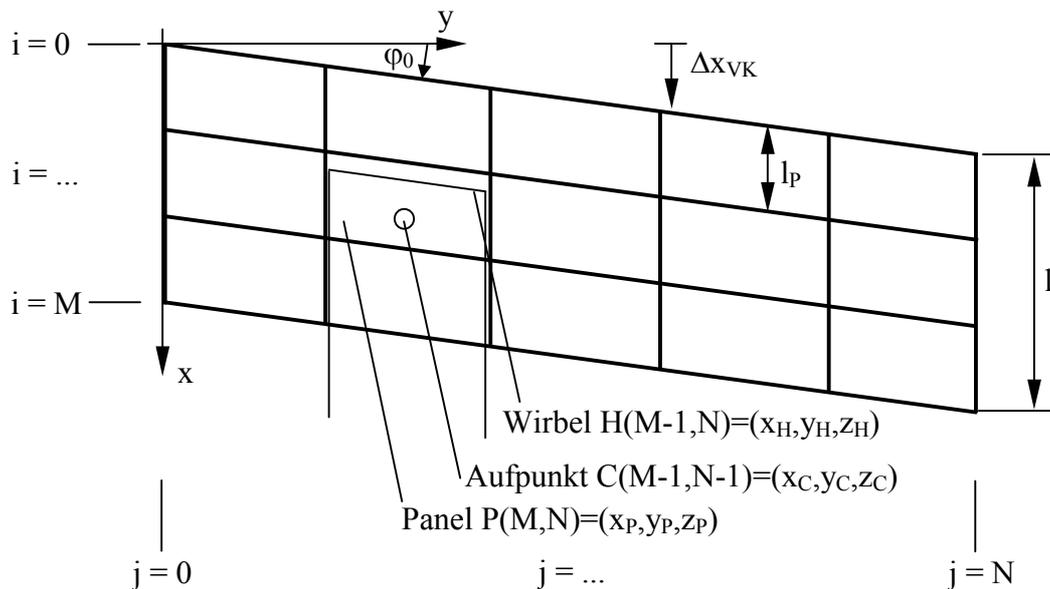


Abbildung 4.7: Panelbelegung, Wirbelbelegung und Aufpunkte

In Tiefenrichtung lässt sich die Koordinate x_P mit der Sehnenlänge l , der Anzahl der Panel M und dem Index $i = 0 \dots M$ ähnlich berechnen (Gleichung 4.3 und Abbildung 4.7), jedoch muss hier die Vorderkantenkoordinate aus Gleichung 4.1 in die Gleichung eingefügt werden.

$$x_P = \frac{l}{M} i + \Delta x_{VK} \quad (4.3)$$

Wird ein Flügel mit V-Stellung gerechnet, ist auch die z-Koordinate z_P (Abbildung 4.7) für die Bestimmung der Panelkoordinaten relevant. Diese bestimmt sich nach Gleichung 4.4 mit Hilfe von y_P aus Gleichung 4.2 und der lokalen Konturkoordinate der Skelettlinie $z_K(x_P - \Delta x_{VK})$ aus Abbildung 4.1.

$$z_P = y_P \tan \nu_0 + z_K(x_P - \Delta x_{VK}) \quad (4.4)$$

Das gleiche Vorgehen wird auch für die Bestimmung der Koordinaten der Eckpunkte der Hufeisenwirbel und der Aufpunkte gewählt.

Die Lage in y-Richtung der Eckpunkte des Hufeisenwirbels y_H bestimmt sich analog zu Gleichung 4.2. Für die Aufpunkte C, deren Lage sich in Spannweitenrichtung genau mittig zwischen den nichttragenden Wirbelfäden befindet (Abbildung 4.2), gilt dagegen Gleichung 4.5.

$$y_C = \frac{h}{N} \left(j + \frac{1}{2} \right) \quad \text{mit } j = 0 \dots N-1 \quad (4.5)$$

Die Lage in x-Richtung ist für den Hufeisenwirbel H dadurch bestimmt, dass er auf einem Viertel der Länge eines individuellen Panels $l_P = l/M$ liegt, Abbildung 4.2. Der dazugehörige Aufpunkt C liegt dann nach *Pistoletti* bei $\frac{3}{4} l_P$, vergleiche Abschnitt 4.1. Die Koordinaten ergeben sich dann mit:

$$x_H = \frac{l}{M} \left(i + \frac{1}{4} \right) + \Delta x_{VK} \quad \text{mit } i = 0 \dots M-1 \quad (4.6)$$

$$x_C = \frac{l}{M} \left(i + \frac{3}{4} \right) + \Delta x_{VK} \quad \text{mit } i = 0 \dots M-1 \quad (4.7)$$

Die Lage in z-Richtung bestimmt sich analog zu Gleichung 4.4 mit der jeweiligen y-Koordinate des Wirbels bzw. Aufpunkts und der dazugehörigen Konturkoordinate z_K .

Damit ist die Lage aller Panel, Hufeisenwirbel und Aufpunkte auf dem Flügel festgelegt. Die Voraussetzungen für die Berechnung der Belastungsverteilung der Schaufel sind damit gegeben.

4.2.4 Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten

In Abbildung 4.8 aus [117] ist ein vollständig diskretisiertes, mit Wirbeln und Aufpunkten belegtes Modell eines Tragflügels dargestellt. Um für einen solchen Tragflügel die dreidimensionale Belastungsverteilung zu bestimmen, muss in jedem Aufpunkt die durch alle freien und gebundenen Wirbel induzierte Geschwindigkeit berechnet werden [90, 117].

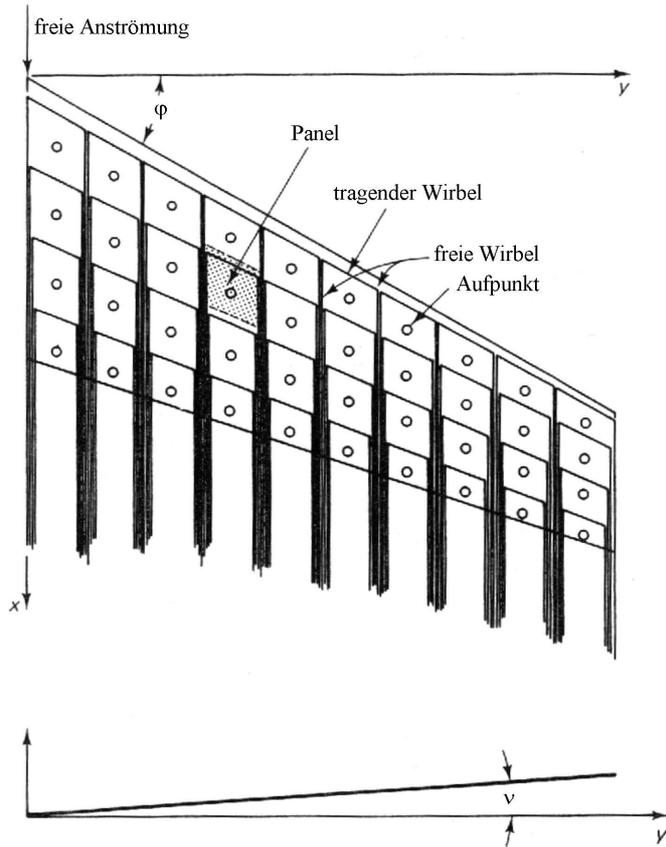


Abbildung 4.8: Vollständig diskretisierter Tragflügel nach *Bertin & Smith* [117]

Die in den Aufpunkten induzierten Geschwindigkeiten lassen sich nach dem Gesetz von *Biot-Savart* berechnen. Allgemeiner Ansatz für die Berechnung ist der räumlich gekrümmte Wirbelfaden, Abbildung 4.9, vergleiche [124]. Dieser hat nach *Thomson*, siehe [96], die konstante Zirkulation Γ . Die Koordinate entlang des Wirbelfadens ist l , das induzierende Element des Wirbelfadens ist dl . Der Ortsvektor vom Wirbelfaden zu einem Punkt P ist r . Die induzierte Geschwindigkeit $d\vec{V}$ steht senkrecht auf der durch dl und r aufgespannten Fläche. Nach *Biot-Savart* induziert dl in P:

$$d\vec{V} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{r} \times d\vec{l}}{r^3} \quad (4.8)$$

$$\vec{V} = \oint \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{r} \times d\vec{l}}{r^3} \quad (4.9)$$

Die Gesamtinduktion aller Elemente dl ergibt sich durch Integration von Gleichung 4.8 mit Gleichung 4.9.

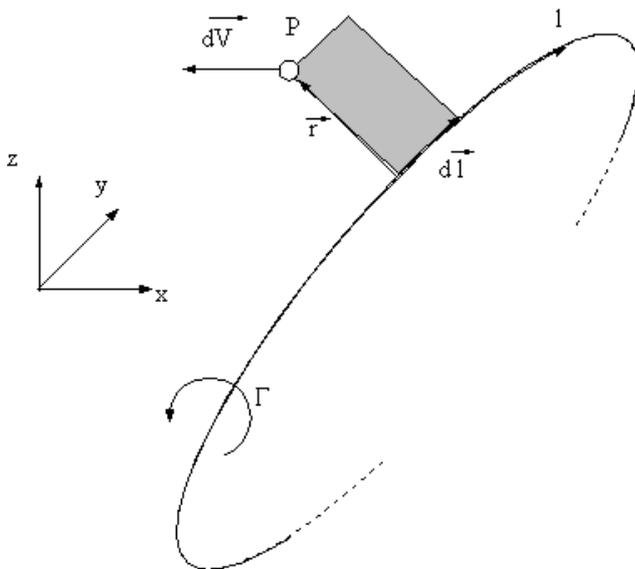


Abbildung 4.9: Der räumlich gekrümmte Wirbelfaden

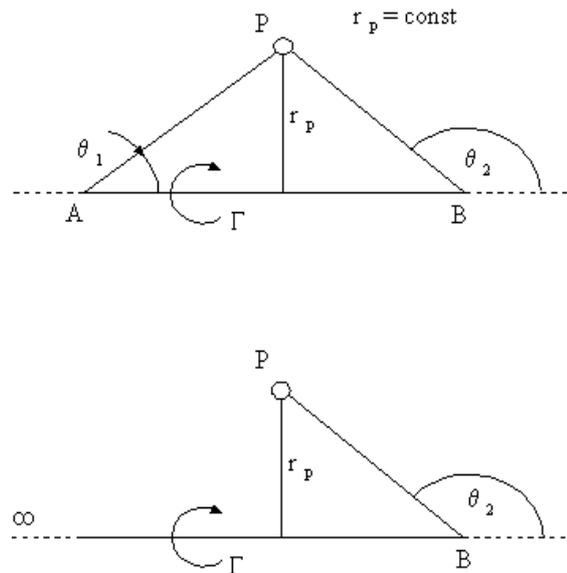


Abbildung 4.10: Berechnung der induzierten Geschwindigkeit in einem Punkt P durch einen endlichen Wirbelfaden AB und einen halbunendlichen Wirbelfaden B_∞

Dieses Modell kann auf eine ebene Betrachtung vereinfacht werden, da Aufpunkt und Wirbel auf dem Panel in einer gemeinsamen Ebene liegen und der Wirbel nur in einer Ebene gekrümmt ist, vergleiche [117]. Es ist damit ausreichend sich auf zwei Spezialfälle zu beschränken:

- den geraden endlichen Wirbelfaden, Abbildung 4.10 (oben), der den gebundenen Anteil des Hufeisenwirbels repräsentiert, und
- den einseitig ins Unendliche verlaufenden Wirbelfaden, Abbildung 4.10 (unten), der den freien Anteil des Hufeisenwirbels darstellt.

Durch Umformen von Gleichung 4.8 unter Verwendung der Größen aus Abbildung 4.10 und Abbildung 4.11 aus [117] ergibt sich die Ableitung der induzierten Geschwindigkeit für den endlichen Wirbelfaden entsprechend [117] zu:

$$dV = \frac{\Gamma \sin \theta \, dl}{4\pi r^2} \quad (4.10)$$

Durch Integration von Gleichung 4.10 und Einsetzen von $r = r_p / \sin \theta$ und einsetzen von dl mit Hilfe von Abbildung 4.11 zu $dl = r_p \, d\theta / \sin^2 \theta$ erhält man die induzierte Geschwindigkeit V :

$$V = \frac{\Gamma}{4\pi r_p} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \, d\theta = \frac{\Gamma}{4\pi r_p} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \quad (4.11)$$

Für den halbunendlichen Wirbelfaden, bei dem θ_1 zu Null wird, Abbildung 4.10, erhält man die Geschwindigkeit analog mit Gleichung 4.12.

$$V = \frac{\Gamma}{4\pi r_p} (1 - \cos \theta_2) \quad (4.12)$$

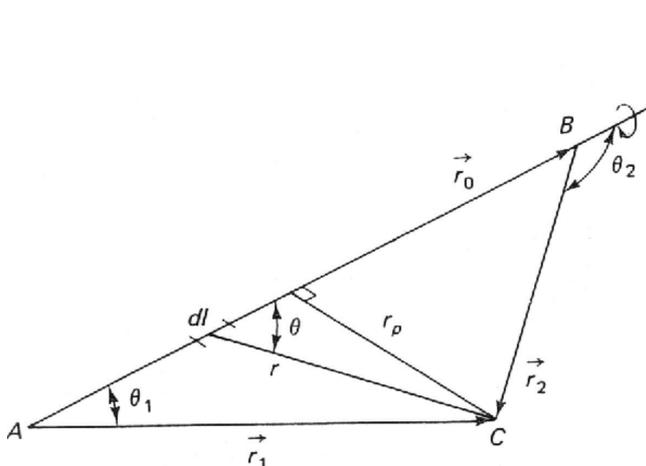


Abbildung 4.11: Bezeichnungen zur Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten durch einen endlichen Wirbelfaden [117]

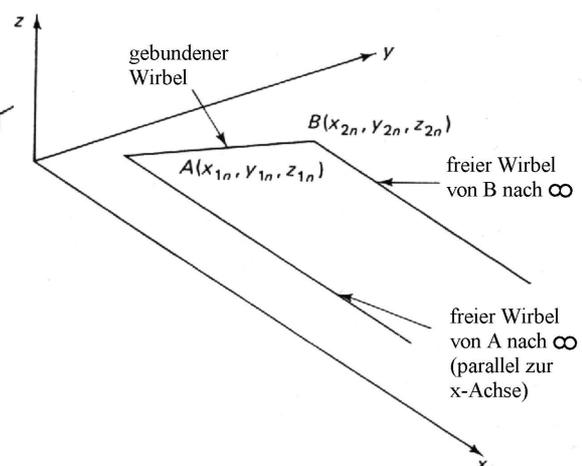


Abbildung 4.12: Lage des Hufeisenwirbels im dreidimensionalen Raum [117]

Unter Anwendung der Gleichungen 4.13, die sich geometrisch aus Abbildung 4.11 herleiten lassen, lässt sich Gleichung 4.11 für den tragenden Anteil des Wirbels in die Gleichung 4.14 umformen. Dabei kürzt sich r_0 gemäß den Gleichungen 4.13 heraus.

$$\cos \theta_1 = \frac{\vec{r}_0 \vec{r}_1}{r_0 r_1} \quad \cos \theta_2 = \frac{\vec{r}_0 \vec{r}_2}{r_0 r_2} \quad r_p = \frac{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|}{r_0} \quad (4.13)$$

$$\vec{v} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|^2} \left(\frac{\vec{r}_0 \vec{r}_1}{r_1} - \frac{\vec{r}_0 \vec{r}_2}{r_2} \right) \quad (4.14)$$

Diese Gleichung ist die Grundgleichung zur Berechnung der durch die Hufeisenwirbel induzierten Geschwindigkeit in dem Panelverfahren nach *Bertin & Smith* [117].

Die Anteile der halbunendlichen Wirbelfäden lassen sich durch Einsetzen von Gleichung 4.13 in Gleichung 4.12 analog berechnen.

$$\vec{v} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|^2} \left(1 - \frac{\vec{r}_0 \vec{r}_2}{r_2} \right) \quad (4.15)$$

Auf Basis von Gleichung 4.14 und Gleichung 4.15 kann nun die von jedem beliebig im Raum liegenden Hufeisenwirbel (Abbildung 4.12) in jedem beliebigen Punkt induzierte Geschwindigkeit V berechnet werden. Die induzierte Geschwindigkeit setzt sich im dreidimensionalen Raum aus den Komponenten u , v und w in x , y und z Koordinatenrichtung zusammen. Die Lage der Wirbel und der Aufpunkte im dreidimensionalen Raum, sowie deren Verbindungsvektoren lassen sich mit Hilfe von Abbildung 4.13 bestimmen. Die Vektoren zwischen den Endpunkten A und B des tragenden Wirbelfadens und dem Aufpunkt $C = (x \ y \ z)^T$ im Raum ergeben sich dann zu:

$$\vec{r}_0 = \vec{AB} = \begin{pmatrix} x_{2n} - x_{1n} \\ y_{2n} - y_{1n} \\ z_{2n} - z_{1n} \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \end{pmatrix} = (x_{2n} - x_{1n})i + (y_{2n} - y_{1n})j + (z_{2n} - z_{1n})k \quad (4.16)$$

$$\vec{r}_1 = \begin{pmatrix} x - x_{1n} \\ y - y_{1n} \\ z - z_{1n} \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \end{pmatrix} = (x - x_{1n})i + (y - y_{1n})j + (z - z_{1n})k \quad (4.17)$$

$$\vec{r}_2 = \begin{pmatrix} x - x_{2n} \\ y - y_{2n} \\ z - z_{2n} \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \end{pmatrix} = (x - x_{2n})i + (y - y_{2n})j + (z - z_{2n})k \quad (4.18)$$

Setzt man die Gleichungen 4.16, 4.17 und 4.18 in Gleichung 4.14 ein, lassen sich die induzierten Geschwindigkeiten durch den tragenden Wirbelfaden AB berechnen.

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{V}_{AB} = & \frac{\Gamma_n}{4\pi} \{ [(y - y_{1n})(z - z_{2n}) - (y - y_{2n})(z - z_{1n})]i - \\
& [(x - x_{1n})(z - z_{2n}) - (x - x_{2n})(z - z_{1n})]j + \\
& [(x - x_{1n})(y - y_{2n}) - (x - x_{2n})(y - y_{1n})]k \} / \\
& \{ [(y - y_{1n})(z - z_{2n}) - (y - y_{2n})(z - z_{1n})]^2 + \\
& [(x - x_{1n})(z - z_{2n}) - (x - x_{2n})(z - z_{1n})]^2 + \\
& [(x - x_{1n})(y - y_{2n}) - (x - x_{2n})(y - y_{1n})]^2 \} * \\
& \left\{ \frac{(x_{2n} - x_{1n})(x - x_{1n}) + (y_{2n} - y_{1n})(y - y_{1n}) + (z_{2n} - z_{1n})(z - z_{1n})}{\sqrt{(x - x_{1n})^2 + (y - y_{1n})^2 + (z - z_{1n})^2}} - \right. \\
& \left. \frac{(x_{2n} - x_{1n})(x - x_{2n}) + (y_{2n} - y_{1n})(y - y_{2n}) + (z_{2n} - z_{1n})(z - z_{1n})}{\sqrt{(x - x_{2n})^2 + (y - y_{2n})^2 + (z - z_{2n})^2}} \right\}
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Die Anteile der nichttragenden Wirbelfäden lassen sich aus [Gleichung 4.19](#) herleiten. Am Beispiel des Wirbelfadens, der von Punkt A parallel zur x-Achse gegen unendlich läuft ([Abbildung 4.12](#)), wird diese Herleitung hier durchgeführt. Der virtuelle Endpunkt dieses Wirbels wird D genannt. Seine Koordinaten sind $D = (x_{3n}, y_{3n}, z_{3n})$, wobei die Koordinaten in y und z denen des Punktes A entsprechen ([Abbildung 4.13](#)), da der Wirbelfaden parallel zur x-Achse verläuft. Damit gilt $D = (x_{3n}, y_{1n}, z_{1n})$. Setzt man diese Koordinaten anstelle von Punkt B in [Gleichung 4.19](#) ein, verrechnet diese und klammert aus, erhält man:

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{V}_{AD} = & \frac{\Gamma_n}{4\pi} \{ [(y - y_{1n})(z - z_{1n}) - (y - y_{1n})(z - z_{1n})]i - \\
& [(x - x_{1n})(z - z_{1n}) - (x - x_{3n})(z - z_{1n})]j + \\
& [(x - x_{1n})(y - y_{1n}) - (x - x_{3n})(y - y_{1n})]k \} / \\
& \{ [(y - y_{1n})(z - z_{1n}) - (y - y_{1n})(z - z_{1n})]^2 + \\
& [(x - x_{1n})(z - z_{1n}) - (x - x_{3n})(z - z_{1n})]^2 + \\
& [(x - x_{1n})(y - y_{1n}) - (x - x_{3n})(y - y_{1n})]^2 \} * \\
& \left\{ \frac{(x_{3n} - x_{1n})(x - x_{1n}) + (y_{1n} - y_{1n})(y - y_{1n}) + (z_{1n} - z_{1n})(z - z_{1n})}{\sqrt{(x - x_{1n})^2 + (y - y_{1n})^2 + (z - z_{1n})^2}} - \right. \\
& \left. \frac{(x_{3n} - x_{1n})(x - x_{3n}) + (y_{1n} - y_{1n})(y - y_{1n}) + (z_{1n} - z_{1n})(z - z_{1n})}{\sqrt{(x - x_{3n})^2 + (y - y_{1n})^2 + (z - z_{1n})^2}} \right\} = \\
& \frac{\Gamma_n}{4\pi} \{ [0]i - [(x - x_{1n})(z - z_{1n}) - (x - x_{3n})(z - z_{1n})]j + \\
& [(x - x_{1n})(y - y_{1n}) - (x - x_{3n})(y - y_{1n})]k \} / \\
& \{ [0]^2 + [0]^2 + [(x - x_{1n})(y - y_{1n}) - (x - x_{3n})(y - y_{1n})]^2 \} * \\
& \left\{ \frac{(x_{3n} - x_{1n})(x - x_{1n}) + 0 + 0}{\sqrt{(x - x_{1n})^2 + (y - y_{1n})^2 + (z - z_{1n})^2}} - \frac{0 + 0 + 0}{\sqrt{(x - x_{3n})^2 + (y - y_{1n})^2 + (z - z_{1n})^2}} \right\} = \\
& \frac{\Gamma_n}{4\pi} \{ -(z - z_{1n})[(x - x_{1n}) - (x - x_{3n})]j + (y - y_{1n})[(x - x_{1n}) - (x - x_{3n})]k \} / \\
& \{ (y - y_{1n})^2 [(x - x_{1n}) - (x - x_{3n})]^2 \} \left\{ \frac{(x_{3n} - x_{1n})(x - x_{1n})}{\sqrt{(x - x_{1n})^2 + (y - y_{1n})^2 + (z - z_{1n})^2}} \right\}
\end{aligned} \tag{4.20}$$

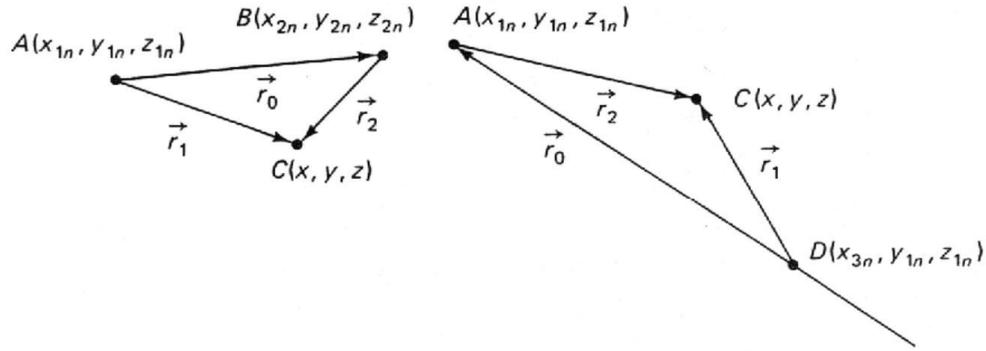


Abbildung 4.13: Bestimmung der Vektorelemente im dreidimensionalen Raum [117]

Die induzierte Geschwindigkeit $V_{A\infty}$ ergibt sich dann aus Gleichung 4.20 zu:

$$\vec{V}_{A\infty} = \frac{\Gamma_n}{4\pi} \frac{(z - z_{1n})j + (y - y_{1n})k}{(z - z_{1n})^2 + (y - y_{1n})^2} \left[1 + \frac{x - x_{1n}}{\sqrt{(x - x_{1n})^2 + (y - y_{1n})^2 + (z - z_{1n})^2}} \right] \quad (4.21)$$

Analog erhält man die induzierte Geschwindigkeit des nichttragenden Wirbelfadens der von B parallel zur x-Achse ins Unendliche läuft (Gleichung 4.22). Vergleiche dazu auch [90] und [117].

$$\vec{V}_{B\infty} = \frac{\Gamma_n}{4\pi} \frac{(z - z_{2n})j + (y - y_{2n})k}{(z - z_{2n})^2 + (y - y_{2n})^2} \left[1 + \frac{x - x_{2n}}{\sqrt{(x - x_{2n})^2 + (y - y_{2n})^2 + (z - z_{2n})^2}} \right] \quad (4.22)$$

Damit sind alle erforderlichen Gleichungen zur Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten bekannt.

Die Geschwindigkeiten, die im Aufpunkt C durch die Wirbel eines endlichen Panels n induziert werden, ergeben sich durch Addition von V_{AB} (Gleichung 4.19), $V_{A\infty}$ (Gleichung 4.21) und $V_{B\infty}$ (Gleichung 4.22):

$$\vec{V}_C = \vec{V}_{AB} + \vec{V}_{A\infty} + \vec{V}_{B\infty} \quad (4.23)$$

Im nächsten Schritt wird die Zirkulation Γ_n aus den Geschwindigkeitsgleichungen ausgeklammert. Damit berechnet sich die in einem beliebigen Aufpunkt $C_{m,n}$ durch die Wirbel von $M \times N$ Panel induzierte Geschwindigkeit V_C aus dem Abstandsvektor $C_{m,n}$, der den Abstand zwischen dem Aufpunkt und den induzierenden Wirbelfäden beschreibt, und der unbekanntem Zirkulation Γ_n :

$$\vec{V}_{C_{m,n}} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \vec{C}_{m,n} \Gamma_n \quad (4.25)$$

Für die $M \times N$ unbekanntem Geschwindigkeitsvektoren stehen damit $M \times N$ Gleichungen zur Verfügung. Als Unbekannte verbleiben nur die Zirkulationen. Mit der kinematischen Strömungsbedingung als Randbedingung, siehe Abschnitt 4.2.5, lassen sich die unbekanntem Geschwindigkeiten ermitteln. Durch Einsetzen dieser in Gleichung 4.25 ergeben sich die Zirkulationen (Abschnitt 4.2.5).

4.2.5 Randbedingungen und Gleichungssystem

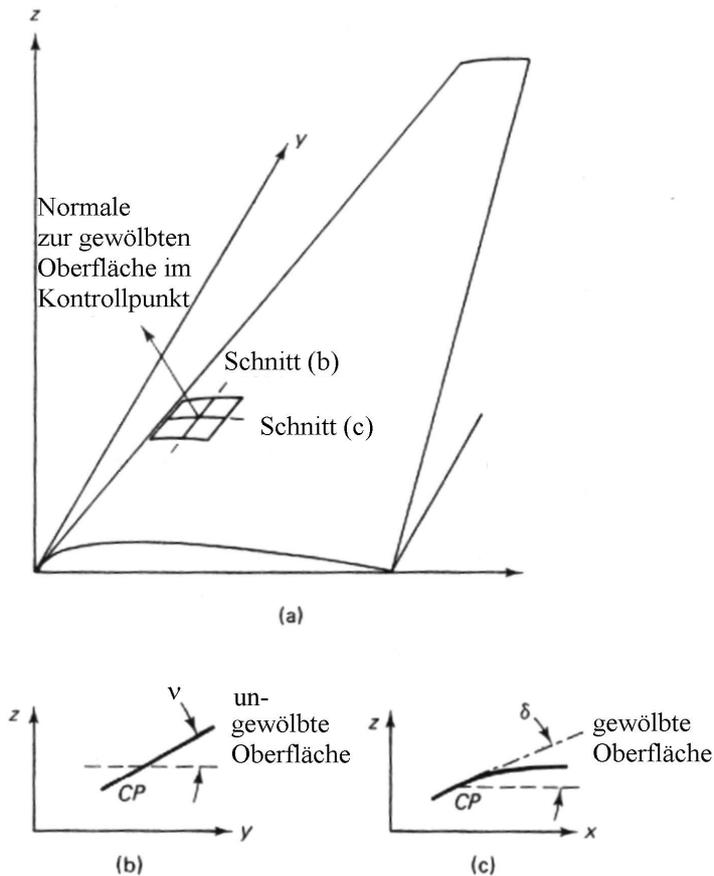


Abbildung 4.14: Kinematische Strömungsbedingung

Zur Bestimmung der unbekanntenen Zirkulationen in jedem Aufpunkt werden geeignete Randbedingungen benötigt.

- Die Störgeschwindigkeiten sind unendlich weit vor der Schaufel Null.
- Der Geschwindigkeitsvektor muss stets tangential zur Kontur sein, das heißt, die Geschwindigkeit senkrecht zur Kontur ist immer Null (Abbildung 4.8).

Das bedeutet, dass stets die Potentialgleichung der inkompressiblen Strömung (Gleichung 4.26) erfüllt werden muss.

$$\vec{V}\vec{n} = \nabla\Phi = 0 \quad (4.26)$$

Dies ist die allgemeine Form der kinematischen Strömungsbedingung [97].

Für den vorliegenden gewölbten Flügel mit V-Stellung, unter Berücksichtigung des örtlichen Neigungswinkel der Kontur δ_m , des konstanten Winkels der V-Stellung ν , Abbildung 4.14, der Anströmung mit dem konstanten Winkel α_∞ und der Geschwindigkeit U_∞ , kann Gleichung 4.26 nun nach [117] bzw. [119] umgeformt werden. Die kinematische Strömungsbedingung wird dann in den Aufpunkten $C_{m,n}$ auf der Kontur erfüllt durch:

$$\begin{pmatrix} -\sin\delta_m \cos\nu \\ -\cos\delta_m \sin\nu \\ \cos\delta_m \cos\nu \end{pmatrix} \vec{V}_{C_{m,n}} + U_\infty \sin(\alpha_\infty - \delta_m) \cos\nu = 0 \quad (4.27)$$

mit der örtlichen Neigung δ_m , vergleiche Abbildung 4.1:

$$\delta_m = \arctan\left(\frac{dz_k}{dx}\right)_m \quad (4.28)$$

Mit Gleichung 4.27, der vollständigen kinematischen Strömungsbedingung, und Gleichung 4.25 lässt sich das Gleichungssystem (Gleichung 4.29) zur Bestimmung der unbekanntenen Zirkulationen in jedem Aufpunkt $C_{m,n}$ aufstellen und lösen und damit die dreidimensionale Belastungsverteilung eines Einzelflügels bestimmen.

$$\begin{pmatrix} -\sin\delta_m \cos\nu \\ -\cos\delta_m \sin\nu \\ \cos\delta_m \cos\nu \end{pmatrix} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N C_{m,n} \Gamma_n + U_\infty \sin(\alpha_\infty - \delta_m) \cos\nu = 0 \quad (4.29)$$

4.2.6 Ergebnisse des Verfahrens

Das Panelverfahren liefert für jedes einzelne Panel die im Aufpunkt induzierten Geschwindigkeiten bzw. die örtlichen Zirkulationen. Daraus lassen sich der örtliche Druck- bzw. Auftriebsbeiwert eines jeden Panels ij der Schaufel und eines jeden Schnittes in Spannweitenrichtung j berechnen.

Aus der Literatur [98] ist der Auftriebsbeiwert für einen Profilschnitt $c_a(y)$ eines Tragflügels bekannt (Gleichung 4.30).

$$c_a(y) = \frac{2\Gamma(y)}{U_\infty l(y)} \quad (4.30)$$

Da in Gleichung 4.30 nicht der Verlauf $\Gamma(y)$ Ergebnis des Panelverfahrens ist, lässt sich $\Gamma(y)$ durch Summieren der Γ_{ij} eines jeden Profilschnitts j ermitteln. Damit ergibt sich c_{aj} eines Profilschnitts j mit Gleichung 4.31.

$$c_{aj} = \frac{2}{U_\infty l_j} \sum_{i=1}^M \Gamma_{ij} \quad (4.31)$$

Der Druckbeiwert eines Profils lässt sich allgemein für Druck- und Saugseite mit den Gleichungen 4.32 und 4.33 aus [125] berechnen.

$$c_{p,oben} = 1 - \frac{V_{oben}^2}{U_\infty^2} \quad (4.32)$$

$$c_{p,unten} = 1 - \frac{V_{unten}^2}{U_\infty^2} \quad (4.33)$$

$$\Delta c_p(y) = c_{p,oben} - c_{p,unten} = \frac{p_{oben} - p_{unten}}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2} \quad (4.34)$$

Die Druckdifferenz zwischen Druck- und Saugseite eines Profilschnitts y kann durch Differenz von Gleichung 4.32 und 4.33 ermittelt werden (Gleichung 4.34).

Da das Ergebnis des Panelverfahrens jedoch keine Druckdifferenzen sind, sondern Zirkulationen, lässt sich Δc_p für ein beliebiges Panel ij analog berechnen wie der Auftriebsbeiwert c_a in Gleichung 4.31:

$$\Delta c_{p,ij} = \frac{2}{U_\infty l_{ij}} \Gamma_{ij} \quad (4.35)$$

Abbildung 4.16 zeigt das Ergebnis der Rechnung von *Bertin & Smith* für den Anstellwinkel $\alpha = 4.2^\circ$ in der Form c_a/C_A aufgetragen über $2y/b$. Der Wert für C_A berechnet sich dabei mit $C_A = 1,0928\pi\alpha$, vergleiche dazu [117].

Neben den Ergebnissen aus *Bertin & Smith* [117] zeigt Abbildung 4.16 die korrespondierenden Ergebnisse einer Nachrechnung des gleichen Falls mit den in dieser Arbeit vorgestellten und programmierten Gleichungen mit 25 Paneln auf der Halbspannweite (50 auf der Spannweite) und 10 Paneln in Tiefenrichtung sowie den Randbedingungen $b = 2$ m und $c = 0,4$ m.

Zusätzlich zu den Ergebnissen der Rechnungen sind in Abbildung 4.16 gemessene Beiwerte des gepfeilten Flügels aus [128] dargestellt.

Man erkennt in Abbildung 4.16 die gute Übereinstimmung der gerechneten und gemessenen Werte. Insbesondere die Nachrechnung mit 50×10 Paneln repräsentiert die Effekte in der Flügelmitte bei $2y/b = 0$ und am Flügelende bei $2y/b = 1$ sehr genau.

Damit ist das Verfahren für den endlichen Einzelflügel validiert.

4.3 Panelverfahren für das Schaufelgitter unendlicher Spannweite

4.3.1 Allgemeiner Ansatz

Das Verfahren aus Abschnitt 4.2 für endliche Tragflügel mit großem Seitenverhältnis ist nicht geeignet für die Anwendung bei Verdichterschaukeln mit einem Seitenverhältnis von zwei oder kleiner, da es nicht möglich ist, den Einfluss von Pfeilung und V-Stellung auf die Belastungsverteilung der Schaufel isoliert von den Effekten eines freien Schaufelendes zu ermitteln. Dies macht es nicht möglich aus den Rechnungen belastbare Erkenntnisse für die Optimierung der Schaufelform zu gewinnen.

Aus diesem Grund muss das Verfahren aus Abschnitt 4.2 für die Anwendung an Verdichterschaukeln in mehreren Punkten angepasst werden:

- Um die Effekte von Pfeilung und V-Stellung an der Gehäusewand bzw. am Schaufelspalt ohne Beeinflussung des gegenüberliegenden Schaufelendes zu bestimmen, ist es erforderlich die Schaufel auf dieser Seite bis ins Unendliche zu verlängern und diese dann halbunendliche Schaufel an der Seitenwand zu spiegeln, Abbildung 4.17.
- Diese Änderung der zu berechnenden Schaufel macht eine Anpassung der Panelverteilung notwendig. Um eine gute Auflösung nahe der Seitenwand zu erhalten, muss die Unterteilung der Panel dort möglichst fein sein, gleichzeitig muss aber auch gewährleistet sein, dass sich die Panel bis ins Unendliche erstrecken, Abbildung 4.17.
- Um den Einfluss eines Spaltes zwischen Schaufelende und Seitenwand zu simulieren (Abbildung 4.17) muss ein Spaltmodell in das Panelverfahren integriert werden.
- Verdichterschaukeln haben selten eine konstante Verteilung der Pfeilung bzw. V-Stellung über Schaufelhöhe. Das Verfahren muss dahingehend erweitert werden, beliebige geeignete Funktionen (Verläufe) von Pfeilung und V-Stellung zu verarbeiten.
- Das Ergebnis des Verfahrens ist für eine halbunendliche Schaufel gültig. Um das Ergebnis einer Schaufel zwischen zwei begrenzenden Seitenwänden zu erhalten,

müssen die Resultate zweier Rechnungen von halbumendlichen Schaufeln in geeigneter Weise zu dem Ergebnis einer Einzelschaukel überlagert werden.

- Das Ergebnis für eine Einzelschaukel muss zum Gitterergebnis erweitert werden.

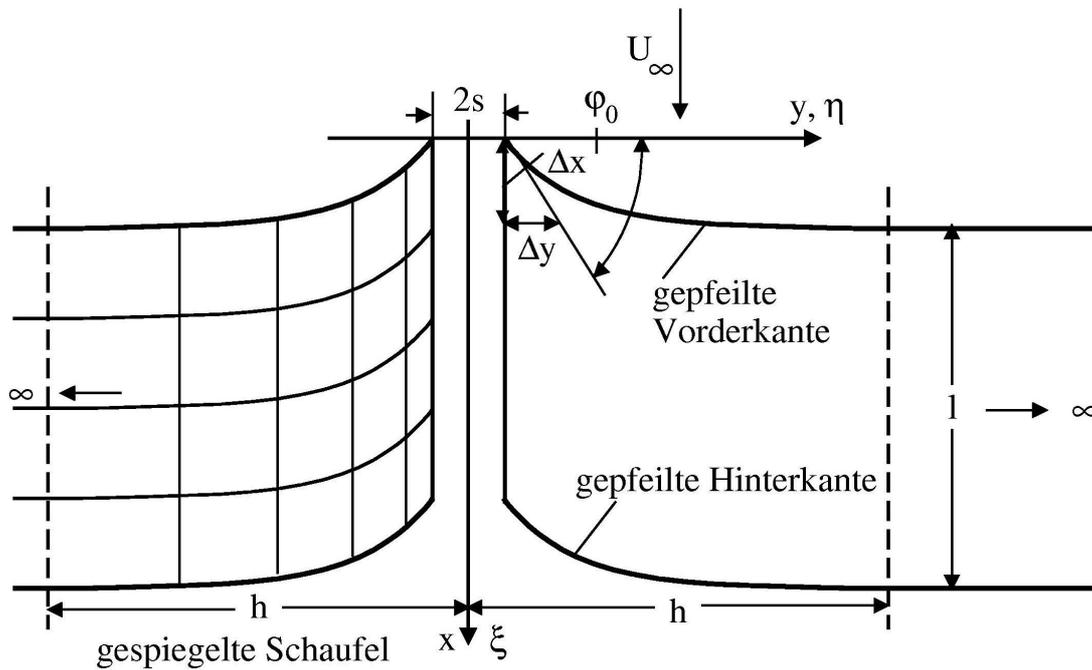


Abbildung 4.17: Schaufelmodell des Panelverfahrens für Verdichterschaufeln

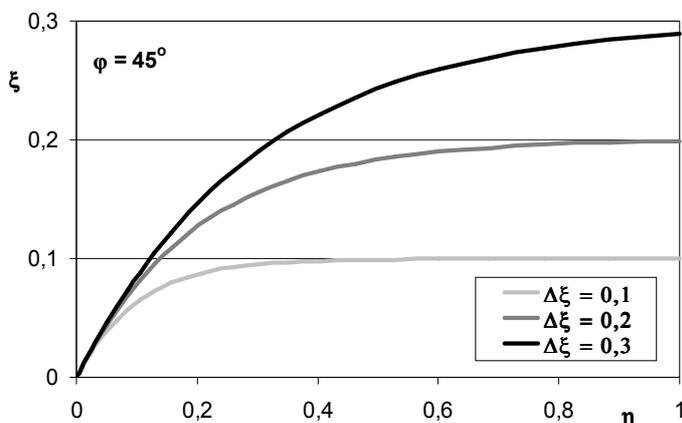
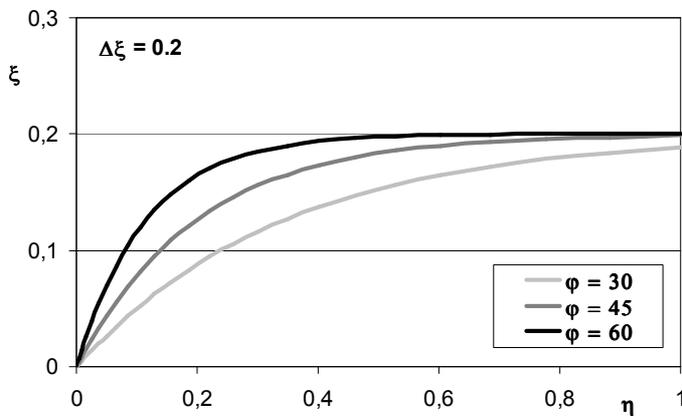


Abbildung 4.18: Vorderkantenverläufe aus Gl. 4.36

Die folgenden Abschnitte beschreiben die notwendigen Modifikationen des Verfahrens aus Abschnitt 4.2 für einen endlichen Tragflügel hin zu einem Verfahren für die Anwendung an einem Schaufelgitter. Weitere Details und Erläuterungen zu den vorgenommenen Modifikationen können auch [90] und [118] entnommen werden.

4.3.2 Grundrissformen

Um die Grundrissform einer Verdichterschaukel zu optimieren, reicht es nicht aus, nur konstante Verläufe von Pfeilung und V-Stellung zu betrachten, sondern dies erfordert einen über Schaufelhöhe veränderlichen Verlauf dieser Größen. Ihre Definition soll sich als Randbedingung mit möglichst wenigen Parametern definieren lassen und dabei stetig und differenzierbar sein.

Eine Funktion, die dies erfüllt, vergleiche Kapitel 4.4, ist eine e-Funktion in der in Gleichung 4.36 dargestellten Form. Mit ihr lässt sich der Verlauf der gepfeilten Vorderkante über Schaufelhöhe für eine Schaufel ohne Spalt einfach darstellen als:

$$\Delta x_{VK} = \Delta x(1 - e^{-y/\Delta y}) \quad (4.36)$$

Für diese Gleichung müssen nur die beiden Parameter Δx und φ_0 (Abbildung 4.17) vorgegeben werden. Δx ist der maximale Versatz der Vorderkante in Tiefenrichtung bezogen auf den Ursprung bei $y = 0$, und φ_0 ist der Pfeilungswinkel an dieser Stelle. Mit φ_0 kann dann Δy mit Gleichung 4.37 ermittelt werden.

$$\Delta y = \frac{\Delta x}{\tan \varphi_0} \quad (4.37)$$

In Abbildung 4.18 sind einige Verläufe $\Delta \xi = \Delta x/h$ über $\eta = y/h$ für verschiedene Parameterkombinationen dargestellt. Für die Berechnung des Verlaufes der V-Stellung über Schaufelhöhe wird anstelle x lediglich die Koordinate z und anstelle φ_0 der Winkel ν_0 für die V-Stellung bei $y = 0$ verwendet:

$$\Delta z_{VK} = \Delta z(1 - e^{-y/\Delta y}) \quad (4.38)$$

$$\Delta y = \frac{\Delta z}{\tan \nu_0} \quad (4.39)$$

Neben dieser Definition gibt es auch zahlreiche weitere geeignete Möglichkeiten zur stetigen Beschreibung des Pfeilungs- bzw. V-Stellungsverlaufes, so zum Beispiel in [129].

Bei Einführung eines Spaltes an einem Schaufelende, Abbildung 4.17, verschiebt sich die Koordinate der Schaufelvorderkante in y -Richtung um den Wert der Spaltweite s .

4.3.3 Panelbelegung, Wirbelbelegung und Aufpunkte

Die Verlängerung der Schaufel auf einer Seite ins Unendliche und die Spiegelung dieser halbunendlichen Schaufel an der Seitenwand, Abbildung 4.17, macht eine konstante Teilung in Schaufelhöhenrichtung (y -Richtung) wie bei einem endlichen Tragflügel (Abschnitt 4.2.3) unbrauchbar. Stattdessen wird eine Teilung benötigt, die eine möglichst feine Auflösung der Panel nahe der Seitenwand gewährleistet und sich gleichzeitig bis ins Unendliche erstreckt.

Für die Tiefenrichtung ist dagegen die konstante Teilung aus Abschnitt 4.2.3 gut geeignet, da sie über der gesamten Schaufeltiefe eine gute Auflösung der Ergebnisse gewährleistet. Sie wird deshalb weiterhin verwendet.

Für die Höhenrichtung wird eine Teilung basierend auf Variante d) aus Abbildung 4.6 entwickelt, die sogenannte Cosinus-Teilung. Diese Teilung besitzt die Eigenschaft, dass die Panelgröße mit zunehmendem Wandabstand anwächst und das letzte Panel schließlich bis ins Unendliche reicht, vergleiche hierzu den Ansatz von *Neumarck* [130]. Damit wird die für die Anwendung des Panelverfahrens geforderte unendliche Streckung (Abschnitt 4.1) erfüllt.

Diese Teilung (Variante d)) erreicht man mit dem Ansatz, dass sich die Koordinate y des Panels in Schaufelhöhenrichtung bzw. die mit der Schaufelhöhe h normierte Koordinate η in Abhängigkeit des Winkels ϑ ergibt:

$$\eta = \frac{y}{h} = \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{\vartheta}{2}} - 1 \right) \text{ mit } \vartheta = -\pi \dots \pi \quad (4.40)$$

Dabei lässt sich das jeweilige ϑ_j abhängig von der Anzahl der Panel N in Höhenrichtung und der fortlaufenden Panelnummer j in Höhenrichtung ermitteln:

$$\vartheta_j = -\pi + \frac{2\pi}{N} j \text{ mit } j = 0 \dots N \quad (4.41)$$

Durch diese Verteilung wird zum einen erreicht, dass die Strömung nahe der Wand bzw. Schaufelspitze aufgrund der feinen Unterteilung sehr genau berechnet werden kann, und zum anderen sind die Ergebnisse frei vom störenden Einfluss des gegenüberliegenden Schaufelendes. Falls erforderlich, kann das andere Schaufelende getrennt berechnet werden. Die Ergebnisse für die beiden halbusendlichen Schaufeln können danach einfach zum Ergebnis für eine endliche Schaufel zwischen zwei begrenzenden Seitenwänden überlagert werden, siehe [Abschnitt 4.3.6](#) und [90].

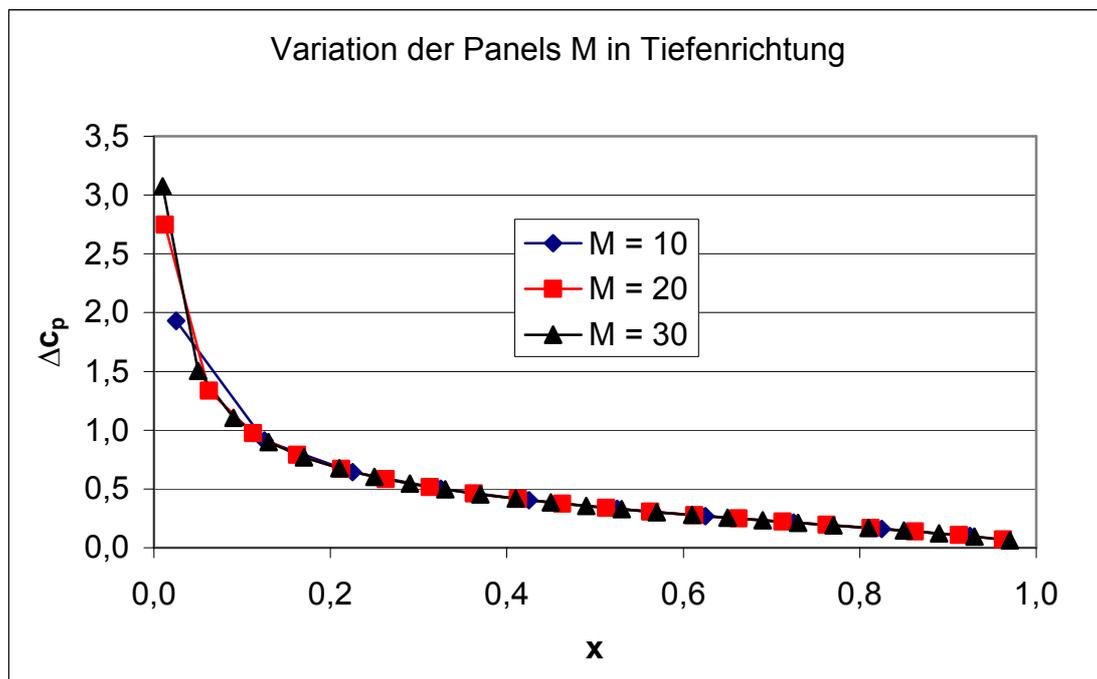


Abbildung 4.19: Variation der Panels M in Tiefenrichtung

Die Anzahl der Panel in Höhenrichtung wird auf $N = 100$ festgelegt, das heißt 50 auf der halbusendlichen Schaufel und 50 auf deren Spiegelbild. Dies hat sich in einer Voruntersuchung in [90] als sinnvolle Zahl erwiesen. Das bedeutet, dass etwa 60 % der Panel auf der realen Schaufelhöhe h bzw. der Tragflügelspannweite $b = 2h$ angeordnet sind. Betrachtet man eine Schaufel mit Spalt ([Abbildung 4.17](#)), so wird das erste Panel in

Schaufelhöhenrichtung gerade gleich der Spaltweite s gewählt und die in [Gleichung 4.40](#) beschriebene Teilung wird auf die verbleibenden Panel, die auf der Schaufel positioniert sind, angewandt:

$$\eta = \frac{y}{h} = \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{\vartheta}{2}} - 1 \right) + \frac{s}{h} \quad \text{mit } \vartheta = -\pi \dots \pi \quad (4.42)$$

In Tiefenrichtung wird die Panelzahl zu $M = 20$ gewählt. Sie ist damit doppelt so groß wie in der Voruntersuchung in [90]. Dass die gewählte Zahl von 20 eine hinreichend genau Auflösung in Tiefenrichtung gewährleistet zeigt [Abbildung 4.19](#).

Wird nun die oben beschriebene Teilung in Höhen- und Tiefenrichtung angewandt, lassen sich die vier Ecken jedes Panels ij in y und x Koordinaten mit den [Gleichungen 4.43 bis 4.45](#) berechnen. Die Gleichung für die y -Koordinate ergibt sich direkt durch umstellen von [Gleichung 4.40](#) für den Fall ohne Spalt bzw. [Gleichung 4.42](#) für den Fall mit Spalt. Der Index $j = 0$ wird in den [Gleichungen 4.43 und 4.44](#) vernachlässigt, da für $j = 0$ stets gilt $y = 0$. Für den Index $j = N$ wird y zu unendlich. Da dieser Wert praktisch nicht möglich ist, wird für die y -Koordinate des letzten theoretisch halbunendlich großen Panels $y = \pm 10000 h$ gewählt. Dieser Wert ist so groß, dass er numerisch wie unendlich wirkt, wie in einer Sensitivitätsuntersuchung herausgefunden wurde [90].

$$y_{ij} = \text{sign}(\vartheta_j) h \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{\vartheta_j}{2}} - 1 \right) \quad \text{mit } j = 1 \dots N-1 \quad (4.43)$$

$$y_{ij} = \text{sign}(\vartheta_j) h \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{\vartheta_j}{2}} - 1 \right) + s \quad \text{mit } j = 1 \dots N-1 \quad (4.44)$$

Die x -Koordinate lässt sich abhängig von der Lage der Schaufelvorderkante, der fortlaufenden Panelnummer i in Tiefenrichtung und der lokalen Schaufeltiefe l_j ermitteln.

$$x_{ij} = x_{jVK} + (i-1) \frac{l_j}{M} \quad \text{mit } i = 1 \dots M+1 \quad (4.45)$$

Die Lage der Vorderkante lässt sich mit [Gleichung 4.46](#) aus der Lage der Vorderkante des benachbarten Panels und aus deren lokaler Pfeilung berechnen.

$$x_{jVK} = x_{j-1VK} + (y_{ij} - y_{i-1j}) \tan \varphi_j \quad (4.46)$$

Wird ein Flügel mit V-Stellung gerechnet, ist auch die z -Koordinate z_{ij} für die Bestimmung der Panelkoordinaten relevant. Diese bestimmt sich nach [Gleichung 4.47](#) mit Hilfe von y_{ij} aus [Gleichung 4.43 bzw. 4.44](#) und der lokalen Konturkoordinate der Skelettlinie $z_{Kij}(x_{ij}-x_{jVK})$ aus [Abbildung 4.1](#) sowie dem lokalen Winkel der V-Stellung v_j .

$$z_{ij} = z_{ij-1} y_{ij} \tan \nu_j + z_{Kij} (x_{ij} - x_{jVK}) \quad (4.47)$$

Durch die vorgenannten Gleichungen ist die Lage jedes Panels auf der Schaufel festgelegt, vergleiche [Abbildung 4.17](#). Das gleiche Vorgehen wird auch für die Bestimmung der Koordinaten der Eckpunkte der Hufeisenwirbel und der Aufpunkte gewählt, vergleiche hierzu [Gleichung 4.5 bis 4.7](#) in [Abschnitt 4.2.3](#).

4.3.4 Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten

Für die Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten gelten auch für den Fall der halbunendlichen Schaufel die Gleichungen aus [Abschnitt 4.2.4](#). Die in einem Aufpunkt C induzierte Geschwindigkeit setzt sich auch in diesem Fall aus den tragenden gebundenen Anteilen AB jedes Hufeisenwirbels und seinen beiden in x-Richtung ins Unendliche strebenden freien Anteilen $A_{x\infty}$ und $B_{x\infty}$ zusammen ([Gleichung 4.23](#)). Für den Fall der halbunendlich langen Schaufel muss [Gleichung 4.23](#) jedoch um zwei Geschwindigkeiten erweitert werden: $V_{Ay\infty}$ und $V_{By\infty}$. Diese Geschwindigkeiten werden durch die Wirbel auf den halbunendlich langen Randpaneln induziert. Deren tragender Anteil geht aufgrund der halbunendlichen Größe dieser Panel ins Unendliche, wie in [Abschnitt 4.3.3](#) erläutert. Damit ergibt sich die induzierte Geschwindigkeit in einem Aufpunkt C mit:

$$\vec{V}_C = \vec{V}_{AB} + \vec{V}_{Ax\infty} + \vec{V}_{Bx\infty} + \vec{V}_{Ay\infty} + \vec{V}_{By\infty} \quad (4.48)$$

Die durch die halbunendlich langen Wirbel induzierten Geschwindigkeiten für den rechten Rand $V_{Ay\infty}$ ([Gleichung 4.52](#)) und analog den linken Rand $V_{By\infty}$ ([Gleichung 4.53](#)), lassen sich basierend auf [Gleichung 4.19](#) für V_{AB} herleiten.

Am Beispiel des Wirbelfadens, der von Punkt A parallel zur y-Achse gegen unendlich läuft ([Abbildung 4.12](#)), wird diese Herleitung hier durchgeführt. Der virtuelle Endpunkt dieses Wirbels wird D genannt. Seine Koordinaten sind $D = (x_{3n}, y_{3n}, z_{3n})$, wobei die Koordinaten in x und z sich unter Verwendung der Winkel von Pfeilung und V-Stellung mit [Gleichung 4.49](#) berechnen lassen.

$$\tan \varphi = \frac{x_{2n} - x_{1n}}{y_{2n} - y_{1n}} \quad \tan \nu = \frac{z_{2n} - z_{1n}}{y_{2n} - y_{1n}} \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned} \vec{V}_{AD} = & \frac{\Gamma_n}{4\pi} \{ [(y - y_{1n})(z - z_{3n}) - (y - y_{3n})(z - z_{1n})] \vec{i} - \\ & [(x - x_{1n})(z - z_{3n}) - (x - x_{3n})(z - z_{1n})] \vec{j} + \\ & [(x - x_{1n})(y - y_{3n}) - (x - x_{3n})(y - y_{1n})] \vec{k} \} / \\ & \{ [(y - y_{1n})(z - z_{3n}) - (y - y_{3n})(z - z_{1n})]^2 + \\ & [(x - x_{1n})(z - z_{3n}) - (x - x_{3n})(z - z_{1n})]^2 + \\ & [(x - x_{1n})(y - y_{3n}) - (x - x_{3n})(y - y_{1n})]^2 \} * \\ & \left\{ \frac{(x_{3n} - x_{1n})(x - x_{1n}) + (y_{3n} - y_{1n})(y - y_{1n}) + (z_{3n} - z_{1n})(z - z_{1n})}{\sqrt{(x - x_{1n})^2 + (y - y_{1n})^2 + (z - z_{1n})^2}} - \right. \\ & \left. \frac{(x_{3n} - x_{1n})(x - x_{3n}) + (y_{3n} - y_{1n})(y - y_{3n}) + (z_{3n} - z_{1n})(z - z_{1n})}{\sqrt{(x - x_{3n})^2 + (y - y_{3n})^2 + (z - z_{3n})^2}} \right\} \end{aligned} \quad (4.50)$$

Damit gilt $D = (\tan \varphi (y_{3n}-y_{1n}) + x_{1n}, y_{3n}, \tan \nu (y_{3n}-y_{1n}) + z_{1n})$. Setzt man diese Koordinaten anstelle von Punkt B in Gleichung 4.19 ein, verrechnet diese und klammert aus, erhält man im ersten Schritt Gleichung 4.50 und dann Gleichung 4.51 und schließlich Gleichung 4.52 für $V_{Ay\infty}$.

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{V_{AD}} &= \frac{\Gamma_n}{4\pi} (y - y_{3n}) \left\{ \left[\frac{(y - y_{1n})(z - z_{3n}) - (y - y_{3n})(z - z_{1n})}{y - y_{3n}} \right] i - \right. \\
&\quad \left[\frac{(x - x_{1n})(z - z_{3n}) - (x - x_{3n})(z - z_{1n})}{y - y_{3n}} \right] j + \\
&\quad \left. \left[\frac{(x - x_{1n})(y - y_{3n}) - (x - x_{3n})(y - y_{1n})}{y - y_{3n}} \right] k \right\} / \\
&\quad \{(y - y_{3n})^2 \frac{[(y - y_{1n})(z - z_{3n}) - (y - y_{3n})(z - z_{1n})]^2}{(y - y_{3n})^2} + \\
&\quad (y - y_{3n})^2 \frac{[(x - x_{1n})(z - z_{3n}) - (x - x_{3n})(z - z_{1n})]^2}{(y - y_{3n})^2} + \\
&\quad (y - y_{3n})^2 \frac{[(x - x_{1n})(y - y_{3n}) - (x - x_{3n})(y - y_{1n})]^2}{(y - y_{3n})^2} \} * \\
&\quad \{(y_{3n} - y_{1n}) \frac{(x_{3n} - x_{1n})(x - x_{1n}) + (y_{3n} - y_{1n})(y - y_{1n}) + (z_{3n} - z_{1n})(z - z_{1n})}{(y_{3n} - y_{1n})\sqrt{(x - x_{1n})^2 + (y - y_{1n})^2 + (z - z_{1n})^2}} - \\
&\quad (y_{3n} - y_{1n}) \frac{(x_{3n} - x_{1n})(x - x_{3n}) + (y_{3n} - y_{1n})(y - y_{3n}) + (z_{3n} - z_{1n})(z - z_{1n})}{(y_{3n} - y_{1n})\sqrt{(x - x_{3n})^2 + (y - y_{3n})^2 + (z - z_{3n})^2}} \} \\
&= \frac{\Gamma_n}{4\pi} \frac{(y_{3n} - y_{1n})(y - y_{3n})}{(y - y_{3n})^2} \{ [(y - y_{1n}) \tan \nu - (z - z_{1n})] i - \\
&\quad [(x - x_{1n}) \tan \nu - \tan \varphi (z - z_{1n})] j + [(x - x_{1n}) - \tan \varphi (y - y_{1n})] k \} / \\
&\quad \{ [(y - y_{1n}) \tan \nu - (z - z_{1n})]^2 + [(x - x_{1n}) \tan \nu - \tan \varphi (z - z_{1n})]^2 + \\
&\quad [(x - x_{1n}) - \tan \varphi (y - y_{1n})]^2 \} * \\
&\quad \left\{ \frac{\tan \varphi (x - x_{1n}) + (y - y_{1n}) + \tan \nu (z - z_{1n})}{\sqrt{(x - x_{1n})^2 + (y - y_{1n})^2 + (z - z_{1n})^2}} - \frac{\tan \varphi (x - x_{3n}) + (y - y_{3n}) + \tan \nu (z - z_{3n})}{\sqrt{(x - x_{3n})^2 + (y - y_{3n})^2 + (z - z_{3n})^2}} \right\}
\end{aligned} \tag{4.51}$$

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{V_{Ay\infty}} &= -\frac{\Gamma_n}{4\pi} \{ [(y - y_{1n}) \tan \nu - (z - z_{1n})] i - [(x - x_{1n}) \tan \nu - \tan \varphi (z - z_{1n})] j + \\
&\quad [(x - x_{1n}) - \tan \varphi (y - y_{1n})] k \} / \{ [(y - y_{1n}) \tan \nu - (z - z_{1n})]^2 + \\
&\quad [(x - x_{1n}) \tan \nu - \tan \varphi (z - z_{1n})]^2 + [(x - x_{1n}) - \tan \varphi (y - y_{1n})]^2 \} * \\
&\quad \left[\frac{\tan \varphi (x - x_{1n}) + y - y_{1n} + \tan \nu (z - z_{1n})}{\sqrt{(x - x_{1n})^2 + (y - y_{1n})^2 + (z - z_{1n})^2}} + \sqrt{\tan^2 \varphi + \tan^2 \nu + 1} \right]
\end{aligned} \tag{4.52}$$

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{V_{By\infty}} &= \frac{\Gamma_n}{4\pi} \{ [(z - z_{2n}) - \tan(-\nu)(y - y_{2n})] i - [\tan(-\varphi)(z - z_{2n}) - (x - x_{2n}) \tan(-\nu)] j + \\
&\quad [\tan(-\varphi)(y - y_{2n}) - (x - x_{2n})] k \} / \{ [(z - z_{2n}) - (y - y_{2n}) \tan(-\nu)]^2 + \\
&\quad [\tan(-\varphi)(z - z_{2n}) - (x - x_{2n}) \tan(-\nu)]^2 + [\tan(-\varphi)(y - y_{2n}) - (x - x_{2n})]^2 \} * \\
&\quad \left[\sqrt{\tan^2 \varphi + \tan^2 \nu + 1} - \frac{\tan(-\varphi)(x - x_{2n}) + y - y_{2n} + \tan(-\nu)(z - z_{2n})}{\sqrt{(x - x_{2n})^2 + (y - y_{2n})^2 + (z - z_{2n})^2}} \right]
\end{aligned} \tag{4.53}$$

Für $V_{By\infty}$ lässt sich Gleichung 4.53 analog herleiten. Damit sind alle erforderlichen Gleichungen zur Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten bekannt.

Die Geschwindigkeiten, die im Aufpunkt C durch die Wirbel eines endlichen Panels n induziert werden, ergeben sich durch Addition von V_{AB} (Gleichung 4.19), $V_{Ax\infty}$ (Gleichung 4.21) und $V_{Bx\infty}$ (Gleichung 4.22):

$$V_{C,n} = V_{AB} + V_{Ax\infty} + V_{Bx\infty} \quad (4.54)$$

Die Geschwindigkeiten, die in einem Aufpunkt C auf den halbumendlichen Panels n am rechten Rand durch die Wirbel induziert werden, ergeben sich aus Gleichung 4.21 und Gleichung 4.52:

$$V_{C,n} = V_{Ax\infty} + V_{Ay\infty} \quad (4.55)$$

Für den linken Rand kann $V_{C,n}$ analog ermittelt werden:

$$V_{C,n} = V_{Bx\infty} + V_{By\infty} \quad (4.56)$$

Im nächsten Schritt wird die Zirkulation Γ_n aus den Geschwindigkeitsgleichungen ausgeklammert. Die in einem beliebigen Aufpunkt C_{ij} durch die Wirbel aller $M \times N$ Panel induzierten Geschwindigkeiten lassen sich dann einfach berechnen mit:

$$\vec{V}_{C_{ij}} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \vec{C}_{ij} \Gamma_{ij} \quad (4.57)$$

Für die $M \times N$ unbekanntes Geschwindigkeitsvektoren stehen nun ebenso viele Gleichungen zur Verfügung. Als einzige weitere Unbekannte verbleiben nur noch die Zirkulationen. Mit der kinematischen Strömungsbedingung, siehe Abschnitt 4.2.5, lassen sich die unbekanntes Geschwindigkeiten ermitteln. Durch Einsetzen dieser in Gleichung 4.54 ergeben sich die Zirkulationen.

4.3.5 Randbedingungen und Gleichungssystem

Analog zu dem Fall endlicher Spannweite (Abschnitt 4.2.5) muss zur Lösung der Gleichung 4.57 die kinematische Strömungsbedingung erfüllt werden.

Für die vorliegende gewölbte Einzelschaukel mit V-Stellung, dem örtlichen Neigungswinkel der Kontur δ_{ij} , dem Winkel der örtlichen V-Stellung ν_j und dem örtlichen Anströmwinkel α_j , kann Gleichung 4.27 umgeschrieben werden zu:

$$\begin{pmatrix} -\sin \delta_{ij} \cos \nu_j \\ -\cos \delta_{ij} \sin \nu_j \\ \cos \delta_{ij} \cos \nu_j \end{pmatrix} \vec{V}_{C_{ij}} + U_{\infty} \sin(\alpha_j - \delta_{ij}) \cos \nu_j = 0 \quad (4.58)$$

mit der örtlichen Neigung δ_{ij} (Gleichung 4.59).

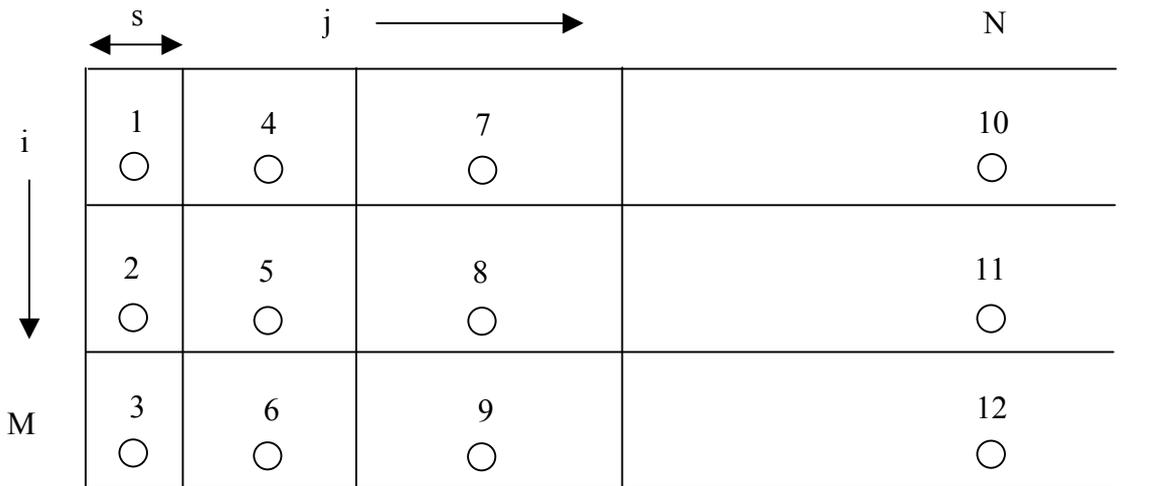
$$\delta_{ij} = \arctan\left(\frac{dz_{k_{ij}}}{dx_{ij}}\right) \quad (4.59)$$

Mit Gleichung 4.58, der vollständigen kinematischen Strömungsbedingung [133], und Gleichung 4.57 lässt sich das Gleichungssystem (Gleichung 4.60) zur Bestimmung der unbekanntenen Zirkulationen in jedem Aufpunkt C_{ij} aufstellen und lösen und damit die dreidimensionale Belastungsverteilung einer Einzelschaukel halbunendlicher Spannweite bestimmen.

$$\begin{pmatrix} -\sin \delta_{ij} \cos \nu_j \\ -\cos \delta_{ij} \sin \nu_j \\ \cos \delta_{ij} \cos \nu_j \end{pmatrix} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \vec{C}_{ij} \Gamma_{ij} + U_\infty \sin(\alpha_j - \delta_{ij}) \cos \nu_j = 0 \quad (4.60)$$

In Abbildung 4.20 ist für ein Beispiel mit einem Spalt mit $M = 3$ Paneln in Tiefenrichtung und $N = 4$ Paneln in Spannweitenrichtung, das heißt $M \times N = 12$ Zirkulationen Γ , der Term $\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \vec{C}_{ij} \Gamma_{ij}$ aus Gleichung 4.60 in aufgelöster Form dargestellt.

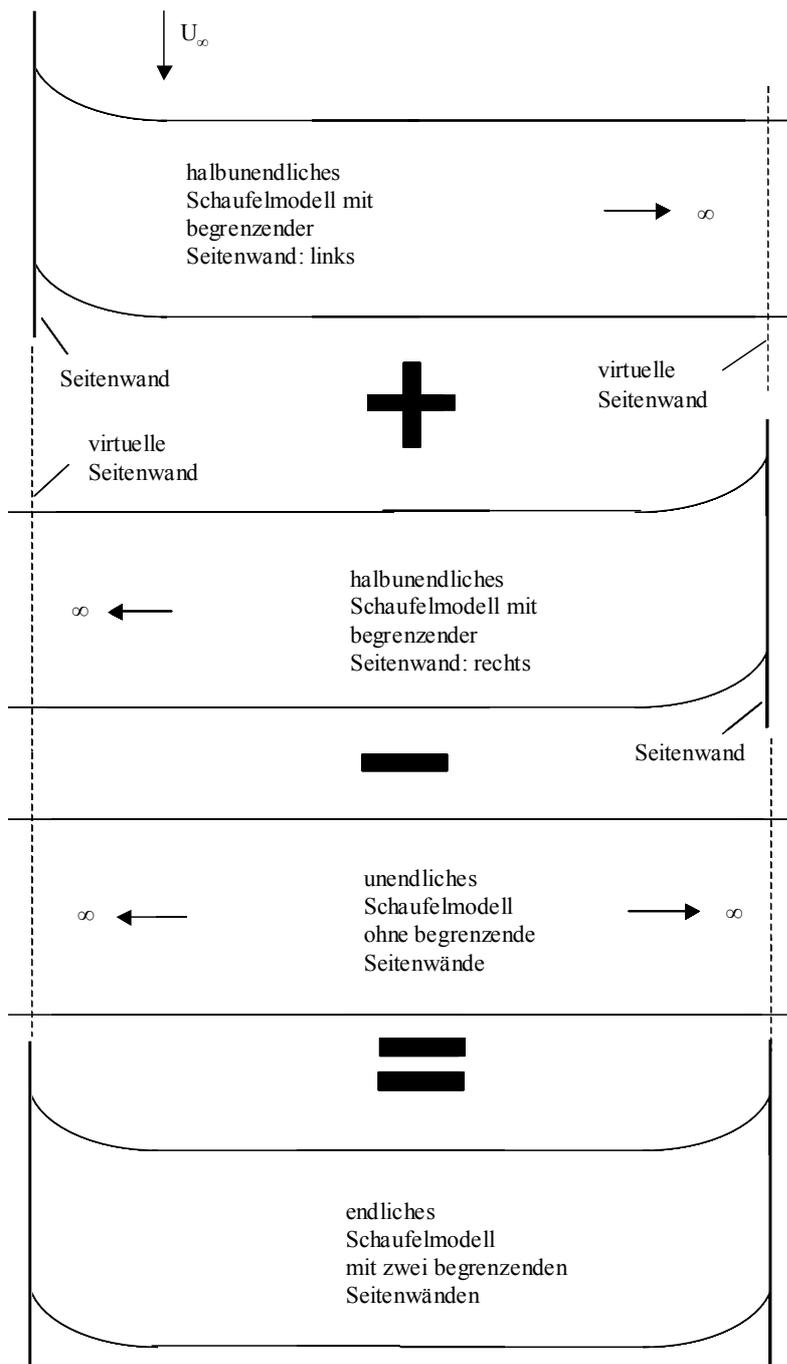
Für einen solchen Fall werden die Zirkulationen im Spalt künstlich auf 0 gesetzt um dessen Effekt näherungsweise zu modellieren.



$$\begin{array}{l}
 0 + \cdot \vec{C}_{14}\Gamma_4 + \vec{C}_{15}\Gamma_5 + \vec{C}_{16}\Gamma_6 + \vec{C}_{17}\Gamma_7 + \vec{C}_{18}\Gamma_8 + \vec{C}_{19}\Gamma_9 + \vec{C}_{110}\Gamma_{10} + \vec{C}_{111}\Gamma_{11} + \vec{C}_{112}\Gamma_{12} \\
 \vec{C}_{24}\Gamma_4 + \vec{C}_{25}\Gamma_5 + \vec{C}_{26}\Gamma_6 + \vec{C}_{27}\Gamma_7 + \vec{C}_{28}\Gamma_8 + \vec{C}_{29}\Gamma_9 + \vec{C}_{210}\Gamma_{10} + \vec{C}_{211}\Gamma_{11} + \vec{C}_{212}\Gamma_{12} \\
 \vec{C}_{34}\Gamma_4 + \vec{C}_{35}\Gamma_5 + \vec{C}_{36}\Gamma_6 + \vec{C}_{37}\Gamma_7 + \vec{C}_{38}\Gamma_8 + \vec{C}_{39}\Gamma_9 + \vec{C}_{310}\Gamma_{10} + \vec{C}_{311}\Gamma_{11} + \vec{C}_{312}\Gamma_{12} \\
 \hline
 0 + \cdot \vec{C}_{44}\Gamma_4 + \vec{C}_{45}\Gamma_5 + \vec{C}_{46}\Gamma_6 + \vec{C}_{47}\Gamma_7 + \vec{C}_{48}\Gamma_8 + \vec{C}_{49}\Gamma_9 + \vec{C}_{410}\Gamma_{10} + \vec{C}_{411}\Gamma_{11} + \vec{C}_{412}\Gamma_{12} \\
 \vec{C}_{54}\Gamma_4 + \vec{C}_{55}\Gamma_5 + \vec{C}_{56}\Gamma_6 + \vec{C}_{57}\Gamma_7 + \vec{C}_{58}\Gamma_8 + \vec{C}_{59}\Gamma_9 + \vec{C}_{510}\Gamma_{10} + \vec{C}_{511}\Gamma_{11} + \vec{C}_{512}\Gamma_{12} \\
 \vec{C}_{64}\Gamma_4 + \vec{C}_{65}\Gamma_5 + \vec{C}_{66}\Gamma_6 + \vec{C}_{67}\Gamma_7 + \vec{C}_{68}\Gamma_8 + \vec{C}_{69}\Gamma_9 + \vec{C}_{610}\Gamma_{10} + \vec{C}_{611}\Gamma_{11} + \vec{C}_{612}\Gamma_{12} \\
 \hline
 0 + \cdot \vec{C}_{74}\Gamma_4 + \vec{C}_{75}\Gamma_5 + \vec{C}_{76}\Gamma_6 + \vec{C}_{77}\Gamma_7 + \vec{C}_{78}\Gamma_8 + \vec{C}_{79}\Gamma_9 + \vec{C}_{710}\Gamma_{10} + \vec{C}_{711}\Gamma_{11} + \vec{C}_{712}\Gamma_{12} \\
 \vec{C}_{84}\Gamma_4 + \vec{C}_{85}\Gamma_5 + \vec{C}_{86}\Gamma_6 + \vec{C}_{87}\Gamma_7 + \vec{C}_{88}\Gamma_8 + \vec{C}_{89}\Gamma_9 + \vec{C}_{810}\Gamma_{10} + \vec{C}_{811}\Gamma_{11} + \vec{C}_{812}\Gamma_{12} \\
 \vec{C}_{94}\Gamma_4 + \vec{C}_{95}\Gamma_5 + \vec{C}_{96}\Gamma_6 + \vec{C}_{97}\Gamma_7 + \vec{C}_{98}\Gamma_8 + \vec{C}_{99}\Gamma_9 + \vec{C}_{910}\Gamma_{10} + \vec{C}_{911}\Gamma_{11} + \vec{C}_{912}\Gamma_{12} \\
 \hline
 0 + \cdot \vec{C}_{104}\Gamma_4 + \vec{C}_{105}\Gamma_5 + \vec{C}_{106}\Gamma_6 + \vec{C}_{107}\Gamma_7 + \vec{C}_{108}\Gamma_8 + \vec{C}_{109}\Gamma_9 + \vec{C}_{1010}\Gamma_{10} + \vec{C}_{1011}\Gamma_{11} + \vec{C}_{1012}\Gamma_{12} \\
 \vec{C}_{114}\Gamma_4 + \vec{C}_{115}\Gamma_5 + \vec{C}_{116}\Gamma_6 + \vec{C}_{117}\Gamma_7 + \vec{C}_{118}\Gamma_8 + \vec{C}_{119}\Gamma_9 + \vec{C}_{1110}\Gamma_{10} + \vec{C}_{1111}\Gamma_{11} + \vec{C}_{1112}\Gamma_{12} \\
 \vec{C}_{124}\Gamma_4 + \vec{C}_{125}\Gamma_5 + \vec{C}_{126}\Gamma_6 + \vec{C}_{127}\Gamma_7 + \vec{C}_{128}\Gamma_8 + \vec{C}_{129}\Gamma_9 + \vec{C}_{1210}\Gamma_{10} + \vec{C}_{1211}\Gamma_{11} + \vec{C}_{1212}\Gamma_{12}
 \end{array}$$

Abbildung 4.20: Gleichungssystem halbunendliche Schaufel mit Spalt

4.3.6 Ergebnisse des Verfahrens



Einzel-schau-fel

Das Panelverfahren liefert für jedes einzelne Panel auf der halbunendlichen Schaufel die in jedem Aufpunkt induzierten Geschwindigkeiten bzw. die örtlichen Zirkulationen.

Daraus lassen sich mit den Gleichungen 4.61 und 4.62 die örtlichen Auftriebs- bzw. Druckbeiwerte eines jeden Panels der Schaufel gemäß Abschnitt 4.2.6 berechnen.

$$c_{a_{ij}} = \frac{2\Gamma_{ij}}{U_{\infty}l_{ij}} \quad (4.61)$$

$$\Delta c_{p_{ij}} = \frac{2}{U_{\infty}l_{ij}}\Gamma_{ij} \quad (4.62)$$

Mit diesen Gleichungen lässt sich die dreidimensionale Belastungsverteilung einer halbunendlichen Schaufel darstellen. Um das Ergebnis für eine endliche Schaufel zwischen zwei begrenzenden Seitenwänden zu erhalten, muss das Ergebnis für die halbunendliche Schaufel der rechten Wand $c_{a_{ijR}}$ mit dem Ergebnis der halbunendlichen Schaufel der linken Wand $c_{a_{ijL}}$ überlagert werden, Abbildung 4.21.

Abbildung 4.21: Überlagerung zweier halbunendlicher Schaufelmodelle zu einem endlichen Schaufelmodell

führt jedoch nicht zum richtigen Ergebnis. Von ihrer Summe muss noch der Teil abgezogen werden, der Teil beider Lösungen ist. Dies ist der Anteil der unendlich langen Schaufel ($c_{a\infty}$), siehe Gleichung 4.63.

$$c_{a_{ij}} = c_{a_{ijR}} + c_{a_{ijL}} - c_{a\infty} \quad (4.63)$$

Die Druckbeiwerte Δc_p ergeben sich analog. Dieser vereinfachte Ansatz wird in Abschnitt 4.3.7 validiert.

Schaufelgitter

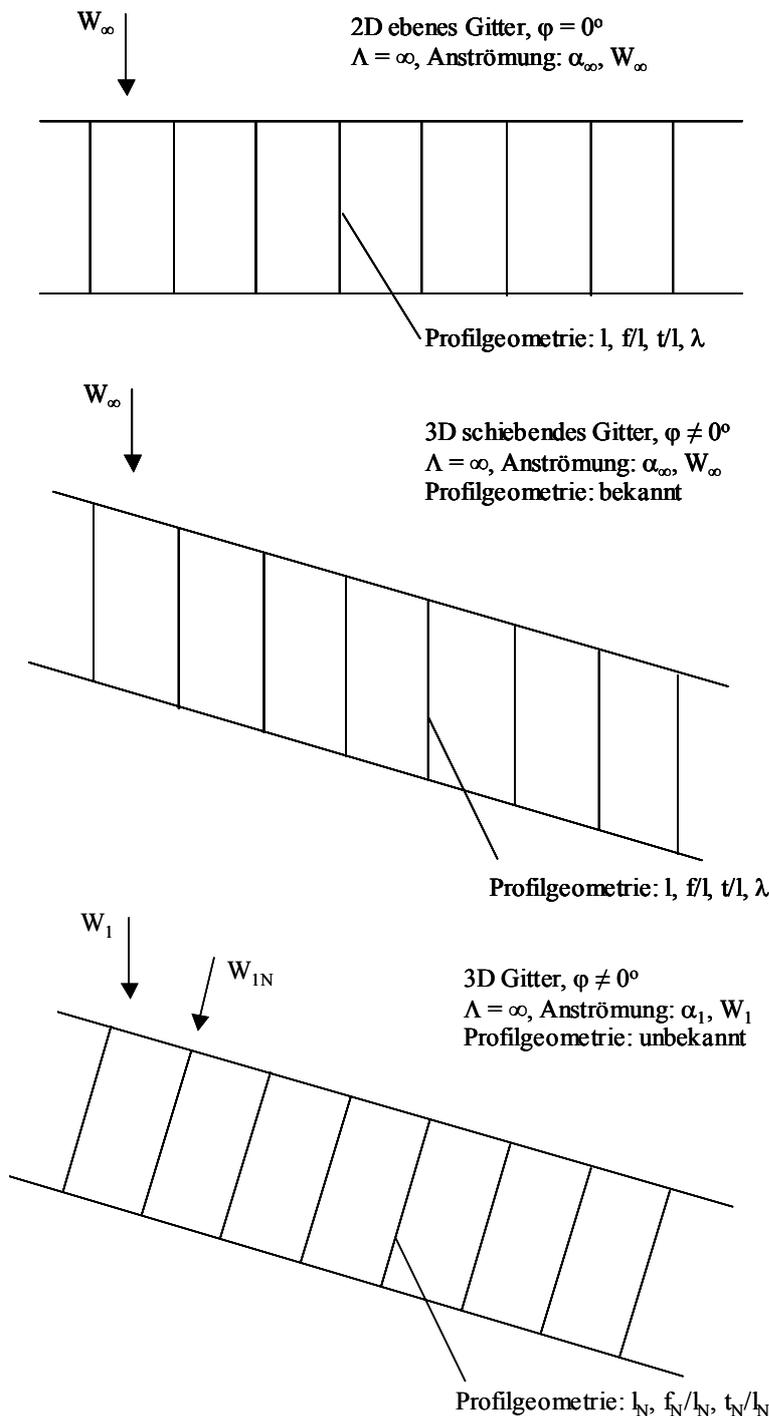


Abbildung 4.22: Bestimmung des Gittereinflussfaktors k

Definition des Gittereinflussfaktors nicht aus. Bei einer endlichen Schaufel mit einer dreidimensionalen Strömung wird k über die Annahme eines unendlichen schiebenden Gitters aus den Gleichungen 4.64 bis 4.67 entwickelt, Abbildung 4.22. Die neuen Gleichungen lauten dann:

$$k = \frac{c_{a\infty G(\text{itter}),N}}{c_{a\infty E(\text{inzelschafel}),N}} \quad (4.67)$$

Um aus der Umströmung der Einzelschaukel die Lösung für ein Schaufelgitter zu ermitteln, wird das Ergebnis der Einzelschaukel mit einem sogenannten Gittereinflussfaktor multipliziert. *Gärtner* [131] und *Clemen* [90] haben gezeigt, dass diese einfache Methode gute Ergebnisse liefert. Sie wird daher auch hier angewandt.

Nach *Scholz* [132], der das Thema „Gittereinflussfaktor“ ausführlich behandelt, ergibt sich dieser für eine ebene Schaufel unendlicher Spannweite zu:

$$k = \frac{c_{a\infty G(\text{itter})}}{c_{a\infty E(\text{inzelschafel})}} \quad (4.64)$$

Mit der Definition von $c_{a\infty G}$ von Gleichung 4.65 aus [148] und dem Auftriebsbeiwert der Einzelschaukel $c_{a\infty E}$, als Beispiel das Parabelskelett (Gleichung 4.66 aus Abbildung 4.1), kann k für eine zweidimensionale Strömung einfach errechnet werden.

$$c_{a\infty G} = 2 \frac{t}{l} (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \cos \beta_\infty \quad (4.65)$$

$$c_{a\infty E} = 2\pi\alpha_\infty + 4\pi \frac{f}{l} \quad (4.66)$$

Für die hier untersuchten Schaufeln mit Pfeilung und V-Stellung reicht diese einfache

$$c_{\alpha\infty G,N} = 2 \frac{t_N}{l_N} (\tan \beta_{1N} - \tan \beta_{2N}) \cos \beta_{\infty N} \quad (4.68)$$

$$c_{\alpha\infty E,N} = 2\pi\alpha_{\infty N} + 4\pi \frac{f_N}{l_N} \quad (4.69)$$

Die zur Transformation der Gleichung 4.64 in die Gleichung 4.67 benötigten Gittergrößen (Teilung, Staffelung, An- und Abströmwinkel) werden im folgenden unter Annahme einiger Vereinfachungen hergeleitet. Die Dicke des Profils wird vernachlässigt und die Gleichungen beschränken sich auf das Beispiel des Parabel- bzw. Kreisbogenskeletts.

Die geometrischen Profilgrößen: Sehnenlänge, Wölbung, Staffelungswinkel und Teilung lassen sich mit den Gleichungen 4.70 bis 4.72 unter zu Hilfenahme von Abbildung 4.22 einfach ermitteln

$$l_N = l \cos \varphi \quad \frac{f_N}{l_N} = \frac{f \cos \nu}{l \cos \varphi} \quad (4.70)$$

$$\lambda_N = \arctan \left(\tan \lambda \frac{\cos \varphi}{\cos \nu} \right) \quad (4.71)$$

$$\frac{t_N}{l_N} = \frac{t}{l} \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \varphi \cos^2 \lambda_N + \sin^2 \lambda_N}} \quad (4.72)$$

Die Transformation der An- und Abströmwinkel des Profils ist ähnlich einfach (Gleichungen 4.75 bis 4.80), es wird jedoch zur Berechnung des Abströmwinkels die Deviation δ und der Wölbungswinkel ϕ benötigt. Der Wölbungswinkel ϕ ist dabei bekannt und die Deviation δ lässt sich aus der *Carter-Regel* mit den Gleichungen 4.73 und 4.74 für ein Parabel- bzw. Kreisbogenskelett ermitteln [133].

$$\delta_N = m_N \phi_N \sqrt{\frac{t_N}{l_N}} \quad (4.73)$$

$$m_N = 0,216 + 0,000875 \lambda_N + 0,00002625 \lambda_N^2 \quad (4.74)$$

$$\alpha_{1N} = \arctan \left(\frac{\tan \alpha_1 \cos \nu}{\cos \varphi} \right) \quad (4.75)$$

$$\beta_{1N} = \alpha_{1N} + \lambda_N \quad (4.76)$$

$$\beta_{2N} = \lambda_N - \frac{\phi_N}{2} + \delta_N \quad (4.77)$$

$$\alpha_{2N} = \beta_{2N} - \lambda_N \quad (4.78)$$

$$\tan \beta_{\infty N} = \frac{1}{2} (\tan \beta_{1N} + \tan \beta_{2N}) \quad (4.79)$$

$$\alpha_{\infty N} = \beta_{\infty N} - \lambda_N \quad (4.80)$$

Mit diesen Größen lässt sich k berechnen. Allerdings müssen die Beiwerte auf die tatsächliche Schaufelanströmung im Gitter W_1 bezogen werden und nicht wie bislang auf die Anströmung der Einzelschaufel W_∞ [131].

Mit:

$$\frac{W_{1N}}{W_{\infty N}} = \frac{\cos \alpha_{\infty N} \cos \lambda_N - \sin \alpha_{\infty N} \sin \lambda_N}{\cos \beta_{1N}} \quad (4.81)$$

und:

$$\frac{W_1}{W_\infty} = \frac{W_{1N}}{W_{\infty N}} \frac{\cos \alpha_{1N} \cos \alpha_\infty}{\cos \alpha_1 \cos \alpha_{\infty N}} \approx \frac{W_{1N}}{W_{\infty N}} \quad (4.82)$$

ergibt sich die Belastungsverteilung c_a des Schaufelgitters dann zu:

$$c_a = c_a \frac{W_\infty^2}{W_1^2} k \quad (4.83)$$

Damit ist es möglich, die Belastungsverteilung einer Einzelschaufel mit dem Einfluss des Gitters zu einer Belastungsverteilung einer Gitterschaufel zu überlagern. Abschnitt 4.3.7 zeigt für das dargelegte Panelverfahren eine gute Übereinstimmung von Theorie und Experiment.

4.3.7 Validierung des Verfahrens

Bevor das Verfahren angewandt werden kann, um mit Hilfe einer Parameterstudie die optimale Pfeilung und V-Stellung für einen dreidimensionalen Rotorentwurf zu ermitteln, werden die Resultate für mehrere Testfälle präsentiert, um das Verfahren zu validieren und damit die Anwendbarkeit des Verfahrens für eine Parameterstudie zu gewährleisten.

Der erste Testfall soll dazu dienen, die in den Abschnitten zuvor beschriebene Vorgehensweise zu validieren. Dazu werden zunächst die Belastungsverteilungen von zwei halbumendlich langen Schaufeln mit Pfeilung berechnet, diese dann zu einer Lösung einer endlichen Schaufel zwischen begrenzenden Seitenwänden überlagert und dieses Ergebnis wird danach zu einem Gitter erweitert. Die so ermittelten Belastungsverteilungen in Schaufelhöhen- und Schaufeltiefenrichtung werden schließlich mit gemessenen Daten aus [131] verglichen.

Das gewählte Beispiel ist eine Schaufel mit konstanter Pfeilung ($\varphi = 40^\circ$) ohne V-Stellung und ohne Spalt mit einer konstanten Schaufeltiefe von $l = 78,32$ mm und einem Parabelskelett mit der relativen Wölbung $f/l = 0,025$ angeströmt mit $\alpha_\infty = 3,55^\circ$, vergleiche [118]. Die Schaufelhöhe beträgt 300 mm. Das Schaufelmodell ist in Abbildung 4.25 dargestellt.

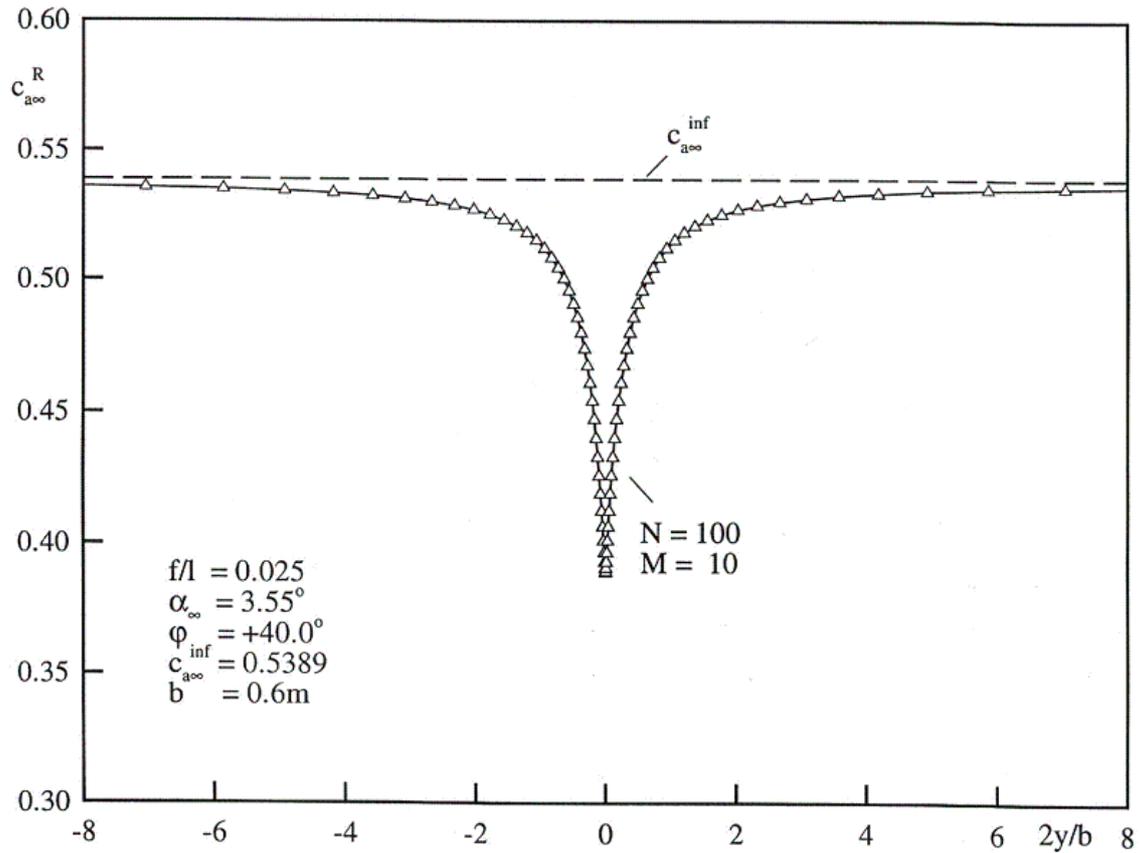


Abbildung 4.23: Belastungsverteilung über Schaufelhöhe einer halbunendlichen Schaufel mit konstanter positiver Pfeilung ($\varphi = +40^\circ$)

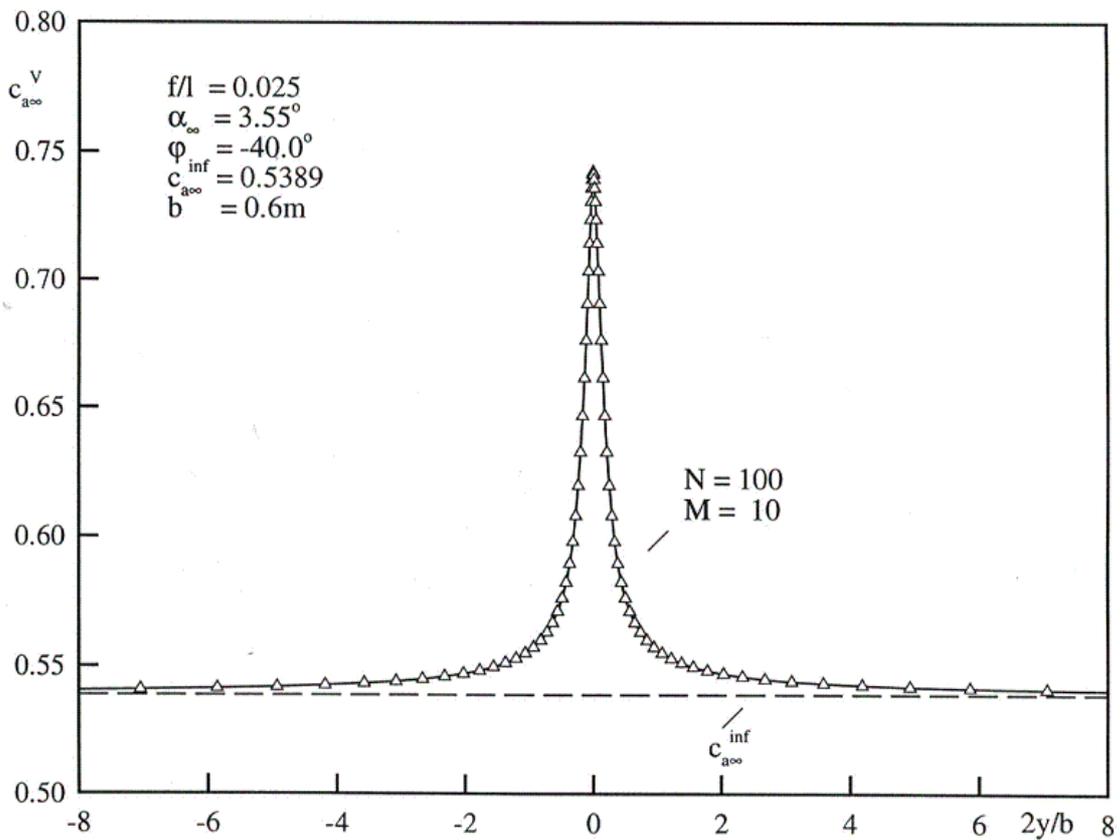


Abbildung 4.24: Belastungsverteilung über Schaufelhöhe einer halbunendlichen Schaufel mit konstanter negativer Pfeilung ($\varphi = -40^\circ$)

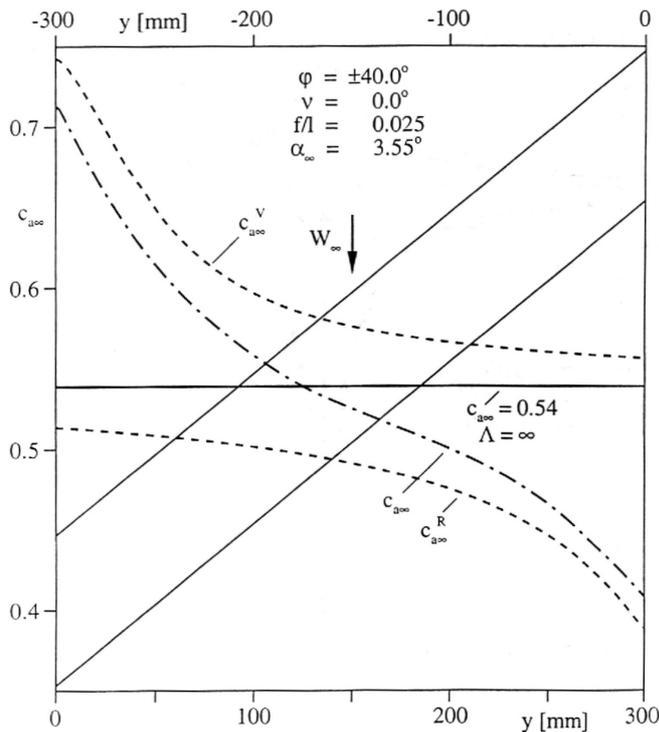


Abbildung 4.25: Überlagerung der Belastungsverteilungen von zwei halbunendlichen Schaufeln mit positiver bzw. negativer Pfeilung

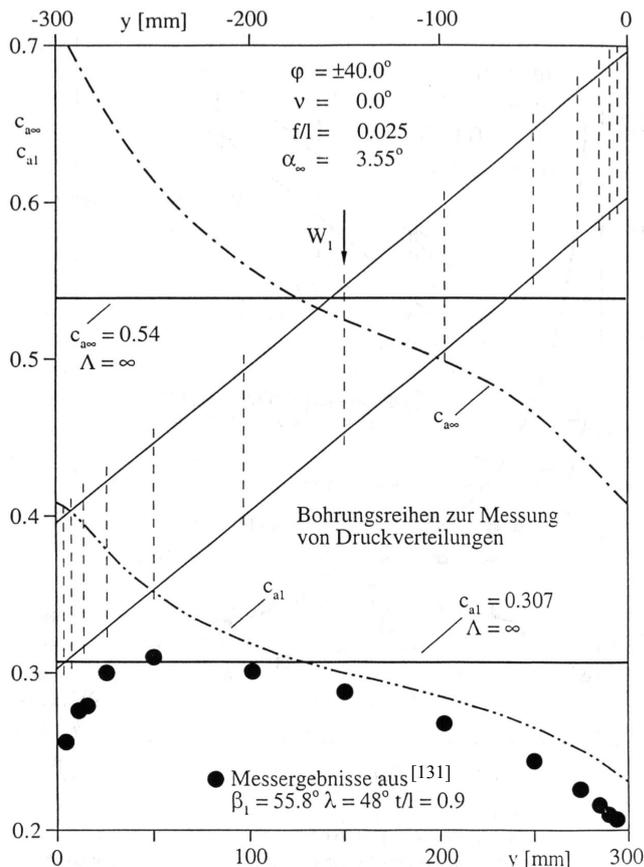


Abbildung 4.26: Berechnete Auftriebsverteilungen über Schaufelhöhe für eine Einzel- und Gitterschaukel mit und ohne Seitenwand, Vergleich mit Experiment

In einem ersten Schritt werden der rechte und der linke Rand der Schaufel aus [Abbildung 4.25](#) getrennt betrachtet. Dazu wird das Schaufelmodell in zwei halbunendliche Teile zerlegt. Das Modell am rechten Rand hat eine positive Pfeilung von $\varphi = +40^\circ$ und erstreckt sich links nach unendlich, das Modell am linken Rand hat eine negative Pfeilung von $\varphi = -40^\circ$ und erstreckt sich rechts nach unendlich. Beide Modelle werden an ihren Rändern gemäß [Abschnitt 4.3.1](#) gespiegelt und mit jeweils 100 Paneln in Schaufelhöhenrichtung und 10 Paneln in Schaufeltiefenrichtung belegt und mit dem Panelverfahren gerechnet. Die Belastungsverteilung in Schaufelhöhenrichtung für den Fall mit positiver Pfeilung ist in [Abbildung 4.23](#) dargestellt, die für den Fall mit negativer Pfeilung in [Abbildung 4.24](#). Zusätzlich zu diesen Verteilungen zeigen die Abbildungen als Referenz den Verlauf des Beiwertes $c_{a\infty} = 0,5389$ für den Fall der unendlich langen gepfeilten (schiebenden) Schaufel.

[Abbildung 4.23](#) zeigt den bekannten entlastenden Effekt der positiven Pfeilung in der Schaufelmitte, vergleiche [Abschnitt 2.3.1](#), [Abbildung 4.24](#) zeigt den bekannten belastenden Effekt der negativen Pfeilung in der Schaufelmitte, vergleiche [Abschnitt 2.3.1](#). Um das Ergebnis für die Einzelschaukel aus [Abbildung 4.25](#) zu erhalten, werden die Ergebnisse der beiden halbunendlichen Schaufeln aus [Abbildung 4.23](#) und [4.24](#) mit den Gleichungen aus [Abschnitt 4.3.6](#) überlagert. Das Ergebnis ist in [Abbildung 4.25](#) dargestellt und zeigt, dass sich in Schaufelmitte die Effekte der positiven und negativen Pfeilung nahezu aufheben, dass an den Rändern jedoch weiterhin deutlich der belastende Effekt (links) bzw. entlastende Effekt (rechts) sichtbar ist. Der letzte Schritt ist die Erweiterung dieses Ergebnisses der Einzelschaukel zu einem Gitter für das Messwerte aus [131] vorliegen. Diese Erweiterung wird mit den Gleichungen

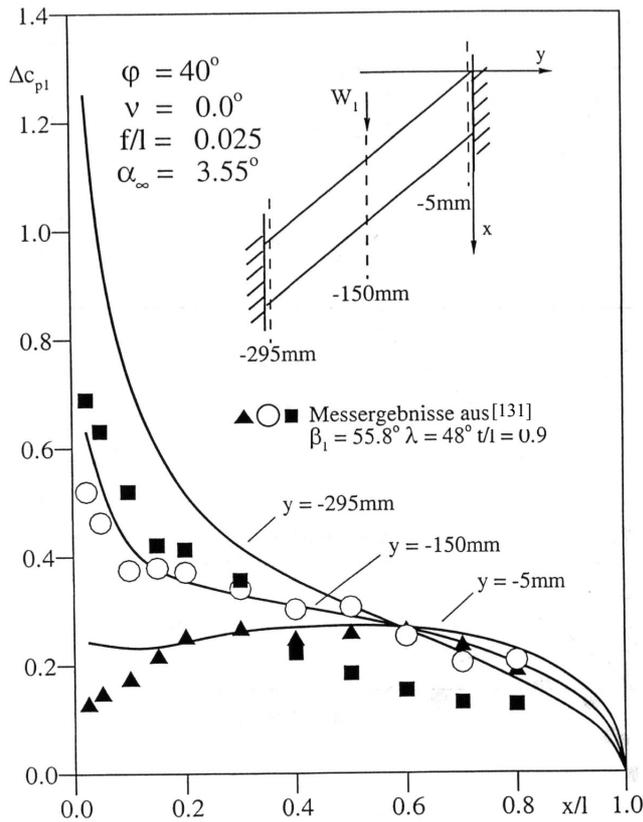


Abbildung 4.27: Berechnete Auftriebsverteilungen über Schaufeltiefe für eine Gitterschaukel mit Seitenwand, Vergleich mit Experiment

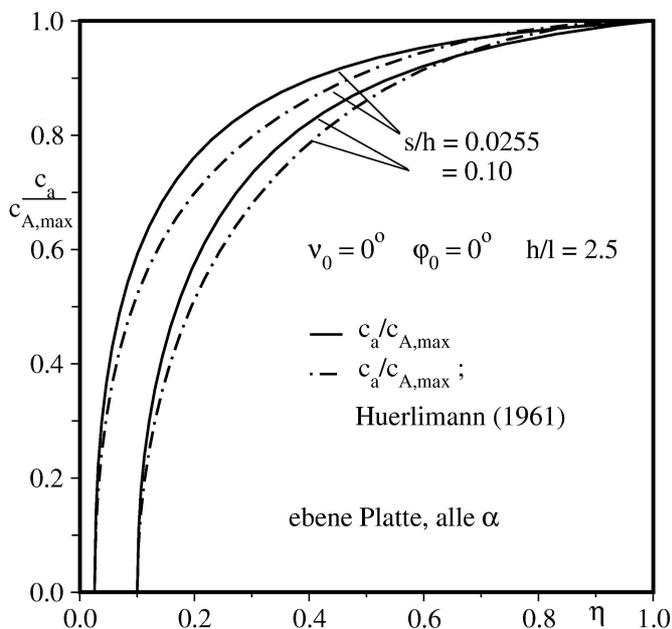


Abbildung 4.28: Belastungsverteilungen über Schaufelhöhe für ebene Platten mit Spalt, Vergleich Panelverfahren / Analytik

Pfeilung noch V-Stellung, so dass die Ergebnisse in [Abbildung 4.28](#) den reinen Spalteinfluss auf die Belastungsverteilung zeigen. Die analytischen Belastungsverteilungen sind dargestellt

aus [Abschnitt 4.3.6](#) vollzogen. Der Gittereinflussfaktor k ergibt sich mit Kenntnis des Beiwertes für das unendliche schiebende Gitter ($c_{a1} = 0,307$), der Pfeilung φ und der Gittergrößen ($t/l = 0,9$, $\lambda = 48^\circ$, $\beta_1 = 55,28^\circ$) zu $k = 0,7112$. Der Umrechnungsfaktor auf die Anströmgeschwindigkeit des Gitters beträgt $(W_\infty/W_1)^2 = 0,8035$. [Abbildung 4.26](#) zeigt die gerechneten Belastungsverteilungen in Schaufelhöhenrichtung für das Gitter, die korrespondierende Einzelschaukel, sowie die Messwerte aus [131]. Auch hier ist erkennbar, dass sich die Randeffekte in Schaufelmitte nahezu aufheben. Die Übereinstimmung der Rechnung mit der Messung ist sehr gut, eine Ausnahme bilden die Ergebnisse am linken Rand, hier folgen die gemessenen Werte nur solange den gerechneten bis Grenzschichtablösungen dies in Folge der Überlastung durch die negative Pfeilung verhindern.

Analog zu den Auftriebsbeiwerten in Schaufelhöhenrichtung lassen sich auch die Druckbeiwerte des Gitters in Schaufeltiefenrichtung ermitteln. In [Abbildung 4.27](#) sind gerechnete und gemessene Verteilungen für drei ausgewählte Schnitte dargestellt. Auch hier gibt es eine sehr gute Übereinstimmung von Messung und Rechnung. Damit ist das Panelverfahren für die Anwendung an konstant gepfeilten Gittern ohne Spalt validiert.

Der zweite Testfall vergleicht zwei analytische Belastungsverteilungen von *Hürlimann* [134] zusammen mit den korrespondierenden Ergebnissen des angewandten Panelverfahrens, siehe [135]. Die untersuchten Geometrien sind zwei gerade, unprofilte Platten zwischen zwei Wänden mit einem Spalt auf der einen Seite (bei $\eta = 0$, [Abbildung 4.28](#)). Das Höhenverhältnis ist jeweils $h/l = 2,5$ und die Spaltweite ist $s/h = 10\%$ bzw. $2,55\%$. Die Platten haben weder

als der lokale Auftriebsbeiwert c_a bezogen auf den maximalen Auftriebsbeiwert bei $\eta = 1$. Die Ergebnisse des Panelverfahrens sind analog dargestellt. Die weitgehende Übereinstimmung der beiden Lösungen zeigt, dass das gewählte Verfahren für die Untersuchung von Konfigurationen mit Spalt sehr gut geeignet ist.

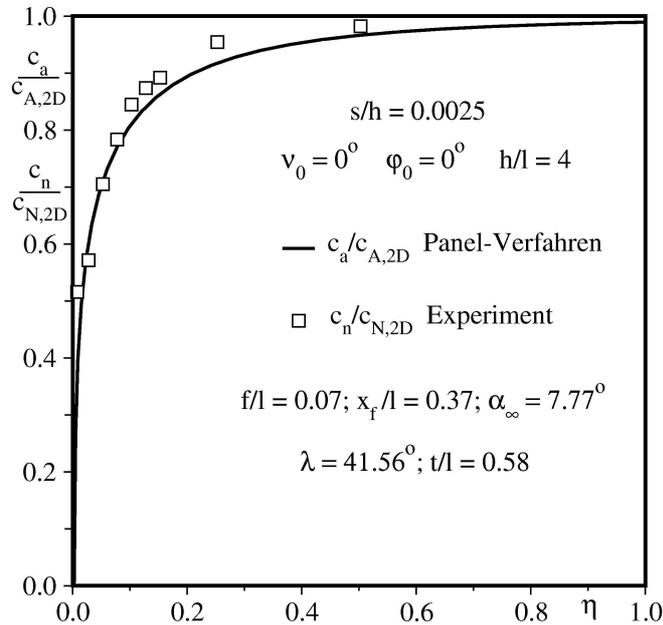


Abbildung 4.29: Belastungsverteilung über Schaufelhöhe für ungepfeiltes Gitter mit Spalt, Vergleich Panelverfahren / Messung

der Hauptströmung (α_∞) des gemessenen Gitters. Die Spaltweite bezogen auf die Schaufelhöhe beträgt $s/h = 0,0025$, die Sehnenlänge $h = 0,15$ m und das Schaufelhöhenverhältnis 4. Weitere Informationen zu diesem Fall, insbesondere zu dem Testaufbau und den Randbedingungen können [138] entnommen werden.

In Abbildung 4.29 sind die Ergebnisse der Untersuchung dargestellt. Abbildung 4.29 zeigt die Belastungsverteilungen in Schaufelhöhenrichtung für den Auslegungspunkt bei $\beta_1 = 58^\circ$. Die experimentellen Verteilungen sind als das Verhältnis der Normalkraftkoeffizienten $c_N/c_{N,2D}$ aufgetragen, die Ergebnisse des Panelverfahrens als das Verhältnis der Auftriebsbeiwerte $c_a/c_{a,2D}$. Mit Gleichung 4.84 lassen sich c_N und c_a in Beziehung setzen, wobei c_w der Widerstandsbeiwert und α der Anstellwinkel ist. Für kleine α wird dieser Term sehr klein, so dass $c_N \approx c_a$ gilt. Da diese Bedingung für den Testfall erfüllt ist, lassen sich die Ergebnisse sehr gut vergleichen, siehe auch [135] und [138].

$$c_N = c_a + c_w \alpha_\infty \quad (4.84)$$

Die Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung in Abbildung 4.29 ist sehr gut, obwohl das Panelverfahren weder Sekundärströmungseffekte noch Reibung berücksichtigt. Das Ergebnis zeigt die Anwendbarkeit des Verfahrens in Kombination mit einem Spalt. Weitere Details zu diesem Testfall finden sich auch in [135] und [138].

Mit den bisher gezeigten Beispielen wurde die Anwendbarkeit des Verfahrens für gerade und konstant gepfeilte Gitter mit und ohne Spalt bei Streckungen $> 2,5$ gezeigt. Da das Verfahren jedoch auch für kleinere Streckungen eingesetzt werden soll und den Effekt variabler

Der dritte Testfall vergleicht die Ergebnisse eines Experiments für ein gerades Verdichtergitter mit Spalt mit denen der Rechnung des identischen Gitters mit dem Panelverfahren – unter Berücksichtigung des Gittereinflusses gemäß dem Ansatz aus Abschnitt 4.3.6. Die Profilgeometrie repräsentiert einen typischen Rotoraußenschnitt [136, 137] und ist definiert durch ein Parabelskelett mit einer Wölbungsrücklage mit $f/l = 0,07$ und $x_f/l = 0,37$.

Die Messungen wurden in einem Niedergeschwindigkeits-Gitterwindkanal am Institut für Strömungsmechanik an der Technischen Universität Braunschweig durchgeführt.

Der Staffelungswinkel des Gitters ist $\lambda = 41,56^\circ$ und das Teilungsverhältnis ist $t/l = 0,58$. Der numerische Anstellwinkel $\alpha = 7,77^\circ$ ist identisch mit der Richtung

Pfeilungsverläufe qualitativ richtig berechnen soll, werden in Abbildung 4.30 zwei Beispiele für die Nachrechnung einer ungepfeilten und einer gepfeilten Statorschaufel mit Schaufelhöhenverhältnis 1 gezeigt. Die Schaufel A besitzt eine A10 Skelettlinie, die Schaufel K eine Kreisbogenskelettlinie und 30° Nabenseifilung. Weitere Geometriedetails, Details zu Messung und 3D-Navier-Stokes-Nachrechnung finden sich in [91]. Abbildung 4.30 zeigt die Belastungen in Schaufeltiefenrichtung am Nabenschnitt der Schaufeln A und K in Form von Δc_p für Messung, 3D-Navier-Stokes-Rechnung, 2D-MISES-Rechnung und Nachrechnung mit dem 3D-Panelverfahren. Sowohl für Schaufel A als auch für Schaufel K zeigen die Ergebnisse des Panelverfahrens eine sehr gute Übereinstimmung bezüglich Niveau und Form der Belastungsverteilung mit den Messungen und 3D-Navier-Stokes-Rechnungen, insbesondere für $0,15 < x/l < 1,0$. Lediglich im Bereich der Vorderkante kommt es zu Abweichungen, hier wird die Belastung vom Panelverfahren als zu hoch vorhergesagt. Grund dafür ist Vernachlässigung der Dicke. Für die ungepfeilte Schaufel A zeigen auch die zweidimensionalen MISES-Rechnungen eine gute Übereinstimmung mit der Messung. Ein anderes Bild zeigt sich für die gepfeilte Schaufel K. Hier zeigt die zweidimensionale MISES-Rechnung große Abweichungen zu der gemessenen Belastungsverteilung auf der vorderen Schaufelhälfte. Der Grund dafür ist, dass die dort bei Messung und Panelverfahren sichtbare Entlastung durch die Pfeilung hervorgerufen wird. Deren Einfluss fehlt jedoch in der zweidimensionalen Rechnung. Das Panelverfahren gibt den Einfluss der Pfeilung im Gegensatz dazu richtig wieder, natürlich gibt es auch hier Abweichungen zu Messung und 3D-Navier-Stokes Rechnung, diese beschränken sich jedoch wie bei Schaufel A erneut auf die Vorderkante.

Damit wird klar, dass das dreidimensionale Panelverfahren trotz der getroffenen Vereinfachungen (Überlagerung der Rechnungen für linke und rechte Seitenwand, Vernachlässigung der Dicke, Berücksichtigung des Gittereffekts mit Hilfe eines Gittereinflussfaktors, Reibungsfreiheit) auch für Schaufeln mit dreidimensionaler Geometrie (Pfeilung und V-Stellung) und kleinem Schaufelhöhenverhältnis anwendbar ist und qualitativ gute Ergebnisse liefert.

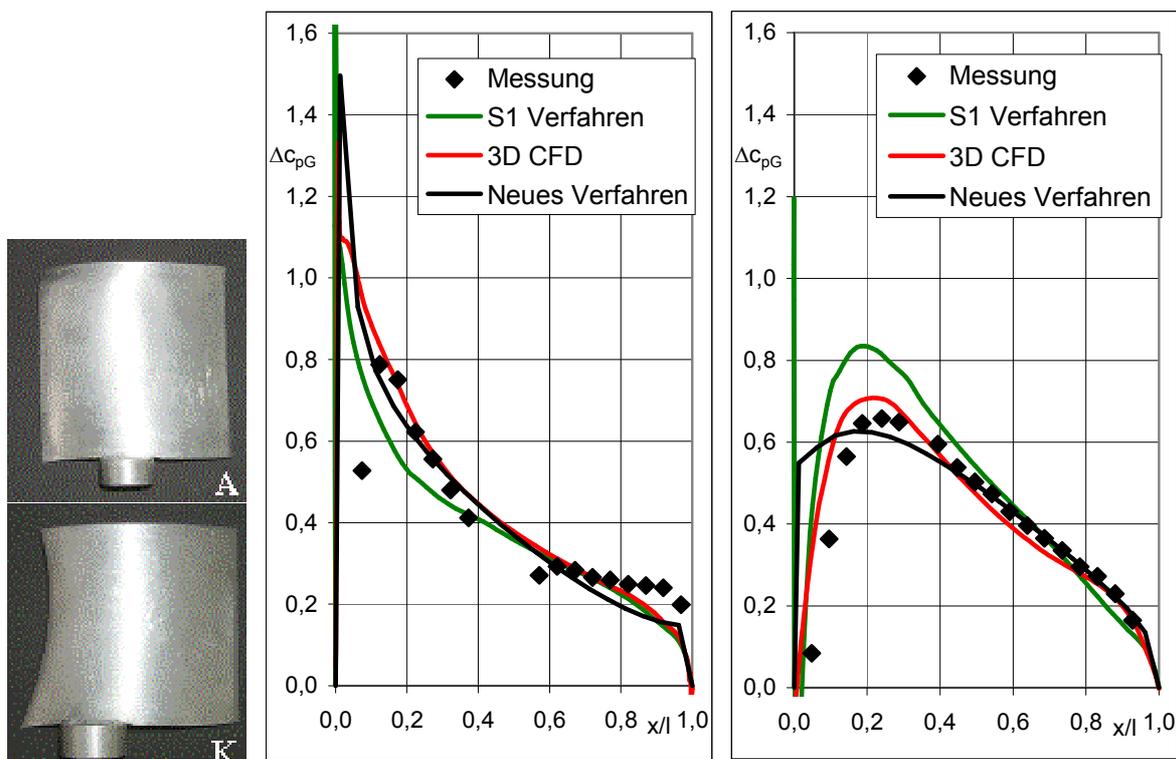


Abbildung 4.30: Belastungsverteilungen des Nabenschnittes der Statoren A und K

4.4 Parameterstudie und Berechnungsergebnisse

4.4.1 Vorbemerkung

Dieses Kapitel beschreibt eine Parameterstudie, die mit dem in Abschnitt 4.3 vorgestellten Panelverfahren ausgeführt wurde. Sie soll dazu dienen, die grundsätzlichen Einflüsse von Pfeilung und V-Stellung auf die Belastungsverteilung von Schaufeln zu verstehen und deren optimale Verteilung zu ermitteln.

Die Untersuchung umfasst Pfeilung, V-Stellung und die Kombination aus beiden, sowohl in Wechselwirkung mit festen Wänden als auch mit Spalten. Die Untersuchungen beschränken sich dabei auf Einzelschaufeln mit Wölbung jedoch ohne Dicke und unter Vernachlässigung des in Abschnitt 4.3.6 definierten Gittereinflusses, da dieser die Ergebnisse lediglich quantitativ nicht jedoch qualitativ beeinflusst. Die Präsentation der Ergebnisse erfolgt in den in Abschnitt 4.3 definierten Größen, wobei die dimensionsbehafteten Koordinaten x , y , z und die Differenzen Δx , Δy , Δz mit der Kanal- bzw. Schaufelhöhe h normiert werden. Das ergibt die Koordinaten ξ , η , ζ und die Differenzen $\Delta\xi$, $\Delta\eta$, $\Delta\zeta$, in denen die Ergebnisse dargestellt sind. Für alle Rechnungen wurde eine Belegung mit 100 Paneln in Höhenrichtung und 20 Paneln in Tiefenrichtung gewählt, siehe dazu Abschnitt 4.3.3.

4.4.2 Variation der Pfeilung

Einleitung

Die Anwendbarkeit des Panelverfahrens auf konstant gepfeilte Schaufeln wurde bereits im Vorfeld dieser Arbeit in [90] und [118], sowie in Abschnitt 4.3.7, demonstriert. Auch der grundsätzliche Einfluss konstanter Pfeilung, wie unter anderem in [69 - 71] und [75] untersucht, wird als bekannt vorausgesetzt. Da die konstante Pfeilung außerdem in einem Verdichter praktisch nicht anwendbar ist, wird hier mit der Untersuchung veränderlicher Pfeilung in Schaufelhöhenrichtung gemäß der Definition aus Abschnitt 4.3.2 begonnen. Aufgrund der Erkenntnis aus den oben genannten Veröffentlichungen, vergleiche Abschnitt 2.3.1, beschränkt sich die Untersuchung auf die positive Pfeilung. Diese wirkt entlastend auf die kritischen wandnahen bzw. spaltnahen Schnitte und genügt daher den Anforderungen, die in Kapitel 3 definiert wurden. Die negative Pfeilung erhöht dagegen die Belastung, siehe [90, 118] und würde zu einer Verschlechterung der aerodynamischen Verhältnisse in den Randbereichen führen.

Pfeilung ohne Spalt

Stetiger und unstetiger Pfeilungsverlauf

Zur Definition der über Schaufelhöhe veränderlichen Pfeilung ist in Gleichung 4.36 eine e -Funktion eingeführt worden, um den Pfeilungsverlauf glatt und stetig zu realisieren. Die Verwendung dieser Gleichung basiert unter anderem auf den Erkenntnissen aus [139], die einen negativen Effekt eines unstetigen Übergangs zwischen positiv gepfeiltem und ungepfeiltem Bereich vorhersagen. Der Effekt äußert sich in einer lokalen Belastungserhöhung, die im Bereich des unstetigen Übergangs auftritt. Der Grund dafür ist, dass im Bereich des Übergangs der Mitteneffekt des negativ gepfeilten Flügels auftritt. Die Belastungserhöhung konzentriert sich gemäß [139] nahe der Vorderkante.

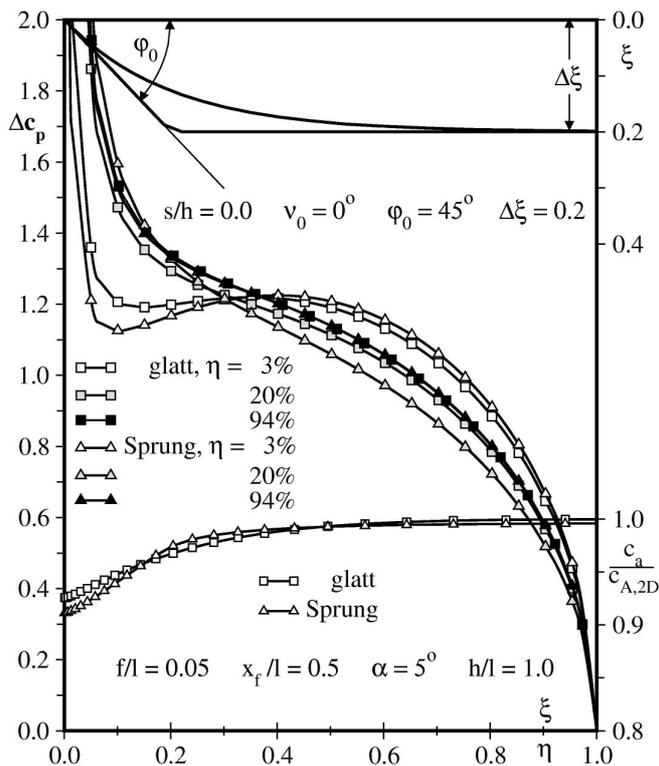


Abbildung 4.31: Belastungsverteilungen über Schaufelhöhe und -tiefe für stetig und unstetig gepfeilte Einzelschaufeln

Verdichterschaufeln realistischen Wölbung $f/l = 0,05$ unter dem Anstellwinkel $\alpha = 5^\circ$ gewählt.

In Abbildung 4.31 sind die mit Hilfe des Panelverfahrens berechneten Belastungsverteilungen in axialer und radialer Richtung dargestellt. Hier bestätigt sich, dass im Verlauf des Auftriebsbeiwertes in Schaufelhöhenrichtung für den Fall mit „Sprung“ eine lokal höhere Belastung im Bereich zwischen 15 % und 35 % Schaufelhöhe auftritt. Diese Mehrbelastung resultiert aus dem in der Umgebung des Sprunges lokal auftretenden Mitteneffekt des negativ gepfeilten Flügels. In der axialen Belastungsverteilung verursacht die negative Pfeilung einen Anstieg der Belastung auf den vorderen 10 % der Schaufel auf ein Niveau über der Belastung in der Schaufelmitte ($\eta = 94\%$), die von der Pfeilung unbeeinflusst bleibt. Anhand des Schnittes $\eta = 20\%$ in Abbildung 4.31 ist dies klar erkennbar. Damit bestätigt das Panelverfahren die Ergebnisse aus [139]. Als Schlussfolgerung wird der stetige Pfeilungsverlauf für alle folgenden Untersuchungen verwendet, um eine gleichmäßige Entlastung in axialer und radialer Richtung zu erzielen.

Variation der Pfeilungsparameter

Nach der Festlegung auf die e-Funktion zur Beschreibung der Pfeilung werden nun die Parameter φ_0 (Pfeilung an der Wand) und η (axiale Ausdehnung der Pfeilung) variiert, um deren Einfluss auf die Belastungsverteilungen zu verstehen.

Abbildung 4.32 zeigt die Belastungsverteilungen in Schaufelhöhenrichtung für drei Schaufeln mit Höhenverhältnis $h/l = 1,0$ und für drei weitere Schaufeln mit Höhenverhältnis $h/l = 2,0$ sowie drei Vorderkantenformen für $\Delta\xi = 0,2$ und $\varphi_0 = 30^\circ, 45^\circ$ bzw. 60° . Die Schaufelkontur und die Anströmung sind identisch der in Abbildung 4.31.

Um die Vermeidung dieses Effektes durch Anwendung der e-Funktion zu bestätigen und die Beobachtung aus [139] zu verifizieren, wurde zu Beginn der Parameterstudie ein Vergleich zwischen einem über Schaufelhöhe un stetigen Pfeilungsverlauf, genannt „Sprung“, und einem stetigen Verlauf, genannt „glatt“, durchgeführt. Die Vorderkanten der beiden so entstandenen Schaufeln sind in Abbildung 4.31 dargestellt, die Hinterkanten verlaufen parallel zur Vorderkante. Die Pfeilung an der Wand beträgt jeweils 45° und ihre Ausdehnung in axialer Richtung $\Delta\xi$ ist mit 20 % ebenfalls gleich. Deutlich erkennbar ist die Rückwärts Pfeilung bei $\eta = 0$ für beide Vorderkanten und die lokal auftretende Vorwärts Pfeilung für den un stetigen Verlauf bei $\eta = 0,2$.

Alle weiteren Schaufelparameter sind identisch gewählt, siehe Abbildung 4.31. Als Kontur wird – wie für die meisten weiteren untersuchten Fälle – ein Parabelskelett mit der für

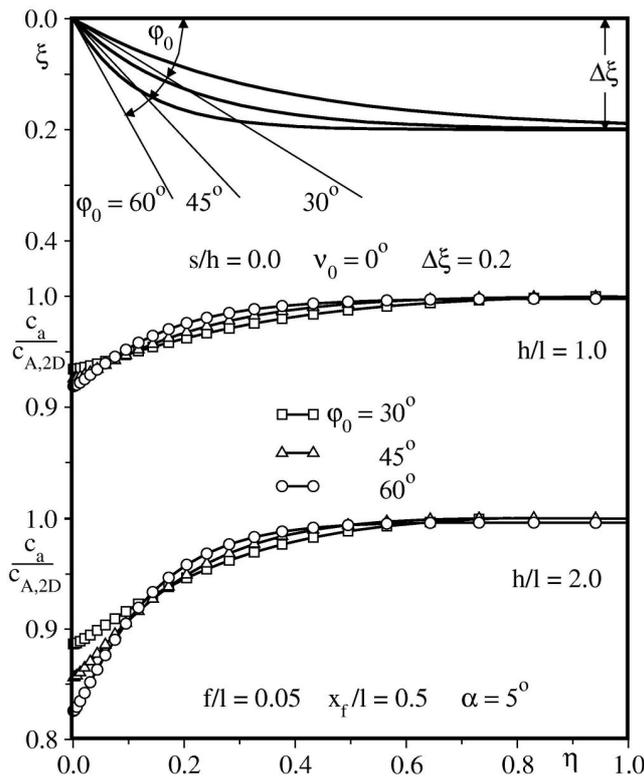


Abbildung 4.32: Belastungsverteilungen über Schaufelhöhe für gepfeilte Einzelschaufeln mit $h/l = 1$ bzw. 2 , Variation des Pfeilungsparameters φ_0

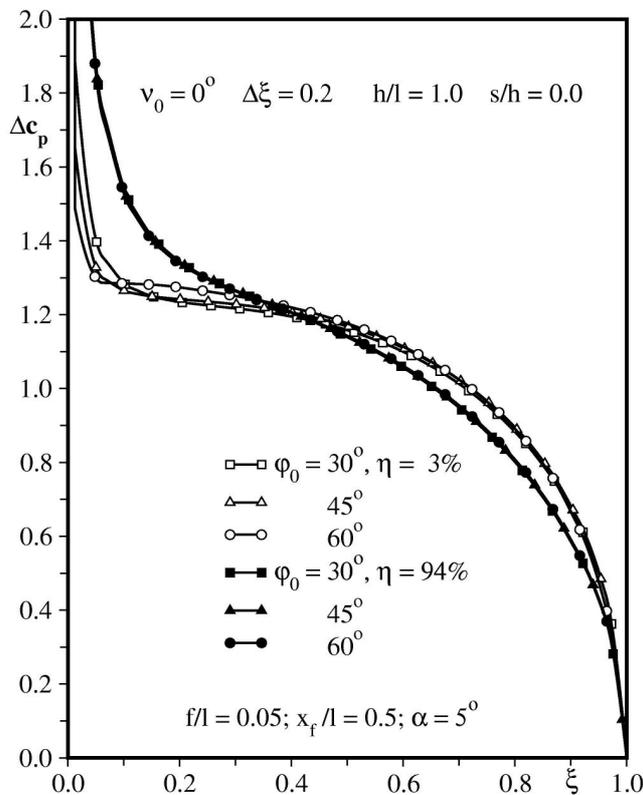


Abbildung 4.33: Belastungsverteilungen über Schaufeltiefe für gepfeilte Einzelschaufeln mit $h/l = 1$ bzw. 2 , Variation des Pfeilungsparameters φ_0

Abbildung 4.32 kann entnommen werden, dass eine steigende lokale Pfeilung in Richtung Seitenwand, die sich bei $\eta = 0$ befindet, eine zunehmende Entlastung in Schaufelhöhenrichtung auslöst. Dies ist der aus der Tragflügeltheorie bekannte Effekt am positiv gepfeilten Flügelmittelschnitt, vergleiche Abbildung 2.16.

Bei größerem Schaufelhöhenverhältnis h/l und größerem Pfeilungswinkel an der Wand (Pfeilungsparameter φ_0) fällt die Entlastung nahe der Wand stärker aus, wobei der Einfluss von φ_0 deutlich geringer ist als der von h/l . Vielmehr ist für den Belastungsverlauf die Form der Vorderkante, das heißt der Übergang von gepfeiltem zu ungepfeiltem Bereich bestimmend. Das bedeutet für die praktische Anwendung an modernen Schaufeln mit einem Höhenverhältnis von etwa eins, dass eine Pfeilung von 45° an der Wand eine ähnliche Entlastung bietet wie die Pfeilung von 60° . Gleichzeitig weist sie aber eine wesentlich größere Entlastung bei etwa 15 % Schaufelhöhe aufgrund des sanfteren Übergangs in den ungepfeilten Bereich auf und ist auch aus Sicht der Schaufelfestigkeit zu bevorzugen.

Diese Vorderkantenform ($\varphi_0 = 45^\circ$, $\Delta\xi = 0,2$) zeigt auch bei der Belastungsverteilung in Schaufeltiefenrichtung in Abbildung 4.33 an dem wandnahen Schnitt $\eta = 3\%$ eine bessere Verteilung verglichen mit $\varphi_0 = 30^\circ$ bzw. 60° . Die Entlastung ist hier für $\varphi_0 = 45^\circ$ sowohl direkt an der Vorderkante als auch jenseits 10 % Sehnenlänge am wirksamsten gegenüber der unbeeinflussten Verteilung bei $\eta = 94\%$ Schaufelhöhe. Gleichzeitig entsteht bei allen Pfeilungen eine nahezu identische Mehrbelastung der hinteren Schaufelhälfte, was insgesamt eine gleichmäßigere Belastungsverteilung in Tiefenrichtung bedeutet.

Die mit der beschriebenen Verteilung verbundenen Erwartungen bezüglich der Seitenwandströmung können folgendermaßen dargestellt werden:

- Die Verringerung der Vorderkantenbelastung bewirkt eine Verringerung des Druckgradienten der Querkanalströmung nahe der Seitenwand.
- Dies führt zu einer Reduzierung der Querkanalströmung, der Seitenwandgrenzschichtablösung und somit der Sekundärverluste [9], [28], [79], [81].
- Eine wandnahe Pfeilung von 45° , die im übrigen auch aus mechanischer Sicht meist noch realisierbar ist, kann genutzt werden, um die seitenwandnahe Strömung zu verbessern.

Eine Pfeilung an der Wand von $\varphi_0 = 45^\circ$ ist damit als wirkungsvoll identifiziert und wird für die weitere Studie gewählt. Im nächsten Schritt wird der Parameter $\Delta\xi$ variiert.

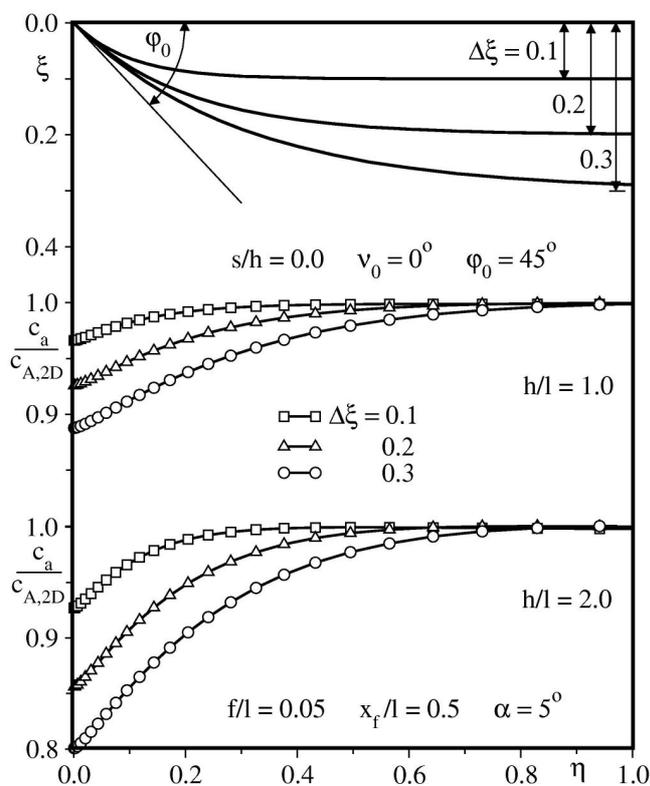


Abbildung 4.34: Belastungsverteilungen über Schaufelhöhe für gepfeilte Einzelschaufeln mit Schaufelhöhenverhältnis 1 bzw. 2, Variation des Pfeilungsparameters $\Delta\xi$

Abbildung 4.34 zeigt ähnlich wie Abbildung 4.32 zwei Sätze von Belastungsverteilungen in Schaufelhöhenrichtung für $h/l = 1,0$ und $2,0$ zusammen mit drei verschiedenen Vorderkantenformen für $v_0 = 0^\circ$, $\varphi_0 = 45^\circ$ und $\Delta\xi = 0,1, 0,2$ bzw. $0,3$. Die weiteren Parameter sind identisch mit denen aus Abbildung 4.32.

Die Belastungsverteilungen zeigen deutlich den großen Einfluss der axialen und damit auch radialen Ausdehnung der Pfeilung: Eine Ausdehnung der Pfeilung führt sowohl bei $\eta = 0$ als auch über weite Teile der Schaufelhöhe zu einer stärkeren Entlastung. Dieser Einfluss wird mit steigendem Schaufelhöhenverhältnis weiter verstärkt, bleibt aber qualitativ gleich. Für die Anwendung an Schaufeln mit kleinem h/l zeigt Abbildung 4.34, dass ein $\Delta\xi$ von $0,2$ ein guter Kompromiss zwischen einer großen Randentlastung bei nur geringem Einfluss auf die Schaufelmitte ist.

Der erste Teil der Studie liefert daher zusammengefasst folgendes Ergebnis: Bei Anwendung des Pfeilungsverlaufs nach Gleichung 4.36 ist die Kombination von $\varphi_0 = 45^\circ$ und $\Delta\xi = 0,2$ für $h/l = 1$ eine günstige Pfeilung.

Kompensation des Pfeilungseffektes durch Sehnenverlängerung

Die starke Entlastung der Randbereiche, siehe Abbildungen 4.32 und 4.34, bedingt zwar eine Verringerung der Verluste dort, führt aber gleichzeitig zu einer lokalen Reduzierung der Euler-Arbeit. Dieser Leistungsverlust soll ausgeglichen werden, da die Arbeit einer Schaufel auch bei Einführung von Pfeilung unverändert bleiben soll. Dies kann durch eine lokale Erhöhung der Umlenkung in dem entlasteten Schaufelbereich realisiert werden. Folge dessen

ist jedoch ein Verlustanstieg, der nach Möglichkeit vermieden werden soll. Im Rahmen der Parameterstudie wird daher nach einer wirksameren Methode gesucht.

Die ursprüngliche radiale Belastungsverteilung oder jede beliebige andere Verteilung kann erreicht werden, in dem man die Sehnenlänge mit steigender Vorderkantenpfeilung stetig vergrößert. Für die Fälle aus Abbildung 4.32 und 4.34 heißt das eine radiale Belastungsverteilung mit konstanter *Euler*-Arbeit, ausgedrückt durch einen über Schaufelhöhe gleichbleibenden Term c_{a1} .

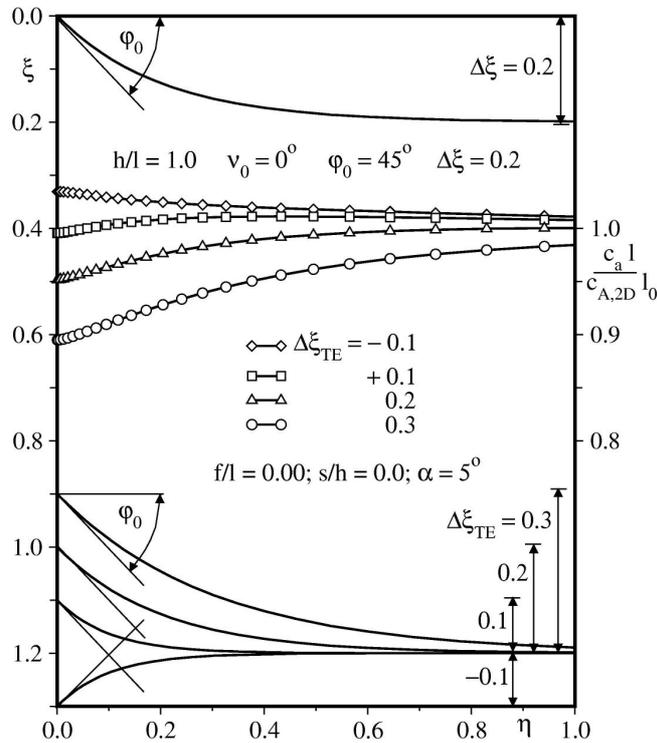


Abbildung 4.35: Belastungsverteilungen über Schaufelhöhe für gepfeilte Einzelschaufeln mit den Pfeilungsparametern der Vorderkante $\varphi_0 = 45^\circ$, $\eta = 0,2$ und unterschiedlichen Hinterkantenformen (Variation der Sehnenlänge über Schaufelhöhe)

erreicht, was einer langsam ansteigenden Sehnenlänge über η mit steigender Pfeilung und einer bei $\eta = 0$ um 10 % verlängerten Sehne entspricht. Bei $\Delta\xi_{TE} = -0,1$, das heißt bei einer Sehnenverlängerung von 30 %, ist bereits eine leicht erhöhte Belastung festzustellen. Eine Sehnenlängenverlängerung, die zwischen diesen beiden Kombinationen liegt, ist damit für die gewählte Vorderkantenform ohne Spalt geeignet um die durch die Pfeilung verlorene *Euler*-Arbeit auszugleichen.

Abhängigkeit der Pfeilung von Skelettform, Wölbung und Anstellwinkel

In den vorangegangenen Abschnitten wurden folgende Zusammenhänge aufgezeigt:

- Die Wirkung von Pfeilung ist abhängig von den Parametern, die ihren Verlauf über Schaufelhöhe bestimmen.
- Die Sehnenlänge ist ein Parameter um ihre negativen Auswirkungen zu kompensieren.

Die Wirkungsweise dieser Methode lässt sich am einfachsten am Beispiel der ebenen Platte veranschaulichen. In Abbildung 4.35 sind vier verschiedene Schaufelkonfigurationen dargestellt, deren Vorderkanten die jeweils zuvor ermittelte günstige Form haben ($\varphi_0 = 45^\circ$, $\Delta\xi = 0,2$), deren Hinterkanten jedoch unterschiedlich geformt sind ($\varphi_{TE} = 45^\circ$, $\Delta\xi_{TE} = -0,1, +0,1, 0,2, 0,3$). Das Höhenverhältnis beträgt 1 und die weiteren Parameter sind: $f/l = 0,0$ (ebene Platte), $s/h = 0,0$ und $\alpha = 5^\circ$. Neben den unterschiedlichen Hinterkantenformen zeigt Abbildung 4.35 außerdem die dazugehörigen radialen Belastungsverteilungen in der Form $(c_{a1}) / (c_{A,2D} l_0)$. Dies ist die richtige Darstellung für Fälle mit $l \neq l_0$, wobei l_0 die konstante Sehnenlänge des Referenzfalles ist.

Die Ergebnisse in Abbildung 4.35 zeigen, dass durch geeignete Wahl von $\Delta\xi_{TE}$ bzw. $l(\eta)$ prinzipiell jede beliebige Belastungsverteilung einstellbar ist. Eine nahezu konstante radiale Belastungsverteilung wird in diesem Beispiel beispielsweise für $\Delta\xi_{TE} = +0,1$

- Die Schaufelhöhe ist ein wichtiger Parameter der Schaufelgeometrie, der die Pfeilungswirkung aber lediglich qualitativ beeinflusst.

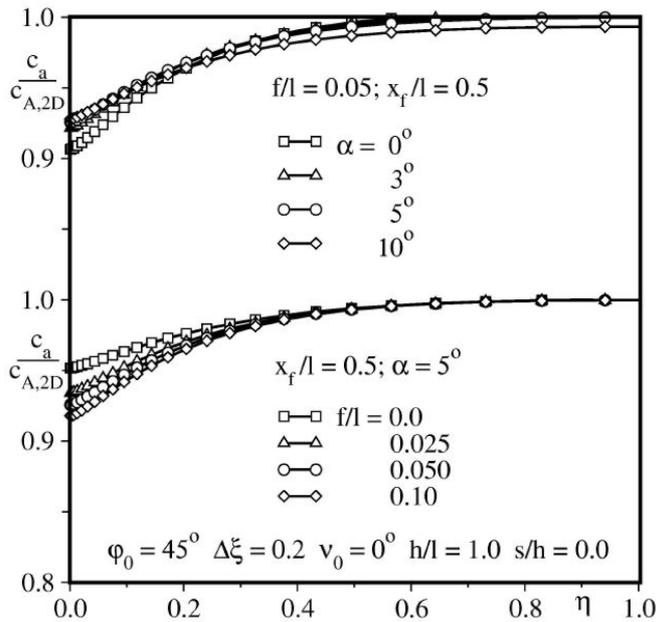


Abbildung 4.36: Belastungsverteilungen über Schaufelhöhe für gepfeilte Einzelschaufeln, Variation des Anstellwinkels und der Wölbung

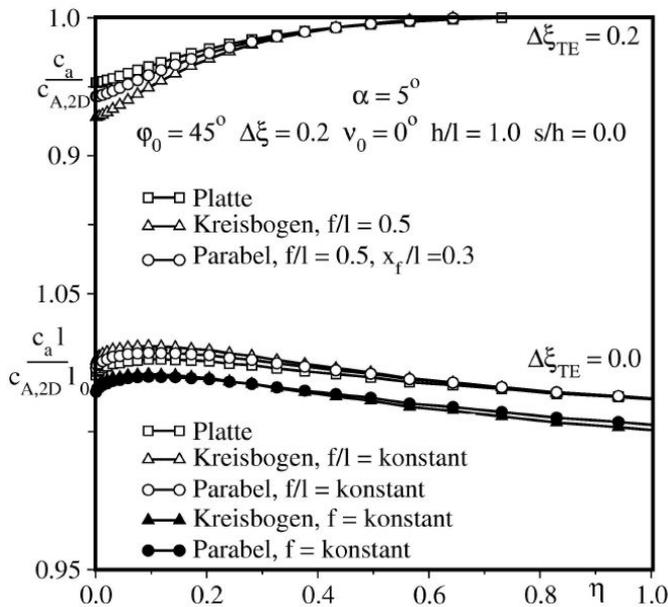


Abbildung 4.37: Belastungsverteilungen über Schaufelhöhe für gepfeilte Einzelschaufeln, Variation des Skelettlinentyps bei konstanter Sehnenlänge, Variation des Wölbungstyps bei veränderlicher Sehnenlänge über Schaufelhöhe

Schaufel hat in beiden Fällen ein Schaufelhöhenverhältnis von 1,0 und eine Vorderkantenpfeilung mit den Pfeilungsparametern $\varphi_0 = 45^\circ$ und $\Delta\xi = 0,2$. Abbildung 4.37 zeigt, dass sowohl für verschiedene Skelettlinentypen als auch für die unterschiedliche Behandlung der Wölbung bei Einführung einer Sehnenlängenvariation die qualitativen Aussagen aus den Abbildungen 4.31 - 4.35 generelle Gültigkeit haben.

In diesem Abschnitt wird nun gezeigt, dass alle weiteren Geometrieparameter – wie zum Beispiel die Art der Skelettlinie, die maximale Wölbung und der Anstellwinkel – keinen Einfluss auf die generelle Gültigkeit der zuvor beschriebenen Erkenntnisse haben.

Dafür zeigt Abbildung 4.36 den Einfluss des Anstellwinkels und der Wölbung auf die Belastungsverteilung in Schaufelhöhenrichtung. Der Anstellwinkel α wird bei $f/l = 0,05 = \text{konstant}$ (Abbildung 4.36, oben) variiert und die maximale relative Wölbung f/l bei $\alpha = 5^\circ = \text{konstant}$ (Abbildung 4.36, unten). Die untersuchte Schaufel hat in beiden Fällen ein Schaufelhöhenverhältnis von 1,0, eine Wölbungsrücklage $x_f/l = 0,5$ und die zuvor ermittelte optimale Vorderkantenpfeilung mit den Pfeilungsparametern $\varphi_0 = 45^\circ$ und $\Delta\xi = 0,2$. Für beide Fälle zeigt Abbildung 4.36, dass die Variation von α und f/l nur einen geringen quantitativen Einfluss auf die Belastung hat. Lediglich für die Anströmung $\alpha = 0$ und die ebene Platte ($f/l = 0$) ist eine geringe Streuung zu erkennen, die jedoch das Ergebnis qualitativ nicht beeinflusst.

Abbildung 4.37 zeigt den Einfluss der Skelettlinie und der Wölbungsverteilung. Im Bild oben sind unterschiedliche Skelettlinien für $\alpha = 5^\circ = \text{konstant}$ und $l = \text{konstant}$ dargestellt; unten ist die Wölbungsverteilung in Schaufelhöhenrichtung bei einer radialen Verlängerung der Sehnenlänge l variiert. Die Sehne ist in diesem Fall gerade so verlängert, dass eine gerade Hinterkante entsteht: $\Delta\xi_{TE} = 0,0$, vergleiche Abbildung 4.35. Die untersuchte

Die qualitative strömungsmechanische Wirkungsweise der Pfeilung bei Anwendung an Schaufelenden ohne Spalt ist damit im Wesentlichen abhängig von ihrer Form und nicht von den geometrischen Details der Schaufel.

Pfeilung mit Spalt

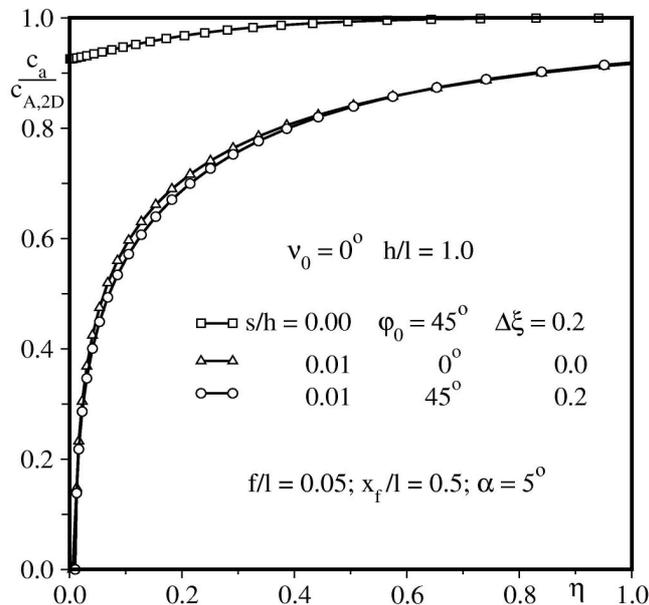


Abbildung 4.38: Belastungsverteilungen über Schaufelhöhe für gepfeilte und ungepfeilte Einzelschaufeln mit und ohne Spalt

Die Verteilungen in Abbildung 4.39 sind für drei verschiedene Schaufeln:

- Eine Schaufel mit gepfeilter Vorder- und Hinterkante ohne Spalt ($\varphi_0 = 45^\circ$, $\Delta\xi = 0,2$, $s/h = 0,0$), wie bereits bekannt.
- Die gleiche Schaufel mit einem Spalt mit der Spaltweite $s/h = 0,01$ an einem Schaufelende (bei $\eta = 0$).
- Eine ungepfeilte Schaufel ($\varphi_0 = 0^\circ$, $\Delta\xi = 0,0$) mit ansonsten identischer Geometrie mit einem Spalt gleicher Größe.

Die Verteilungen in Abbildung 4.39 sind für jeweils 3 % und 94 % Kanalhöhe abgebildet. Das Schaufelhöhenverhältnis h/l ist eins, die Schaufeln haben keine V-Stellung und die weiteren Parameter sind: $x_f/l = 0,5$, $f/l = 0,05$ und $\alpha = 5^\circ$.

Beim Vergleich der Belastungsverteilungen in Abbildung 4.38 und Abbildung 4.39 lassen sich folgende Effekte ablesen:

- Der Pfeilungseffekt ist sehr viel kleiner als der Spalteffekt.
- Der Pfeilungseffekt in Kombination mit Spalt fällt bei gleicher Pfeilung deutlich geringer aus als in Kombination mit einer festen Wand.
- Die spaltnahen Schnitte werden aber dennoch entlastet.
- In Schaufeltiefenrichtung bewirkt die Pfeilung nahe dem Spalt ($\eta = 3\%$) eine gleichmäßigere Belastungsverteilung (Abbildung 4.39).

Die Parameterstudie hat bislang nur Fälle mit einer festen Seitenwand ohne Spalt betrachtet. Die dazu gezeigten Ergebnisse und Schlussfolgerungen haben somit nur für die Rotorabte Gültigkeit. Der nächste Teil der Studie thematisiert die Anwendung von Pfeilung an freien Schaufelenden mit einem Spalt und untersucht die Wirkungsweise der Pfeilung bei der Anwendung an der Rotor Spitze. Der Spalt wird dabei mit den Randbedingungen aus Abschnitt 4.3.5 modelliert.

Wirkungsweise der Pfeilung am Spalt

Ein wichtiges Ergebnis dieses Teils der Studie ist in Abbildung 4.38 und Abbildung 4.39 dargestellt. Die Abbildungen zeigen Belastungs-

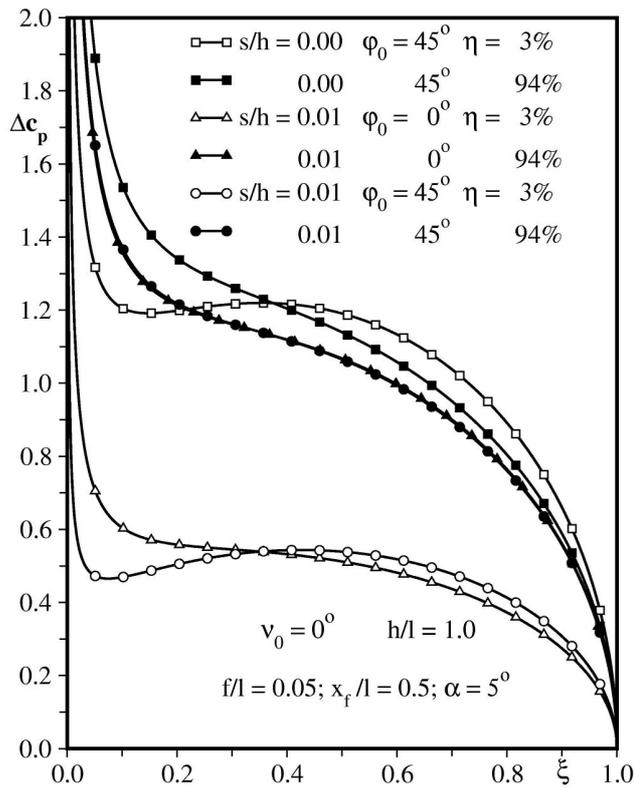


Abbildung 4.39: Belastungsverteilungen über Schaufeltiefe für gepfeilte und ungepfeilte Einzelschaufeln mit und ohne Spalt

nahezu konstante Belastungsverteilung am Spalt zu realisieren, muss daher zusätzlich zur Pfeilung die Profilform am Spalt angepasst werden.

Stetiger und unstetiger Pfeilungsverlauf

Auch für die Anwendung der Pfeilung am Spalt ist der Unterschied zwischen einem stetigen und einen unstetigen Pfeilungsverlauf von Interesse. Analog der Untersuchung mit fester Wand ohne Spalt, wird eine Schaufel mit Sprung ($\varphi_0 = 30^\circ$, $\Delta\xi = 0,12$) und eine Schaufel mit einer Vorderkante nach Gleichung 4.1 ($\varphi_0 = 45^\circ$, $\Delta\xi = 0,2$) untersucht. Die übrigen Schaufelparameter entsprechen den bereits bekannten.

Während die Ergebnisse ohne Spalt in [Abbildung 4.31](#) im Verlauf des Auftriebsbeiwertes in Schaufelhöhenrichtung für den Fall mit unstetiger Vorderkante eine lokal höhere Belastung im Bereich zwischen 15 % und 35 % Schaufelhöhe zeigen, sind die Verteilungen für die Schaufel mit Sprung und Spalt und die ungepfeilte Schaufel mit Spalt nahezu deckungsgleich. Dies bedeutet, dass sich die entlastende Pfeilungswirkung und die mehrbelastende (Verlustgenerierende) Wirkung des Sprunges, bekannt aus [Abbildung 4.31](#) nahezu aufheben. Lediglich der Fall mit stetiger Vorderkante zeigt die bekannte geringere Belastung, die jedoch in Kombination mit einem Spalt nur sehr gering ausfällt, siehe [Abbildung 4.38](#). Damit sind die getroffenen Aussagen bezüglich der Reduktion der Euler-Arbeit und ihrer Kompensation für Fälle ohne Spalt offensichtlich nicht einfach auf Fälle mit Spalt übertragbar. Im Folgenden muss dies daher noch separat untersucht werden. Jedoch ist auch für Fälle mit Spalt festzustellen, dass ein stetiger Pfeilungsverlauf strömungsmechanisch günstiger ist. Der Sprung führt auch hier zu einer lokalen Mehrbelastung und damit Verlusterhöhung.

Diese gleichmäßige (im Idealfall konstante) Belastungsverteilung an den Schaufelenden bei gleicher Schaufelbelastung generiert deutlich geringere Spaltverluste als eine zum Beispiel dreieckige Belastungsverteilung, wie bereits in [Abschnitt 2.3.1](#) erläutert wurde.

Allerdings ist die Pfeilung offensichtlich nicht geeignet um tatsächlich eine konstante Belastungsverteilung zu erreichen, insbesondere wenn die Profile am Spalt sehr stark frontbelastet sind – wie in der Regel bei modernen Verdichtern. Dies bedeutet, dass durch die Anwendung der Pfeilung an den spalt nahen Schnitten keine wesentliche Verbesserung der Spaltströmung erzielt werden kann: lediglich der reine potentialtheoretische Einfluss der Pfeilung trägt zu einer Verbesserung bei.

Um der Anforderung aus [Kapitel 3](#) bzw. den Erkenntnissen aus [47] und [111] gerecht zu werden, und eine

Wirkungsweise einer Sehnenverlängerung in Kombination mit Pfeilung

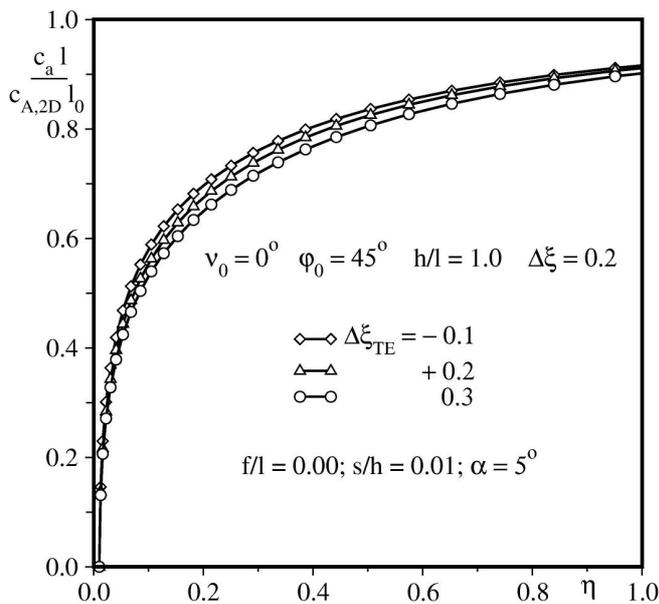


Abbildung 4.40: Belastungsverteilungen über Schaufelhöhe für gepfeilte Einzelschaufeln mit Spalt, Variation der Sehnenlänge über Schaufelhöhe

Abbildung 4.40 zeigt drei Belastungsverteilungen in Schaufelhöhenrichtung für die Hinterkantenformen $\varphi_{0TE} = 45^\circ$, $\Delta\xi_{TE} = -0,1, 0,2, 0,3$ kombiniert mit der bekannten Vorderkantenform $\varphi_0 = 45^\circ$, $\Delta\xi = 0,2$, analog zu der Darstellung in Abbildung 4.35 für den Fall ohne Spalt. Abweichend davon zeigt Abbildung 4.40 jedoch, dass eine kontinuierliche Verlängerung bzw. Verkürzung der Sehne in Schaufelhöhenrichtung bei einer Schaufel mit Spalt nicht dazu geeignet ist, die *Euler*-Arbeit nahe $\eta = 0$ wesentlich zu beeinflussen. Stattdessen kommt es zu einer Änderung der Belastung zwischen 10 % und 80 % Schaufelhöhe, wie der Vergleich der Belastungsverläufe der Schaufel ohne verlängerte Sehne ($\Delta\xi_{TE} = 0,2$), der Schaufel mit 10 % verkürzter Sehne bei $\eta = 0$ ($\Delta\xi_{TE} = 0,3$) und der Schaufel mit 30% verlängerter Sehne ($\Delta\xi_{TE} = -0,1$) in Abbildung 4.40 verdeutlicht.

Um zu untersuchen, ob es dennoch eine sinnvolle Möglichkeit gibt, den geringen Unterschied zwischen der Belastungsverteilung der gepfeilten und der ungepfeilten Schaufel mit Spalt (Abbildung 4.38) auszugleichen und die identische *Euler*-Arbeit zu realisieren, wird neben der Sehnenlängenverlängerung auch eine Änderung der lokalen Wölbung f/l in Betracht gezogen.

Das Ergebnis einer solchen Untersuchung ist, dass sowohl mit einer zum Spalt hin kontinuierlich ansteigenden Wölbung ($\Delta f/l = 0,1$ bei $\eta = 0$ und $l = \text{konstant}$) als auch mit einer zum Spalt hin kontinuierlich ansteigenden Sehnenlänge ($\Delta\xi_{TE} = 0,1$ bei $\eta = 0$ und $f/l = \text{konstant}$) eine radiale Belastungsverteilung erreicht werden kann, die der ungepfeilten Schaufel mit Spalt sehr gut entspricht. Das bedeutet, dass bei richtiger Wahl der Parameter auch für Schaufeln mit Spalt unabhängig von der Vorderkantenform jede gewünschte *Euler*-Arbeitsverteilung realisiert werden kann.

Das Ergebnis dieses Abschnitts ist, dass in Kombination mit einem Spalt eine Sehnenverlängerung zur Wiederherstellung der *Euler*-Arbeit nur begrenzt verwendet werden kann, da die Verlängerung in Kombination mit Spalt offensichtlich anders wirkt als bei der Anwendung an gepfeilten Schaufeln ohne Spalt. Während die sinnvolle Verlängerung bei gleicher Pfeilung für Fälle mit Spalt kleiner 10 % ist (Abbildung 4.40), bedarf es ohne Spalt einer Verlängerung von etwa 30 % (Abbildung 4.35).

4.4.3 Variation der V-Stellung

Einleitung

Neben der Pfeilung ist auch die V-Stellung ein geeignetes Mittel zur Beeinflussung der Schaufelbelastung [9], [76], [78], [92]. Die folgenden Abschnitte zeigen die Systematik der

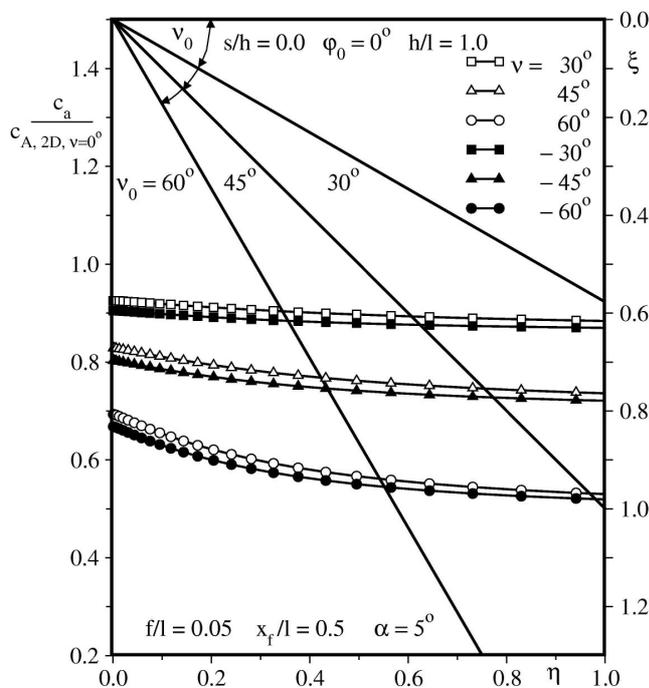


Abbildung 4.41: Belastungsverteilungen über Schaufelhöhe für Einzelschaufeln mit konstanter V-Stellung, Variation des Parameters v

Wirkungsweise der V-Stellung auf die radiale und axiale Belastungsverteilung in Abhängigkeit ihrer Parameter. Dabei wird wiederum den Schaufelrändern besondere Beachtung geschenkt.

V-Stellung ohne Spalt

Konstante V-Stellung über Schaufelhöhe

Eine konstante V-Stellung über Schaufelhöhe kann im Gegensatz zu einer konstanten Pfeilung in einem Verdichter angewandt werden. Daher wird die Parameterstudie mit diesem Fall begonnen. Abbildung 4.41 zeigt drei verschiedene V-Stellungen (30° , 45° und 60°) mit den dazugehörigen radialen Belastungsverteilungen jeweils für positive und negative V-Stellung für eine ungepfeilte Schaufel ohne Spalt mit den bereits bekannten Parametern $h/l = 1,0$, $f/l = 0,05$, $x_f/l = 0,5$ und $\alpha = 5^\circ$.

Man erkennt in Abbildung 4.41 drei wichtige Ergebnisse:

- Der grundsätzliche Einfluss der V-Stellung ist eine Entlastung über der gesamten Schaufelhöhe verglichen mit einer Schaufel ohne V-Stellung. Dieser Einfluss ist unabhängig von dem Vorzeichen der V-Stellung.
- Die Entlastung fällt für negatives Vorzeichen (das heißt positive V-Stellung) und kleinere Winkel geringer aus als für negative V-Stellung.
- Die radiale Belastungsumverteilung hat eine relative Erhöhung der Belastung an den Rändern verglichen mit der Schaufelmitte zur Folge, da die Entlastung in Schaufelmitte stärker ausfällt als die am Rand.

Eine Schlussfolgerung aus diesen Ergebnissen ist, dass die praktisch anwendbaren V-Stellungen von $< 30^\circ$ einen geringeren Einfluss auf die Belastungsverteilung haben als jene mit einer Pfeilung der gleichen Größenordnung [118]. Eine weitere Schlussfolgerung ist, dass sich aus der Parameterstudie nicht ergibt, welches Vorzeichen der V-Stellung für eine Verbesserung der Rotorumströmung in einem Verdichter zu wählen ist.

Aus zahlreichen Veröffentlichungen [63], [91 - 93] ist jedoch bekannt, dass eine positive V-Stellung grundsätzlich besser als eine negative V-Stellung geeignet ist, um die Randverluste an einer Verdichterschaufel zu reduzieren, da die positive V-Stellung es der Wandgrenzschicht ermöglicht auf die Schaufelaußenseite zu strömen und dadurch

Eckenablösung vermindert wird. Daher beschränkt sich die Parameterstudie in den folgenden Abschnitten auf die Untersuchung der positiven V-Stellung.

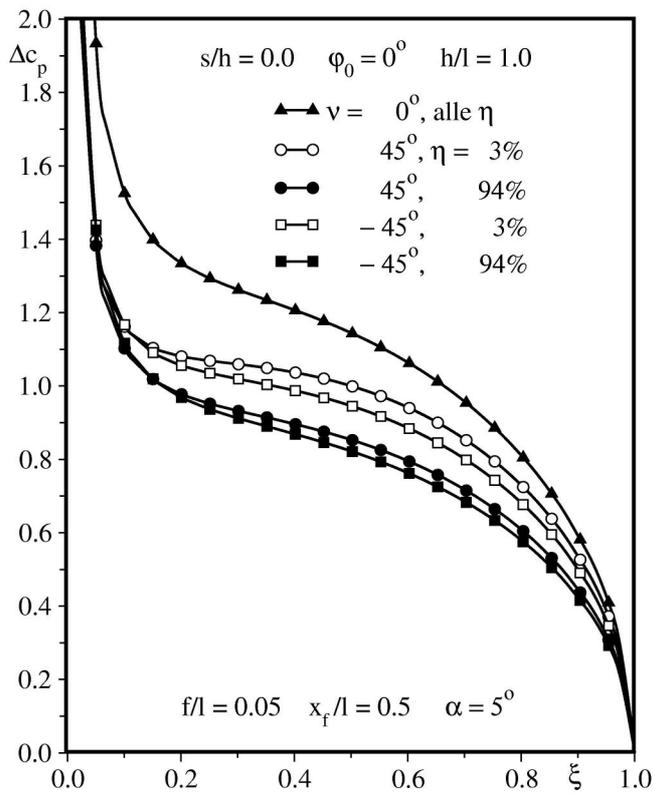


Abbildung 4.42: Belastungsverteilungen über Schaufeltiefe für Einzelschaufeln mit konstanter V-Stellung, Variation des Parameters v

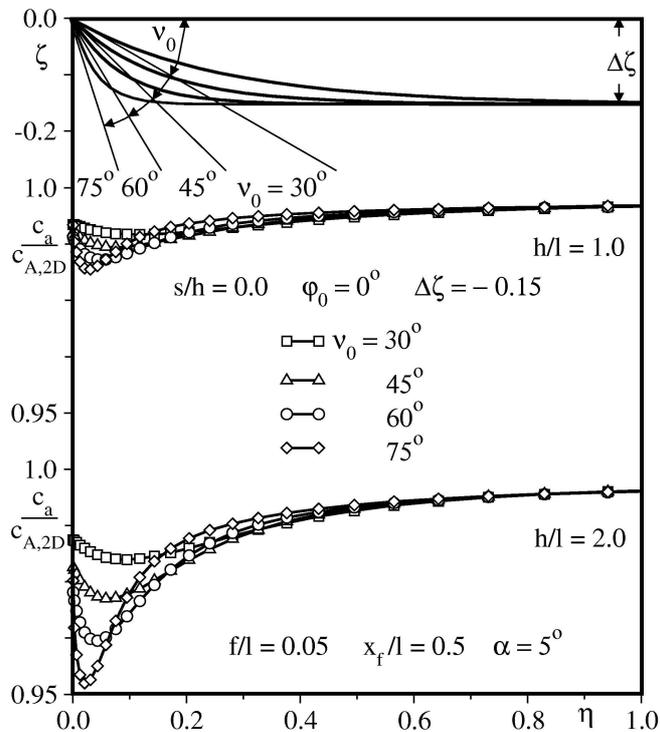


Abbildung 4.43: Belastungsverteilungen über Schaufelhöhe für Einzelschaufeln mit V-Stellung, Variation des Parameters v_0

Ergänzend zu dem Einfluss in Schaufelhöhenrichtung (Abbildung 4.41) zeigt Abbildung 4.42 für die V-Stellungen $\pm 45^\circ$ die Belastungsverteilungen in Sehnenrichtung für die Schaufelhöhen 3 % und 94 % verglichen mit der Verteilung für die zweidimensionale Referenzschaufel. Die Entlastung durch die V-Stellung verteilt sich in axialer Richtung gleichmäßig über die Schaufeltiefe, wobei die absolute Entlastung auf der ersten Schaufelhälfte größer ausfällt. Der Unterschied zwischen positiver und negativer V-Stellung ist in einer stärkeren Entlastung ab etwa 15 % Schaufeltiefe sichtbar. Nahe der Vorderkante ist kein Unterschied zu erkennen. Im Gegensatz zur Pfeilung (Abbildung 4.33) ist daher die V-Stellung nicht geeignet, die Vorderkantenbelastung zu reduzieren, sondern sie führt lediglich zu einer globalen Belastungsumverteilung in Schaufelhöhenrichtung (Abbildung 4.41).

Variation der Parameter der V-Stellung über Schaufelhöhe

Nachdem der grundsätzliche Einfluss der V-Stellung vorgestellt wurde, wird als nächstes die lokale Anwendung der V-Stellung in Abhängigkeit von den Parametern v_0 (Größe der V-Stellung an der Wand bzw. am Spalt) und $\Delta\zeta$ (Ausdehnung der V-Stellung in Umfangsrichtung) untersucht. Der Verlauf der V-Stellung wird wie die Pfeilung mit einer Funktion analog Gleichung 4.36 modelliert.

Abbildung 4.43 zeigt den Effekt der positiven V-Stellung auf die Belastungsverteilungen in Schaufelhöhenrichtung für die Winkel $v_0 = 30^\circ$, 45° , 60° und 75° bei einer Ausdehnung von $\Delta\zeta = -0.15$ für die ungepfeilte Schaufel ohne Spalt zwischen zwei

festen Wänden für $h/l = 1,0$ bzw. $2,0$ und den bekannten Schaufelparametern: $x_f/l = 0,5$, $f/l = 0,05$ und $\alpha = 5^\circ$. Neben den Belastungsverteilungen zeigt Abbildung 4.43 außerdem die Vorderkanten- bzw. Hinterkantenkontur in der ζ, η - Ebene. Man erkennt, dass die positive V-Stellung zu einer moderaten Reduzierung der Belastung nahe der Seitenwand führt. Diese Entlastung fällt für $h/l = 2,0$ etwas größer aus als für $h/l = 1,0$. Außerdem steigt die Entlastung mit zunehmender V-Stellung an der Wand. Jedoch ist der Anstieg nicht linear, das heißt mit Verdoppelung der V-Stellung verdoppelt sich der Betrag der Wandentlastung nicht, vielmehr ist ein asymptotischer Verlauf zu beobachten. Der Wert der maximalen Entlastung der bei 30° bei etwa 10 % Schaufelhöhe zu finden ist, steigt mit zunehmender V-Stellung nahezu linear an und verlagert sich in Richtung Wand. Die wandnahe Entlastung führt grundsätzlich zu einer Abnahme der Eckenablösung an festen Wänden (Abbildung 2.20) und ist daher erstrebenswert [85]. Eine V-Stellung von über 30° ist aber nicht sinnvoll, da der Betrag der Wandentlastung mit steigender V-Stellung nur wenig größer wird und die Schaufel gleichzeitig mechanische Stabilität verliert.

Auch in Schaufeltiefenrichtung erscheint lediglich eine kleine V-Stellung sinnvoll. Größere V-Stellungen entlasten zwar die hinteren zwei Drittel der Schaufel, gleichzeitig wird die Vorderkantenregion ungünstig höher belastet als bei einer kleineren V-Stellung.

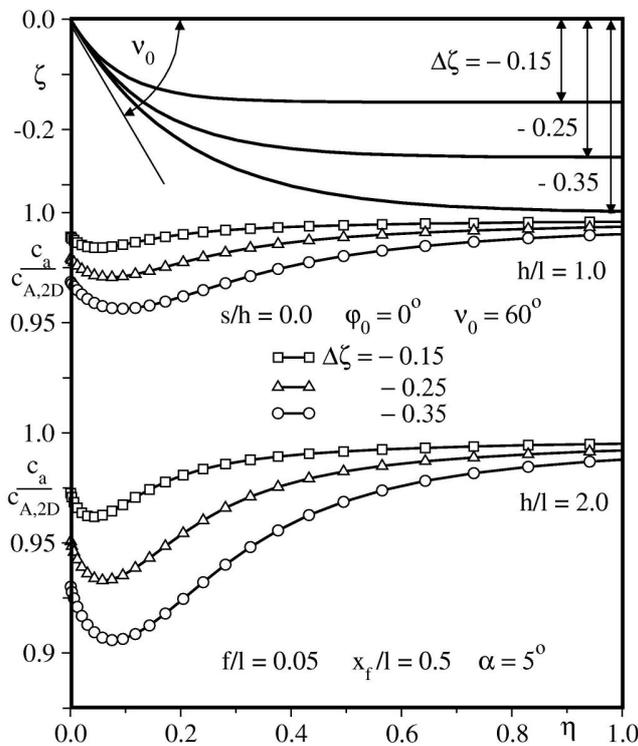


Abbildung 4.44: Belastungsverteilungen über Schaufelhöhe für Einzelschaufeln mit V-Stellung, Variation des Parameters $\Delta\zeta$

Der radiale Verlauf der V-Stellung hat einen wesentlich größeren Einfluss als der Betrag der V-Stellung an der Wand. Abbildung 4.44 zeigt drei Blattkantenverläufe mit dem identischen Wert von $v_0 = 30^\circ$, aber unterschiedlichen Ausdehnungen $\Delta\zeta = -0,15, -0,25$ und $-0,35$ zusammen mit den resultierenden Belastungsverteilungen für $h/l = 1,0$ und $2,0$. Erneut sind die Effekte für $h/l = 2,0$ größer. Der grundsätzliche Einfluss der Ausdehnung der V-Stellung in Umfangs- bzw. Radialrichtung ist aber auch für $h/l = 1,0$ klar erkennbar. Eine größere Ausdehnung verstärkt die Entlastung nahe der Wand erheblich. Gleichzeitig verstärkt sich allerdings auch die radiale Umverteilung der Belastung, so dass die maximale Entlastung in Richtung Schaufelmitte verschoben wird. Der Effekt der V-Stellung macht sich so zunehmend auch in Schaufelmitte bemerkbar, was nicht erwünscht ist [100]. Dies gilt insbesondere für eine Ausdehnung von

$\Delta\zeta < -0,25$, das heißt größer als 30 % Schaufelhöhe (Abbildung 4.44). Für die ideale V-Stellungsverteilung muss daher ein Kompromiss zwischen dem Winkel der V-Stellung an der Wand, der radialen Ausdehnung und einer mechanisch realisierbaren Form gewählt werden. Der Wert an der Wand darf als Resultat der Parameterstudie nicht größer als 30° sein, alle größeren V-Stellungen sind sowohl aerodynamisch als auch mechanisch nicht sinnvoll. Gleichzeitig bedeutet die radiale Umverteilung der Belastung unter der Bedingung gleichbleibender Gesamtarbeit, dass es Bereiche mit relativ erhöhter Belastung verglichen mit einer Schaufel ohne V-Stellung gibt. In diesen Bereichen ist mit einem Verlustanstieg zu

rechen, siehe [Abbildung 2.22](#). Dieser Verlustanstieg limitiert die Wahl der Größe der V-Stellung und ihrer radialen Ausdehnung zusätzlich, so dass ein idealer Wert für die V-Stellung je nach Belastungsniveau der Schaufel (bestimmt durch Diffusionszahl bzw. *de-Haller-Zahl*) deutlich geringer ausfällt als mit der reibungslosen Rechnung des Panelverfahrens vorhergesagt wird. Dies wird in der praktischen Anwendung der V-Stellung in [Kapitel 6](#) deutlich. Dennoch kann als Schlussfolgerung der Parameterstudie für V-Stellungen an festen Wänden festgestellt werden, dass eine V-Stellung an der Wand kleiner 30° bei einer radialen Ausdehnung über maximal 30 % Schaufelhöhe sinnvoll ist. Dieses Ergebnis wird auch durch Erkenntnisse anderer Arbeiten bestätigt [76], [91].

V-Stellung mit Spalt

Variation der Parameter der V-Stellung über Schaufelhöhe

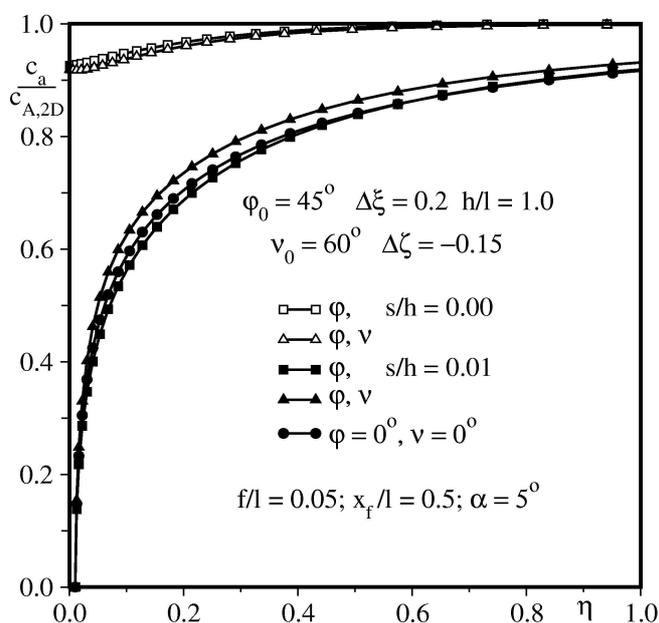


Abbildung 4.45: Belastungsverteilungen über Schaufelhöhe für eine Einzelschaufel a) mit Pfeilung ohne Spalt, b) mit Pfeilung und V-Stellung ohne Spalt, c) mit Pfeilung mit Spalt, d) mit Pfeilung und V-Stellung mit Spalt, e) ohne Pfeilung und V-Stellung mit Spalt

veränderlichen V-Stellung, bekannt aus [Abbildung 4.43](#), mit einem starken Gradienten in der Belastungsverteilung und einem lokalen Maximum der Entlastung begrenzt auf die spaltnahe Zone, die durch den dominanten entlastenden Spalteffekt überlagert wird. Diese Wirkungsweise muss bei der Optimierung der Rotorgeometrie berücksichtigt werden. Mit der Randbedingung gleichbleibender Gesamtarbeit bedeutet dies eine lokal auf die Schaufelspitze konzentrierte Entlastung direkt am Spalt und eine Belastungsverschiebung zur Schaufelmitte [63].

Nachdem in den vorherigen Abschnitten die Wirkungsweise der V-Stellung an einer festen Wand untersucht wurde, wird nun die Wirkungsweise der V-Stellung in Kombination mit einem Spalt ($s/h = 1\%$) an einem Schaufelende vorgestellt. [Abbildung 4.45](#) zeigt die Belastungsverteilungen für eine Schaufel ohne V-Stellung und für eine Schaufel mit der V-Stellung $v_0 = 60^\circ$ bei $\Delta\zeta = -0,15$ kombiniert mit einer Pfeilung. Interessanterweise ist der Effekt in Kombination mit einem Spalt ein anderer als an der festen Wand, vergleiche [Abbildung 4.43](#). Die V-Stellung führt zu einer Erhöhung der Belastung insbesondere im Bereich zwischen 5 % und 50 % Schaufelhöhe verglichen sowohl mit dem Fall ohne V-Stellung und Pfeilung als auch mit dem Fall mit Pfeilung aber ohne V-Stellung, siehe dazu auch [Abschnitt 4.4.4](#). Dieser Effekt verstärkt sich mit steigendem v_0 . Grund dafür ist die grundsätzliche Wirkungsweise der über Schaufelhöhe

4.4.4 Kombination von Pfeilung und V-Stellung

Die beiden vorherigen Abschnitte haben die Wirkungsweise von Pfeilung und V-Stellung bei isolierter Anwendung gezeigt. In der Praxis ist eine Kombination beider sinnvoll. Daher wird zum Abschluss der Parameterstudie in Abbildung 4.45 die Wirkung von Pfeilung bzw. Pfeilung und V-Stellung auf die radiale Belastungsverteilung der zweidimensionalen Referenzgeometrie mit und ohne Spalt gezeigt.

Für den Fall ohne Spalt erkennt man in Abbildung 4.45, dass die V-Stellung nahe der Wand zu einer zusätzlichen Entlastung – verglichen mit dem Fall mit Pfeilung – führt. Für den Fall mit Spalt wirkt die V-Stellung dagegen entgegengesetzt, siehe Abschnitt 4.4.3. Hier liegt die Belastungsverteilung der Schaufel mit Pfeilung und V-Stellung über der der gepfeilten Schaufel, und in dem hier dargestellten Fall mit 60° V-Stellung sogar über dem der zweidimensionalen Referenz.

Das heißt, dass die gezielte Anwendung der V-Stellung am Spalt auch dazu geeignet sein kann, die in Abschnitt 4.4.2 untersuchte Sehnenlängenvariation zur Anpassung der *Euler*-Arbeit zu ersetzen. An der festen Nabe dagegen ist die V-Stellung ein geeignetes Mittel, die Eckenablösung weiter zu reduzieren und den Effekt der Pfeilung noch zu verstärken, siehe Abbildung 2.21.

5 Inverse Berechnung der Rotorskelettlinienverteilung

5.1 Vorbemerkung

Durch die Einführung von Pfeilung und V-Stellung kann das aerodynamische Verhalten von Rotoren verbessert werden, Kapitel 2. Gleichzeitig wird der Entwurf einer optimalen Profilierung des Rotors jedoch dadurch erschwert, dass neben den über der Schaufelhöhe stark variierenden Strömungsverhältnissen nun auch noch die Schaufelform mit ihrem Einfluss auf die Belastungsverteilung (vergleiche Kapitel 2) beachtet werden muss. Eine Optimierung der Schaufelgeometrie beinhaltet jedoch nicht nur die Anpassung der Schaufelform (Kapitel 4), sondern ebenso die individuelle Anpassung der einzelnen Schaufelschnitte an das dreidimensionale Strömungsfeld. Dies ist ausschließlich durch Anwendung eines inversen Entwurfsverfahrens möglich, das als Randbedingungen die gewünschte dreidimensionale Belastungsverteilung, eine vorgegebene Schaufelform und die Definition des Schaufelgitters nutzt. In den folgenden Abschnitten wird ein solches Verfahren, basierend auf dem Panelverfahren aus Kapitel 4, präsentiert. Als Ansatz dient wiederum die Belegung der Schaufel mit diskreten Paneln, Aufpunkten und Wirbeln. Das Ergebnis ist jedoch nicht eine unbekannte Wirbelstärke, diese ist vielmehr Randbedingung, sondern die induzierte Geschwindigkeit in jedem Aufpunkt, aus der die gesuchte Schaufelgeometrie (Skelettlinie) berechnet wird.

Die praktische Realisierung des Verfahrens erfolgte wiederum mit der Programmiersprache FORTRAN. In Abschnitt 5.2.6 wird das Programm verifiziert und in Abschnitt 5.3 kommt es zum Einsatz, um dreidimensionale Skelettlinienverteilungen für vorgegebene dreidimensionale Belastungsverteilungen eines Verdichtertrotors zu bestimmen.

5.2 Inverses Skelettlinienentwurfsverfahren

5.2.1 Allgemeiner Ansatz

Basierend auf dem Panelverfahren aus Kapitel 4, das die Nachrechnung einer vorgegebenen Einzelschaukel mit beliebiger Schaufelform und -geometrie ermöglicht und als Ergebnis eine dreidimensionale Belastungsverteilung liefert, entsteht ein neues Verfahren, das aus einer dreidimensionalen Belastungsverteilung und der Schaufelform die Skelettlinienverteilung berechnet. Folglich handelt es sich hier um ein inverses Entwurfsverfahren.

Anders als das Verfahren aus Kapitel 4, wird das inverse Entwurfsverfahren jedoch nicht auf Schaufelmodelle halbumendlicher Spannweite mit einem Übergang zur Einzelschaukel bzw. Schaufelgitter durch Überlagerung bzw. Korrektur angewendet, sondern es wird die tatsächliche Gittergeometrie zur Berechnung herangezogen. Diese Herangehensweise macht einige Änderungen gegenüber dem Verfahren aus Kapitel 4 notwendig:

- Das Verfahren verwendet endliche Schaufeln beliebiger Schaufelform (Abbildung 5.1). Die Endlichkeit macht eine geeignete Belegung der Schaufel mit diskreten Paneln notwendig. Die Verteilung aus Abschnitt 4.2.3 findet daher Anwendung, Abbildung 5.1. Da sich die Definition der Schaufelform aus Abschnitt 4.3.2 als geeignet erwiesen hat, wird sie beibehalten, Abbildung 5.1.
- Um die Randeffekte der beiden die Schaufel begrenzenden Seitenwände zu berücksichtigen, wird die Schaufel an diesen Wänden analog dem Vorgehen in Abschnitt 4.3 gespiegelt. Da die Schaufel jedoch endlich ist, muss diese Spiegelung

nicht nur einmalig durchgeführt werden, sondern so oft, bis sich das gesamte Schaufelmodell ins Unendliche erstreckt, um eine Beeinflussung durch Randeffekte resultierend aus einem freien Schaufelende, Abbildung 5.1 a) und b), zu vermeiden.

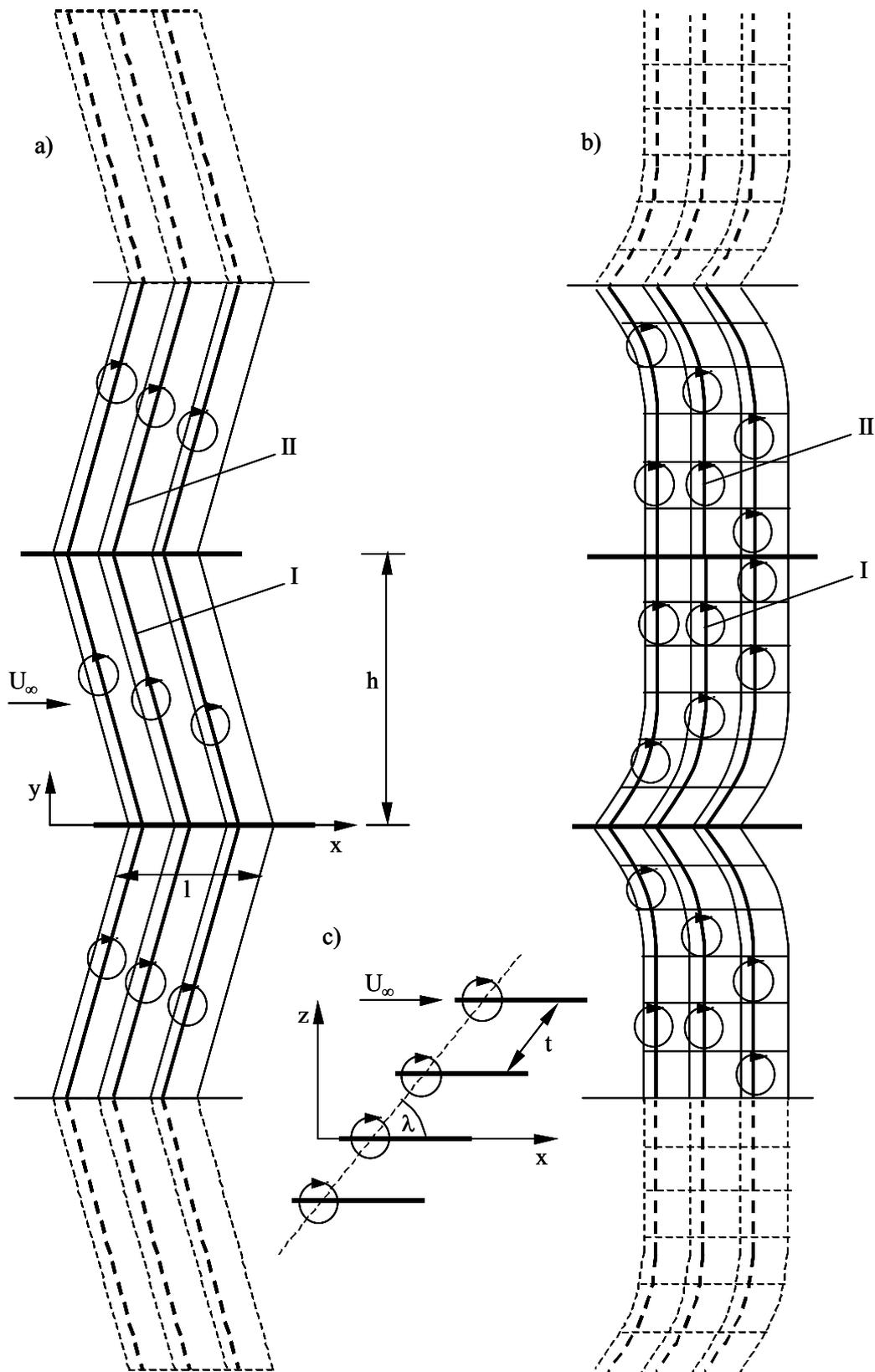


Abbildung 5.1: Inverses Skelettlinien-Verfahren

- Neben den Effekten der begrenzenden Seitenwände soll der Einfluss des Schaufelgitters bei der inversen Berechnung der Skelettlinie nicht über eine Korrektur sondern durch Modellierung der Gittergeometrie erreicht werden. Das macht eine Vervielfältigung des gespiegelten Einzelschaufelmodells zu einem Schaufelgitter – unter Berücksichtigung seiner Geometrie (Staffelungswinkel, Teilung) – notwendig, Abbildung 5.1 c).
- Der geeignete Vervielfältigungsfaktor in y und z-Richtung ist 20. Dies wurde mit einer Sensitivitätsstudie bestimmt.
- Durch die Spiegelung der Geometrie und ihre Vervielfältigung zum Gitter erhält man sehr viel mehr Panel und Aufpunkte als im Verfahren aus Kapitel 4. Das zu lösende Gleichungssystem wird dadurch wesentlich umfangreicher. Dies erfordert einige Vereinfachungen:
 - o So wird kein Spalteinfluss berücksichtigt, da dieser auch im heute üblichen Schaufelentwurfsprozess basierend auf S1- und S2-Verfahren nicht berücksichtigt wird und somit eine zulässige Vereinfachung darstellt.
 - o Die Panel werden nicht mit vollständigen Hufeisenwirbeln bestehend aus tragendem und nichttragenden Anteilen belegt, sondern lediglich mit dem tragenden Anteil der gebundenen Wirbeln, Abbildung 5.1 a) und b). Dies bedeutet, dass die vorgegebene dreidimensionale Belastungsverteilung in Schaufelhöhenrichtung konstant ist. Diese Vereinfachung ist jedoch zulässig, da bei Verdichtertrotoren eine gleichmäßige Verteilung der Arbeit über Schaufelhöhe angestrebt wird. Die Vernachlässigung des gebundenen Anteils der nicht tragenden Wirbel führt zu einer gewissen Ungenauigkeit des Verfahrens. Wie jedoch in Abschnitt 5.2.6 gezeigt wird, ist diese Abweichung akzeptabel.
- Die in den Aufpunkten zu berechnende Größe ist, abweichend von dem Nachrechenverfahren aus Kapitel 4, nicht die Zirkulation, sondern die induzierte Geschwindigkeit. Aus dieser kann mit geeigneten Gleichungen die gesuchte Neigung bzw. Konturkoordinate der Skelettlinie ermittelt werden. Die Gleichungen zur Berechnung der durch einen endlichen tragenden Wirbelfaden induzierten Geschwindigkeiten sind jedoch identisch mit denen aus Abschnitt 4.2.4.

In den folgenden Abschnitten werden alle notwendigen Randbedingungen und Gleichungen des Panelverfahrens zur inversen Berechnung der Skelettlinie eines Schaufelgitters beschrieben, sowie Ergebnisse von Beispielrechnungen zur Validierung des Verfahrens gezeigt.

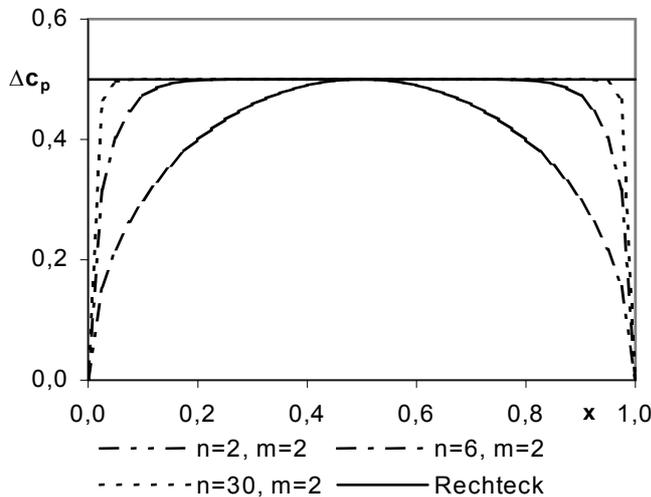
5.2.2 Belastungsverteilung

Neben der Schaufelform (Vorderkanten- bzw. Grundrissform definiert in Abschnitt 4.3.2, Sehnenlänge, Schaufelhöhe) ist die Vorgabe der Belastungsverteilung in Schaufeltiefenrichtung eine Randbedingung für das inverse Skelettlinienverfahren, die für eine beliebige Anzahl radialer Schaufelschnitte aufgeprägt wird. Diese Belastungsverteilung kann in Anlehnung an Abschnitt 4.2.6 mit Hilfe der Druckdifferenz Δp in Tiefenrichtung ausgedrückt werden. Für die Realisierung wird ein einfacher Ansatz gewählt: Mit möglichst wenigen freien Parametern soll eine Vielzahl von Belastungsverteilungen des gewünschten Typs analytisch erzeugt werden.

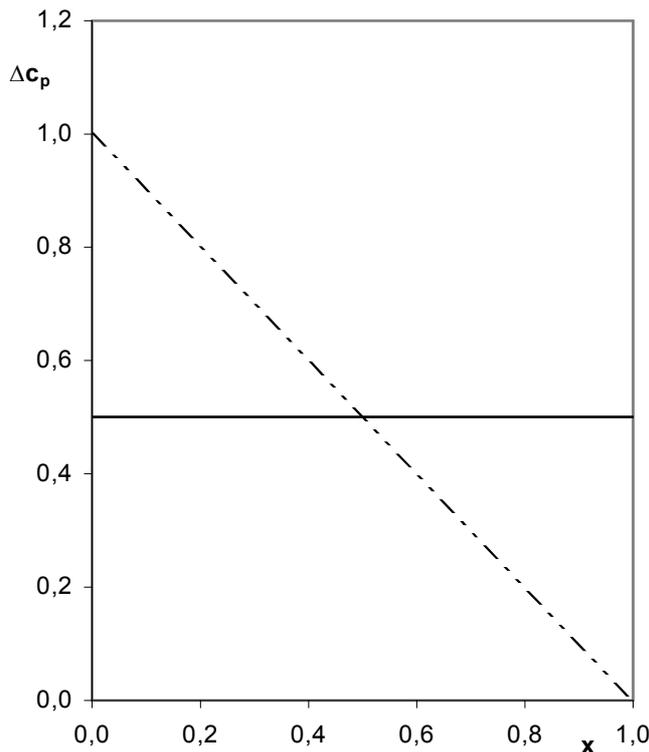
Ein solcher Ansatz ist beispielsweise die Bi-Super-Ellipse (Gleichung 5.1), mit der sich zahlreiche Formen von Verteilungen einfach realisieren lassen. Der Bereich der

Möglichkeiten reicht von der elliptischen Belastungsverteilung hin zu der von *Chen* [47] geforderten konstanten Verteilung für die Schaufelspitze, vergleiche Abschnitt 2.3.2.

$$\left(\frac{y}{b}\right)^m + \left(\frac{x}{a}\right)^n = 1 \quad (5.1)$$



Die beiden Exponenten n und m sowie die Halbachse b sind frei wählbare Parameter. Die Halbachse a ist stets die halbe Sehnenlänge der Schaufel ($a = 1/2$). Die zweite Halbachse b entspricht dem maximalen $y = \Delta c_p$ bei halber Sehnenlänge. In Abhängigkeit der Tiefe x von 0 bis 1 lässt sich $y = \Delta c_p(x)$ mittels Gleichung 5.2 durch Umformen von Gleichung 5.1 und Ersetzen von y durch $\Delta c_p(x)$ errechnen. Die Gesamtdruckdifferenz ergibt sich durch Integration der Gleichung.



$$\Delta c_p(x) = b^m \sqrt[m]{1 - \left(\frac{x-a}{a}\right)^n} \quad (5.2)$$

Mit Gleichung 5.3, vergleiche Abschnitt 4.3.6.1, lassen sich aus den $\Delta c_p(x)$ für jedes x die örtlichen Zirkulationen $\Gamma(x)$ ermitteln.

$$\Gamma(x) = \frac{\Delta c_p(x) U_\infty l(x)}{2} \quad (5.3)$$

In Abbildung 5.2 sind einige Belastungsverläufe für verschiedene n und m dargestellt. Die bekannte elliptische Zirkulationsverteilung ergibt sich dabei für $n = m = 2$. Eine nahezu konstante Verteilung kann zum Beispiel mit der Kombination $n = 10000$ und $m = 2$ erreicht werden, siehe Abbildung 5.2. Mit zunehmender Erhöhung von n kann das Rechteck weiter angenähert werden. Als Faustregel gilt, dass der Exponent m das Kurvenverhalten bei $x = a$ und der

Abbildung 5.2: Bisuperelliptische, rechteckige und dreieckige Belastungsverteilungen

Exponent n das Verhalten an den Stellen $x = 0$ bzw. $2a$ bestimmt. Alle Verläufe zwischen elliptischer und rechteckiger Zirkulationsverteilung können durch passende Wahl der Exponenten erzeugt werden. Bei entsprechender Kombination kann auch eine Vielzahl von anders gearteten Verteilungen realisiert werden.

Mit Hilfe anderer geeigneter Gleichungen kann analog jede andere Verteilung in Form von $\Gamma(x)$ für jeden Schnitt bestimmt und dem Verfahren zur Verfügung gestellt werden. Ein Beispiel ist Gleichung 5.4 definiert über die Sehnenlänge von $x = 0$ bis 1 für eine dreieckige Belastungsverteilung mit dem maximalen Δc_p Wert b für $x = 0$ und der Geradensteigung $m = -b/l$, Abbildung 5.2. Die Gesamtdruckdifferenz ergibt sich durch Integration der Gleichung.

$$\Delta c_p(x) = mx + b \quad (5.4)$$

Eine andere Möglichkeit ist die beliebige diskrete Vorgabe der Belastung in Abhängigkeit von x , so dass theoretisch jede dreidimensionale Zirkulationsverteilung definierbar ist. Es muss jedoch darauf geachtet werden, dass die integrierte Zirkulation in Schaufeltiefenrichtung für jeden Schnitt in Schaufelhöhenrichtung eine konstante Zirkulation ergibt.

5.2.3 Panelbelegung, Wirbelbelegung und Aufpunkte

Der Grundgedanke beim inversen Skelettlinienverfahren ist wie bei jedem Panelverfahren die Diskretisierung der Schaufelgeometrie durch eine Belegung mit Paneln, vergleiche Kapitel 4. Die Verteilung der Panel und deren Anzahl sowohl in Tiefen- als auch in Höhenrichtung ist dabei von entscheidender Bedeutung für die Qualität der Ergebnisse des Verfahrens.

Da hier (Abbildung 5.1) wie beim Panelverfahren aus Abschnitt 4.2 eine Geometrie endlicher Ausdehnung in Höhen- und Tiefenrichtung betrachtet wird und diese Geometrie (Schaufel) von zwei Seitenwänden begrenzt wird, ist eine konstante Teilung in Schaufelhöhen- und Tiefenrichtung gemäß Abschnitt 4.2.3 am besten geeignet.

Die Koordinaten der einzelnen Panels P in Spannweiten- und Tiefenrichtung lassen sich bei der Wahl einer solchen Teilung analog zu Abschnitt 4.2.3 einfach berechnen. So ergibt sich die Koordinate y_P in Spannweitenrichtung aus der Anzahl der Panels N , der Spannweite h und dem fortlaufenden Index $j = 0 \dots N$ (Gleichung 5.5).

$$y_P = \frac{h}{N} j \quad (5.5)$$

In Tiefenrichtung lässt sich die Koordinate x_P mit der Sehnenlänge l , der Anzahl der Panel M und dem Index $i = 0 \dots M$ ähnlich berechnen (Gleichung 5.6), jedoch muss hier die Vorderkantenkoordinate Δx_{VK} in die Gleichung einbezogen werden. Diese ergibt sich aus der gewählten Schaufelform, die zum Beispiel entsprechend Abschnitt 4.3.2 definiert ist.

$$x_P = \frac{l}{M} i + \Delta x_{VK} \quad (5.6)$$

Die z -Koordinate z_P bestimmt sich analog mit Gleichung 4.4 aus Abschnitt 4.3.2.

Das gleiche Vorgehen wie für die Bestimmung der Panelkoordinaten wird auch für die Bestimmung der Koordinaten der Eckpunkte des auf jedem Panel angeordneten gebundenen Wirbels und des Aufpunktes (Abbildungen 4.2 und 4.7) gewählt.

Die Lage in y -Richtung der Eckpunkte des gebundenen Wirbels y_H bestimmt sich analog zu Gleichung 5.6. Für die Aufpunkte C , deren Lage in Spannweitenrichtung genau mittig auf dem Panel liegt, gilt dagegen Gleichung 5.7.

$$y_C = \frac{h}{N} \left(j + \frac{1}{2} \right) \quad \text{mit } j = 0 \dots N-1 \quad (5.7)$$

Die Lage in x-Richtung ist für den Wirbel H dadurch bestimmt, dass er auf einem Viertel der Länge eines individuellen Panels $l_P = l/M$ liegt, Abbildung 4.2. Der dazugehörige Aufpunkt C liegt dann nach *Pistolesi* bei $\frac{3}{4} l_P$, vergleiche Abschnitt 4.1 und Abbildung 4.3. Die Koordinaten ergeben sich dann mit:

$$x_H = \frac{l}{M} \left(i + \frac{1}{4} \right) + \Delta x_{VK} \quad \text{mit } i = 0 \dots M-1 \quad (5.8)$$

$$x_C = \frac{l}{M} \left(i + \frac{3}{4} \right) + \Delta x_{VK} \quad \text{mit } i = 0 \dots M-1 \quad (5.9)$$

Die z_C -Koordinate wird analog bestimmt.

Damit ist die Lage aller Panels, Wirbel und Aufpunkte auf der Schaufel festgelegt. Die Voraussetzungen für die Berechnung der durch die Wirbel in den Aufpunkten induzierten Geschwindigkeiten sind damit gegeben.

5.2.4 Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten

Um die Skelettlinie aus einer gegebenen Grundrissform, Gittergeometrie und Belastungsverteilung zu ermitteln, muss ein Zusammenhang zwischen der Belastungsverteilung und der gesuchten Profilform hergestellt werden. Grundsätzlich bietet sich hierfür der Ansatz von *Küchemann* [72] an:

$$\frac{dy_s}{dx} = \frac{1}{2\pi} \left(\int_{-1/2}^{1/2} \gamma(x') \frac{dx'}{x-x'} + \pi \tan \lambda \gamma(x) \right) \quad (5.10)$$

Gleichung 5.10 gibt für Schaufelschnitte in der Symmetrieebene einen direkten Zusammenhang zwischen örtlicher Belastungsverteilung $\gamma(x)$ und Skelettlinie y_s an. In [72] wird eine ähnliche Gleichung auch für Schnitte außerhalb dieser Ebene vorgestellt. *Küchemann* hat diesen Ansatz zur Berechnung der Skelettlinie aus einer gegebenen Belastungsverteilung genutzt. Ein ähnliches Vorgehen bietet sich auch hier an. Das hier angewandte Verfahren basiert jedoch auf dem Ansatz von *Smith & Yeh* [69], die ihr Verfahren zur Kompensation der Randeffekte in Schaufelgittern verwendet haben. Deren Ansatz kann in Anlehnung an [140] für das zu lösende Problem angepasst werden und wird im Folgenden erläutert. Damit verwendet das inverse Skelettliniendesignverfahren den gleichen Ansatz wie das schon bekannte Panelverfahren nach *Bertin & Smith* aus Abschnitt 4.2 bzw. dessen Erweiterung aus Abschnitt 4.3, was ein analoges Vorgehen bei der Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten für das inverse Skelettliniendesignverfahren möglich macht.

Wie bereits in den Abschnitten zuvor erwähnt wurde, werden als Randbedingung Schaufeln mit beliebiger Grundrissform aber ohne V-Stellung behandelt. Dadurch hat das Problem statt nur einer Symmetrieebene – wie die Verfahren aus Kapitel 4 – zwei Symmetrieebenen, was zu einer erheblichen Vereinfachung der Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten führt. Der Lösungsansatz ist der folgende: Die Abwindverteilung, die auf einer Schaufel durch die

vorgegebene Belastungsverteilung, das heißt Zirkulationsverteilung (Abschnitt 5.2.2), induziert wird, wird berechnet und aus dieser wird die Profilform abgeleitet. In Abbildung 5.1 a) ist eine entsprechende Schaufel mit konstanter Pfeilung abgebildet. Die Schaufel ist gemäß Abschnitt 5.2.3 mit tragenden Wirbelfäden äquidistanter Abstände belegt. Diese repräsentieren die Belastung. Als ideal haben sich 20 Wirbelfäden in Tiefenrichtung erwiesen. Unter Anwendung des bereits in Abschnitt 4.3 verwendeten Spiegelungsprinzips können die Randeffekte, das heißt der Wandeinfluss, berücksichtigt werden. Ein Wirbelfaden I auf der Schaufel hat dann auf der gespiegelten Seite sein Pendant II, Abbildung 5.1 a). Analog zu Abschnitt 4.2.4 induziert ein tragender Wirbel mit den Ortsvektoren r_1 und r_2 mit der Zirkulation Γ in einem beliebigen Aufpunkt beschrieben durch r_0 nach dem *Biot-Savart'schen* Gesetz die Geschwindigkeit \vec{V} :

$$\vec{V} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|^2} \left(\frac{\vec{r}_0 \vec{r}_1}{r_1} - \frac{\vec{r}_0 \vec{r}_2}{r_2} \right) \quad (5.11)$$

Im Falle eines induzierenden Wirbels I und seiner Spiegelung (Wirbel II) bedeutet das, dass sich Gleichung 5.11 auch schreiben lässt als:

$$\vec{V} = \frac{\Gamma}{4\pi} \left[\frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|^2} \left(\frac{\vec{r}_0 \vec{r}_1}{r_1} - \frac{\vec{r}_0 \vec{r}_2}{r_2} \right) \right]_I + \frac{\Gamma}{4\pi} \left[\frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|^2} \left(\frac{\vec{r}_0 \vec{r}_1}{r_1} - \frac{\vec{r}_0 \vec{r}_2}{r_2} \right) \right]_{II} \quad (5.12)$$

Ersetzt man nun die beiden Terme der Wirbel I und II in Gleichung 5.12 durch den allgemeinen Ausdruck F in Abhängigkeit der Koordinaten der Ortsvektoren und betrachtet lediglich die in (negative) z-Richtung induzierte Geschwindigkeit w, so lässt sie sich allgemein mit Gleichung 5.13 bestimmen [140].

$$w = -\frac{\Gamma}{4\pi} (F_I(x, y, z) + F_{II}(x, y, z)) \quad (5.13)$$

Um nicht nur die durch zwei Wirbelfäden I und II induzierten Geschwindigkeiten in einem Aufpunkt zu berücksichtigen, sondern die Summe aller M Wirbelfäden in Tiefenrichtung, muss Gleichung 5.13 um deren Anteile i erweitert werden:

$$w_i = \sum_{i=1}^m -\frac{\Gamma_i}{4\pi} (F_{I,i}(x, y, z) + F_{II,i}(x, y, z)) \quad (5.14)$$

Dieser Ansatz für Schaufeln konstanter Pfeilung mit einer Zirkulationsverteilung, die in jedem Schnitt in Tiefenrichtung identisch ist und keine Variation der lokalen Zirkulation über Schaufelhöhe bietet, ist übertragbar auf Schaufeln mit veränderlicher Pfeilung über Schaufelhöhe und variabler (dreidimensionaler) Belastungsverteilung. Dazu werden die Wirbelfäden, wie in Abbildung 5.1 b) dargestellt, entsprechend der örtlichen Pfeilung angeordnet. Um den Einfluss der veränderlichen Pfeilung möglichst exakt zu ermitteln und eine Belegung mit variierender Wirbelstärke zu ermöglichen, werden die Wirbelfäden in Schaufelhöhenrichtung in einzelne Abschnitte mit äquidistantem Abstand gemäß der Panelbelegung aus Abschnitt 5.2.3 unterteilt. Als sinnvoll haben sich 100 Abschnitte herausgestellt.

Dann erweitert sich Gleichung 5.14 um einen Anteil j in Schaufelhöhenrichtung zu:

$$w_{ij} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n -\frac{\Gamma_{ij}}{4\pi} (F_{I,ij}(x, y, z) + F_{II,ij}(x, y, z)) \quad (5.15)$$

Zur Berechnung der Anteile der Wirbelfäden I und II wird der gleiche Ansatz wie in Abschnitt 4.2.4 gewählt. Dort findet sich die Herleitung für die Berechnung der induzierten Geschwindigkeit V_{AB} eines tragenden Wirbels (Gleichung 4.19). Diese Gleichung ist auch hier anwendbar. Da jedoch die Zirkulation Γ hier als Randbedingung und damit als bekannte Größe vorgegeben ist, wird der Term $\Gamma/4\pi$ aus Gleichung 4.19 ausgeklammert.

Mit dieser Kenntnis errechnet sich dann der Anteil eines beliebigen Wirbelfadens F_I , der auf einem Panel ij angeordnet ist, an der induzierten Geschwindigkeit in einem Aufpunkt mit den Koordinaten x, y, z mit Gleichung 5.16. Diese Berechnung ist identisch mit der Berechnung der induzierten Geschwindigkeit des tragenden Wirbelfadens im Panelverfahren aus Kapitel 4. Der Anteil des gespiegelten Wirbelfadens F_{II} kann analog berechnet werden.

$$\begin{aligned} F_{I,ij}(x, y, z) = & [(x - x_{F_{ij}})(y - y_{F_{ij+1}}) - (x - x_{F_{ij+1}})(y - y_{F_{ij}})] / \\ & \{ [(y - y_{F_{ij}})(z - z_{F_{ij+1}}) - (y - y_{F_{ij+1}})(z - z_{F_{ij}})]^2 + \\ & [(x - x_{F_{ij}})(z - z_{F_{ij+1}}) - (x - x_{F_{ij+1}})(z - z_{F_{ij}})]^2 + \\ & (x - x_{F_{ij}})(y - y_{F_{ij+1}}) - (x - x_{F_{ij+1}})(y - y_{F_{ij}}) \} * \\ & \left\{ \frac{(x_{F_{ij+1}} - x_{F_{ij}})(x - x_{F_{ij}}) + (y_{F_{ij+1}} - y_{F_{ij}})(y - y_{F_{ij}}) + (z_{F_{ij+1}} - z_{F_{ij}})(z - z_{F_{ij}})}{\sqrt{(x - x_{F_{ij}})^2 + (y - y_{F_{ij}})^2 + (z - z_{F_{ij}})^2}} \right. \\ & \left. \frac{(x_{F_{ij+1}} - x_{F_{ij}})(x - x_{F_{ij+1}}) + (y_{F_{ij+1}} - y_{F_{ij}})(y - y_{F_{ij+1}}) + (z_{F_{ij+1}} - z_{F_{ij}})(z - z_{F_{ij+1}})}{\sqrt{(x - x_{F_{ij+1}})^2 + (y - y_{F_{ij+1}})^2 + (z - z_{F_{ij+1}})^2}} \right\} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Wird das Spiegelungsprinzip einmalig an jeder Wand angewandt, wie beim Panelverfahren aus Kapitel 4, stellt dies eine Näherung dar. Im Gegensatz dazu wird im Rahmen des vorgestellten inversen Skelettlinienverfahrens das Prinzip so oft angewandt, dass es einer nahezu unendlichen Spiegelung entspricht, siehe Abbildung 5.1. Um nun den Einfluss der quasi ins Unendliche gespiegelten Wirbelfäden zu berechnen, müssen die Koordinaten aller Wirbellinien $F_{I, ij}$ und $F_{II, ij}$ jeweils n-mal um $\Delta y_{F_{ij}} = 2nh$ mit $n = -\infty$ bis $+\infty$ verschoben werden. Durch Aufsummieren erhält man dann den Gesamteinfluss aller Wirbellinien.

$$F_{ij}(x, y, z) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} (F_{I,ij}(x, y, z - 2ih) + F_{II,ij}(x, y, z - 2ih)) \quad (5.17)$$

Da es numerisch nicht möglich ist die Wirbelfäden unendlich oft zu spiegeln, muss n beschränkt werden. In [140] wird gezeigt, dass $n = 20$ dafür ausreichend ist. Mit Gleichung 5.18 können nun die induzierten Geschwindigkeiten berechnet werden.

$$w_{ij} = -\frac{\Gamma_{ij}}{4\pi} F_{ij}(x, y, z) \quad (5.18)$$

Außerdem soll der Gittereinfluss nicht durch eine Korrektur, wie in Abschnitt 4.3.6.2, sondern exakt berücksichtigt werden. Dies geschieht durch Betrachtung einer hinreichend großen Anzahl von Schaufeln und deren Einfluss. Um das zu simulieren, werden die Wirbellinien analog dem oben beschriebenen Vorgehen nach oben und unten quasi ins Unendliche gespiegelt, siehe Abbildung 5.1 c). Die anzuwendende Verschiebung errechnet sich aus der Teilung t und dem Staffelungswinkel λ zu $\Delta x = t \cos \lambda$ und $\Delta y = t \sin \lambda$, siehe Abbildung 5.1 c). Auf Gleichung 5.18 übertragen, resultiert daraus die endgültige induzierte Geschwindigkeit in jedem Aufpunkt ij :

$$w_{ij}(x, y, z) = -\frac{\Gamma_{ij}}{4\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} F_{ij}(x - k\Delta x, y - k\Delta y, z) \quad (5.19)$$

Auch hier ist eine Beschränkung auf insgesamt $k = 20$ Schaufeln im Gitter hinreichend genau, da der Einfluss weiter entfernter Schaufeln vernachlässigbar klein wird [140].

Nun wird noch die jeweilige örtliche Zirkulation Γ_{ij} jedes einzelnen Wirbelfadens vorgegeben. Dabei ist Γ in Schaufelhöhenrichtung (j) per Definition konstant. Mit Hilfe der Gleichungen aus Abschnitt 5.2.2 lässt sich Γ berechnen und in Gleichung 5.19 einsetzen.

5.2.5 Ergebnisse des Verfahrens

Ist der jeweilige örtliche Abwind w_{ij} bekannt, ist zur Berechnung der örtlichen Neigung δ_{ij} des Profilskeletts eine weitere Randbedingung nötig. Dies ist die kinematische Strömungsbedingung aus Abschnitt 4.3.5. Unter der Randbedingung, dass der Anstellwinkel $\alpha = 0$ ist und der Vernachlässigung der V-Stellung, lässt sich Gleichung 5.21 aus Gleichung 5.20 herleiten. Die Vernachlässigung der V-Stellung ist eine Vereinfachung des Verfahrens, die die Aussagen innerhalb dieser Arbeit nicht beschränkt, aber für die Anwendung des Verfahrens in der Praxis, sollte das Gleichungssystem entsprechend erweitert werden, siehe Kapitel 9. Mit Gleichung 5.21 kann die örtliche Neigung δ_{ij} in jedem Aufpunkt ermittelt werden, und somit die Krümmungsverteilung $\delta(x)$ für jeden Profilschnitt j .

$$\begin{pmatrix} -\sin \delta_{ij} \cos \nu_j \\ -\cos \delta_{ij} \sin \nu_j \\ \cos \delta_{ij} \cos \nu_j \end{pmatrix} \vec{V}_{C_{ij}} + U_{\infty} \sin(\alpha_j - \delta_{ij}) \cos \nu_j = 0 \quad (5.20)$$

$$\delta_{ij} = \arctan\left(\frac{w_{ij}}{U_{\infty}}\right) \quad (5.21)$$

In Abbildung 5.3 ist beispielhaft eine Verteilung für $\delta(x)$ für einen Profilschnitt eines Parabelskeletts mit der maximalen Wölbung $f/l = 0,1$ und der Wölbungsrücklage $x_f/l = 0,35$ dargestellt.

Unter Verwendung von Gleichung 5.22 aus Abschnitt 4.3.5 und eines geeigneten Integrationsverfahrens kann mit Gleichung 5.23 die dreidimensionale Skelett-Geometrie $z_k(x, y)$ der gesamten Schaufel bestimmt werden. Für einen Schnitt j entsteht zum Beispiel eine Skelettlinie, wie sie in Abbildung 5.3 gezeigt ist.

$$\delta_{ij} = \arctan\left(\frac{dz_{k_{ij}}}{dx_{ij}}\right) \quad (5.22)$$

$$\int_{x=0}^1 \frac{dz_{k_{ij}}}{dx_{ij}} = \tan \delta_{ij} \quad (5.23)$$

Damit ist die Form der Skelettlinie bestimmbar.

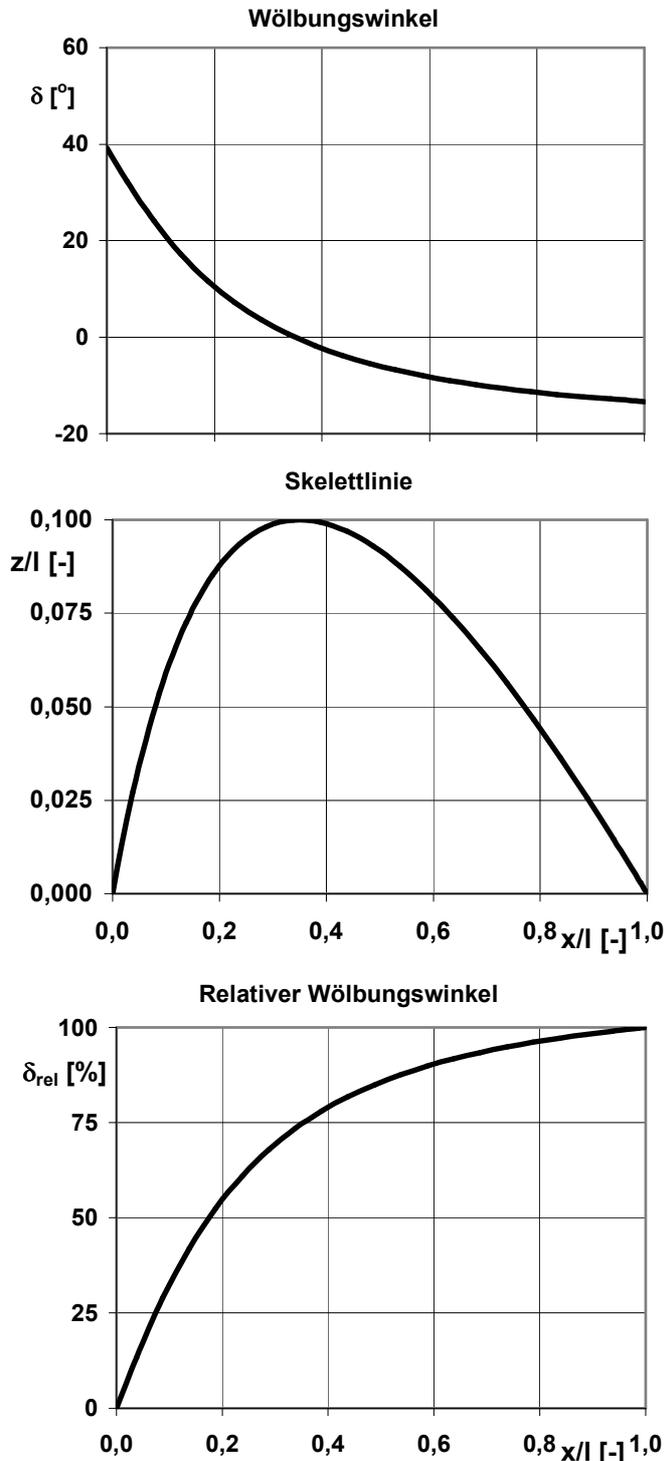


Abbildung 5.3: Ergebnis des inversen Entwurfsverfahrens am Beispiel eines Parabelskeletts mit 10 % maximaler Wölbung und 35 % Wölbungsrücklage

Eine weitere übliche Darstellung der Ergebnisse des Verfahrens wird durch Normierung der Wölbung aus Gleichung 5.21 gemäß Gleichung 5.24 beschrieben. Man erhält dann für jeden Schaufelschnitt die relative Wölbungsverteilung in Prozent als generelle Darstellung, vergleiche Abbildung 5.3.

$$\delta_{rel}(x) = \frac{\delta(x) - \delta(x=0)}{\delta(x=l) - \delta(x=0)} \quad (5.24)$$

5.2.6 Verifizierung des Verfahrens

Das in den vorangegangenen Abschnitten vorgestellte inverse Skelettlinien-Verfahren kann anhand von zwei Testfällen verifiziert werden. Die entsprechende Skelettlinie wird durch Vorgabe der Schaufel- und Gittergeometrie (Vorderkantenform, Sehnenlänge, Schaufelhöhe, Teilung, Staffelung) und der Schaufelbelastung, die sich gemäß Abschnitt 5.2.2 als Randbedingung definieren lässt, berechnet.

Als Testfall 1 wird eine ungepfeilte Schaufel ohne Spalt mit beliebig gewählten Werten für Teilungsverhältnis, Schaufelhöhenverhältnis und Sehnenlänge betrachtet. Die vorgegebene axiale Belastungsverteilung Δc_p ist elliptisch, in radialer Richtung ist sie – wie für das Verfahren benötigt – konstant. Sie lässt sich analytisch mit Gleichung 5.25 ermitteln und ist in Abbildung 5.4 als berechnete Kurve und im Eingabeformat als diskrete Verteilung dargestellt.

$$\Delta c_p = \Delta c_{p,\max} \sqrt{1 - \left(\frac{\frac{x}{l} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \right)^2} \quad (5.25)$$

Die resultierende Skelettlinienverteilung über der gesamten Schaufelhöhe ist laut Theorie das Parabelskelett (Gleichung 5.26), berechnet mit der aus Abbildung 4.1 bekannten Gleichung.

$$z = -0,2 \left(\frac{x}{l} \right)^2 + 0,2 \frac{x}{l} \quad (5.26)$$

$$z = -0,1998 \left(\frac{x}{l} \right)^2 + 0,1996 \frac{x}{l} - 0,00007 \quad (5.27)$$

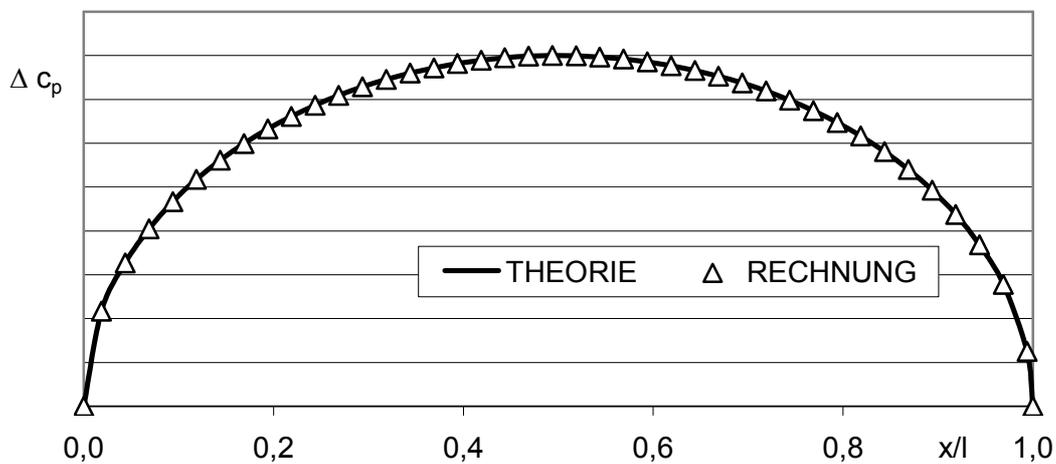


Abbildung 5.4: Berechnete und theoretische elliptische Belastungsverteilung als Randbedingung des inversen Skelettlinien-Verfahrens

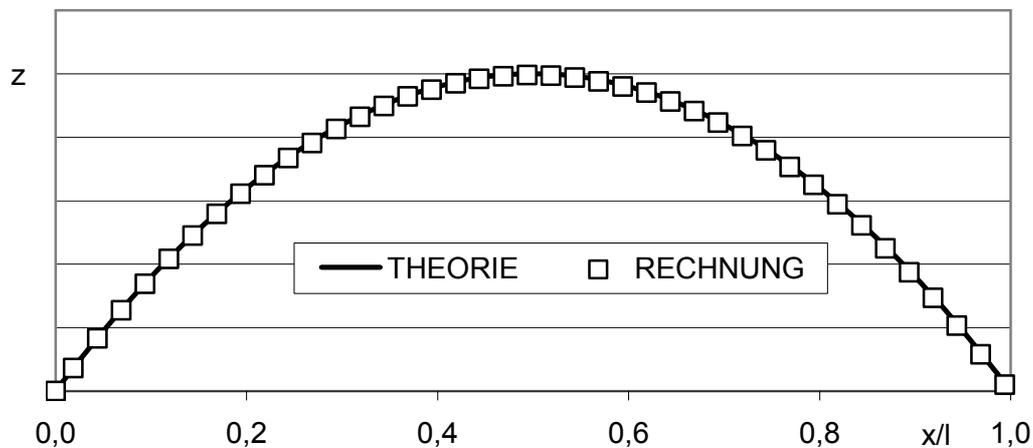


Abbildung 5.5: Ergebnis des inversen Skelettlinien-Verfahrens, Vergleich zwischen Analytik und Rechnung

Die Skelettlinie ist in [Abbildung 5.5](#) im Vergleich zum Ergebnis der inversen Berechnung zu sehen. Die absolute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Theorie ist deutlich zu erkennen. Dies zeigt sich auch anhand eines Vergleiches zwischen der analytischen Verteilung in [Gleichung 5.26](#) und der numerisch ermittelten Skelettliniendefinition in [Gleichung 5.27](#). Damit ist gezeigt, dass das inverse Verfahren für den Fall einer zweidimensionalen Schaufel mit hinreichender Genauigkeit die richtige Skelettlinienverteilung errechnet.

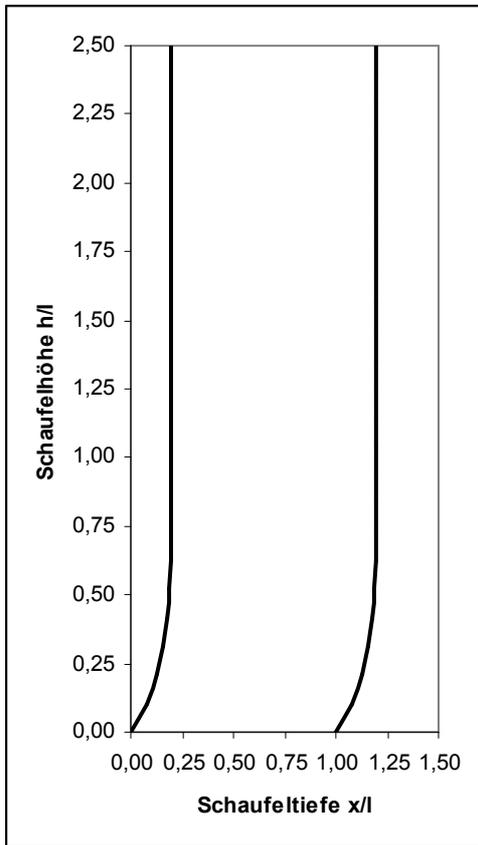


Abbildung 5.6: Schaufelform für Nachrechnungs- und Entwurfsaufgabe

Für die Verifizierung der Anwendbarkeit für gepfeilte Schaufeln kann keine analytische Lösung als Vergleich herangezogen werden. Für den Testfall 2 wird daher auf das Panelverfahren aus [Kapitel 4](#) zurückgegriffen. In [Abbildung 5.6](#) ist die Schaufelvorderkante und Hinterkante dargestellt. Die Schaufel hat ein Höhenverhältnis von 2,5 und eine Nabenseite von 45° . In [Abbildung 5.7](#) ist das Ergebnis der Nachrechenaufgabe mit dem Panelverfahren aus [Kapitel 4](#) in Form zweier beispielhafter Δc_p Verteilungen für den Nabenschnitt bei $h/l = 0$ und den Gehäuseschnitt bei $h/l = 2,5$ dargestellt. Die vollständige dreidimensionale Belastungsverteilung aus der Nachrechenaufgabe ist Eingabe für die Entwurfsaufgabe mit dem inversen Panelverfahren aus [Kapitel 5](#). [Abbildung 5.8](#) zeigt die invers berechneten Skelettlinien für Nabenschnitt und Gehäuseschnitt im Vergleich zu denen in der Nachrechenaufgabe verwendeten. Die Übereinstimmung ist sehr gut und die Abweichung der Skelettlinien aus der Entwurfsrechnung zu denen aus der Nachrechnung ist wesentlich kleiner, als die Änderung der Skelettlinie die durch die Nabenseite induziert wird. Da dies so ist, kann das hier vorgestellte Verfahren im folgenden für die inverse Berechnung von Skelettlinien von dreidimensionalen Schaufeln genutzt werden.

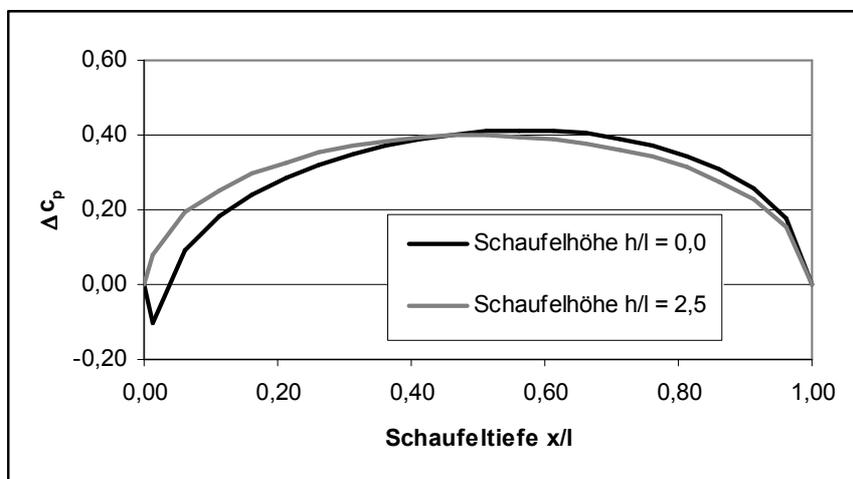


Abbildung 5.7: Δc_p Verteilung für Gehäuse- und Nabenschnitt als Eingabe für die Entwurfsrechnung

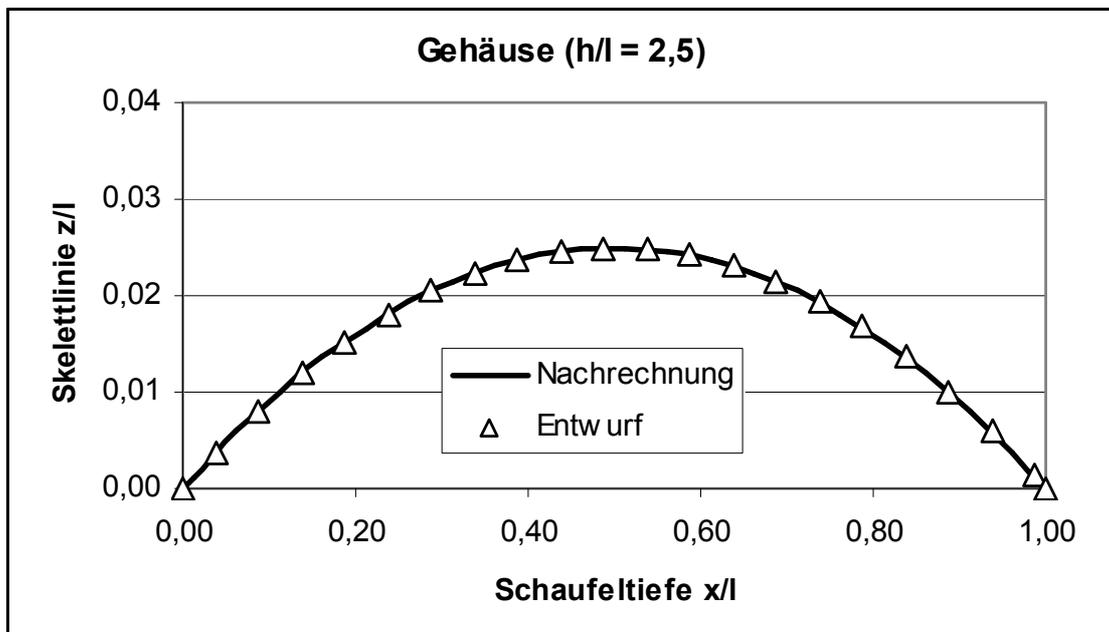
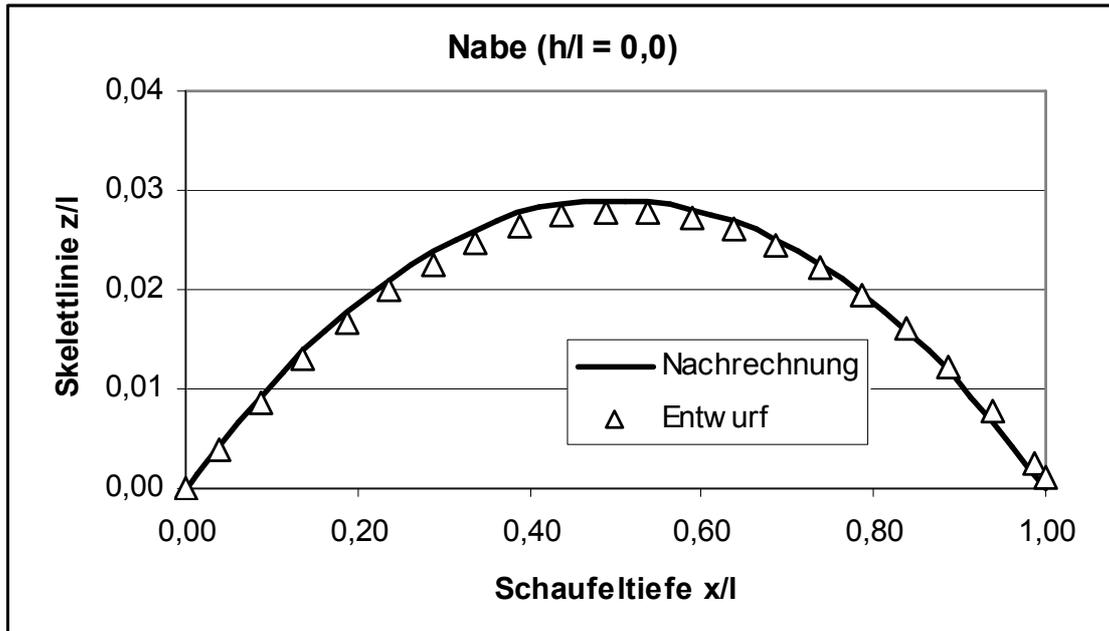


Abbildung 5.8: Skelettlinien aus Entwurfs- und Nachrechnung für Gehäuse- und Nabenschnitt

5.3 Inverser Skelettlinienentwurf

5.3.1 Vorbemerkung

In diesem Kapitel werden einige Ergebnisse für das in [Abschnitt 5.2](#) vorgestellte inverse Skelettlinienverfahren gezeigt. Diese Ergebnisse sollen zum einen die generelle Funktionsweise des Verfahrens zeigen und zum anderen seine Eignung zur inversen Berechnung von Skelettlinien an einer dreidimensionalen Schaufelgeometrie bei vorgegebener Belastungsverteilung demonstrieren.

Die Randbedingungen sind bei den vorgestellten Beispielen so gewählt, dass sie repräsentativ für eine Anwendung an einem Verdichtertrotor sind. Insbesondere finden zwei Typen von Belastungsverteilungen als Randbedingung zur inversen Berechnung der Skelettlinien besondere Beachtung:

- Belastungsverteilungen mit einem Maximum nahe der Vorderkante wie es für den Schaufelmittelschnitt sinnvoll ist.
- Nahezu konstante Belastungsverteilungen in Schaufeltiefenrichtung, wie es für die spaltnahen Rotorschnitte in [Kapitel 3](#) als Voraussetzung definiert wurde.

Außerdem wird das Ergebnis der Parameterstudie in [Abschnitt 4.4](#) berücksichtigt: Pfeilung an den spaltnahen Profilschnitten fördert zwar eine Umverteilung der Belastung in Sehnenrichtung hin zu einer Vergleichmäßigung, sie reicht jedoch nicht aus, um eine konstante Verteilung herzustellen.

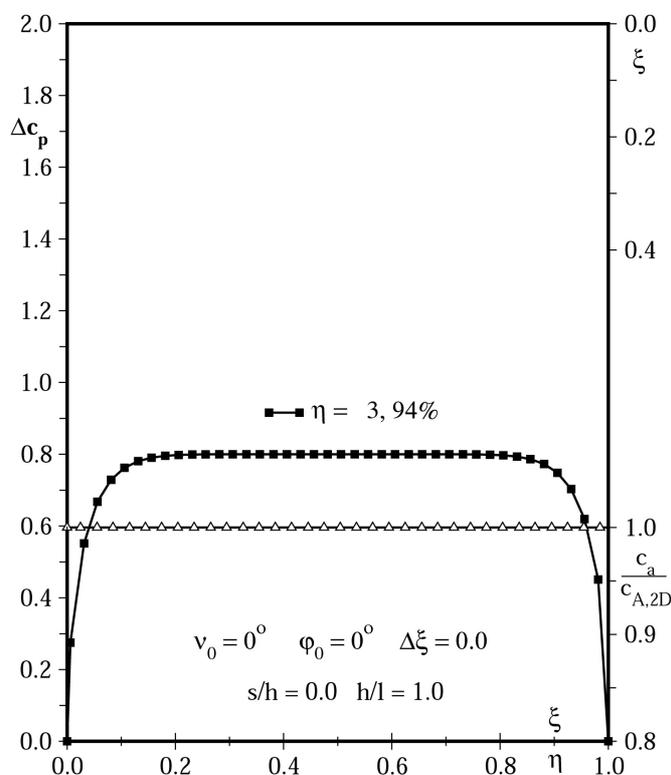


Abbildung 5.9: Konstante Belastungsverteilungen über Schaufelhöhe und -tiefe für ein ungepfeiltes Gitter als Randbedingung für das inverse Skelettlinien-Verfahren

Die Präsentation der Ergebnisse erfolgt wie in [Abschnitt 4.4](#) in den in [Abschnitt 4.3](#) definierten Größen, wobei die dimensionsbehafteten Koordinaten x , y , z und die Differenzen Δx , Δy , Δz normiert werden mit der Kanal- bzw. Schaufelhöhe h . Das ergibt die Koordinaten ξ , η , ζ und die Differenzen $\Delta \xi$, $\Delta \eta$, $\Delta \zeta$.

5.3.2 Einfluss der Staffelung und der Teilung des Gitters

Das Entwurfsverfahren zur inversen Berechnung der Skelettlinie berücksichtigt den vollständigen Einfluss des Gitters ([Abschnitt 5.2](#)). Dies ist notwendig, da typische Größen des Schaufelgitters wie der Staffelungswinkel und das Teilungsverhältnis einen großen Einfluss auf die Form einer Skelettlinie haben. Um diesen Einfluss zu demonstrieren, zeigen [Abbildung 5.10](#) und [Abbildung 5.11](#) für verschiedene Staffelungswinkel bzw.

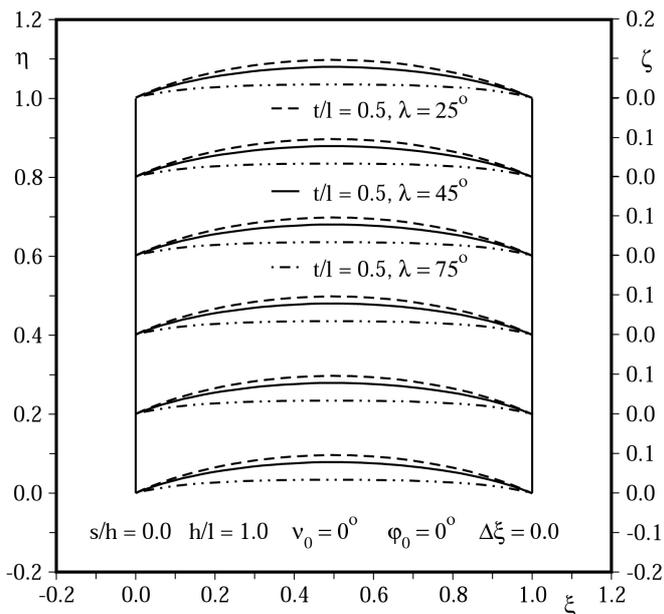


Abbildung 5.10: Ergebnis des inversen Skelettlinien-Verfahrens über Schaufelhöhe für ein ungepfeiltes Schaufelgitter, Variation des Staffelungswinkels

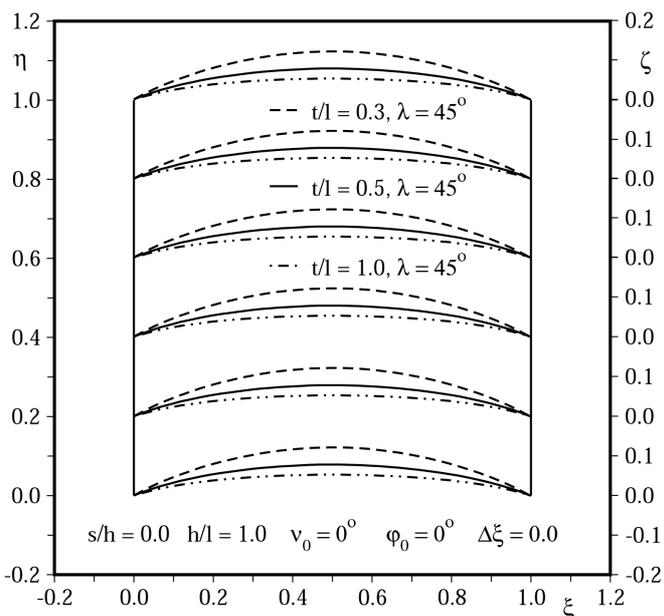


Abbildung 5.11: Ergebnis des inversen Skelettlinien-Verfahrens über Schaufelhöhe für ein ungepfeiltes Schaufelgitter, Variation der Teilung

ergibt, die integral für jeden Schaufelschnitt gleich ist, jedoch lokal über Schaufelhöhe variiert. Dazu wird beispielhaft eine ungepfeilte Schaufel eines Rotorgitters mit dem Teilungsverhältnis $h/l = 4$, dem Staffelungswinkel $\lambda = 41,56^\circ$ und dem Teilungsverhältnis $t/l = 0,58$ verwendet [136, 137]. In [Abbildung 5.12](#) ist die, als Randbedingung vorgegebene, Belastungsverteilung für sechs ausgewählte Schaufelschnitte dargestellt. Die Belastungsverteilung zwischen Gehäuse und Schaufelmittelschnitt ist bisuperelliptisch

Teilungsverhältnisse invers berechnete Skelettlinien. Die Skelettlinien sind äquidistant über die Schaufelhöhe einer ungepfeilten Schaufel verteilt. Das Schaufelhöhenverhältnis beträgt $h/l = 1$. Die, als Randbedingung vorgegebene, Belastungsverteilung ist in [Abbildung 5.9](#) dargestellt. Sie ist über Schaufelhöhe konstant und für jeden Schaufelschnitt bisuperelliptisch gemäß [Gleichung 5.1](#) mit den Parametern $n = 10$ und $b = 0,8$ (vergleiche [Abbildung 5.2](#)). In [Abbildung 5.10](#) sind die Skelettlinien in Abhängigkeit vom Staffelungswinkel dargestellt. Man erkennt, dass bei kleinerem Staffelungswinkel die gleiche Belastung (Arbeit) nur bei steigender Profilwölbung erzielt werden kann. Dies ist allgemein bekannt und bestätigt das gewählte Verfahren. Ähnliches zeigt auch [Abbildung 5.11](#): Mit steigender Teilung, das heißt mit sinkender Schaufelzahl, muss die Wölbung jeder einzelnen Schaufel sinken, um die gleiche Schaufelbelastung zu erzielen, da der entlastende Einfluss der umgebenden Schaufeln durch den größeren Abstand zueinander geringer wird. Dieses Phänomen wurde im Panelverfahren ([Abschnitt 4.3](#)) durch die Einführung des Gittereinflussfaktors ([Gleichungen 4.64 bis 4.83](#)) berücksichtigt. Auch dieses Ergebnis zeigt die konsistente Wirkungsweise des Verfahrens.

5.3.3 Einfluss einer lokalen Variation der Belastungsverteilung

Die folgende Betrachtung zeigt, welche Skelettlinienverteilung über Schaufelhöhe sich für eine Belastungsverteilung

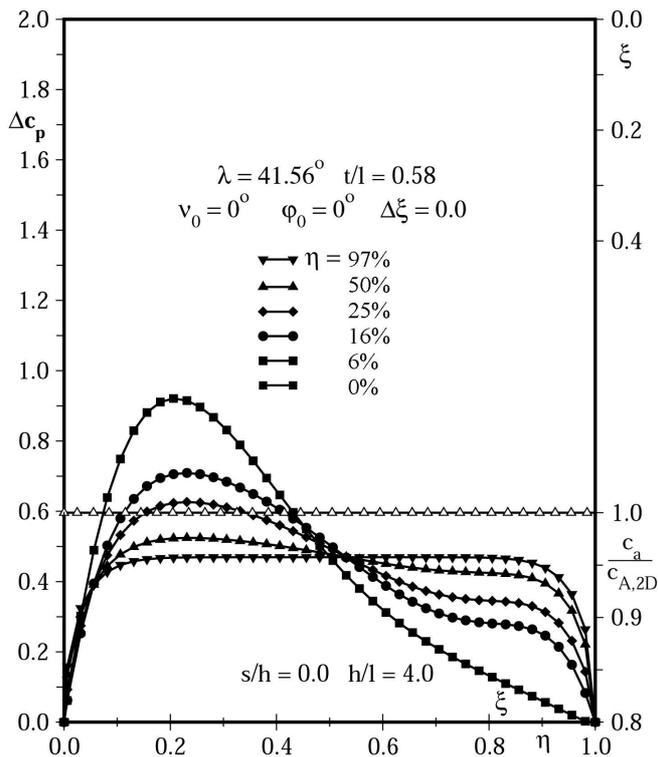


Abbildung 5.12: Belastungsverteilung über Schaufelhöhe für ein ungefeilttes Gitter als Randbedingung für das inverse Skelettlinien-Verfahren (50 % -100 % bisuperelliptisch)

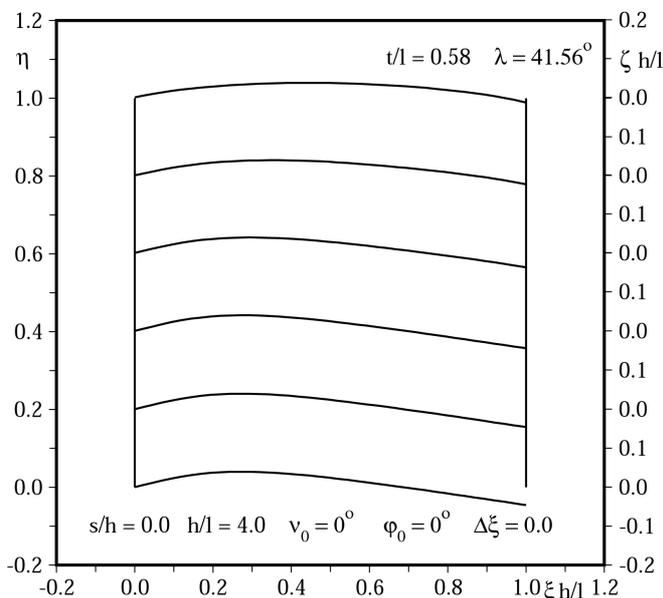


Abbildung 5.13: Ergebnis des inversen Skelettlinien-Verfahrens über Schaufelhöhe für ein ungefeilttes Schaufelgitter mit Belastungsverteilung aus Abbildung 5.12

Abbildung 4.1). Im Gegensatz dazu ist die typisch frontbelastete Verteilung an der Spitze durch eine wesentlich gleichmäßigere, axiale Verteilung der Umlenkung zu erzielen.

(analog Abschnitt 5.3.2) und geht bis zur Schaufelnabe ($\eta = 0$ und 6 %) in eine für Verdichtergitter typische frontbelastete Verteilung über.

Die verwendete bisuperelliptische Belastung ist ein gutes Beispiel für eine in Kapitel 3 als nahezu konstant definierte Verteilung, die zum Beispiel an einem Rotorspalt Anwendung finden könnte.

Das Ergebnis der inversen Skelettlinienberechnung für die vorgegebenen radialen Δc_p ist in Abbildung 5.13 für sechs äquidistante Schnitte zwischen den beiden Seitenwänden dargestellt.

Das Skelett, das sich bei $\eta = 1$ ergibt und die bisuperelliptische Belastungsverteilung erzeugt, hat seine maximale Wölbung bei etwa $\xi h/l = 0,4$. Ein Vergleich mit den Skelettlinien in Abbildung 5.10 und 5.11 zeigt, dass dort die maximale Wölbung stets bei 50 % axialer Länge ist. Dieser qualitative Unterschied für die gleiche lokale Belastungsverteilung ist auf den Einfluss der benachbarten Schaufelschnitte mit unterschiedlicher Belastungsverteilung zurückzuführen.

Die maximale Wölbung zwischen 0 % und 50 % Schaufelhöhe liegt bei etwa $\xi h/l = 0,25$. Außerdem sind die Schnitte der unteren Schaufelhälfte gegenüber denen der oberen Hälfte in Umfangsrichtung stark verschoben, was an der Lage der Hinterkante der jeweiligen Schnitte in Abbildung 5.13 sichtbar wird. Damit erhält die Schaufel eine dreidimensionale Verwindung. Das bedeutet, dass zur Erreichung der bisuperelliptischen Belastungsverteilung an der Schaufelspitze eine starke Umlenkung an Vorder- und Hinterkante geleistet werden muss (vergleiche A10-Skelettlinie in

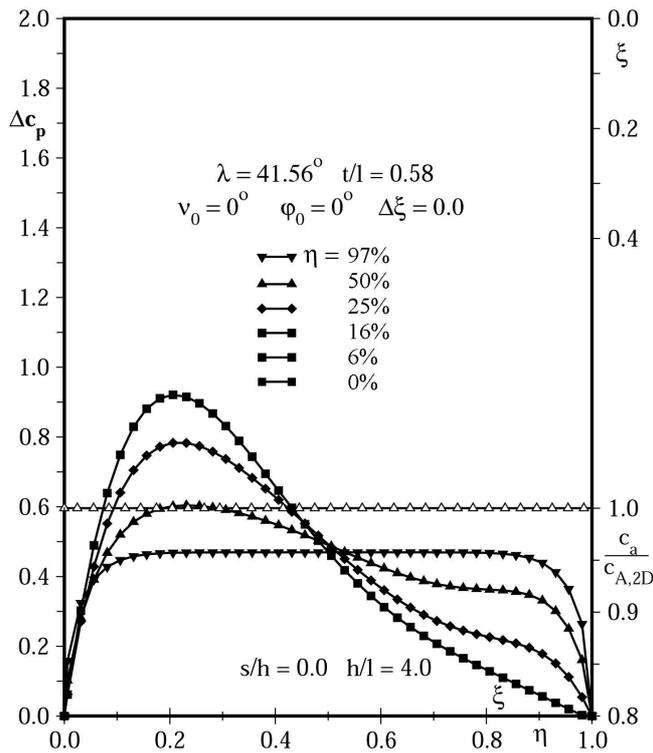


Abbildung 5.14: Belastungsverteilung über Schaufelhöhe für ein ungepfeiltes Gitter als Randbedingung für das inverse Skelettlinien-Verfahren (75% -100 % bisuperelliptisch)

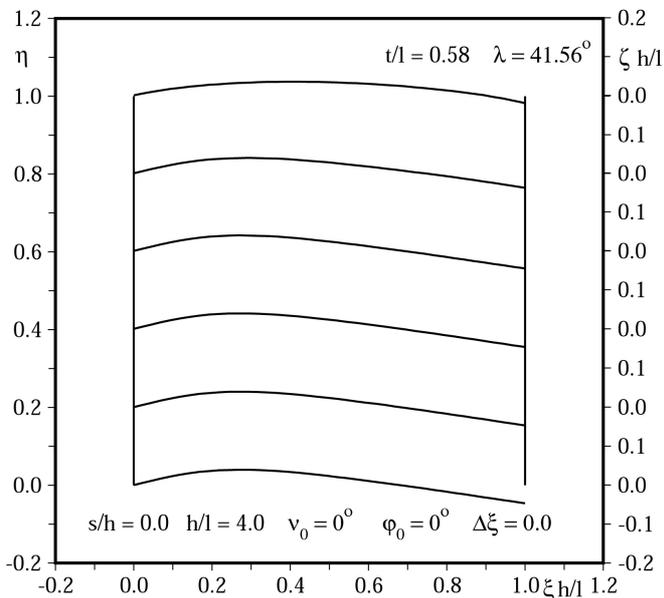


Abbildung 5.15: Ergebnis des inversen Skelettlinien-Verfahrens über Schaufelhöhe für ein ungepfeiltes Schaufelgitter mit Belastungsverteilung aus [Abbildung 5.14](#)

Verwendung des inversen Skelettlinienentwurfs in Kombination mit Pfeilung von besonderem Interesse, da die Ergebnisse aus [Kapitel 5](#) einen großen Einfluss der Pfeilung auf die Belastungsverteilung sowohl in Schaufelhöhen- als auch Schaufeltiefenrichtung zeigen.

Ein qualitativ ähnliches Ergebnis erhält man auch für den Fall, dass die Belastungsverteilung lediglich auf dem oberen Schaufelviertel bisuperelliptisch ist und schon ab einer Schaufelhöhe von $\eta = 16\%$ die typische frontbelastete Verteilung erreicht ist, [Abbildung 5.14](#) und [Abbildung 5.15](#). Ein Vergleich der [Abbildungen 5.15](#) und [5.13](#) zeigt jedoch, dass es im Detail Unterschiede zwischen den Ergebnissen gibt, die den Einfluss der radialen Variation der Belastungsverteilung auf die Skelettlinien deutlich machen. Zwar ist an der Schaufelspitze für beide Fälle eine bisuperelliptische Belastungsverteilung vorhanden, die invers berechnete zugehörige Skelettlinie in [Abbildung 5.15](#) verdeutlicht jedoch, dass der Einfluss der frontbelasteten Skelettlinien deutlich größer ist als in [Abbildung 5.13](#) – eine Folge des kleineren Bereichs einer bisuperelliptischen Belastungsverteilung für diesen Fall. Dieser Einfluss verursacht auch, dass sich der Typus der Skelettlinie über Schaufelhöhe in [Abbildung 5.15](#) schneller ändert als in [Abbildung 5.13](#).

Diese Beispiele weisen darauf hin, dass selbst bei einer zweidimensionalen ungepfeilten Schaufel eine gewünschte Belastungsverteilung nur durch Anwendung einer individuellen, über der Schaufelhöhe angepassten Skelettform zu erzielen ist. Dafür ist das inverse Verfahren eine geeignete Methode.

5.3.4 Einfluss einer gepfeilten Vorderkante

Für den Entwurf einer optimalen dreidimensionalen Rotorschaukel unter Verwendung von Pfeilung und V-Stellung, wie sie aus der Parameterstudie bekannt sind, ist die

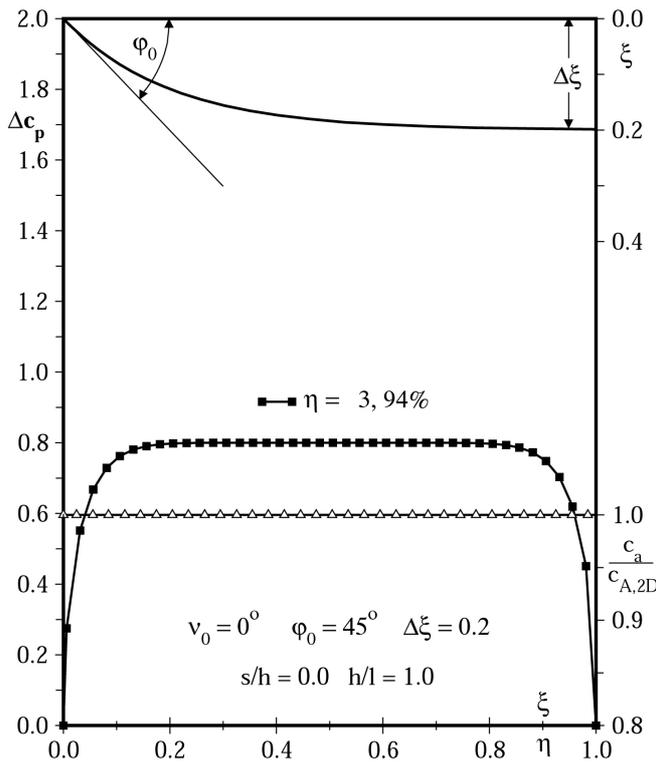


Abbildung 5.16: Konstante Belastungsverteilungen über Schaufelhöhe und -tiefe für ein gepfeiltes Gitter als Randbedingung für das inverse Skelettlinien-Verfahren

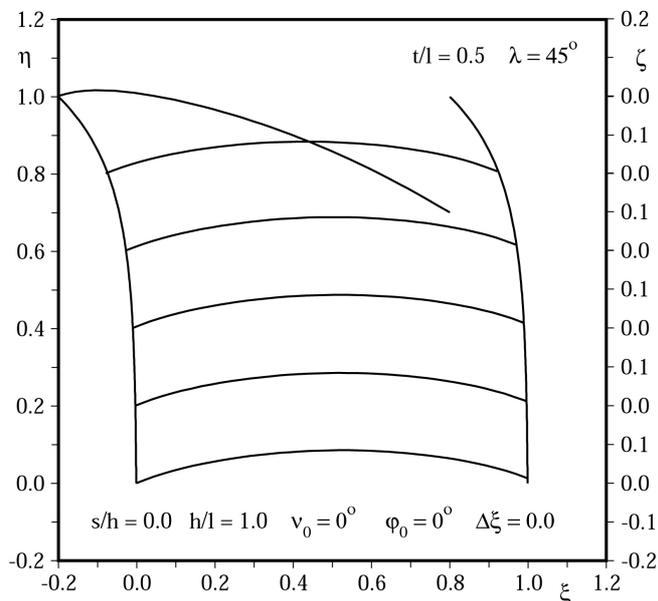


Abbildung 5.17: Ergebnis des inversen Skelettlinien-Verfahrens über Schaufelhöhe für ein gepfeiltes Schaufelgitter

Umlenkung der Strömung, das heißt hier durch eine Verwindung der Skelettlinie, kompensiert werden muss, um das vorgegebene Belastungsniveau zu erreichen. Die größte Abweichung von der zweidimensionalen Skelettlinie tritt daher an der Schaufelspitze an der Stelle der größten Pfeilung, das heißt Entlastung, auf.

Das nächste Beispiel bedient sich der aus Abschnitt 4.4 bekannten gepfeilten Schaufelform mit $h/l = 1$, $\varphi_0 = 45^\circ$ und $\Delta\xi = 0,2$ mit konstanter Sehnenlänge über Schaufelhöhe. Als Parameter des Gitters sind mit einem Staffelungswinkel von 45° und einem Teilungsverhältnis von $0,5$ typische Werte für einen Verdichtertorotor gewählt. Die gewünschte Belastungsverteilung ist für die gesamte Schaufel konstant (Abbildung 5.9) und in axialer Richtung bisuperelliptisch (Abbildung 5.16).

Das Ergebnis ist eine dreidimensionale Skelettlinienverteilung, die in Abbildung 5.17 für die Schnitte 0% , 20% , 40% , 60% , 80% und 100% Schaufelhöhe dargestellt ist. Der Einfluss der Pfeilung auf die Skelettlinienform wird ersichtlich anhand eines Vergleichs der Ergebnisse der gepfeilten Schaufel in Abbildung 5.17 mit denen der ungepfeilten Schaufel in Abbildung 5.10 bzw. 5.11. Während vom Schaufelfuß bis etwa zur Schaufelmitte deutlich ein Skelett ähnlich dem für die zweidimensionale Schaufel (Abbildung 5.11) zu erkennen ist, verschiebt sich die maximale Wölbung mit zunehmender Pfeilung immer weiter in Richtung der Vorderkante. Ursache dafür ist die entlastende Wirkung der Pfeilung, die sich besonders an der Vorderkante stark auswirkt, wie aus Abschnitt 5.8 bekannt ist. Das führt dazu, dass gerade in diesem Bereich die maximale Wölbung auftreten muss, um hier die gewünschte bisuperelliptische Belastungsverteilung zu erreichen. Außerdem verwindet sich die Schaufel, erkennbar in Abbildung 5.17 an der Verschiebung der Hinterkantenposition nach unten. Der Grund dafür ist die grundsätzlich entlastende Wirkung der Pfeilung, die durch eine höhere

Diese starke Wechselwirkung zwischen Pfeilung und Schaufelbelastung bedeutet, dass der Pfeilungsverlauf unbedingt berücksichtigt werden muss, wenn eine bestimmte Belastungsverteilung an einer dreidimensional geformten Schaufel erreicht werden soll. Dies ist mit einer dreidimensionalen inversen Methode, wie sie hier vorgestellt und angewendet wurde, zuverlässig realisierbar.

Die Beispiele in diesem Kapitel haben gezeigt, dass die Methode des inversen Skelettliniendesigns geeignet ist, für Schaufeln mit dreidimensionaler Planform und für eine vorgegebene dreidimensionale Belastungsverteilung eine dreidimensionale Skelettlinienverteilung zu berechnen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass der Einfluss der Kompressibilität und der V-Stellung zur Vereinfachung nicht berücksichtigt wurden, da die hier untersuchten Fälle inkompressibel sind und die Schaufeln nur geringe V-Stellung aufweisen. Beide Einflüsse können jedoch leicht implementiert werden, um das Verfahren praktisch auch für Hochleistungsverdichter einsetzen zu können.

6 Erweiterung des heutigen Entwurfsprozesses

6.1 Der heutige Prozess und seine Elemente

Der heutige Entwurfsprozess von Verdichtertrotoren basiert auf dem bekannten quasi-dreidimensionalen S1S2-Verfahren. Das S1S2-Verfahren dient dazu, die aerodynamischen Randbedingungen für den Entwurf eines Schaufelgitters zu definieren und das Schaufelgitter mit diesen Randbedingungen nachzurechnen und auf diese einzustellen. Dazu sind zwei getrennte Berechnungsschritte notwendig:

- Das S2-Verfahren ist ein sogenanntes Stromlinienkrümmungsverfahren, das die achssymmetrische Strömung in der Meridianebene (Abbildung 6.1) an explizit vorgegebenen Stellen im Ringkanal, zum Beispiel den Eckpunkten einer Schaufel berechnet. Die Beschreibung eines solchen Verfahrens findet sich zum Beispiel in [95]. Als Ergebnis erhält man die An- und Abströmbedingungen einer Verdichterstufe: Geschwindigkeiten (*Mach*-Zahlen), Winkel, Drücke und Temperaturen. Dies sind die aerodynamischen Randbedingungen für den Entwurf eines Schaufelgitters und seine Nachrechnung mit einem S1-Verfahren.
- Das S1-Verfahren dient zur Nachrechnung einer Gitterebene (Abbildung 6.1) unter Berücksichtigung der mit dem S2-Verfahren definierten Randbedingungen. Ein bekanntes Verfahren, das dies leistet, ist das *Euler*-/Grenzschichtintegralverfahren MISES von *Youngren* und *Drela* [141, 142] zur Berechnung von zweidimensionalen, sub- und transsonischen Strömungen. Als Ergebnis erhält man die lokalen Strömungsfeldgrößen in der Gitterebene, den Verlauf der integralen Grenzschichtparameter entlang der Profiloberfläche und die aerodynamischen Beiwerte des Profils.

Basierend auf den Ergebnissen des S1-Verfahrens wird die Geometrie des Schaufelprofils in ausgewählten Gitterebenen iterativ so lange verändert, bis die Kennwerte des Profilschnittes (Profilverlust, Verzögerung, Machzahlverteilung) ein lokales Optimum erreicht haben. Dieses Vorgehen ist sehr zeitaufwendig und das Ergebnis abhängig von der Erfahrung des Bearbeiters. Nachdem die einzelnen Profilschnitte entworfen sind, wird ihre Auffädung ebenfalls basierend auf Erfahrung vorgenommen.

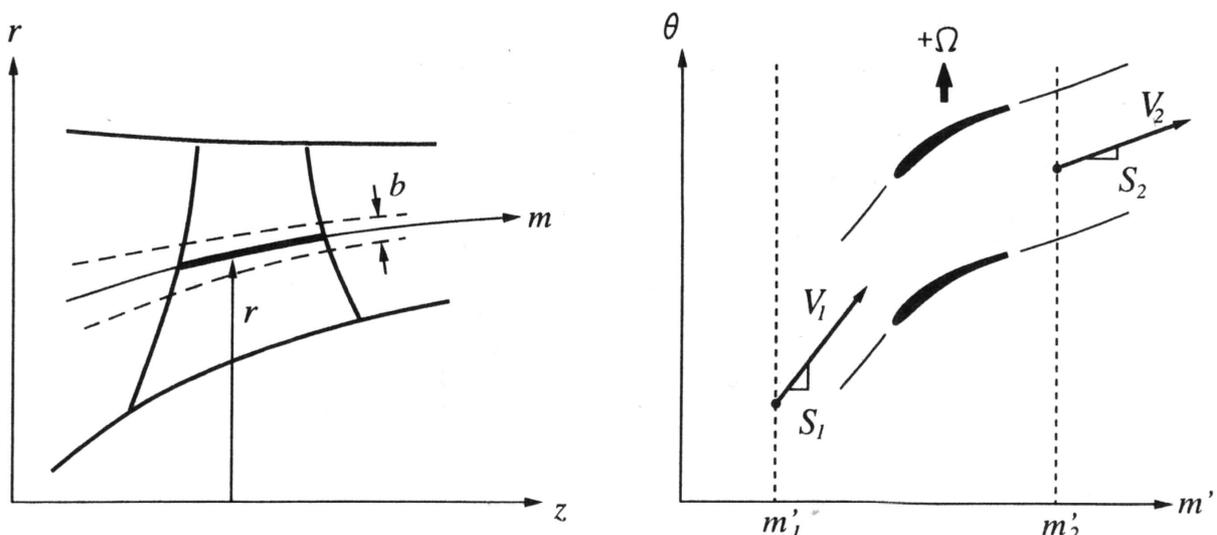


Abbildung 6.1: S1-S2 Ebenen im Verdichtergitter [142]

Zur vollständigen Analyse und Überprüfung der Wirksamkeit der so entstandenen Rotorschaukel ist das S1-Verfahren nicht geeignet, da dazu die dreidimensionale, reibungsbehaftete Strömung berechnet werden muss. Wie allgemein bekannt ist, erfordert dies die Lösung der *Navier-Stokes*-Gleichungen. Realisiert wird deren Berechnung in dieser Arbeit mit dem Programmpaket Fine/Turbo von NUMECA Int. S.A. [143]. Der Code löst die *Reynolds*-gemittelten *Navier-Stokes*-Gleichungen (RANS) auf strukturierten Multi-Block-Gittern mit Mischungsebenen zwischen den einzelnen Schaufelreihen. Zur Lösung des Strömungsproblems werden ein explizites Zeitschrittverfahren, eine implizite 4-Schritt *Runge-Kutta* Methode, eine zellzentrierte finite Volumen-Diskretisierung zweiter Ordnung und das algebraische Turbulenzmodell von *Baldwin-Lomax* [144] genutzt. Zusätzlich werden die Multigrid-Fähigkeiten des Programms und lokale Zeitschritte verwendet, um die Konvergenz der Lösung zu verbessern.

Das Resultat der Nachrechnung mit dem *Navier-Stokes*-Verfahren wird verwendet, um sowohl Profilgeometrie als auch die Auffädung in weiteren Iterationen zwischen S1-Verfahren und 3D-*Navier-Stokes*-Verfahren zu optimieren. Als letzter Iterationsschritt wird die Inzidenz der einzelnen Schaufelschnitte iterativ optimiert.

6.2 Einbindung der Panelverfahren

Anstelle des iterativen Vorgehens zur Optimierung der einzelnen Schaufelschnitte und ihrer radialen Auffädung, wie es in Abschnitt 6.1 beschrieben ist, werden die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Panelverfahren eingesetzt.

Die Randbedingungen, die zur Anwendung der Panelverfahren benötigt werden stammen weiterhin aus dem S2-Verfahren. Mit den Panelverfahren wird dann sowohl eine dreidimensionale Schaufelform, wie beschrieben in Kapitel 4, als auch eine dreidimensionale Skelettlinienverteilung gemäß Kapitel 5 unabhängig von der Erfahrung des Anwenders und ohne großen Aufwand ermittelt. Die individuellen Profilschnitte der so gewonnenen dreidimensionalen Schaufel werden dann mit dem S1-Verfahren nachgerechnet und auf die An- und Abströmwinkel aus dem S2-Verfahren eingestellt.

Die so entstandene Rotorschaukel wird mit dem dreidimensionalen *Navier-Stokes*-Verfahren nachgerechnet. Als letzter Entwurfsschritt wird die Inzidenz der einzelnen Schaufelschnitte iterativ optimiert.

7 Entwurf einer hochbelasteten Rotorbeschaukelung

7.1 Anwendungsfall und Hauptauslegungsparameter

Die in den Kapiteln 4 und 5 abgeleiteten Entwurfskriterien für einen verbesserten dreidimensionalen Entwurf eines Rotors werden im Folgenden umgesetzt, um einen solchen Entwurf zu realisieren und die Verfahren zu validieren. Ziel ist ein dreidimensional entworfen und wirkungsgradoptimierter Rotor, der alle in dieser Arbeit definierten Entwurfsparameter (Pfeilung, V-Stellung und Wölbungsverteilung) beinhaltet. Mit Hilfe einer S1-Nachrechnung werden die einzelnen Profilschnitte auf An- und Abströmbedingungen angepasst. Der auf diese Weise entworfene Rotor wurde gefertigt und seine Überlegenheit gegenüber einem herkömmlichen zweidimensionalen Entwurf wird sowohl numerisch anhand von 3D-Navier-Stokes-Nachrechnung als auch experimentell in Kapitel 8 demonstriert.

Der Verdichter, für den die dreidimensionale Schaufel entworfen wurde, ist ein einstufiger Niedergeschwindigkeitsverdichter (Abbildungen 7.1 und 7.2) mit Vorleitrad, der im Rahmen des EU-Forschungsprojektes AdComB so ausgelegt wurde, dass er repräsentativ für die subsonischen Stufen eines modernen hoch belasteten Hochdruckverdichters ist, vergleiche [136 - 138], [145 - 147].

Als Vergleich für die neue Beschaukelung dient die hochbelastete Rotor-Referenzschaukelung des AdComB-Projektes, die mit den zur Zeit gängigen S1S2-Entwurfsmethoden, vergleiche Kapitel 6, mit modernen front-belasteten CDA Profilen zweidimensional optimal für ein Druckverhältnis von 1,04 bei einem Auslegungsmassenstrom von 6,82 kg/s ausgelegt wurde [136, 137] und [145, 146].

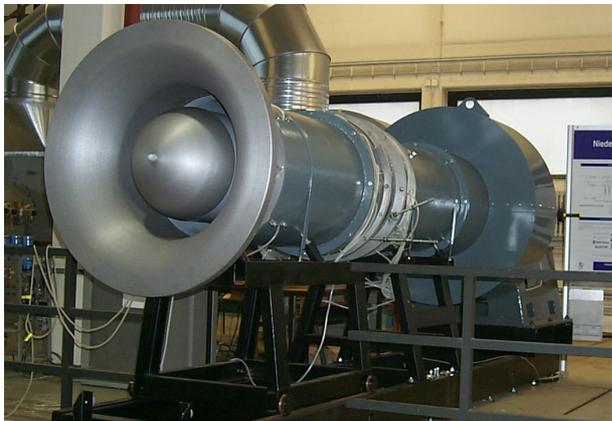


Abbildung 7.1: Verdichterteststand

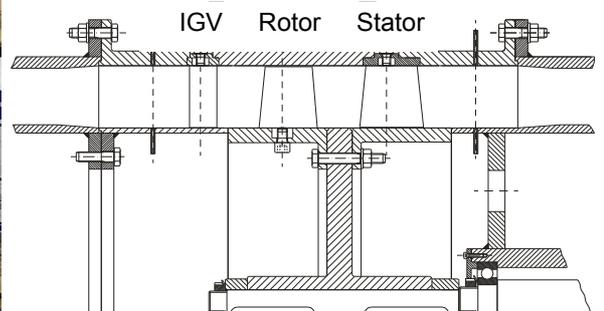


Abbildung 7.2: Querschnitt des Verdichters

Der Verdichter besitzt einen parallelen Ringkanal mit einem Außendurchmesser von $D_a = 0,60$ m und einem Nabenverhältnis von $v = 0,75$, so dass sich eine Kanalhöhe von 75 mm ergibt. Betrieben wird der Verdichter von einem 58 kW Gleichstrom-Elektromotor bei einer Auslegungsdrehzahl von 2800 U/min. Er ist mit einem kalibrierten Eintritt versehen und der Massenstrom kann mit einer Drossel und einem Hilfsgebläse am Austritt auf Werte zwischen 3,5 und 10 kg/s mit einer Genauigkeit von $\pm 1,2$ % eingestellt werden. Die dabei auftretenden Geschwindigkeiten sind so gering ($Ma < 0,3$), dass die Strömung als inkompressibel angesehen werden kann. Die *Reynoldszahl* an der Rotorspitze ergibt sich anhand der Relativgeschwindigkeit W_1' und der Sehnenlänge zu etwa $Re = 5 \cdot 10^6$ im Auslegungspunkt [147].

Im folgenden Abschnitt wird zunächst die Referenzbeschaufelung beschrieben und es werden die für die Nachrechnung des Entwurfs mit dem *Navier-Stokes*-Verfahren verwendeten Netze und Randbedingungen vorgestellt.

Im Anschluss daran wird der Entwurf des neuen dreidimensionalen Rotors präsentiert.

Zum Abschluss der Arbeit wird ein Vergleich der optimierten Beschaufelung mit der zweidimensionalen Referenzbeschaufelung anhand von experimentellen und numerischen Ergebnissen (Kapitel 8) angestellt.

7.2 Konventioneller Referenzentwurf

7.2.1 Geometrische Eigenschaften

Der aerodynamische Entwurf der Beschaufelung des Niedergeschwindigkeitsverdichters wurde bei *Rolls-Royce* Deutschland Ltd. & Co. KG durchgeführt [136].

Die Verdichterstufe besteht aus einem Vorleitrad mit 45 Schaufeln, das einen Vordrall auf den folgenden Rotor mit 43 Schaufeln liefert, gefolgt von einem Stator mit 45 Schaufeln, Abbildung 7.3. Die Sehnenlängen sind mit $l = 75$ mm so gewählt, dass sich für Rotor und Stator ein Schaufelhöhenverhältnis von eins ergibt. Das ist typisch für moderne hochbelastete Verdichterschaufeln. Der Abstand zwischen Vorleitrad und Rotor bzw. Rotor und Stator beträgt etwa 50 mm und ist so groß gewählt, damit eine gegenseitige Beeinflussung der Schaufelreihen vermieden wird. Die Spalte an Rotorspitze und Statornabe betragen jeweils 1 % der Schaufelhöhe (0,75 mm).

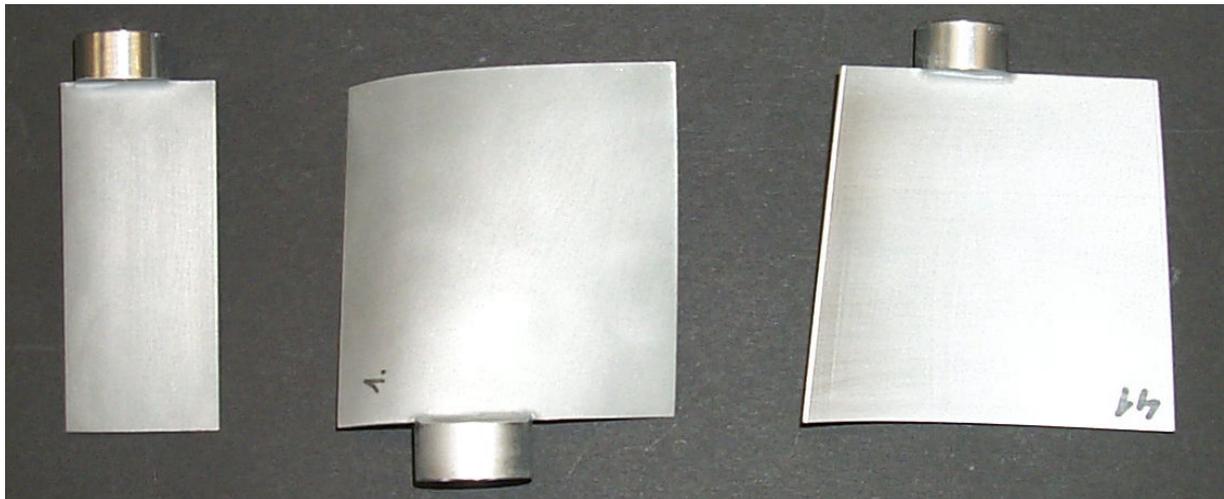


Abbildung 7.3: 2D Beschaufelung des LSRC

Die aerodynamische Belastung der Stufe wurde so gewählt, dass sie äquivalent einer Stufe aus der Mitte eines modernen Hochdruckverdichters ist. Die Stufen-aerodynamik wurde mit einem Stromlinienkrümmungsverfahren modelliert. Als Randbedingungen wurden ein radial konstantes Totaldruckprofil und eine identische radiale Drallverteilung an Rotoreintritt und Statoraustritt gewählt. Außerdem wurde die hohe Belastung der Stufe radial so verteilt, dass bei Drosselung die Stabilität durch die Strömungsverhältnisse am Gehäuse (Rotorspalt) limitiert wird. Der gemittelte Rotor- und Stator-Diffusionsfaktor beträgt 0,50. Die Schaufeln aller drei Schaufelreihen (Abbildung 7.3) sind radial aufgefädelt und wurden auf sieben radialen Schnitten mit modernen frontbelasteten CDA Profilen für eine kontrollierte saugseitige Diffusion ausgelegt. Die relative Dicke der Schaufeln wurde jeweils so groß gewählt, dass die Belastungen und Verzögerungen auf der Schaufelsaugseite und das

Grenzschichtverhalten repräsentativ für eine moderne Hochgeschwindigkeits-Hochdruckverdichterstufe sind.

Der Entwurf wurde vollständig mit herkömmlichen S1S2 Verfahren ausgeführt. Das bedeutet, dass die Abströmwinkel ohne Berücksichtigung dreidimensionaler reibungsbehafteter Strömungseffekte nahe der Seitenwände eingestellt wurden und die Inzidenzen, das heißt die Druck- und Saugspitzen an der Vorderkante der Schaufeln so gesetzt wurden, dass sie in der S1 Analyse im Betriebspunkt minimalen Verlust erzeugen. Der dafür verwendete S1-Löser ist das Programm MISES.

Die wichtigsten Auslegungsgrößen sind in Abbildung 7.4 nochmals zusammengefasst.

Verdichter- Außendurchmesser	600 mm	Rotor Spitzen- <i>Mach</i> -Zahl	0,25
Verdichter- Innendurchmesser	450 mm	mittlere Rotor/Stator Diffusionszahl	0,5
Naben-/ Gehäuseverhältnis	0,75	Korrigierter Auslegungsmassenstrom	6,82 kg/s
Schaufelzahl (Vorleitrad, Rotor, Stator)	45 – 43 – 45	Korrigierte Auslegungsdrehzahl	2800 U/min
Rotor/Stator Schaufelhöhenverhältnis	1,0	Rotor/Stator Spaltweite	1,0 %

Abbildung 7.4: Entwurf- und Geometrie-Parameter des LSRC

7.2.2 Randbedingungen und Rechennetze für die *Navier-Stokes*-Rechnung

Die numerischen Untersuchungen der stationären Strömung an dem zuvor beschriebenen Verdichter werden, wie bereits in Kapitel 6 erwähnt, mit dem Programmpaket NUMECA Fine/Turbo [143] durchgeführt. Zur Lösung dieser Gleichungen kommt das für diesen Fall gut geeignete Turbulenzmodell von *Baldwin-Lomax* ohne Wandgesetz zum Einsatz.

Die Rechnung wird auf strukturierten Netzen mit nicht reflektierenden Mischungsebenen zwischen den Schaufelreihen (zum Beispiel Rotor-Stator), vergleiche auch [136] und [145], durchgeführt.

Die drei Schaufelreihen des Verdichters werden mit H-Gittern, unter Nutzung mehrerer einzelner Gitterblöcke – für Schaufel, Ein- und Austrittskanal sowie Spalte – vernetzt (Abbildung 7.5 a). Die Anzahl der Gitternetzpunkte für die Stufe ist etwa 725.000. Dabei entfallen etwa 94.000 Zellen auf das Vorleitrad, 294.400 Zellen auf den Rotor und 337.600 Zellen auf den Stator. Zusätzlich werden der Rotor- und Statorspalt separat mit so genannten „Butterfly“-Netzblöcken vernetzt, die aus einem H-Netz umgeben von einem O-Netz bestehen, siehe Abbildung 7.5 b). In radialer Richtung wird eine Zellenzahl von je dreizehn für den jeweils 0,75 mm weiten Spalt gewählt und insgesamt umfasst das Netz jeweils etwa 35.800 Gitterpunkte, so dass sich eine Gesamtzellenzahl für das Rechengbiet von etwa 797.600 ergibt, siehe dazu auch [136], [138] und [145]. Die Gesamtzellenzahl und die

Zellenzahl in den Spalten wurden iterativ gerade so eingestellt, dass sich netzunabhängige Ergebnisse bei optimaler Rechenzeit ergeben. Der Wandabstand der jeweils ersten Zelle ist so gewählt, dass sich stets ein y^+ Wert von $\ll 10$ ergibt, um die Anforderungen der gewählten Turbulenzmodellierung zu erfüllen.

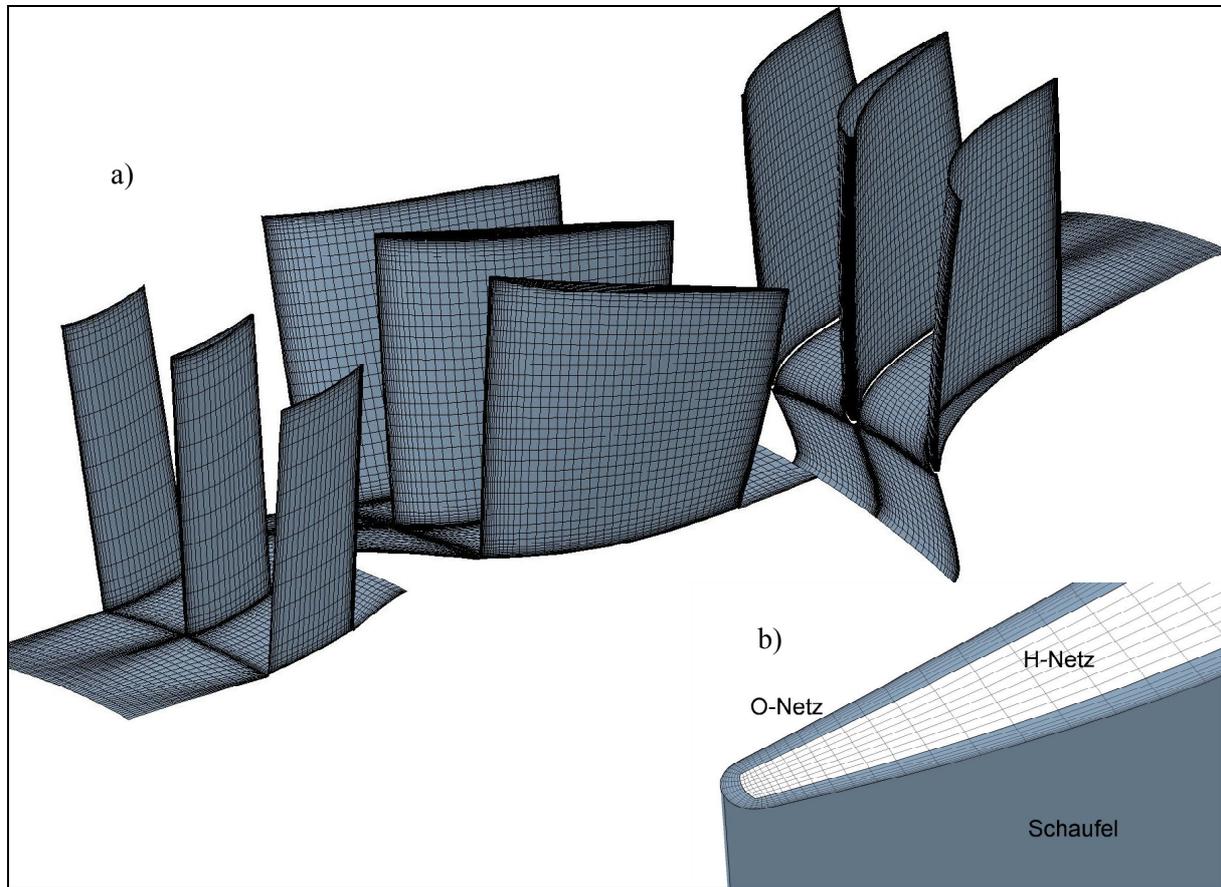


Abbildung 7.5: Rechennetz LSRC, a) Vorleitrad, 2D Rotor, Stator, b) Rotorspalt-Vernetzung

Als Eintrittsrandbedingungen für die Rechnungen werden das gemessene radiale Eintrittstotaldruckprofil ($\overline{p_t} = 101,3$ kPa) und die Totaltemperatur ($T_t = 288$ K) sowie ein Eintrittsdrallwinkel von 0° etwa 45 mm vor dem Vorleitrad vorgegeben.

Die einzelnen Betriebspunkte der Charakteristik werden durch eine Erhöhung des statischen Gegendrucks am Statoraustritt erreicht, wobei der letzte konvergierte Punkt der Rechnungen als numerische Abreißgrenze angesehen wird.

7.2.3 Nachrechnungsergebnisse und Validierung des *Navier-Stokes*-Verfahrens

Eine detaillierte Auswertung der Messungen des Referenzrotors und ein Vergleich mit Messungen kann [137, 138] und [146] entnommen werden. In diesem Abschnitt werden lediglich einige wenige ausgewählte Ergebnisse präsentiert, die zum einen die Anwendbarkeit des gewählten numerischen Verfahrens für die Bewertung der Schaufelentwürfe zeigen und zum anderen einige Vergleichsgrößen wie Wirkungsgrad, Abreißgrenze und Verluste für den neuen Entwurf zur Verfügung stellen.

In Abbildung 7.6 ist die gemessene und gerechnete Stufencharakteristik dargestellt. Die Abbildungen 7.7 und 7.8 zeigen die umfangsgemittelten, radialen Verteilungen an der

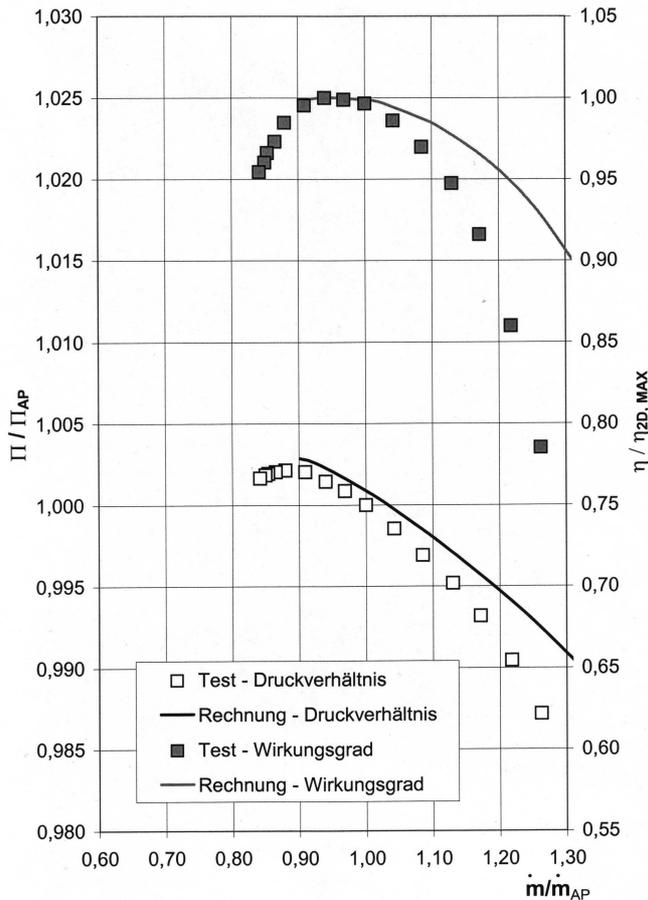


Abbildung 7.6: Gemessene und gerechnete Stufencharakteristik für Rotor 2D

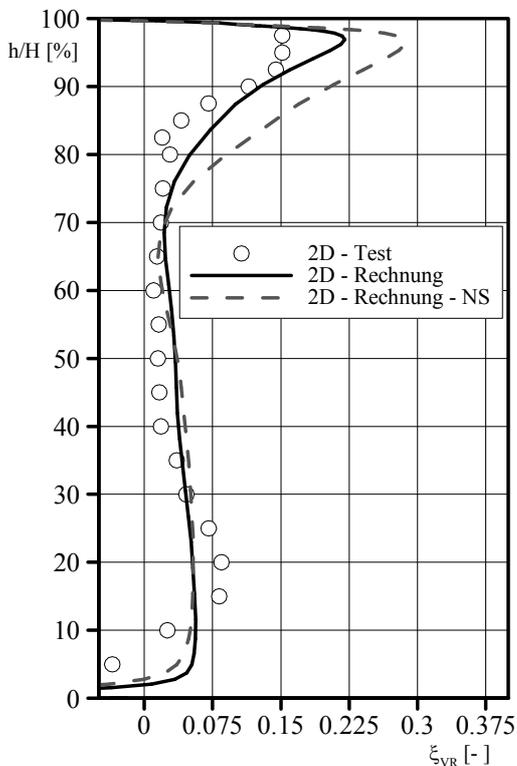


Abbildung 7.7: Gemessener und gerechneter Verlustbeiwert (ξ_{VR}) des Rotors 2D bei Auslegung und nahe der Abreißgrenze (NS)

Messebene 2 (Abschnitt 8.1.2) hinter dem Rotor für den Auslegungspunkt für Verlust und Axialgeschwindigkeit, vgl. [148, 149]. In den drei Abbildungen ist die grundsätzlich gute qualitative Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung ersichtlich, die auch an weiteren Größen in [138] zu erkennen ist.

Insbesondere die Übereinstimmung der Charakteristiken in Abbildung 7.6, dargestellt als normierte Größen, ist im Auslegungspunkt und bei Teillast sehr gut. Sowohl das Druckverhältnis, bezogen auf das Auslegungstufendruckverhältnis (Π/Π_{AP}), als auch der Massenstrom, bezogen auf den Auslegungsmassenstrom (\dot{m}/\dot{m}_{AP}), stimmen im Auslegungspunkt sehr gut überein, vergleiche Abbildung 7.4. Dies gilt auch für den Massenstrom, bei dem der maximale Stufenwirkungsgrad, dargestellt bezogen auf den gemessenen maximalen Wirkungsgrad der Referenzstufe ($\eta/\eta_{2D, MAX}$), erreicht wird. Die Abreißgrenze wird in der stationären Rechnung dagegen naturgemäß zu pessimistisch bestimmt. Auch bei Überlast stimmen Rechnung und Messung nicht überein, hier ist die Rechnung zu optimistisch. Das liegt daran, dass die Rechnung voll turbulent ist, die Messung jedoch bei Überlast zum Teil laminare Grenzschichten auf den Schaufeloberflächen zeigt [150]. Da für diese Arbeit das Verhalten der Schaufel im Auslegungspunkt und bei Teillast optimiert werden soll, ist diese Abweichung von Rechnung und Messung nicht relevant.

Bei den Radialverteilungen in Abbildung 7.7 und 7.8 ist die Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung ebenfalls gut. Lediglich an der Rotornabe werden in Abbildung 7.7 die Verluste, für Messung und Rechnung berechnet mit Gleichung 7.1, in der 3D-CFD-Lösung zu gering vorhergesagt. Am Gehäuse und in Schaufelmitte ist die Übereinstimmung

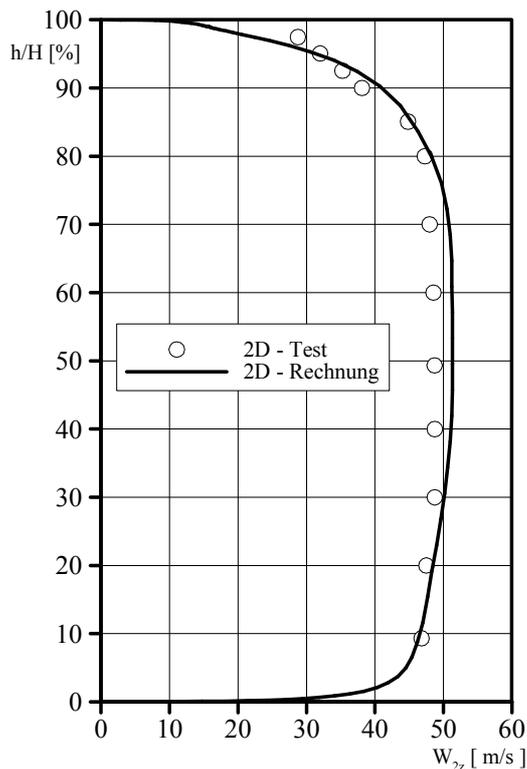


Abbildung 7.8: Gemessene und gerechnete Austrittsaxialgeschwindigkeit (w_{zz}) des Rotors 2D

Verlustanstieg, hervorgerufen durch einen Spaltwirbel, dargestellt in [Abbildung 7.9 a](#)). An der Nabe wird ein geringerer Verlustanstieg durch eine Eckenablösung und einen Kanalwirbel hervorgerufen, siehe [Abbildung 7.9 b](#)). Diese Phänomene führen neben dem Verlustanstieg an den Wänden auch zu einer starken Verblockung des Strömungskanals, der an einem Abfall der Axialgeschwindigkeiten in den betroffenen Bereichen sichtbar wird ([Abbildung 7.8](#)). Bei Drosselung der Stufe kommt es am Spalt zu einem starken Anstieg der Spaltverluste und schließlich zum Stall.

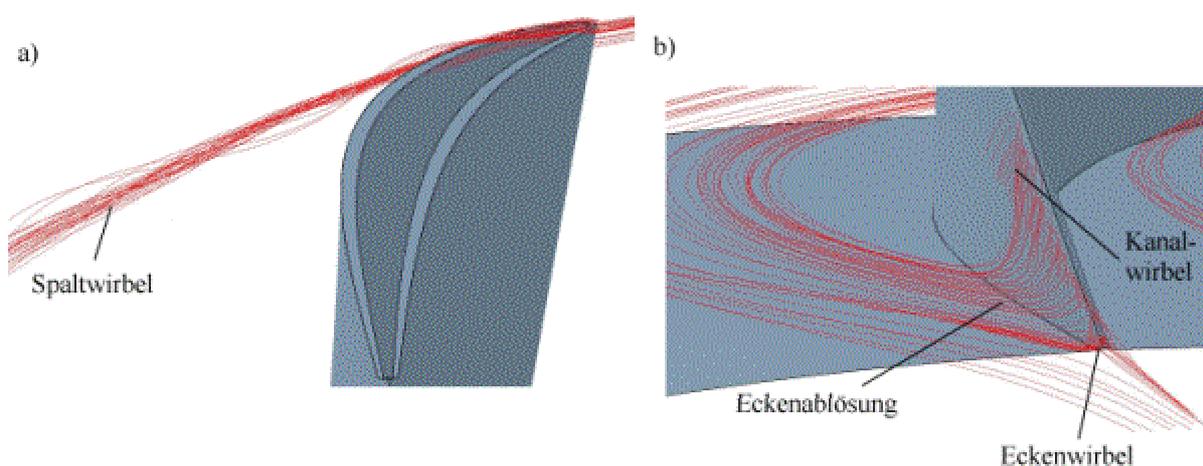


Abbildung 7.9: Dreidimensionales Strömungsfeld des Rotors 2D an a) Spalt und b) Nabe

zwischen Messung und Rechnung dagegen sehr gut. Für die Austrittsaxialgeschwindigkeit des Rotors in [Abbildung 7.8](#) gilt dies über die gesamte Schaufelhöhe.

$$\xi_{VR} = \frac{p'_{2,tot} - p'_{1,tot}}{p'_{1,tot} - p_{1,stat}} \quad (7.1)$$

Auch der Vergleich weiterer Größen, wie zum Beispiel der Umfangsgeschwindigkeit und des Diffusionsfaktors in [137, 138], zeigt die Anwendbarkeit des gewählten *Navier-Stokes*-Verfahrens für die Nachrechnung der Beschaukelung des LSRC.

Für die Verbesserung der Schaufelgeometrie ist insbesondere das Verhalten des Referenzrotors nahe den Seitenwänden an der Nabe und am Gehäuse (Spalt) interessant. [Abbildung 7.7](#) zeigt am Spalt den typischen starken

7.3 Verbesserter dreidimensionaler Entwurf

7.3.1 Einleitung

Die dreidimensionale Optimierung der Geometrie des zweidimensionalen Referenzrotors des LSRC hin zu einem neuen dreidimensionalen Schaufelentwurf wird in mehreren Schritten vorgenommen. Begonnen wird mit der Anwendung von Pfeilung an den Rotorauschnitten mit dem Ziel, die Rotorspaltströmung zu verbessern. An den Nabenschnitten wird Pfeilung angewendet, um die wandnahen Schnitte zu entlasten. Die Anwendung der Pfeilung basiert dabei auf den Erkenntnissen der Parameterstudie aus [Abschnitt 4.4](#). Danach wird die gepfeilte Schaufel zusätzlich mit Hilfe des Wissens aus [Abschnitt 4.4](#) mit V-Stellung versehen. Die so entstandene Schaufelform dient als Eingabe für das inverse Skelettlinienvorgehen aus [Kapitel 5](#), mit dem die Profilgeometrie (Skelettlinie) optimiert wird. Schließlich wird der dreidimensionale Entwurf durch eine gezielte Korrektur der Inzidenzen abgeschlossen.

Als Randbedingung für den dreidimensionalen Schaufelentwurf wird in der zweidimensionalen Nachrechnung mit dem S1-Löser MISES bei allen Schaufelvarianten für jeden der sieben Entwurfs-Profilschnitte, vergleiche [Abschnitt 7.2](#), die gleiche *Euler*-Arbeit eingestellt wie für den zweidimensionalen Referenzrotor. Auch das Verhältnis der Druck- zur Saugspitze (Inzidenz) an der Vorderkante wird analog zum Referenzrotor gewählt.

7.3.2 Anwendung von Pfeilung

In [Abschnitt 7.2.3](#) wurde beschrieben, dass die Rotorspaltströmung für den größten Teil der sekundären Rotorverluste verantwortlich ist und die Stabilität der Stufe limitiert. Daher wird zunächst mit der Optimierung der Geometrie an der Rotorspitze begonnen.

Basierend auf der Theorie aus [Kapitel 2](#) und den Erkenntnissen der Parameterstudie aus [Abschnitt 4.4](#) wird eine Pfeilung am Gehäuse des zweidimensionalen Referenzrotors eingeführt. Die Pfeilung wird gemäß der Definition aus [Abschnitt 2.3.1](#) durch eine Verschiebung der individuellen Schaufelschnitte in axialer Richtung angewandt, ohne die Profile des Referenzrotors zu verändern.

Da in [Abschnitt 4.4](#) erarbeitet wurde, dass die Anwendung der Pfeilung ohne einen stetigen Übergang zwischen gepfeiltem und ungepfeiltem Bereich nicht zielführend ist, wird die Pfeilung mit der in [Abschnitt 4.3.2](#) vorgestellten Funktion ([Gleichung 4.36](#)) realisiert. In [Abbildung 4.31](#) wurde gezeigt, dass in der Umgebung der Unstetigkeitsstelle ein lokaler Belastungsanstieg aufgrund der lokal auftretenden negativen Pfeilung auftritt. Dieser Belastungsanstieg hat einen lokalen Verlustanstieg zur Folge. Durch Messungen für einen Rotor des LSRC mit unstetiger Vorderkante [137] wird das bestätigt.

Der Betrag der Pfeilung an der Rotorspitze wird gemäß den Erkenntnissen aus [Abschnitt 4.4](#) gewählt, nach denen sich eine positive Pfeilung von maximal 45° an der Schaufelspitze als sinnvoll für eine effektive Randentlastung bei mechanisch akzeptabler Schaufelform erwiesen hat. Diese Erkenntnisse bestätigen auch numerische Untersuchungen von verschiedenen gepfeilten Schaufeln in [151].

Die radiale Erstreckung der Pfeilung bleibt entsprechend den Ergebnissen aus der Parameterstudie auf die spaltnahen Schnitte – das heißt auf das obere Schaufeldrittel – beschränkt. Bei geeigneter Wahl des Parameters Δx bzw. Δy in [Gleichung 4.36](#) ergibt sich dies automatisch.

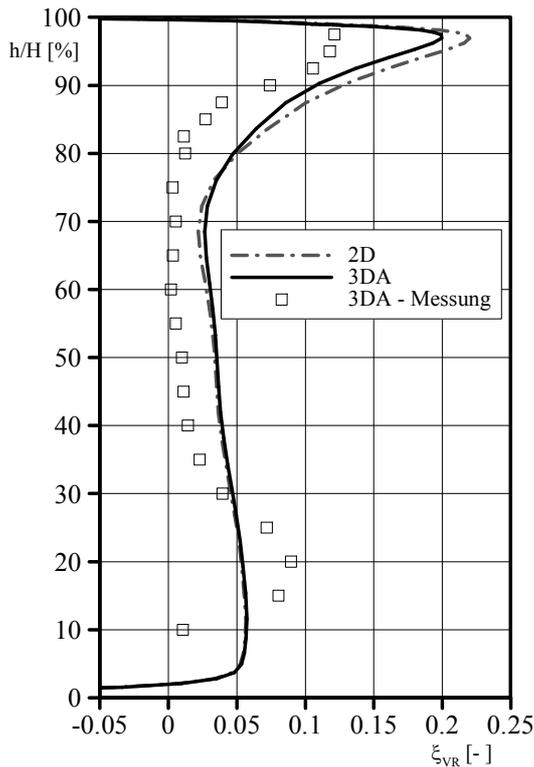


Abbildung 7.10: Verlustbeiwert (ξ_{VR}) des Rotors 2D und 3DA im Auslegungspunkt

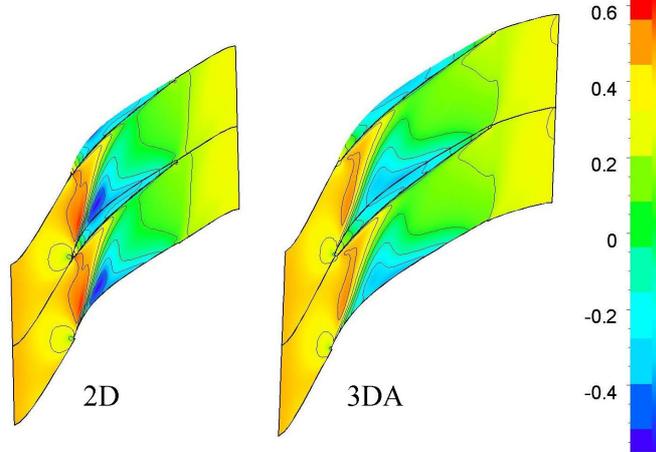


Abbildung 7.11: Axialgeschwindigkeit ($w_z/w_{z,in}$) im Spalt für Rotor 2D und 3DA

Verteilung des Rotorverlustbeiwertes in [Abbildung 7.10](#) erkennen. Die Verluste am Spalt sind bei Rotor 3DA wesentlich kleiner als bei Rotor 2D. Der Grund dafür findet sich in den [Abbildungen 7.11 und 7.12](#).

[Abbildung 7.11](#) zeigt die auf den Eintritt bezogenen Axialgeschwindigkeiten in Spaltmitte für Rotor 3DA und 2D. Man erkennt, dass die axiale Rückströmung bei Rotor 3DA gegenüber der Referenzschaufel deutlich reduziert ist. Auch die Verblockung der Passage ist stark verkleinert. Dies wird anhand der geringeren Übergeschwindigkeiten am Passageneintritt sichtbar.

Neben der Pfeilung, die die spaltnahen Schaufelschnitte entlastet und das Maximum der Belastung in Sehnenrichtung stromab verlagert, kann eine weitere Verbesserung der Spaltströmung durch eine Sehnenverlängerung am Spalt erreicht werden [54]. Als Folge sinkt das Verhältnis von Spaltweite zu Sehnenlänge. Physikalisch bedeutet dies, dass der lokale Druckgradient zwischen Saug- und Druckseite geringer wird und dadurch der Antrieb für die Spaltdurchströmung reduziert wird. Sinnvoll und mechanisch machbar ist für den hier untersuchten Fall eine axiale Sehnenverlängerung von etwa 25 % für den Rotoraußenschnitt.

Es ist zu beachten, dass bei den Schnitten mit verlängerter Sehne die Profilierung hinsichtlich Wölbungs- und Dickenverteilung sowie der absoluten Dicke unverändert bleibt. Des Weiteren sind die Schnitte mit dem S1-Löser MISES auf das Inzidenzkriterium und den Abströmwinkel des Referenzrotors eingestellt wurden, um die gewählte Auslegungsphilosophie ([Abschnitt 7.2.1](#)) nicht zu verändern.

Resultat der Anwendung der Pfeilung am Gehäuse kombiniert mit einer Verlängerung der Sehne am Spalt ist der Rotor 3DA. Dieser Rotor zeigt sowohl in der *Navier-Stokes*-Nachrechnung als auch in Messungen von *Rohkamm* [160] gegenüber dem Rotor 2D eine deutlich verbesserte Charakteristik bezüglich Wirkungsgrad und Stabilität. Der Grund dafür lässt sich anhand der radialen

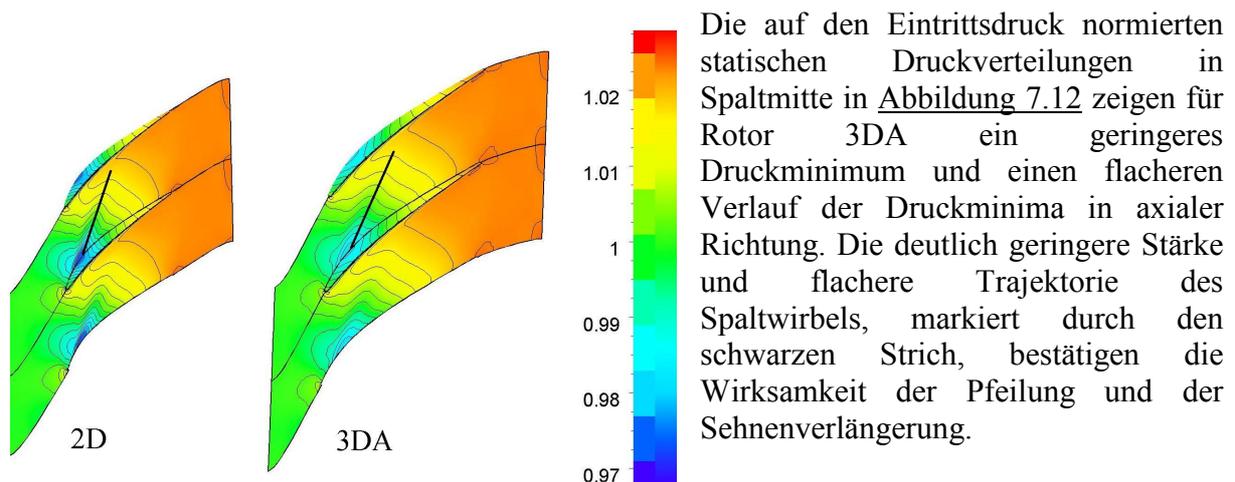


Abbildung 7.12: Statischer Druck ($\overline{p_s / p_{s,in}}$) im Spalt und Wirbeltrajektorie für Rotor 2D und 3DA

Gleichzeitig zeigen die Messwerte aus [160] eine Erhöhung der Verluste an der Nabe. Sie resultieren aus einer Ausdehnung der Eckenablösung in Schaufelhöhenrichtung. Bereits im

Referenzentwurf wurde eine Eckenablösung als Folge der hohen Nabenbelastung identifiziert. Ihre weitere Ausdehnung bei Rotor 3DA ist möglich, da sich die hemmende Wirkung durch die Gehäuseverblockung in radialer Richtung stark abschwächt. Dadurch geht ein Teil des möglichen Wirkungsgradgewinns wieder verloren. Die Pfeilung sorgt am Spalt für eine Vergleichmäßigung der Belastung der spaltnahen Schnitte in Tiefenrichtung, für eine Reduktion der Wirbelstärke und der Steilheit der Wirbelbahn und führt im Ergebnis zu einer Verlustreduktion. Dies geht einher mit einer Verringerung der Verblockung in diesem Bereich. Dadurch verschieben sich die Stromlinien in Richtung Gehäuse und an der Nabe entsteht Raum zur Ausdehnung der vorhandenen Eckenablösung, die zuvor durch die entgegenwirkende Verblockung am Spalt unterdrückt wurde. Durch die Ausdehnung der Verblockung steigen die Verluste an der Nabe an. In der Schaufelmitte kommt es zu keiner Einflussnahme, da dort weder mit noch ohne Pfeilung am Gehäuse eine Überlastung vorliegt. In der Konsequenz ist es sinnvoll, neben den Gehäuseschnitten auch die Nabenschnitte durch Pfeilung zu entlasten, um eine optimale Konfiguration zu erreichen.

Daher wird auch an der Nabe eine Pfeilung in der gleichen Größenordnung und mit ähnlicher radialer Ausdehnung wie an der Schaufelspitze angewandt, basierend auf den Erkenntnissen aus der Parameterstudie in Abschnitt 4.4. Ziel ist eine signifikante Verringerung der starken Eckenablösung an den hochbelasteten nabennahen Schnitten. Bereits in [28] und [63], siehe Abschnitt 2.3.1, wurde gezeigt, dass Pfeilung an der Nabe ein geeignetes Mittel dazu ist.

Die Geometrie des Rotors bleibt bei dieser Modifikation hinsichtlich der Profilierung (maximale Dicke, Dickenverteilung und Skelettlinie) erhalten. Ebenso bleibt die axiale Sehnenlänge auf den oberen drei Viertel der Schaufel unverändert. Der Pfeilungsverlauf wird mit einer stetigen Funktion realisiert, um eine glatte Schaufelvorderkante zu erhalten. Der Betrag der Pfeilung ist in seiner Größe ($>30^\circ$) und in seiner radialen Ausdehnung mit dem an der Schaufelspitze vergleichbar.

Auch an der Nabe wird eine Sehnenverlängerung realisiert. In diesem Fall jedoch zur Kompensation der verlorenen *Euler*-Arbeit für ein Schaufelende ohne Spalt gemäß Kapitel 4. Mit Hilfe des dort vorgestellten Verfahrens kann der Betrag der Sehnenverlängerung an der Nabe und ihr Verlauf entlang Schaufelhöhe in Abhängigkeit von der Pfeilung so bestimmt werden, dass der Arbeitsverlust vollständig kompensiert werden kann. Für die hier gewählte

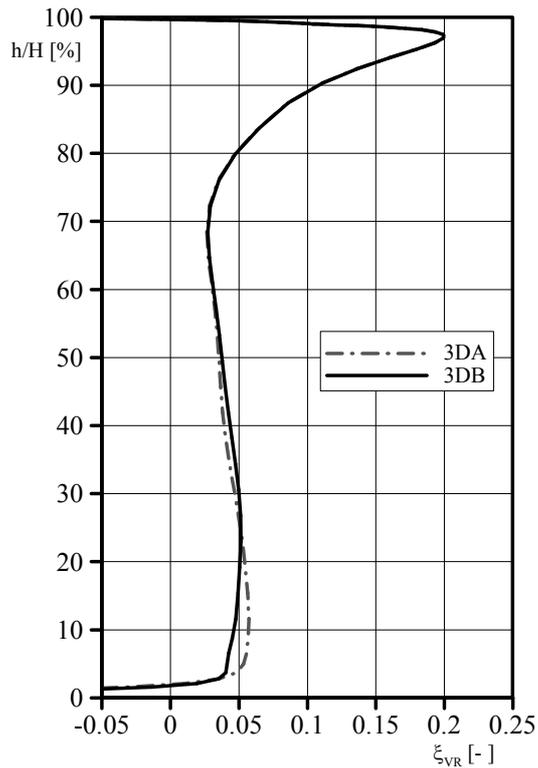


Abbildung 7.13: Verlust (ξ_{VR}) des Rotors 3DA und 3DB im Auslegungspunkt

Schnitte aufgrund der Absenkung des Diffusionsfaktors und zum anderen durch die Verlagerung der maximalen Druckdifferenz zwischen Saug- und Druckseite stromab als Konsequenz der positiven Pfeilung hervorgerufen. In [Abbildung 7.14](#) sieht man diese Wirkungsweise im direkten Vergleich der wandnahen statischen Drücke an der Nabe. Die Verteilung bei Rotor 3DB zeichnet sich durch einen Anstieg der statischen Drücke auf der Saugseite verglichen mit Rotor 3DA aus. Das bedeutet, dass die Druckdifferenz zur Druckseite geringer wird. Dieses Phänomen führt zu einer Verringerung der Querkanalströmung ([Abschnitt 2.2.3](#)) und damit zu einer Verringerung der Intensität der Eckenablösung. Außerdem entsteht die Eckenablösung erst weiter stromab.

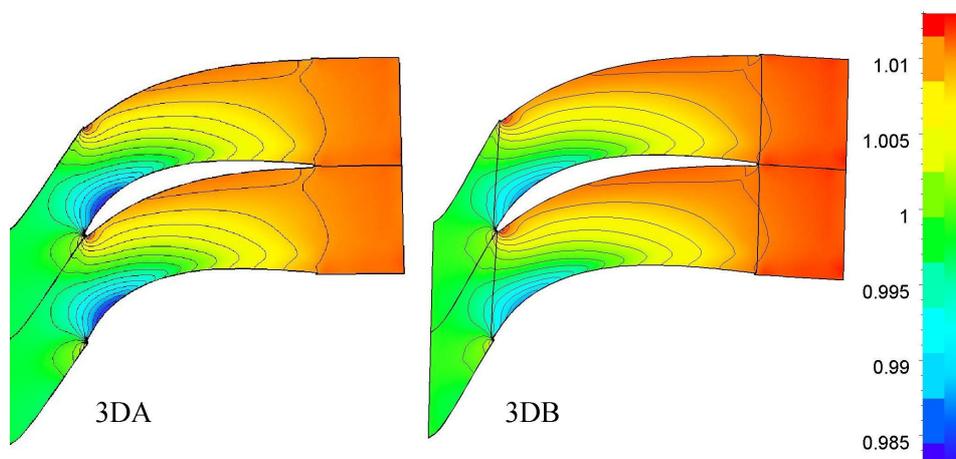


Abbildung 7.14: Statischer Druck ($p_s / \overline{p_{s,in}}$) an der Nabe für Rotor 3DA und 3DB

Pfeilung ist dies mit einer axialen Sehnenverlängerung von etwa 10 % realisierbar. Es ergibt sich eine neue Sehnenlängenverteilung für das untere Viertel der Schaufel.

Ferner ist zu beachten, dass die Schnitte mit verlängerter Sehne mit dem S1-Löser MISES auf das Inzidenzkriterium und den Abströmwinkel des Rotors 2D eingestellt wurden, um die zweidimensionale Auslegung nicht zu verändern.

Der so entstandene Rotor wird 3DB genannt. Die Wirksamkeit der Pfeilung kann mit Hilfe der *Navier-Stokes*-Nachrechnung bewertet werden. So steigt der Stufenwirkungsgrad im Auslegungspunkt um 0,15% gegenüber dem Rotor 3DA. Grund dafür sind die reduzierten Rotorverluste an der Nabe ([Abbildung 7.13](#)). Der Verlustrückgang ergibt sich durch eine Reduktion der Eckenablösung. Diese wird zum einen durch die Entlastung der wandnahen

Abbildung 7.15 zeigt anhand der Axialgeschwindigkeiten an der Nabe zusätzlich eine, wenn auch geringe, Verbesserung des Rotornachlaufs als Konsequenz der Entlastung. Durch die Verlängerung der Sehne ist aber gleichzeitig für das immer noch vorhandene abgelöste Grenzschichtmaterial mehr Raum zur Ausdehnung in radialer Richtung über Schaufelhöhe entstanden, so dass sich das Bild des Stromlinienverlaufs auf der Saugseite nicht wesentlich verbessert (Abbildung 7.16). Abbildung 7.16 zeigt, dass die Ablösung für Rotor 3DB erst später beginnt und die Stromlinien weniger steil sind als bei Rotor 3DA, was bedeutet, dass die Strömung stets eine größere positive Axialkomponente hat. Die Ausdehnung des Ablösegebietes über Schaufelhöhe wird gleichzeitig jedoch etwas größer. Dies korrespondiert auch mit dem radialen Verlustverlauf in Abbildung 7.13, der einen lokal erhöhten Verlust bei etwa 30 % - 40 % Schaufelhöhe zeigt.

Dies bedeutet, dass weiteres Optimierungspotential besteht. Im nächsten Schritt wird daher eine V-Stellung an der Nabe eingeführt.

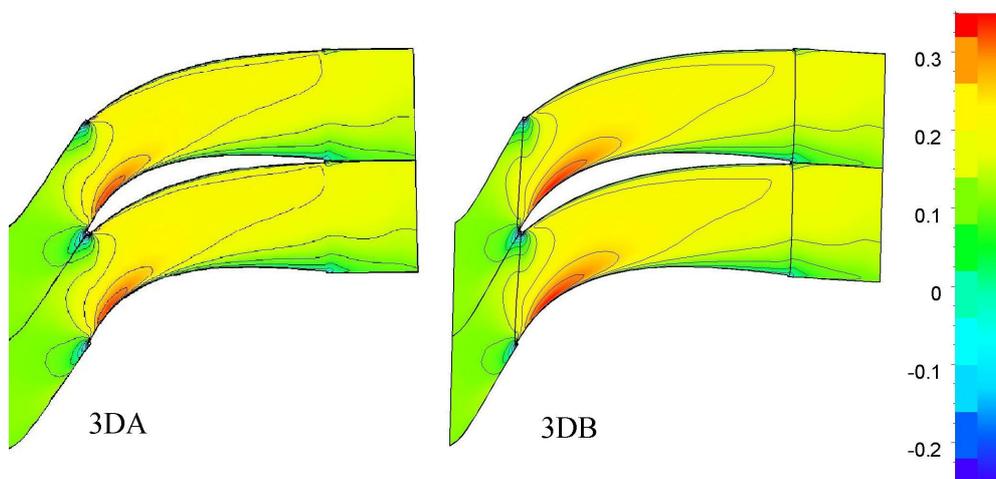


Abbildung 7.15: Axialgeschwindigkeit ($w_z / \overline{w_{z,in}}$) an der Nabe für Rotor 3DA und 3DB

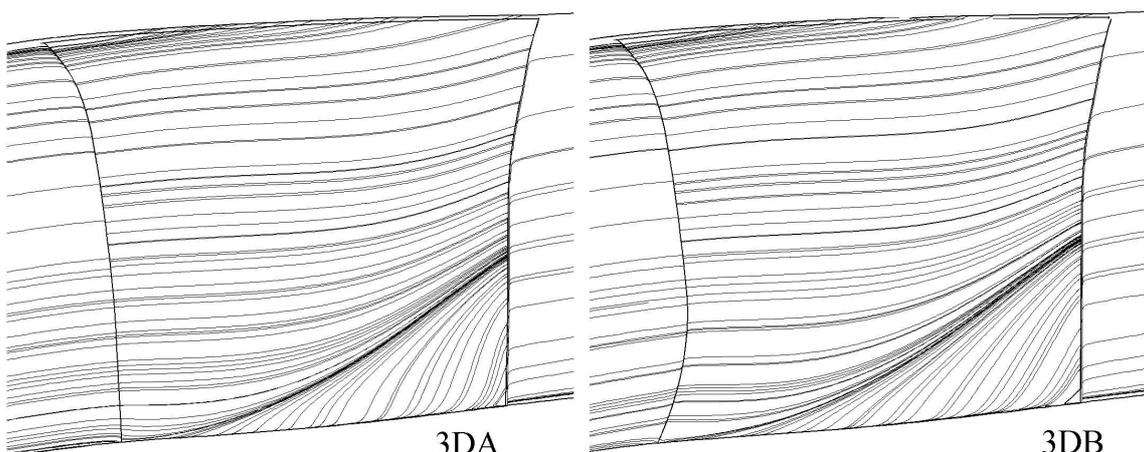


Abbildung 7.16: Stromlinien auf der Saugseite von Rotor 3DA und 3DB

7.3.4 Anwendung von V-Stellung

Nachdem die Pfeilung erfolgreich angewandt ist, wird im nächsten Schritt V-Stellung an der Nabe des Rotors angewandt, um die Eckenablösung weiter zu reduzieren.

Aus Abschnitt 2.3.1 bzw. [20], [63], [76] und Abschnitt 4.4.3 ist bekannt, dass eine positive lokale V-Stellung an der Nabe zu einer gezielten Entlastung der Schaufel nahe der Seitenwand – dies ist der kritische Bereich für die Entstehung der Eckenablösung – führt, wenn die V-Stellung spätestens an der Schaufelmitte, besser aber im unteren Drittel der Schaufel ausblendet. Die Entlastung durch die V-Stellung konzentriert sich bei den betroffenen Schaufelschnitten in axialer Richtung auf den Bereich zwischen 20 % und 70 % der Sehnenlänge (Abbildung 4.42). Dies bewirkt eine Reduktion der Eckenablösung und als direkte Folge dessen eine höhere Umlenkung der Strömung. Aufgrund dieser beiden Faktoren werden die Verluste minimiert.

In [63] wurde für eine Rotorschaukel mit 20° V-Stellung gezeigt, dass die V-Stellung unter der Randbedingung eines konstanten Druckverhältnisses die Belastung in Schaufelmitte erhöht. Dieser Effekt ist unerwünscht, da er Verlust erhöhend wirkt. Aus [76] ist bekannt, dass dieses Phänomen bei V-Stellungen größer 30° sogar dazu führt, dass die Verluste in der Schaufelmitte stärker ansteigen als sie an der Nabe sinken. Aus der Parameterstudie in Abschnitt 4.4.3 ist außerdem bekannt, dass sich lediglich bis zu einer V-Stellung von 30° der entlastende Effekt signifikant erhöht und bei höheren V-Stellungen eine ungünstige Mehrbelastung der Vorderkante entsteht.

Außerdem sind der V-Stellung auch mechanisch Grenzen gesetzt, so dass eine größere V-Stellung in vielen Fällen nicht realisierbar ist. Eine V-Stellung in der Größenordnung von 15° [90], die über das untere Schaufeldrittel ausblendet, repräsentiert daher für die Anwendung an dem Rotor einen Kompromiss der Vor- und Nachteile.

Aus Gründen der mechanischen Stabilität ist es nicht sinnvoll lediglich an der Nabe V-Stellung anzuwenden. Stattdessen bietet es sich an, am Gehäuse eine V-Stellung der gleichen Größenordnung zu benutzen wie an der Nabe. Anhand der folgenden Erläuterungen wird aufgezeigt, dass dies auch aerodynamisch die sinnvollste Lösung ist, so wie es auch aus [66] bekannt ist.

In Kombination mit dem Spalt hat die lokale Anwendung der positiven V-Stellung am Gehäuse nicht den gleichen Effekt wie an der Nabe. Es entsteht am Gehäuse durch die Wechselwirkung mit dem Spalt eine leichte Erhöhung der Belastung unterhalb von 95 % der Schaufelhöhe, wie bereits in Abschnitt 4.4.3 in Abbildung 4.45 gezeigt wurde. Bei einem Vergleich mit einer identischen Schaufel ohne V-Stellung mit gleicher Umlenkung bedeutet dies allerdings eine Mehrbelastung der spaltnahen Schnitte und gleichzeitig eine Entlastung der Schnitte unterhalb von 95 % Schaufelhöhe. Das führt in diesem Bereich zu einer Minderumlenkung, die dem Verlustaufbau durch die V-Stellung an der Nabe entgegenwirkt und somit positiv ist. Gleichzeitig wird eine Mehrumlenkung in Spaltnähe erzeugt, die sich im Auslegungspunkt bei optimaler Wahl der V-Stellung verlustreduzierend auswirkt. Bei Drosselung kann die Mehrumlenkung jedoch die Stabilität der Rotorschaukel einschränken. Bei zu großer V-Stellung kann es sogar bereits im Auslegungspunkt zu einer Überlastung der spaltnahen Schnitte kommen. Dieser Zusammenhang wurde für verschiedene V-Stellungen anhand einer numerischen Studie, deren Ergebnisse hier nicht gezeigt werden, bestätigt. Auch aufgrund der mechanischen Stabilität der Schaufel ist eine größere V-Stellung als an der Nabe nicht sinnvoll. Eine zu kleine V-Stellung hat dagegen eine nur geringe verbessernde Wirkung. Hier kann daher eine analog zur Nabe gewählte V-Stellung als Optimum angesehen werden.

Auch die radiale Ausdehnung wird ähnlich der an der Nabe gewählt und zwar so, dass in Schaufelmitte keine V-Stellung vorliegt.

Die *Navier-Stokes*-Nachrechnung der modifizierten Schaufeln (Rotor 3DC mit V-Stellung nur an der Nabe und Rotor 3DD mit V-Stellung an Nabe und Spitze) bestätigt die oben genannten Schlussfolgerungen:

- Der Wirkungsgrad der Stufe verbessert sich im Auslegungspunkt um 0,1 %
- Gleichzeitig vergrößert sich der Arbeitsbereich
- Die Radialverteilung für den Rotor-Verlust zeigt die erwartete Reduktion an der Nabe und einen Anstieg durch die Mehrbelastung jenseits 25 % Schaufelhöhe bei Rotor 3DC ([Abbildung 7.17](#)) und bei Einführung der V-Stellung an der Spitze bei Rotor 3DD reduziert sich dort der Verlust lokal gegenüber 3DC ([Abbildung 7.18](#)).

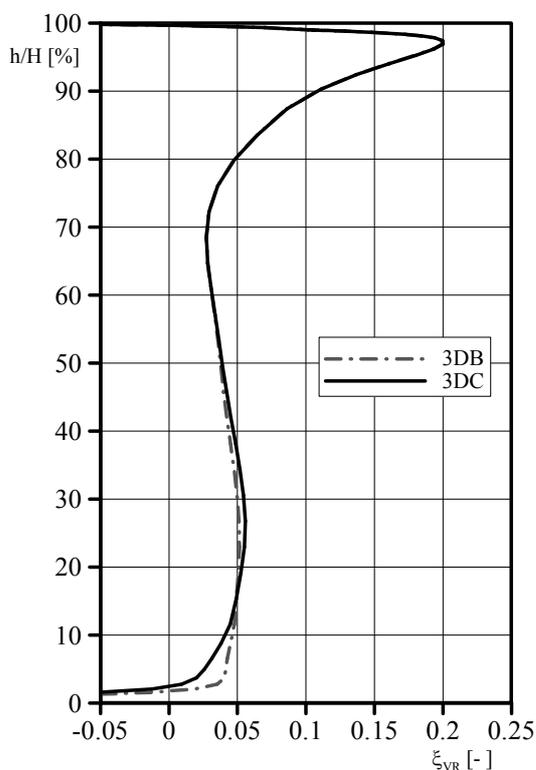


Abbildung 7.17: Verlust (ξ_{VR}) des Rotors 3DB und 3DC

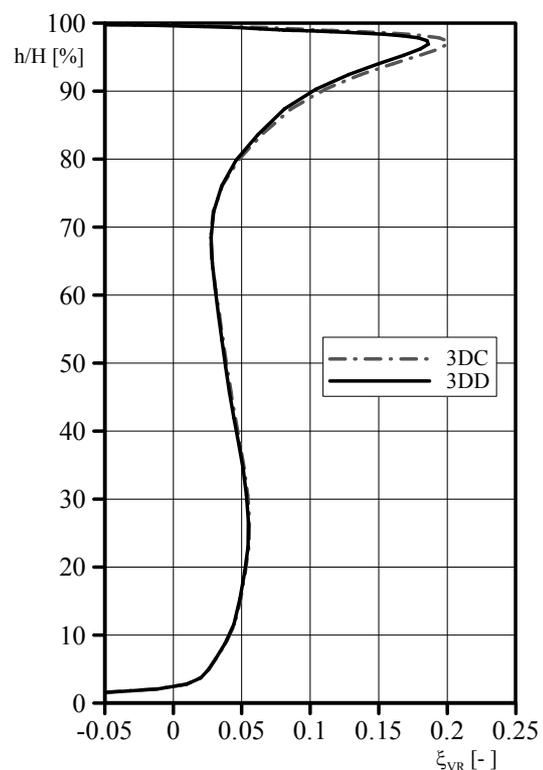


Abbildung 7.18: Verlust (ξ_{VR}) des Rotors 3DC und 3DD

7.3.6 Anwendung des inversen Skelettliniendesigns

Nachdem die Rotor-Schaufelform (Auffädung der Profilschnitte, Sehnenlänge) festgelegt ist, werden im nächsten Schritt die Profile der einzelnen Schaufelschnitte individuell an die dreidimensionale Strömungsumgebung angepasst, um im Auslegungspunkt den Verlust zu minimieren.

Als Randbedingung bleibt die Dickenverteilung des Referenzrotors erhalten. Lediglich die Skelettlinien werden modifiziert, da sie die Belastungsverteilung in Sehnenrichtung am stärksten beeinflussen.

Für die Optimierung wird die Schaufel in drei kritische Bereiche eingeteilt: Nabe, Mitte und Gehäuse mit Spalt. Die radiale Ausdehnung dieser Bereiche lässt sich mit Hilfe der Ergebnisse von Rotor 3DD definieren. Die Radialverteilung des Verlustes in [Abbildung 7.18](#)

zeigt, welcher Bereich der Schaufel von den jeweiligen Strömungsphänomenen hauptsächlich beeinflusst wird:

- Auf dem unteren Drittel der Schaufel ist eindeutig die Sekundärströmung bestimmend für die Schaufelverluste. Sie entsteht durch die Nabeneckenablösung und die Querkanalströmung.
- Zwischen etwa 35 % und 75 % Schaufelhöhe kann mit guter Näherung eine zweidimensionale Strömung angenommen werden. Der Profilverlust verursacht hier den größten Teil des Gesamtverlustes.
- Auf dem oberen Viertel ist die Sekundärströmung aus Spaltströmung und Spaltwirbel kritisch für den Verlust.

Diese vollkommen unterschiedlichen Phänomene erfordern individuelle Lösungen, das heißt individuelle Skelettlinien für die einzelnen Bereiche. Mit Anwendung des inversen Skelettlinienentwurfsverfahrens aus Kapitel 5 werden die Skelettlinien ermittelt.

Bestimmung von Skelettlinien im Bereich der Schaufelmitte

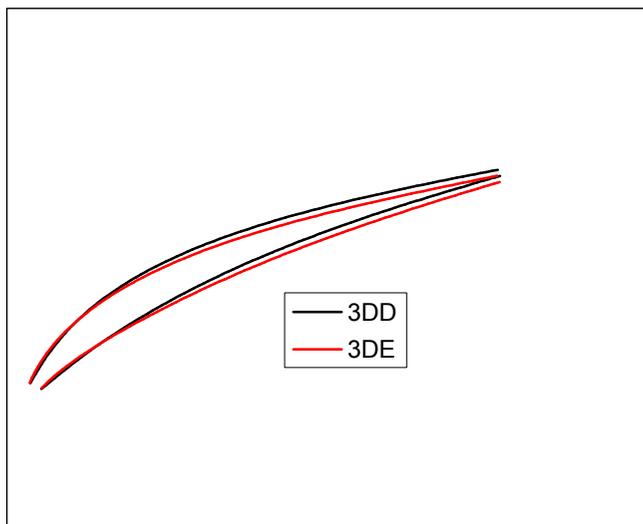


Abbildung 7.19: Verbessertes und ursprüngliches Schaufelprofil bei 50 % Schaufelhöhe

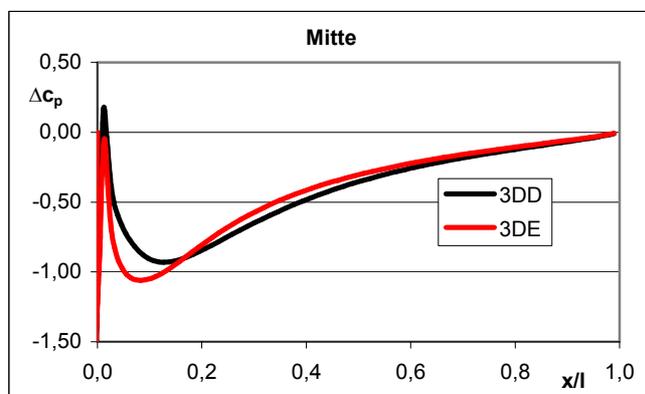


Abbildung 7.20: Belastungsverteilung des verbesserten und des ursprünglichen Schaufelprofils bei 50 % Schaufelhöhe (S1 Rechnung)

Für die Optimierung der Skelettlinie zwischen 35 und 75 % Schaufelhöhe muss eine Krümmungsverteilung gefunden werden, die für eine näherungsweise zweidimensionale Strömung die optimale Belastungsverteilung liefert.

Dies ist nach *Stratford* [104] theoretisch eine dreieckige Belastungsverteilung bezogen auf die Druckdifferenz $\Delta c_p = p_{DS} - p_{SS}$ zwischen Druck- und Saugseite. Diese Verteilung hat ihr Druck- bzw. *Mach*-Zahl-Maximum an der Vorderkante und macht damit die gesamte Sehnenlänge für eine gleichmäßige Verzögerung nutzbar. Auf diese Weise entsteht ein minimaler Profilverlust bei maximalem Arbeitsbereich. In der Praxis hat dies eine sehr stark frontbelastete Skelettlinie zur Folge, ähnlich wie zum Beispiel in [107] ermittelt.

Vorgaben für die Berechnung der Skelettlinie sind die dreieckige Belastungsverteilung, die radiale Sehnenlängenverteilung und die Vorderkantenform des zu optimierenden Rotors 3DD. Mit dem Verfahren aus Kapitel 5 und in Analogie zu den Beispielen aus Abschnitt 5.3 können die

gesuchten Skelettlinien für den Bereich um die Schaufelmitte invers berechnet werden. In Abbildung 7.19 ist das Profil für die Schaufelmitte des so entstehenden Rotors 3DE dargestellt, dass sich durch Überlagerung der invers ermittelten Skelettlinie mit der unveränderten Dickenverteilung ergibt. Zum Vergleich ist das ursprüngliche, ebenfalls schon stark frontbelasteten Profil des Rotors 3DD abgebildet. Es ist erkennbar, dass die Optimierung der Skelettlinie zu einer weiteren Verstärkung der Frontbelastung führt.

In Abbildung 7.20 sind die Ergebnisse der S1-Nachrechnung mit MISES für das ursprüngliche (Rotor 3DD) und das neue Profil dargestellt. Beide Profile sind auf die gleichen Abströmwinkel eingestellt und haben das selbe Inzidenzverhalten. Das neue Profil kommt der angestrebten dreieckigen Verteilung sehr nahe; die Abweichung resultiert lediglich aus dem Einfluss der Dickenverteilung, die die Position der maximalen *Mach*-Zahl auf der Saugseite bestimmt. Im Auslegungspunkt hat das optimierte Profil laut der S1-Analyse 4 % geringere Verluste und gleichzeitig einen um 5 % vergrößerten Arbeitsbereich gegenüber dem ursprünglichen Profil. Dieses Ergebnis deckt sich mit dem in [107] beschriebenen Verbesserungspotential.

Bestimmung von Skelettlinien im Bereich der Nabe

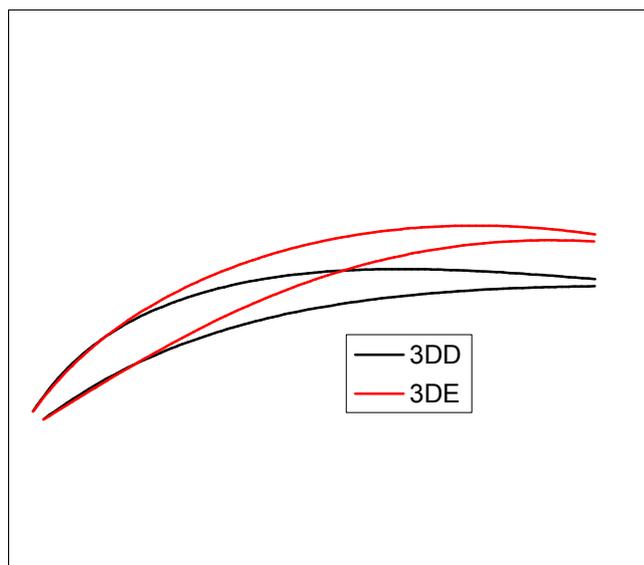


Abbildung 7.21: Verbessertes und ursprüngliches Schaufelprofil bei 0 % Schaufelhöhe

Die Optimierung der Nabenschnitte erfordert einen anderen Ansatz. Ziel ist hier die Reduzierung der Eckenablösung. Das kann nur durch eine Entlastung der vorderen Schaufelhälfte – das heißt durch eine Verschiebung der Belastung stromab – erreicht werden. Gesucht ist eine Skelettlinie, die dies in Verbindung mit der Nabenpfeilung erreicht. Unterstützend wirkt dabei die positive Pfeilung, durch die die Belastung in axialer Richtung nach hinten verlagert wird, vergleiche zum Beispiel Abbildung 4.33. Die Mehrbelastung der hinteren Schaufelhälfte muss jedoch begrenzt werden, so dass die Umlenkung in der zweidimensionalen Nachrechnung weiterhin realisiert wird und keine unkontrollierte Profil-Grenzschicht-

ablösung auf der Saugseite nahe der Nabe entsteht. Aus der Untersuchung an gepfeilten Statoren mit ähnlich hoher bzw. höherer Nabenbelastung ist bekannt, dass eine Kreisbogenskelettlinie in Verbindung mit Pfeilung diese Kriterien erfüllt und das gewünschte Ergebnis liefert, vergleiche [81, 82] und [110] und Abschnitt 2.3.2. Aufgrund dessen wird diese Skelettlinie hier ebenfalls verwendet.

Bei niedriger belasteten Schnitten ist eine weitere Entlastung der Vorderkantenregion und eine Mehrbelastung der hinteren Schaufelhälfte durch eine entsprechende Skelettlinienform möglich.

Das neue Profil (Abbildung 7.21) wird auf den unteren 15 % des Rotors eingeführt. Oberhalb wird in den frontbelasteten Skelettliniertyp aus Abschnitt 7.3.6 interpoliert, der ab 35 % Schaufelhöhe beginnt.

Abbildung 7.22 zeigt die resultierenden zweidimensionalen Belastungsverteilungen aus der S1-Nachrechnung für das neue optimierte (3DE) und das ursprüngliche Profil (3DD). Das

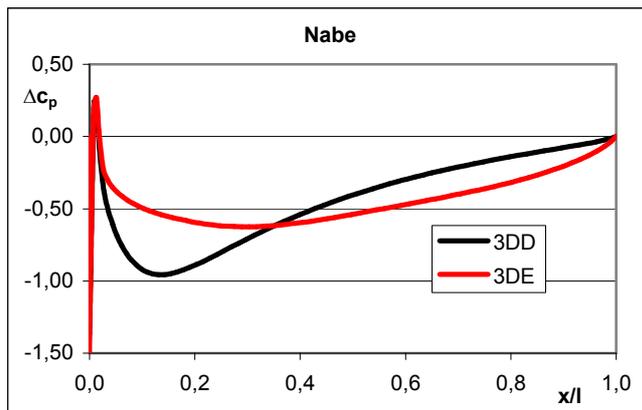


Abbildung 7.22: Belastungsverteilung des verbesserten und des ursprünglichen Schaufelprofils bei 0 % Schaufelhöhe (S1 Rechnung)

neue Profil weist auch ohne den Pfeilungseinfluss, der in der 2D-Nachrechnung fehlt, eine deutlich geringere Belastung auf dem ersten Schaufeldrittel auf. Stromab ist dagegen eine Erhöhung der Belastung zu beobachten. Die S1-Analyse des Profils, die den Wandeinfluss bzw. das Seitenwandgrenzschichtverhalten nicht berücksichtigt, ergibt eine um 70 % erhöhte Abreißgrenze gegenüber dem ursprünglichen CDA Profil bei nur geringem Anstieg der Verluste und des Hinterkantenformfaktors im Auslegungspunkt.

Bestimmung von Skelettlinien im Bereich des Gehäuses (Spalt)

Am Gehäuse sind die beiden zuvor diskutierten Skelett-Typen nicht geeignet. Nahe dem Spalt ist eine gleichmäßige, im Idealfall konstante, Belastungsverteilung gemäß der Theorie aus [47] und Abschnitt 2.3.2 anzuwenden, da diese minimale Spaltverluste generiert. Die Entlastung der vorderen Schaufelhälfte ruft eine geringere Wirbelstärke und eine flachere Wirbeltrajektorie hervor. Durch die größere Druckdifferenz zwischen Druck- und Saugseite auf der hinteren Schaufelhälfte verstärkt sich dort die Spaltdurchströmung, so dass die Stabilität des Wirbels zunimmt. Diese Effekte der konstanten Belastungsverteilung führen zu einer Erhöhung des Wirkungsgrades und der Abreißgrenze.

Um die entsprechende Skelettlinie zu finden wird erneut das inverse Verfahren aus Kapitel 5 genutzt.

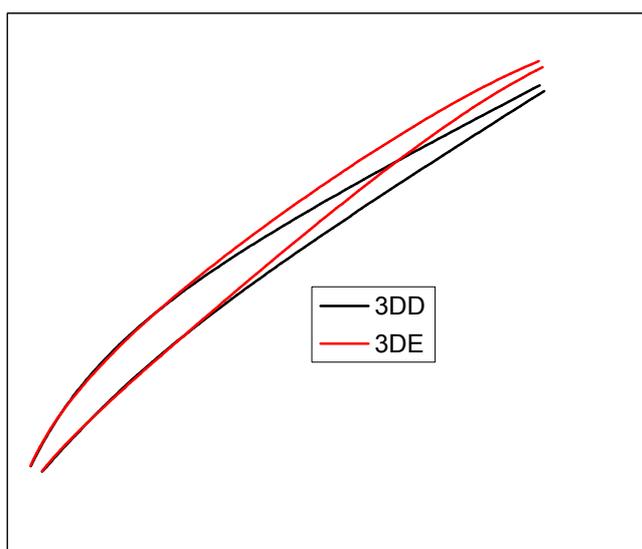


Abbildung 7.23: Verbessertes und ursprüngliches Schaufelprofil bei 100 % Schaufelhöhe

Die Randbedingungen sind ein rechteckiges Δc_p auf den Schnitten oberhalb 90 % Schaufelhöhe, ein dreieckiges Δc_p unterhalb 65 % Schaufelhöhe, vergleiche Abschnitt 7.3.6, ein stetiger Übergang dazwischen, sowie die Schaufelform des Rotors 3DD (Vorderkantenform, radiale Sehnenlängenverteilung, Schaufelhöhe). Der Staffelungswinkel und die Teilung am Rotoraußenschnitt werden als weitere Randbedingungen eingesetzt.

Eine noch genauere Bestimmung der radialen Skelettlinienverteilung könnte erreicht werden, wenn neben der Pfeilung und Sehnenlänge auch die Parameter Staffelungswinkel und Teilung in radialer Abhängigkeit

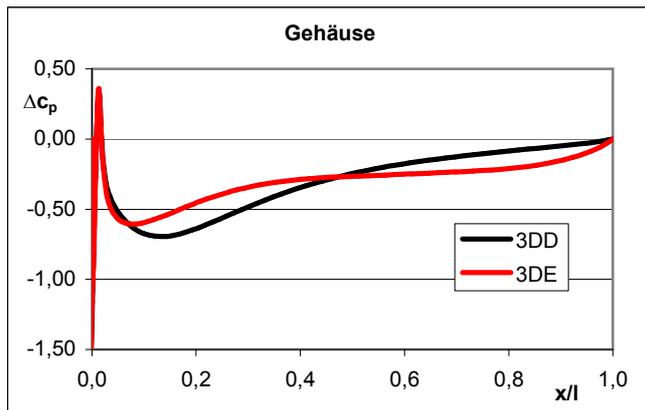


Abbildung 7.24: Belastungsverteilung des verbesserten und des ursprünglichen Schaufelprofils bei 100 % Schaufelhöhe (S1 Rechnung)

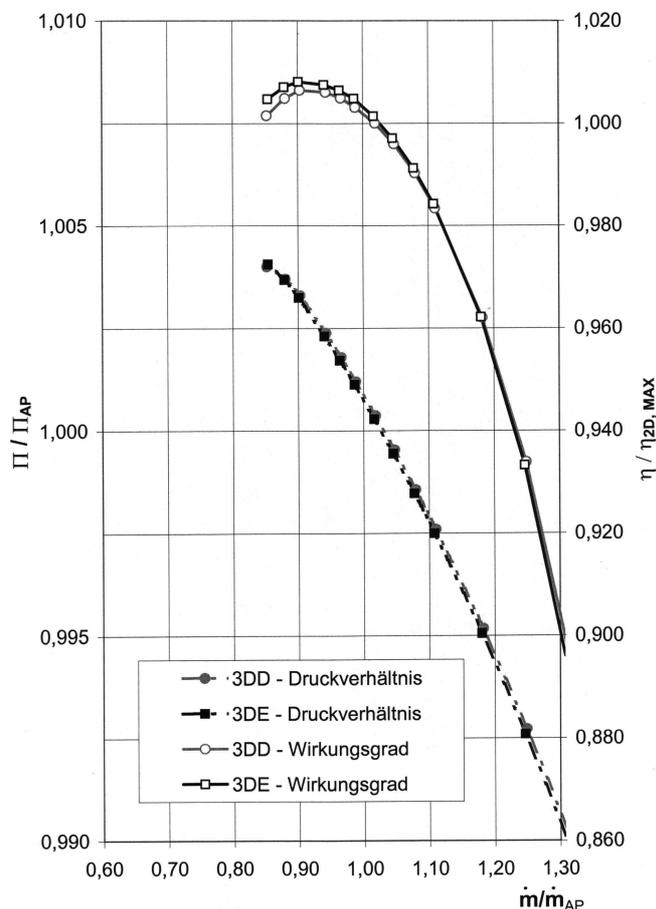


Abbildung 7.25: Stufencharakteristik für Rotor 3DD und 3DE

Rahmen dieser Arbeit als auch bei [152] fehlgeschlagen. Nur der hier angewandte inverse dreidimensionale Ansatz führte zum Erfolg.

Aus den zuvor ermittelten radialen Skelettlinienverteilungen setzt sich dann der Rotor 3DE zusammen. Die berechnete Charakteristik der neuen Stufe ist in [Abbildung 7.25](#) zu sehen.

definiert würden, vergleiche [Kapitel 9](#). Darauf wurde hier jedoch verzichtet, um den Rechenaufwand des Verfahrens zu begrenzen. Diese Größen haben, wie in [Abschnitt 5.3](#) gezeigt wurde, lediglich einen Einfluss auf die absolute Wölbungsverteilung der Skelettlinie, nicht jedoch auf deren qualitative Form. Da für den Profilentwurf die relative, das heißt dimensionslose prozentuale Definition der Wölbung gemäß [Gleichung 5.24](#) verwendet wird, spielt dieser Effekt für die vorgestellten Ergebnisse keine Rolle.

Das inverse Skelettlinienverfahren ergibt für den spaltnächsten Schnitt das in [Abbildung 7.23](#) gezeigte Profil. Die S1-Nachrechnung zeigt für dieses Profil (3DE) eine deutlich gleichmäßigere Belastungsverteilung als für das ursprüngliche Profil des Rotors 3DD, [Abbildung 7.24](#). Das Druckmaximum bei ca. 10 % Sehnenlänge wird durch die unveränderte Dickenverteilung hervorgerufen. In Kombination mit dem dreidimensionalen Effekt der Vorderkantenpfeilung, die in der S1-Analyse nicht berücksichtigt wird, wird das Maximum in Realität etwas niedriger ausfallen.

Das optimierte Profil hat in der S1-Polare eine um 50 % verbesserte Abreißgrenze verglichen mit dem Originalprofil, ohne dass sich der Verlust im Auslegungspunkt wesentlich verschlechtert. Bei der *Navier-Stokes*-Nachrechnung zeigt sich darüber hinaus die erwartete Reduzierung der Verluste am Spalt. Damit ist die Theorie aus [48] praktisch bestätigt.

Versuche, mit herkömmlichen zweidimensionalen Entwurfsmethoden iterativ ein geeignetes Profil zu finden, dass die Anforderung minimalen Spaltverlustes erfüllt, sind sowohl im

Aus Abbildung 7.25 lassen sich folgende Verbesserungen durch die Anwendung des inversen Skelettlinienvorgfahrens ablesen:

- eine Erhöhung des Wirkungsgrades im Auslegungspunkt um etwa 0,1 % für den Rotor bzw. 0,15 % für die Stufe
- eine Erhöhung des maximalen Wirkungsgrades um 0,15 % (Rotor) bzw. 0,3 % (Stufe).

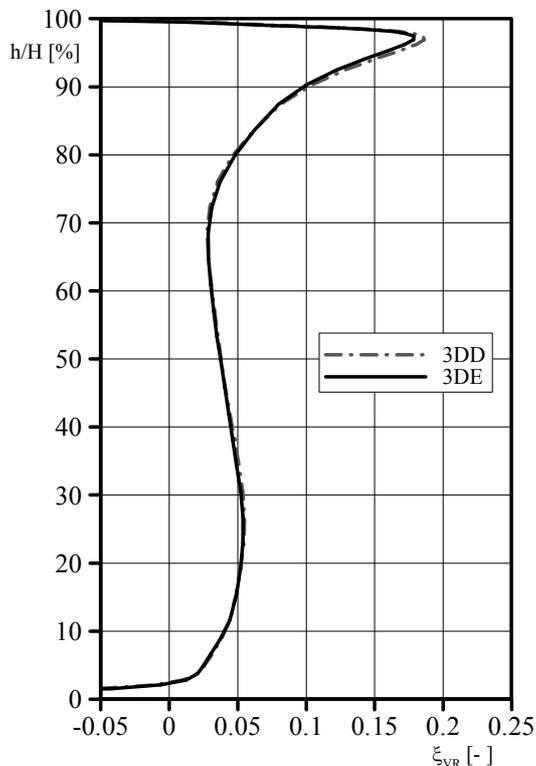


Abbildung 7.26: Verlust (ξ_{VR}) des Rotors 3DD und 3DE

Die Ursache dafür ist hauptsächlich in den verringerten Spaltverlusten und den geringeren Profilverlusten zwischen 25 % und 65 % Schaufelhöhe zu finden, die in der radialen Verlustverteilung in Abbildung 7.26 erkennbar sind. Die Spaltverluste sinken als Folge der verbesserten Spaltdurchströmung, die aus der gleichmäßigeren Belastungsverteilung an der Schaufelspitze resultiert, dargestellt in Abbildung 7.27 in Form der statischen Profildruckverteilungen ($p_{stat}/p_{stat, in}$) für Rotor 3DE und Rotor 3DD. Die Verbesserung in der Schaufelmitte ist Resultat der erhöhten Frontbelastung der dortigen Profile (Abbildung 7.28). Auch die neue Belastungsverteilung an der Nabe hat einen positiven Einfluss auf den Wirkungsgrad wie separate Untersuchungen gezeigt haben (Abbildung 7.29).

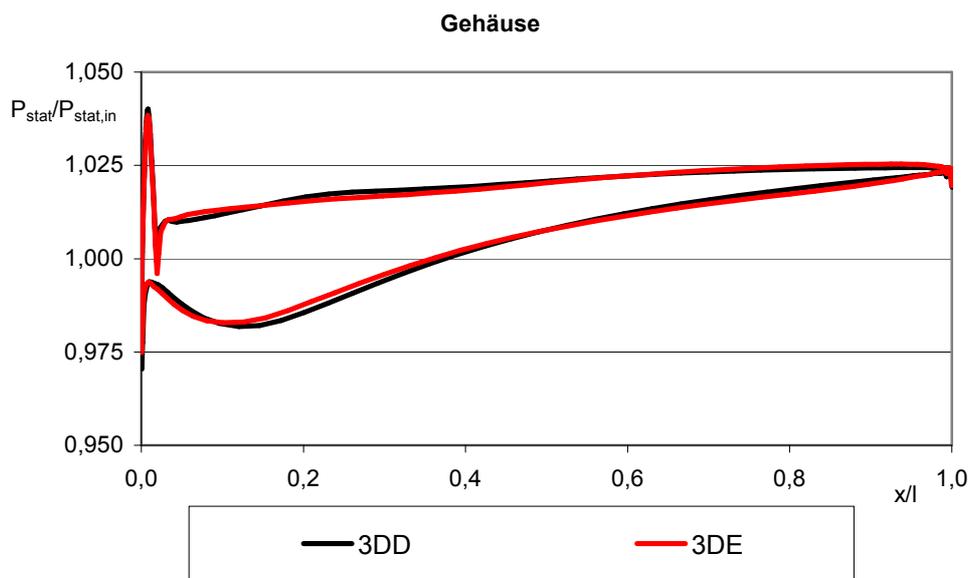


Abbildung 7.27: Belastungsverteilung des verbesserten und des ursprünglichen Schaufelprofils bei 100 % Schaufelhöhe (*Navier-Stokes-Rechnung*)

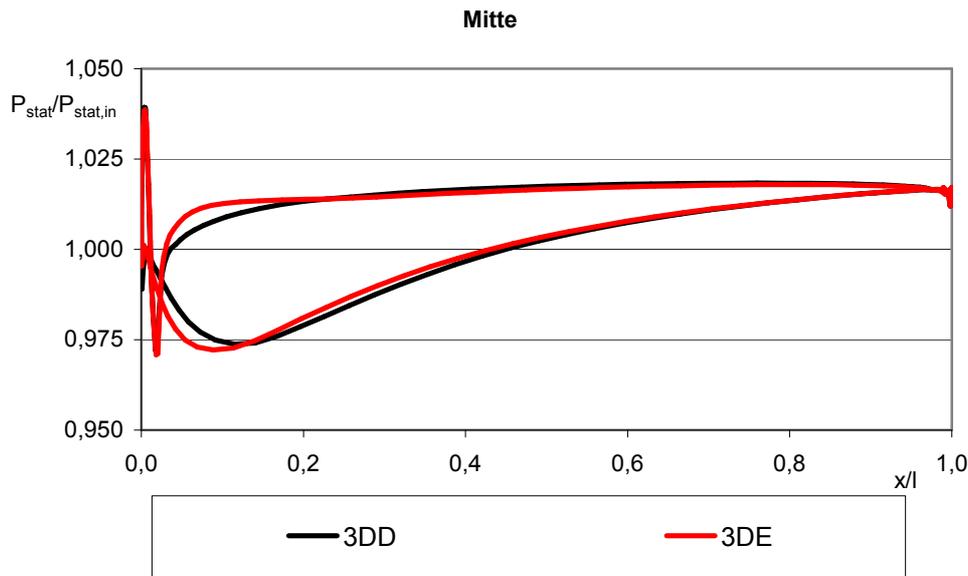


Abbildung 7.28: Belastungsverteilung des verbesserten und des ursprünglichen Schaufelprofils bei 50 % Schaufelhöhe (*Navier-Stokes-Rechnung*)

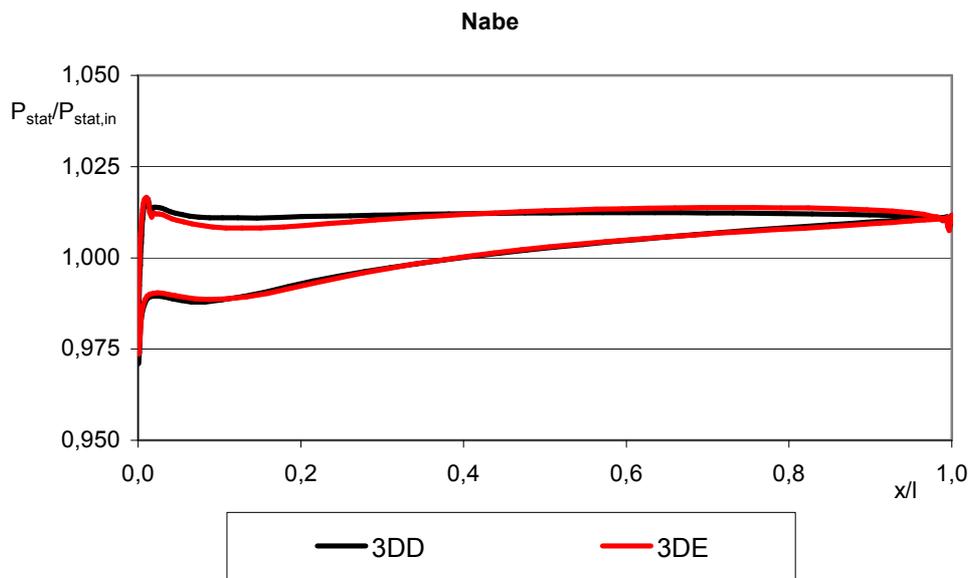


Abbildung 7.29: Belastungsverteilung des verbesserten und des ursprünglichen Schaufelprofils bei 0 % Schaufelhöhe (*Navier-Stokes-Rechnung*)

7.3.7 Anwendung der Inzidenzkorrektur

Die Analyse der Charakteristik für Rotor 3DE zeigt, dass der maximale Wirkungsgrad bei einem Massendurchsatz von etwa 95 % liegt, bei dem ursprünglichen Rotor 2D jedoch etwa bei 100 %, das heißt im Auslegungspunkt.

Ziel ist es, den maximalen Rotorwirkungsgrad für den optimierten dreidimensionalen Rotor ebenfalls bei diesem Durchsatz zu erhalten. Grund für diesen Unterschied zwischen Rotor 3DE und Rotor 2D ist die Änderung der Schaufelzuströmbedingungen durch die Anwendung der V-Stellung. Dieses Phänomen wurde bereits in [63] und [92] beobachtet und tritt auch hier auf. Die effektive Inzidenz der Profilschnitte im Bereich der Schaufelmitte wird durch die

Umverteilung der Schaufelbelastung als Folge der V-Stellung gesenkt, vergleiche Abschnitt 2.3.1.

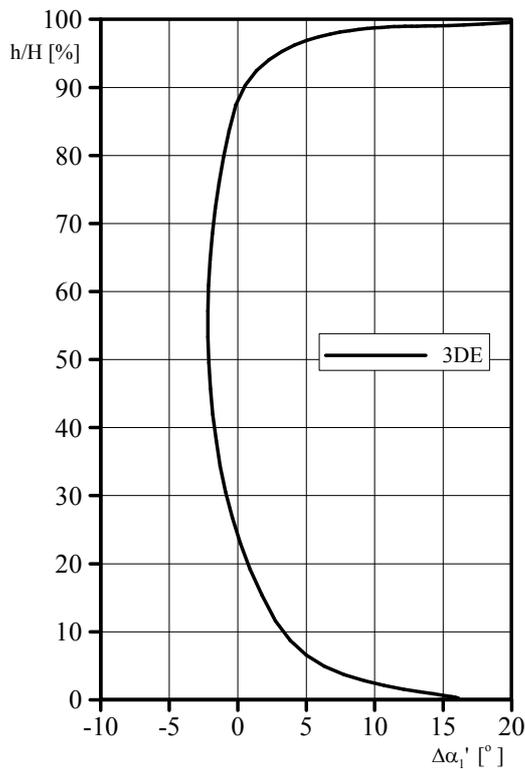


Abbildung 7.30: Anströmwindeldifferenz ($\Delta\alpha_1'$) zwischen Auslegung und *Navier-Stokes*-Rechnung für Rotor 3DE

Diese Vermutung wird durch Abbildung 7.30 bestätigt. Sie zeigt die Differenz zwischen dem Anströmwinkel von Rotor 3DE und dem Auslegungswinkel für den die Schaufel entworfen wurde. Insbesondere zwischen 25 % und 90 % Schaufelhöhe tritt eine negative Abweichung auf. Diese beträgt in der Schaufelmitte bis zu $2,2^\circ$. Das bedeutet, dass in diesen Schaufelschnitten die Profile unter zu geringem Inzidenz angeströmt werden und erklärt den Versatz des maximalen Rotorwirkungsgrades.

Im letzten Optimierungsschritt wird daher im Bereich zwischen 20 % und 80 % Schaufelhöhe in Anlehnung an Abbildung 7.30 eine entsprechende Korrektur des Inzidenzwinkels vorgenommen. Der entstehende Rotor ist der endgültige dreidimensional optimierte Rotor (Rotor 3D). In den Abbildungen 7.31 und 7.32 ist seine Geometrie dargestellt.



Abbildung 7.31: Seitenansicht Rotor 3D



Abbildung 7.32: Frontansicht Rotor 3D

Zusammengefasst zeigt die gesamte Optimierung des Rotors 2D numerisch folgende Ergebnisse:

- Im Auslegungspunkt verbessert sich der Wirkungsgrad um etwa 0,4 % für den Rotor und 0,5 % für die Stufe.
- Der Maximalwirkungsgrad steigt um ca. 0,55 % für den Rotor und 0,85 % für die Stufe.
- Die Abreissgrenze ist gegenüber dem Rotor 2D deutlich gesteigert.

Die Beiträge der einzelnen Entwurfsschritte zur Verbesserung des Wirkungsgrades sind in Abbildung 7.33 zusammengestellt.

Optimierung	Auslegungspunkt		Maximum	
	Rotor [%]	Stufe [%]	Rotor [%]	Stufe [%]
Pfeilung	0,15	0,25	0,25	0,4
V-Stellung	0,05	0,0	0,05	0,05
Profilierung	0,1	0,15	0,15	0,3
Inzidenz	0,1	0,1	0,1	0,1
Summe	0,4	0,5	0,55	0,85

Abbildung 7.33: Berechnete Wirkungsgradgewinne durch die einzelnen Optimierungsschritte

8 Vergleich des zwei- und dreidimensionalen Entwurfs in Rechnung und Messung

8.1 Testaufbau, -durchführung und -auswertung

8.1.1 Einleitung

Die Messungen des zweidimensionalen Rotors wurden im Rahmen des AdComB Projektes von *Rohkamm* [153] durchgeführt. Der dreidimensionale Rotor wurde im Rahmen dieser Arbeit vermessen. Die dabei verwendeten Messtechniken und Messverfahren werden im Folgenden kurz beschrieben; sie sind für beide Rotoren identisch.

8.1.2 Messstellen und Messunsicherheiten

Für die Abnahme der unterschiedlichen Messgrößen, die für die Auswertung der Strömung notwendig sind, ist der Teststand mit zahlreichen Messeinrichtungen versehen. Die wichtigsten sind in Abbildung 8.1 dargestellt und werden hier kurz vorgestellt. Eine ausführlichere Erläuterung der Details dieser Messeinrichtungen findet sich in [172].

Abbildung 8.1 zeigt fünf Messebenen (0, 1, 2, 3 und 3'), deren Positionierung jeweils am Fußpunkt der Vorderkante des zweidimensionalen Rotors an der Nabe ausgerichtet wird.

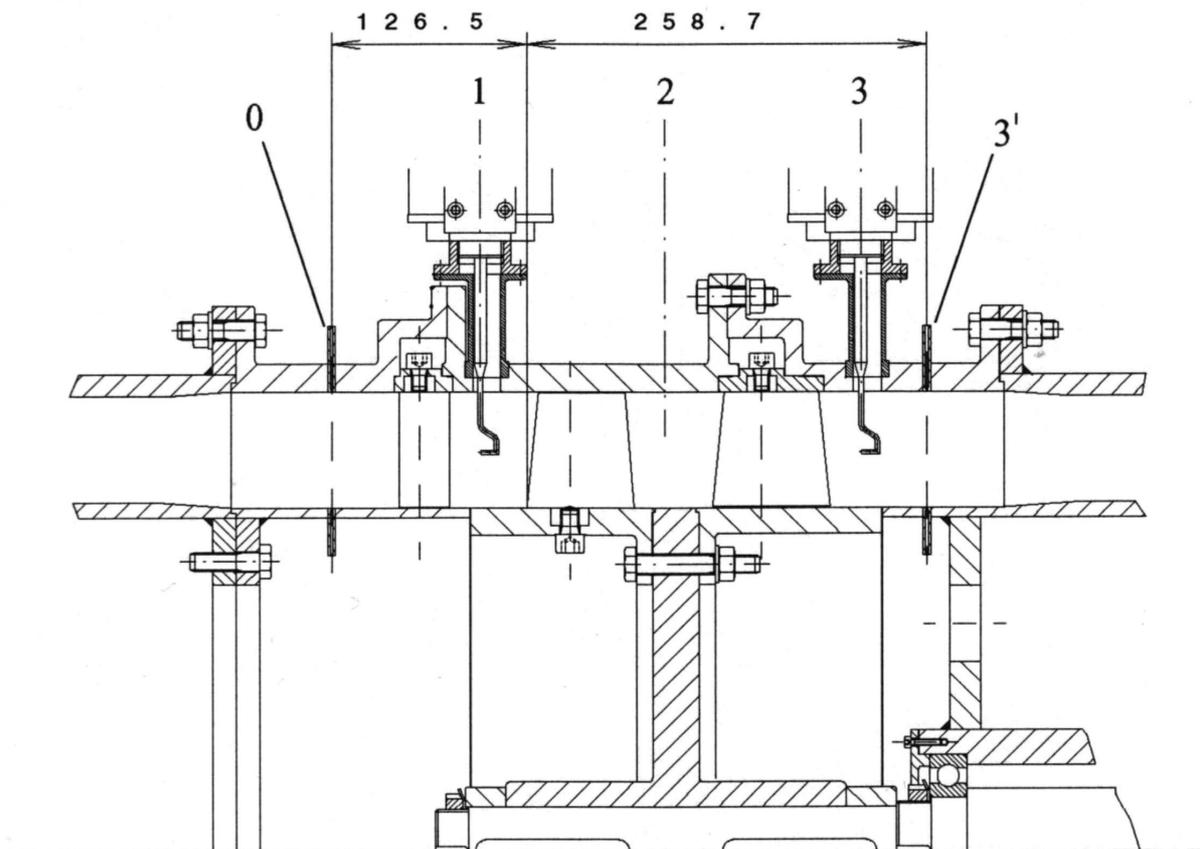


Abbildung 8.1: Messstellen am LSRC

Für die Berechnung des statischen Stufendruckverhältnisses wird der statische Druck an Gehäuse und Nabe bei etwa einer Sehnenlänge stromauf des Vorleitrads (Messebene 0) und

etwa einer Sehnenlänge stromab des Stators (Messebene 3') mit jeweils zwölf Druckaufnehmern abgenommen und über einen Ausgleichbehälter gemittelt. Die exakten Positionen können Abbildung 8.1 entnommen werden. Folgende Druckdifferenzen werden mit induktiven Differenzdruckaufnehmern mit einer Messunsicherheit von $\pm 0,1 \%$ gemessen:

- Die Druckdifferenz zwischen der Ein- und Austrittsebene ($\Delta p_{3,0}$).
- Die Druckdifferenz zwischen der Umgebung und der Eintrittsebene ($\Delta p_{\text{Um},0}$)
- Die Druckdifferenz zwischen der Umgebung und dem Druck in der Eintrittsdüse (Δp_D)

Die Temperaturmessungen an Ein- und Austritt sowie in der Umgebung werden mit Pt-100 Widerstandsthermoelementen mit einer Messunsicherheit von $\pm 0,5 \text{ K}$ ausgeführt.

Neben den statischen Drücken kann an der Messebene 0 die Eintrittsströmung mit einer Totaldrucksonde traversiert werden. Mit Hilfe des statischen Druckes können daraus die Geschwindigkeitsverteilungen am Eintritt und das Verhalten der Grenzschicht bestimmt werden.

Hinter jeder Schaufelreihe sind in den Messebenen 1, 2 und 3 bei $x = -24,8 \text{ mm}$, $87,8 \text{ mm}$ bzw. $217,0 \text{ mm}$ kalibrierte 5-Loch-Sonden positioniert. Mit diesen werden die radialen Traversen abgenommen, um die umfangsgemittelten Radialverteilungen für die Geschwindigkeiten und Abströmwinkel zu ermitteln. Diese Sonden können mit Schrittmotoren stufenlos zwischen 5% und $97,5 \%$ Kanalhöhe verfahren werden. In Messebene 2 wird außerdem eine Zylinderkopfsonde für instationäre Nachlaufmessungen verwendet, die ebenfalls radial verschiebbar ist. Die Abtastung des Strömungsfeldes in Umfangsrichtung wird dadurch realisiert, dass sich Vorleitrad und Stator stufenlos um beliebige Umfangswinkel relativ zu der Messsonde verstellen lassen.

Für die Ermittlung der statischen Gehäusedruckverteilungen über dem Rotorspalt stehen Hochfrequenz-Drucksensoren (Kulite XTE-190-25psi) zur Verfügung, die in axialer Richtung über die gesamte axiale Sehnenlänge des Rotors am Gehäuse verfahren werden können und in Umfangsrichtung um 180° drehbar sind. Außerdem besteht die Möglichkeit, die Strömung über dem Rotorspalt mit Ölfilm-Technik sichtbar zu machen.

Für die Berechnung des Wirkungsgrades, siehe Abschnitt 8.1.3, wird die Reaktionskraft F des Antriebsmotors mit einem DMS-Kraftaufnehmer (Messbereich 200 N , Genauigkeitsklasse 0,1) gemessen. Die Drehzahl des Verdichters wird mit Hilfe einer elektrischen Abtastung und eines elektrischen Zählers mit einer Messunsicherheit von $\pm 0,1 \%$ eingestellt. Die Genauigkeit der Wirkungsgradberechnung ergibt sich mit den oben genannten Messwerten zu $\pm 1,8 \%$ bei einer Wiederholgenauigkeit von $\pm 0,4 \%$.

Alle gemessenen Größen werden mit einer Mess-Software aufgenommen, verarbeitet und gespeichert.

8.1.3 Berechnung der Strömungsgrößen

Im folgenden werden die Gleichungen zur Verfügung gestellt, mit denen die in Abschnitt 8.1.2 beschriebenen Messgrößen in die relevanten Strömungsgrößen des Verdichters umgerechnet werden können [149]. Dazu gehören der Massenstrom \dot{m} , die statische Druckerhöhung p_3/p_0 und der Wirkungsgrad η .

Die statische Druckerhöhung π ist mit Gleichung 8.1 bestimmbar. Die statischen Drücke p_3 und p_0 lassen sich aus den gemessenen Druckdifferenzen $\Delta p_{3,0}$ und $\Delta p_{Umg,0}$ aus Abschnitt 6.5.2 ermitteln.

$$\pi = p_3 / p_0 \quad (8.1)$$

Zur Berechnung des Massenstroms \dot{m}_D , Gleichung 8.2, werden die Durchflusszahl α , der Düsenwirkdruck Δp_D , die Expansionszahl ε , die Kreisringfläche des Verdichters A_{Kr} und die Dichte der Umgebungsluft ρ_{Umg} benötigt.

$$\dot{m}_D = \alpha \varepsilon A_{Kr} \sqrt{2 \Delta p_D \rho_{Umg}} \quad (8.2)$$

Die Durchflusszahl ergibt sich aus der Kalibrierung der Verdichtereinlaufgeometrie [147, 148]:

$$\alpha = 0,972997 - 2,4737 \cdot 10^{-6} \Delta p_D \quad (8.3)$$

Die Expansionszahl ε berücksichtigt den Reibungs- und Kompressibilitätseinfluss des Einlaufs. Sie lässt sich mit Gleichung 8.4 in Kenntnis des Isentropenkoeffizienten für Luft ($\kappa = 1,4$) und des Druckverhältnisses τ ermitteln. Das Druckverhältnis τ berechnet sich nach Gleichung 8.5.

$$\varepsilon = \sqrt{\kappa \frac{\tau^{\frac{2}{\kappa}} \frac{1 - \tau^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{\kappa-1}}{1 - \tau}} \quad (8.4)$$

$$\tau = 1 - \frac{\Delta p_D}{p_{Umg}} \quad (8.5)$$

Die Kreisringfläche des Verdichters ergibt sich mit dem Außendurchmesser $D_a = 0,60$ m und dem Innendurchmesser $D_i = 0,45$ m zu $0,12370021$ m². Die Dichte der Umgebungsluft kann mit der idealen Gasgleichung mit der Gaskonstante $R_{Luft} = 287$ J/kgK berechnet werden:

$$\rho_{Umg} = \frac{p_{Umg}}{T_{Umg} R_{Luft}} \quad (8.6)$$

Für die Berechnung des Wirkungsgrades η wird der Quotient aus der spezifischen Stutzenarbeit Y_{St} und der spezifischen inneren Arbeit Y_I der Verdichterstufe gewählt (Gleichung 8.7). Dieser Ansatz stellt die Unabhängigkeit der Berechnung von den Temperaturdifferenzen innerhalb der Maschine sicher. Dies ist sinnvoll, da die Temperaturdifferenzen bei Niedergeschwindigkeitsmaschinen so gering sind, dass sie nahe den Toleranzen der Thermoelemente liegen und daher nicht für eine zuverlässige Auswertung geeignet sind.

$$\eta = \frac{Y_{St}}{Y_I} \quad (8.7)$$

Die zur Lösung von Gleichung 8.7 benötigten Größen können mit den Gleichungen 8.8 und 8.9 unter Annahme einer isentropen Zustandsänderung ermittelt werden.

$$Y_{St} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R_{Luft} T_0 \left(\left(\frac{p_3}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right) \quad (8.8)$$

$$Y_I = \frac{2\pi n_{red} M_{Lauf}}{\dot{m}_D} \quad (8.9)$$

Die in Gleichung 8.9 verwendeten Größen sind der Massenstrom \dot{m}_D (Gleichung 8.2), die reduzierte Drehzahl n_{red} (Gleichung 8.10) und das wirksame Drehmoment M_{Lauf} als Differenz des Reaktionsmoments und des Leerlaufmoments (Gleichung 8.11).

$$n_{red} = n \sqrt{\frac{T_{Umg}}{T_{0, Norm}}} \quad \text{mit } T_{0, Norm} = 288,15 K \quad (8.10)$$

$$M_{Lauf} = M - M_{Leerlauf} \quad (8.11)$$

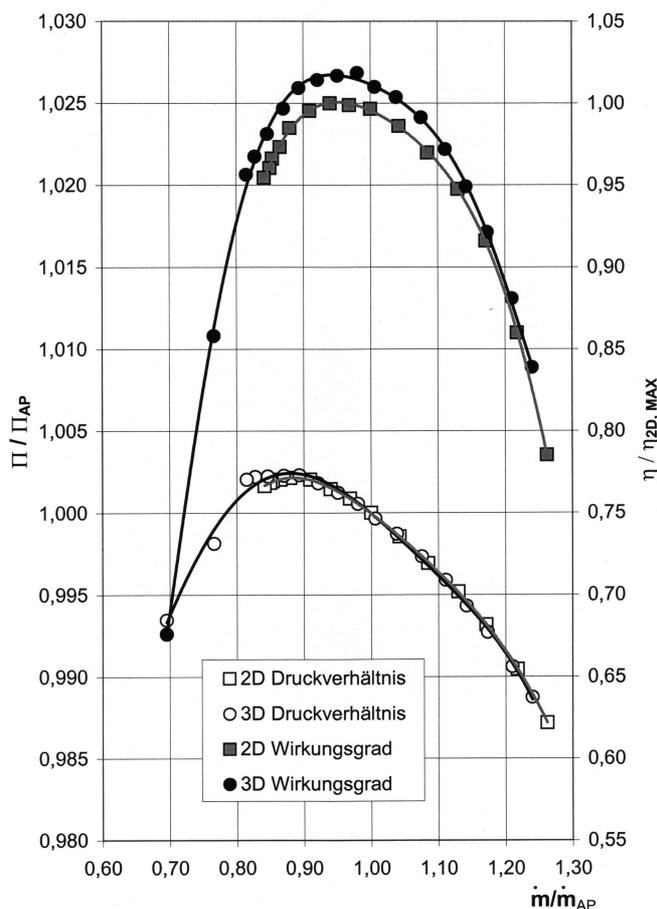


Abbildung 8.2: Gemessene Stufencharakteristik für Rotor 2D und 3D

Dabei ergibt sich M in Gleichung 8.11 aus der gemessenen Reaktionskraft F aus Abschnitt 6.5.2 und dem Hebelarm $l = 0,7005$ mm. Das Leerlaufmoment beträgt $M_{Leerlauf} = 2,28$ Nm für die Auslegungsdrehzahl $n = 46,67$ 1/s.

Mit diesen Gleichungen lassen sich Massenstrom, Druckverhältnis und Wirkungsgrad für jeden Betriebspunkt ermitteln sowie eine Verdichtercharakteristik erstellen.

Um die Ergebnisse aus Messung und Rechnung gut miteinander vergleichen zu können, sind die Rechnungen analog zur Messung ausgewertet. Das bedeutet, dass die einzelnen Größen an den identischen Stellen (Messebenen) aus der 3D-CFD-Lösung entnommen sind, wie es in der Messung der Fall ist und die abgeleiteten Größen für die Stufencharakteristik Gleichungen 8.1 bis 8.11 ermittelt sind.

8.2 Vergleich der Rotorentwürfe

8.2.1 Gesamtbetriebsverhalten

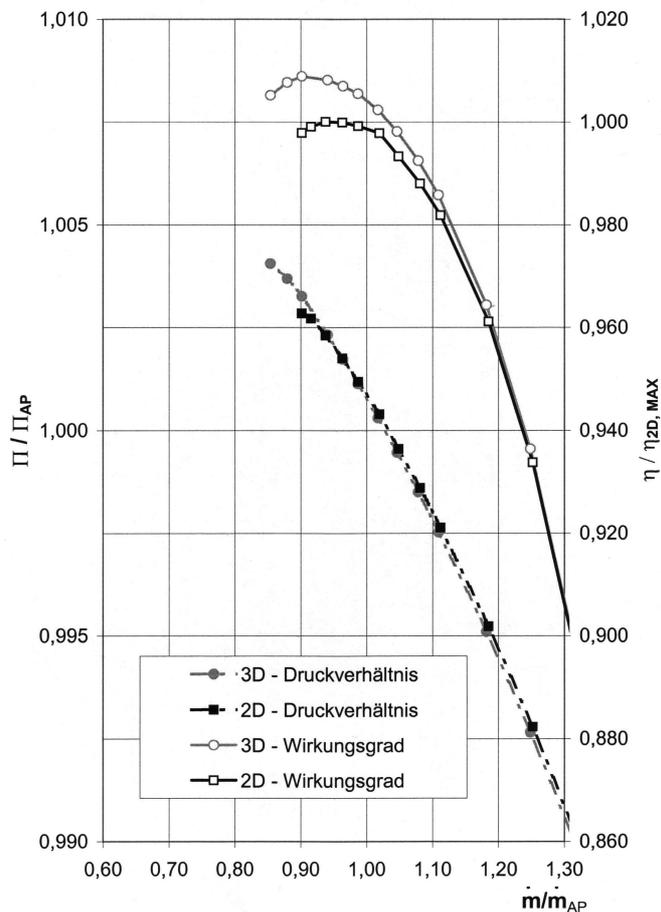


Abbildung 8.3: Berechnete Stufencharakteristik für Rotor 2D und 3D

% auf 23 %). Zu beachten ist allerdings, dass die Abreißgrenze in der Numerik für beide Stufen um etwa 6 % zu niedrig vorhergesagt wird, da in der stationären Rechnung lediglich die numerische Stabilitätsgrenze erreicht wird nicht jedoch die aerodynamische.

Trotz dieser Abweichungen zwischen Messung und Rechnung ist die qualitative Übereinstimmung sehr gut, wobei die Messung eine noch größere Verbesserung zeigt als die Rechnung.

Abbildung 8.2 zeigt die gemessene und Abbildung 8.3 die gerechnete Charakteristik der Stufe mit Rotor 2D und der Stufe mit Rotor 3D. Bei gleichem Stufendruckverhältnis im Auslegungspunkt weist die Stufe 3D in Abbildung 8.3 gemäß der Aufschlüsselung aus Abbildung 7.46 in der Rechnung einen um 0,5 % höheren Wirkungsgrad auf, in der Spitze sogar 0,85 %. In der Messung (Abbildung 8.2) fällt diese Verbesserung sogar noch deutlicher aus, sie verdoppelt sich auf 1,1 % im Auslegungspunkt und 1,6 % in der Spitze. Außerdem ist zu beachten, dass die Steigerung des Wirkungsgrades bei Auslegung und bei Teillast nicht mit einer Verschlechterung bei Überlast erreicht wurde. Stattdessen zeigen sowohl Messung als auch Rechnung auch bei Massenströmen größer 6,82 kg/s eine leichte Verbesserung des Wirkungsgrades.

Bei der Stabilität (Abreißgrenze gemäß Gleichung 8.12) ist die Verbesserung von 3D gegenüber 2D dagegen in der Rechnung höher (+6 %, von 12 % auf 18 %) als in der Messung (+4 %, von 19

$$AG = \frac{\left(\frac{\Pi}{\Pi_{AP}} \middle/ \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{AP}} \right)_{AG} - 1}{\left(\frac{\Pi}{\Pi_{AP}} \middle/ \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{AP}} \right)_{AP}} \quad (8.12)$$

Zusammengefasst beträgt die Verbesserung in der Messung 1,1 % Wirkungsgrad im Auslegungspunkt und eine Steigerung der Stabilität um absolut 4 %. Dies entspricht einer relativen Verbesserung von 20 %.

Das Ziel dieser Arbeit, den Wirkungsgrad durch eine systematische dreidimensionale Optimierung des Rotors signifikant ($\approx 1\%$) zu steigern, ist hiermit erreicht. Darüber hinaus könnte eine weitere Verbesserung erreicht werden, wenn der Zugewinn an Stabilität durch eine Reduzierung der Rotorschaukelzahl und damit der Profilverluste zur weiteren Wirkungsgradsteigerung genutzt würde. Eine entsprechende Untersuchung wird separat durchgeführt, siehe Kapitel 9.

Um die Ursachen für die beschriebenen Verbesserungen zu identifizieren und zu verstehen, werden in den folgenden drei Abschnitten Details der Strömungsverhältnisse im Rotor-nachlauf, am Gehäuse und an der Nabe betrachtet.

8.2.2 Umfangsgemittelte Größen und Strömungsfeld im Rotor-Nachlauf

Obwohl die Stabilität in der Rechnung numerisch begrenzt wird, ist in Abbildung 8.4 anhand der berechneten Verluste von Rotor 2D und 3D für Auslegungspunkt und einem Betriebspunkt nahe der Abreißgrenze deutlich zu erkennen, dass die Stabilität durch das Verhalten am Spalt bestimmt wird. Bei Drosselung steigt der Verlust an der Schaufelspitze insbesondere für Rotor 2D dramatisch an. Der Vergleich mit dem Rotor 3D zeigt, dass dieser an der Spitze als Konsequenz der Geometrieoptimierung im Auslegungspunkt einen um 8 % geringeren lokalen Verlust aufweist. Bei Drosselung bleibt er an der Spitze sogar noch unter dem Verlust von Rotor 2D im Auslegungspunkt.

Auch an der Nabe sind die Verluste von Rotor 3D stets deutlich geringer als die von Rotor 2D als Folge der Einführung von Pfeilung, V-Stellung und der optimierten Skelettlinie. Lediglich in der Mitte liegen die Verluste des dreidimensionalen Rotors leicht über denen des zweidimensionalen Rotors. Auslöser ist die radiale Belastungsumverteilung, die insbesondere durch die Einführung der V-Stellung an Nabe und Gehäuse hervorgerufen wird, vergleiche Abschnitte 7.3.4 und 7.3.5. Integral sind die Verluste von Rotor 3D durch die gezielte Entlastung der aerodynamisch kritischen Randbereiche jedoch so stark gesunken, dass die zuvor beschriebene Verbesserung des Wirkungsgrades erzielt wird.

Um die Gründe für die Verbesserungen noch genauer zu untersuchen, werden als nächstes die umfangsgemittelten Verteilungen in der Rotorabströmebene (Messebene 2, Abbildung 8.1) analysiert. Ein wichtiges Kriterium, durch das sich der optimierte Entwurf gegenüber dem Rotor 2D auszeichnet, wird beim Vergleich der berechneten absoluten Totaldrücke für den Auslegungspunkt (AP) und nahe dem Stall (NS) ersichtlich, siehe Abbildung 8.5. Die Druckverteilung des Rotors 3D zeichnet sich durch ein deutlich höheres Druckniveau an der Nabe und auch am Gehäuse aus. In der Kanalmitte ist das Niveau dagegen niedriger. Das bedeutet in Summe, dass sich das Totaldruckprofil von Rotor 3D aufgrund der Umverteilung dem beabsichtigten, über Schaufelhöhe konstanten Profil, annähert. Damit liefert der Rotor 3D eine verbesserte Anströmung an den nachfolgenden Stator. Dies hat zur Folge, dass der Stufenwirkungsgrad stärker ansteigt als der Rotorwirkungsgrad. Grund für die Umverteilung sind die verbesserten Strömungsverhältnisse in den Randbereichen.

Diese Beobachtungen werden sowohl durch stationäre als auch instationäre Messungen hinter dem Rotor bestätigt. Die stationäre Messung erfolgte mit der 5-Loch-Sonde, die Verteilungen sind umfangsgemittelt dargestellt. Die mit der Zylinderkopfsonde instationär gemessenen Werte sind umfangsaufgelöst dargestellt. Die Messwerte für Rotor 2D stammen aus [153]

(umfangsgemittelt) bzw. [154] (umfangsaufgelöst), während die Messwerte für Rotor 3D im Rahmen dieser Arbeit gewonnen wurden.

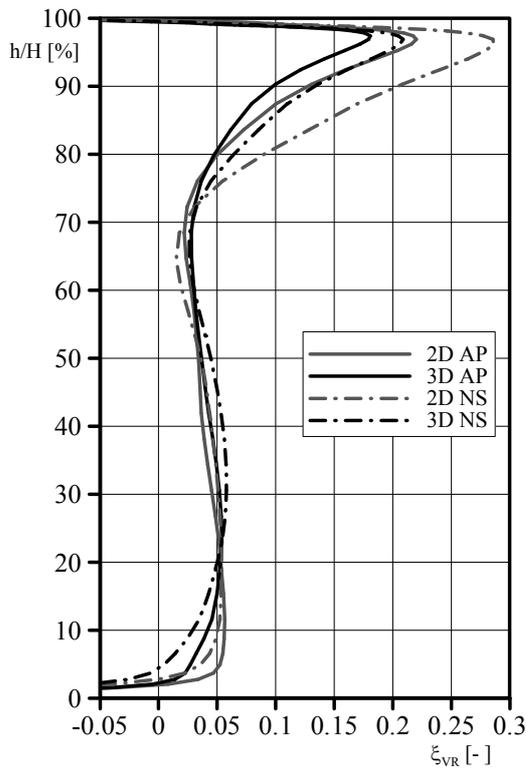


Abbildung 8.4: Berechnete Verluste von Rotor 2D und 3D bei Auslegung und nahe Stall

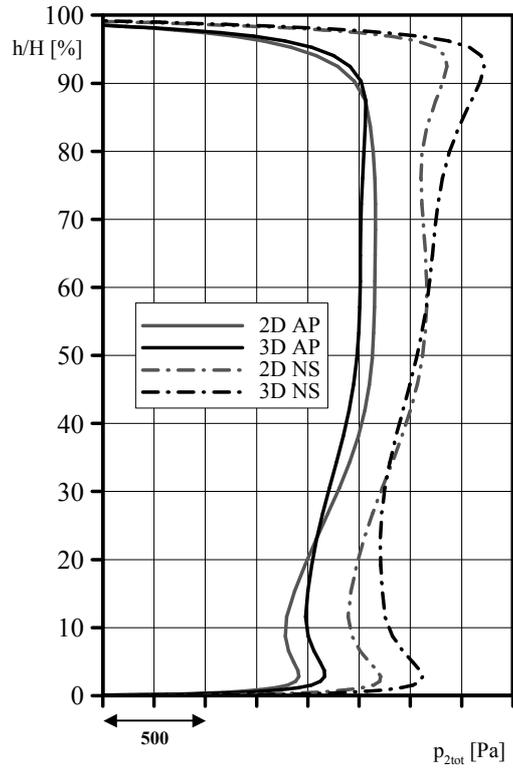


Abbildung 8.5: Berechnete Totaldruckverteilungen von Rotor 2D und 3D bei Auslegung und nahe Stall

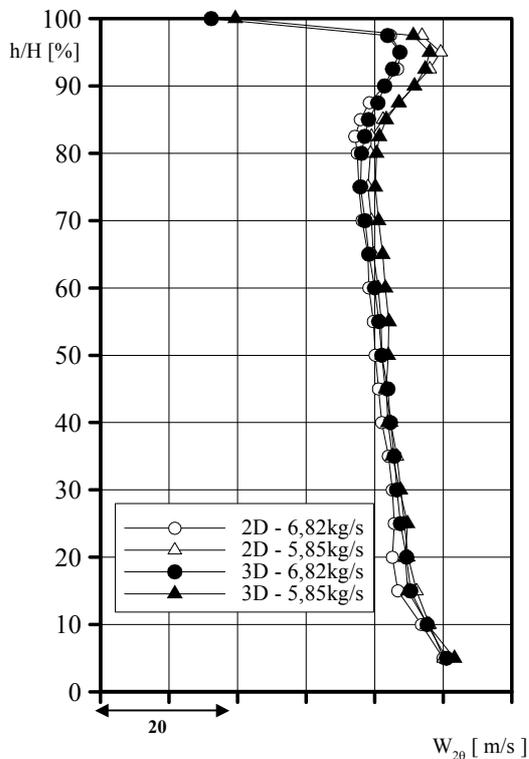


Abbildung 8.6: Gemessene gemittelte Umfangsgeschwindigkeit von Rotor 2D und 3D bei Auslegung und nahe Stall

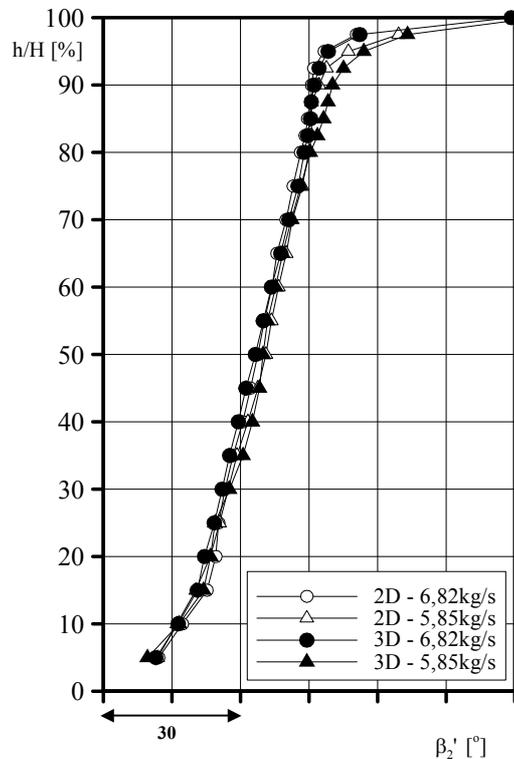


Abbildung 8.7: Gemessene gemittelte relative Abströmwinkel von Rotor 2D und 3D bei Auslegung und nahe Stall

Die gemittelte Umfangsgeschwindigkeit zeigt in [Abbildung 8.6](#) für beide Rotoren einen qualitativ sehr ähnlichen Verlauf und bestätigt die Auslegung auf gleiche *Euler*-Arbeit für beide Rotoren. Auch in der umfangsaufgelösten Darstellung für den Auslegungspunkt in [Abbildung 8.8](#) ist diese Ähnlichkeit vorhanden und wird durch die ähnlichen relativen Rotorabströmwinkel in [Abbildung 8.7](#) bestätigt. Lediglich nahe der Abreißgrenze unterscheiden sich in [Abbildung 8.6](#) und [8.7](#) Rotor 2D und 3D an der Rotorspitze, die die Stabilität limitiert. Deutlicher erkennbar sind diese Unterschiede in der umfangsaufgelösten Darstellung in [Abbildung 8.9](#).

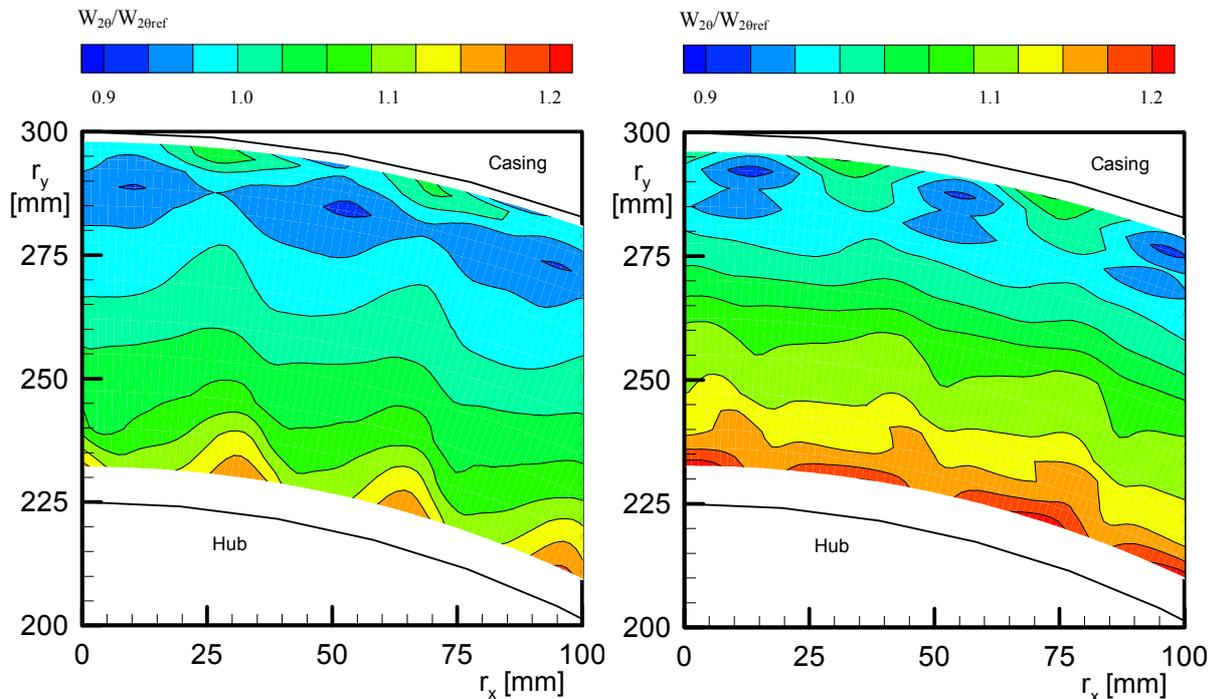


Abbildung 8.8: Gemessene normierte Umfangsgeschwindigkeit von Rotor 2D (li.) und 3D (re.) bei Auslegung

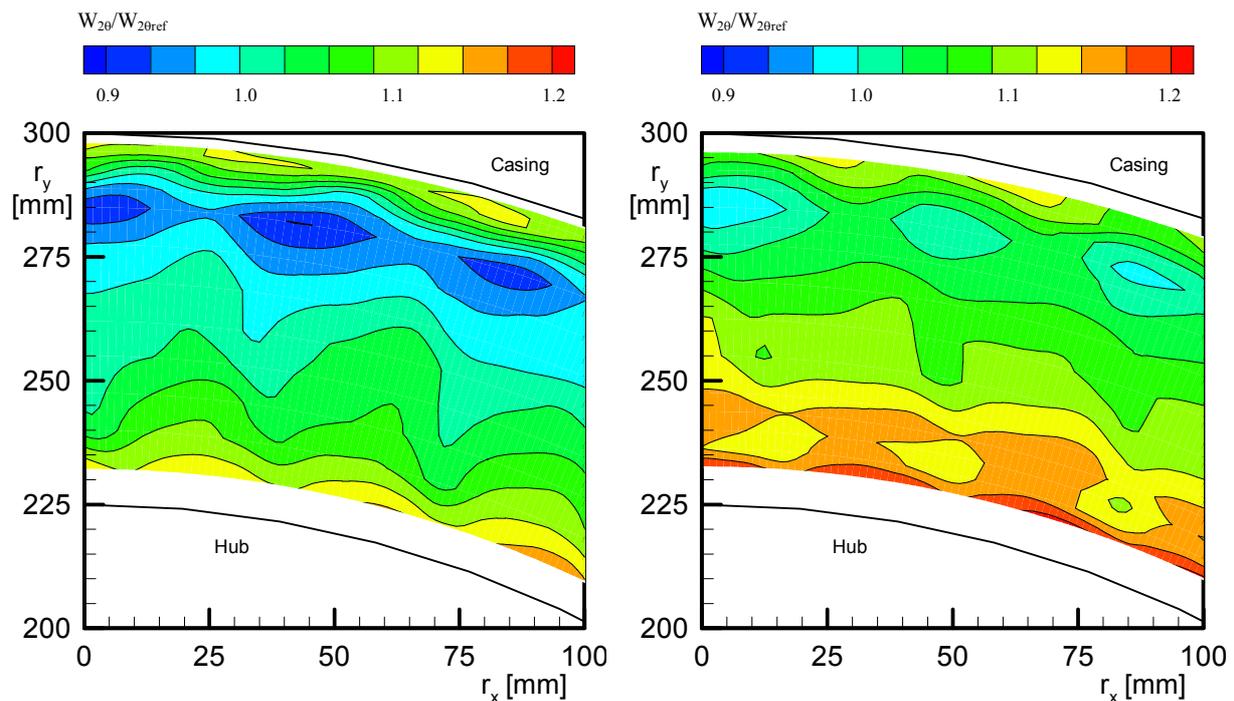


Abbildung 8.9: Gemessene normierte Umfangsgeschwindigkeit von Rotor 2D (li.) und 3D (re.) nahe Stall

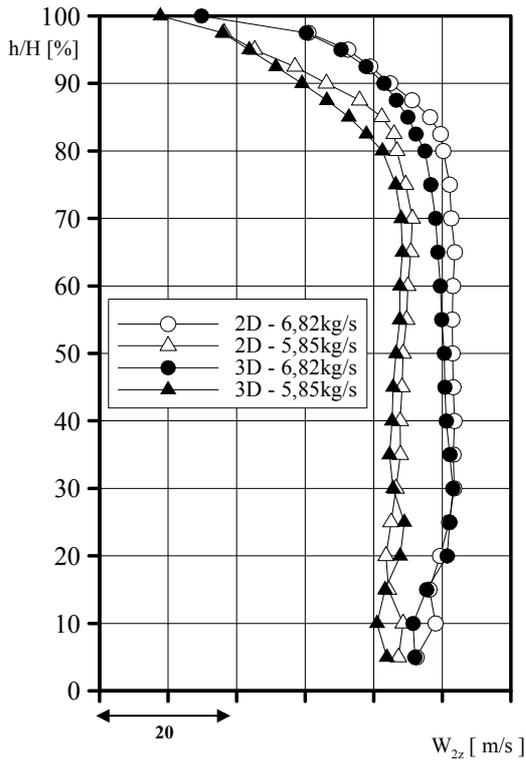


Abbildung 8.10: Gemessene gemittelte Axialgeschwindigkeit von Rotor 2D und 3D bei Auslegung und nahe Stall

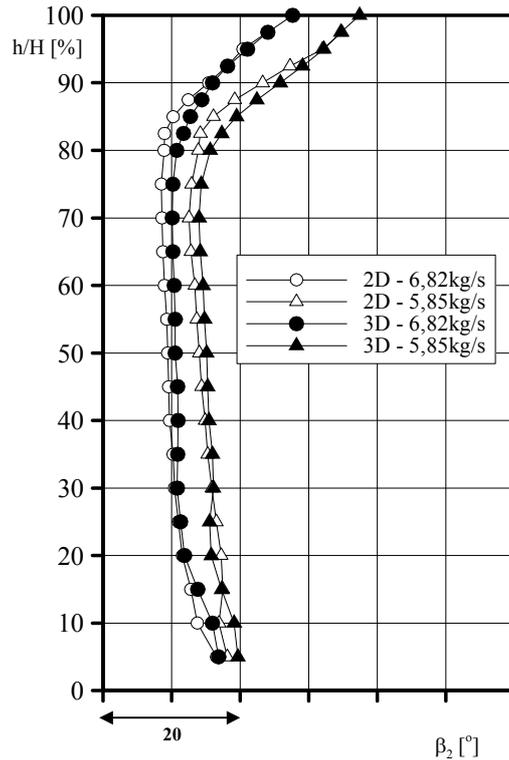


Abbildung 8.11: Gemessene gemittelte absolute Abströmwinkel von Rotor 2D und 3D bei Auslegung und nahe Stall

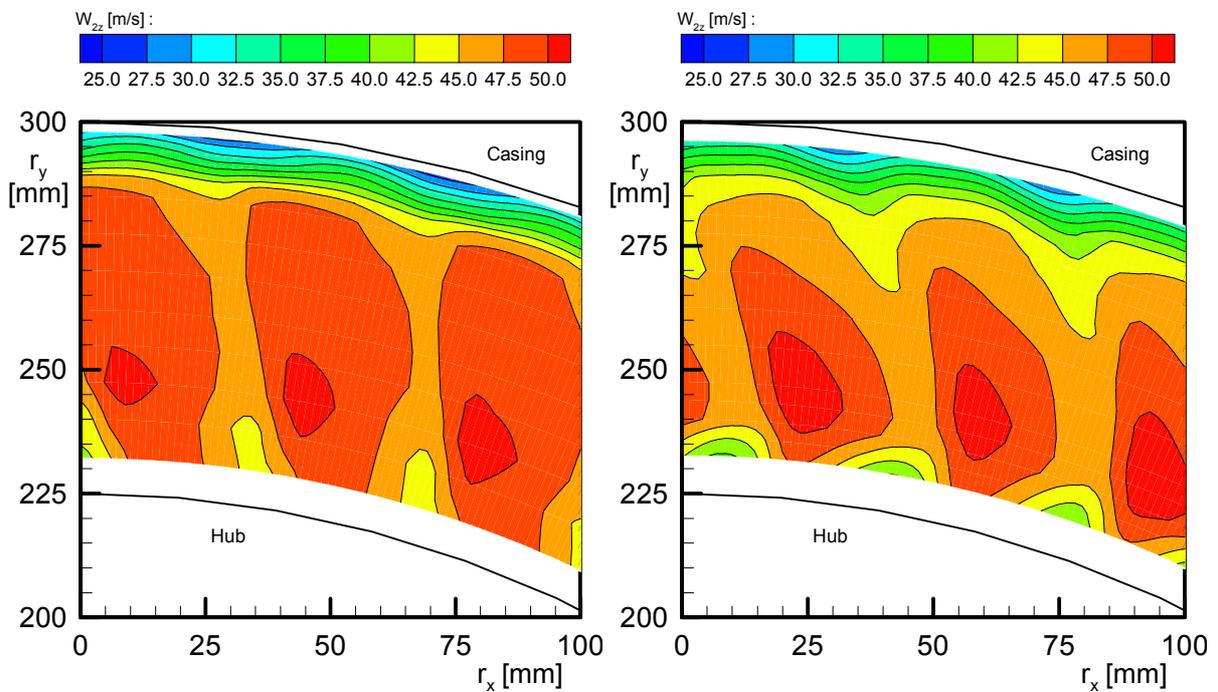


Abbildung 8.12: Gemessene Axialgeschwindigkeit von Rotor 2D (li.) und 3D (re.) bei Auslegung

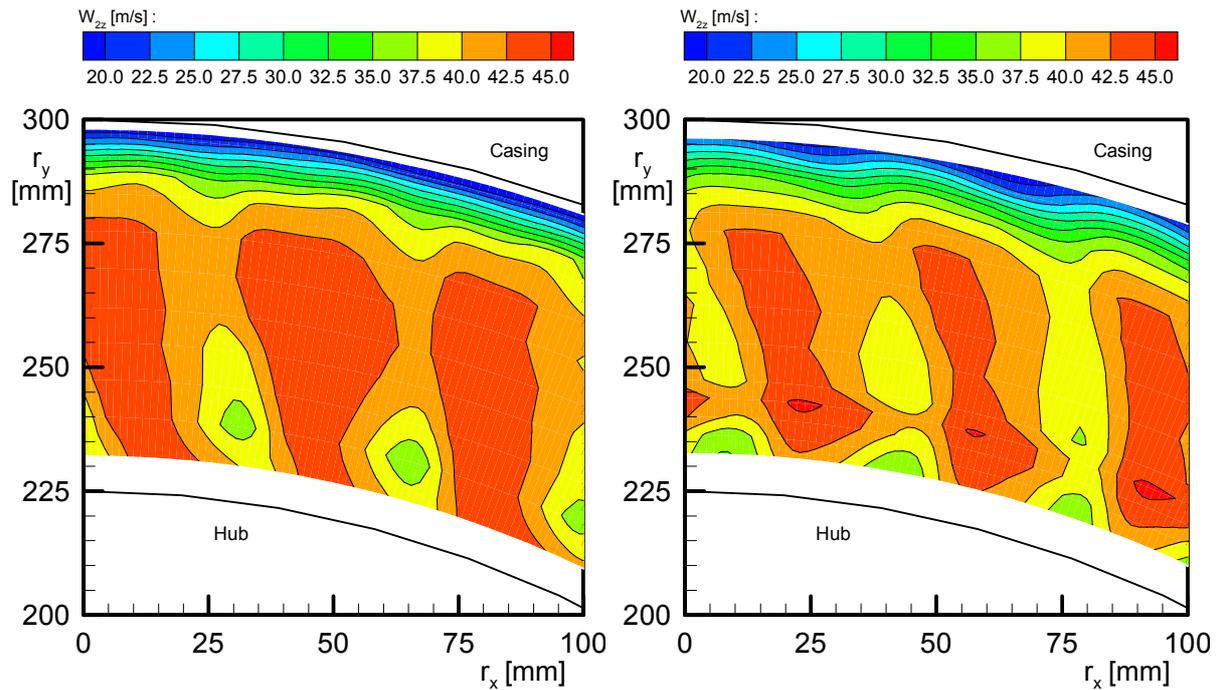


Abbildung 8.13: Gemessene Axialgeschwindigkeit von Rotor 2D (li.) und 3D (re.) nahe Stall

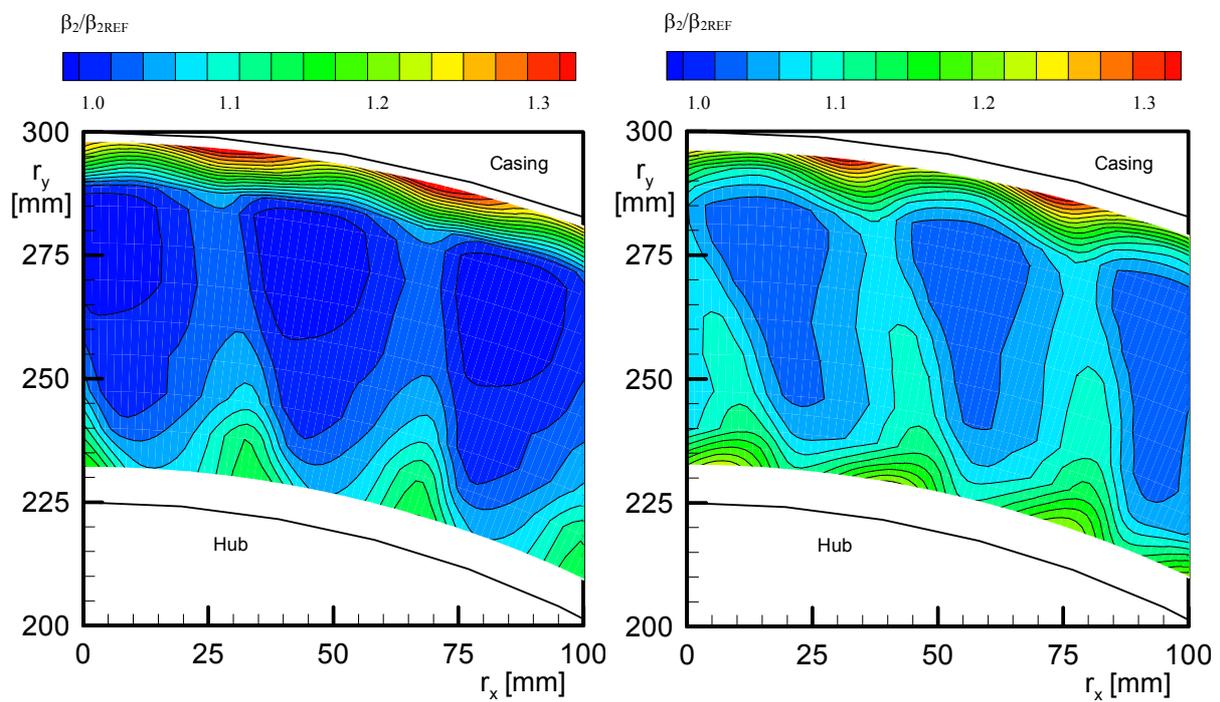


Abbildung 8.14: Gemessene absolute Abströmwinkel von Rotor 2D (li.) und 3D (re.) bei Auslegung

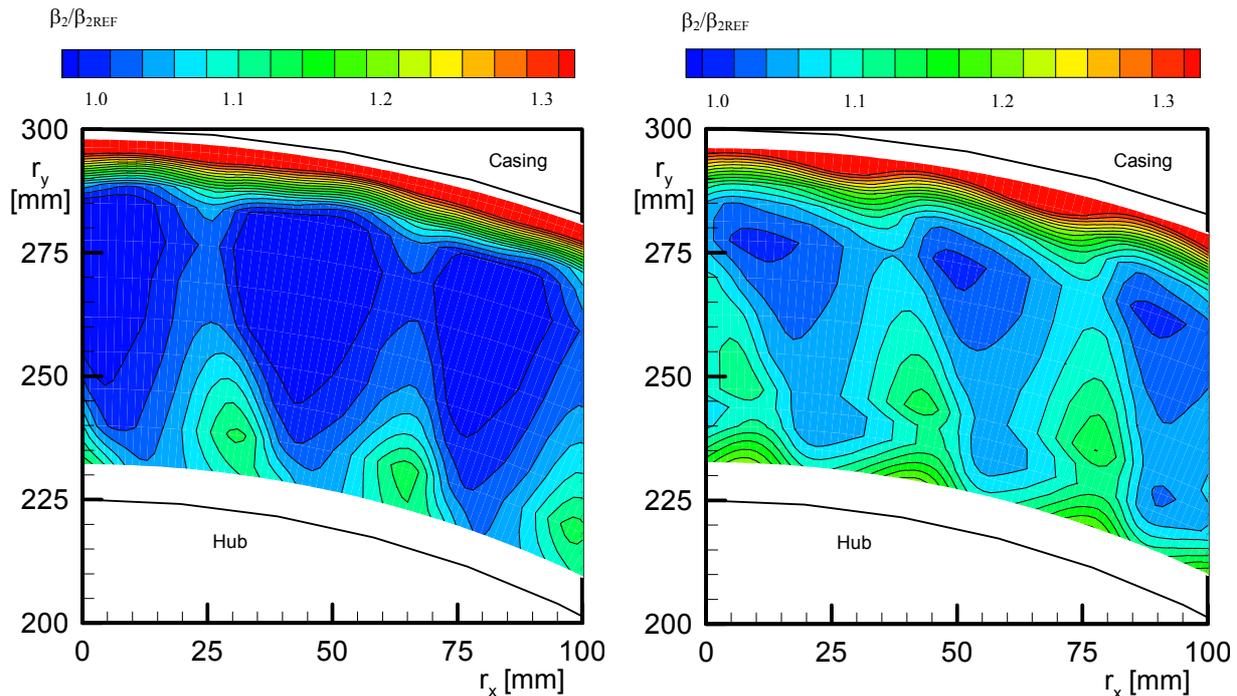


Abbildung 8.15: Gemessene absolute Abströmwinkel von Rotor 2D (li.) und 3D (re.) nahe Stall

Die Axialgeschwindigkeit w_{2z} in [Abbildung 8.10](#) und die absoluten Abströmwinkel in [Abbildung 8.11](#) korrespondieren mit den gerechneten Totaldruckverteilungen aus [Abbildung 8.5](#), indem sie die Vergleichmäßigung der Belastung über Schaufelhöhe bestätigen. Dies wird auch durch die umfangsaufgelösten Axialgeschwindigkeiten in [Abbildung 8.12](#) und [8.13](#) und die umfangsaufgelösten Abströmwinkel in [Abbildung 8.14](#) und [8.15](#) deutlich. Die Axialgeschwindigkeiten zeigen eine Verringerung der Werte in Schaufelmitte und zur Rotorspitze eine Erhöhung, die Winkel dagegen eine Erhöhung in Schaufelmitte und eine Verringerung zur Spitze. In Kombination ergibt das die beschriebene Vergleichmäßigung der radialen Verteilungen. Der Grund für diese Vergleichmäßigung ist jedoch in den [Abbildungen 8.13](#) und [8.14](#) nur schwer erkennbar. Erst bei der Betrachtung der gerechneten umfangsaufgelösten Axialgeschwindigkeiten in [Abbildung 8.16](#) und [8.17](#) wird er erkennbar: Sie bestätigen die bereits an den Verlusten ([Abbildung 8.4](#)) sichtbare Verbesserung der Strömung in den Randbereichen an Nabe und Gehäuse. Bereits im Auslegungspunkt zeigt [Abbildung 8.16](#) deutlich zwei Effekte: Erstens ist die Ausdehnung des Spaltwirbels, das heißt des Gebietes mit sehr geringer Axialgeschwindigkeit nahe des Gehäuses, bei Rotor 3D kleiner als bei Rotor 2D. Zweitens ist die Region mit kleiner Geschwindigkeit an der Saugseite zwischen Nabe und Schaufelmitte, die auf eine saugseitige Ablösung bzw. Schwäche der Grenzschicht hinweist, bei Rotor 3D ebenfalls deutlich kleiner als bei Rotor 2D. Dieser Unterschied wird nahe der Abreißgrenze ([Abbildung 8.17](#)) noch offensichtlicher. Durch die geringere Verblockung der Passage bei Rotor 3D, hervorgerufen durch die verbesserte Strömung an den Rändern, wird die Strömung in Schaufelmitte verzögert. Jedoch erkennt man gleichzeitig in den gemessenen Verteilungen ([Abbildungen 8.12](#) und [8.13](#)) ein Geschwindigkeitsdefizit bei Rotor 3D sowohl im Auslegungspunkt als auch nahe Stall lokal nahe der Nabe ein Gebiet niedriger Geschwindigkeit. Dieses Phänomen lässt sich auch anhand einer Minderumlenkung in den Winkelverteilungen in [Abbildungen 8.14](#) und [8.15](#) erkennen.

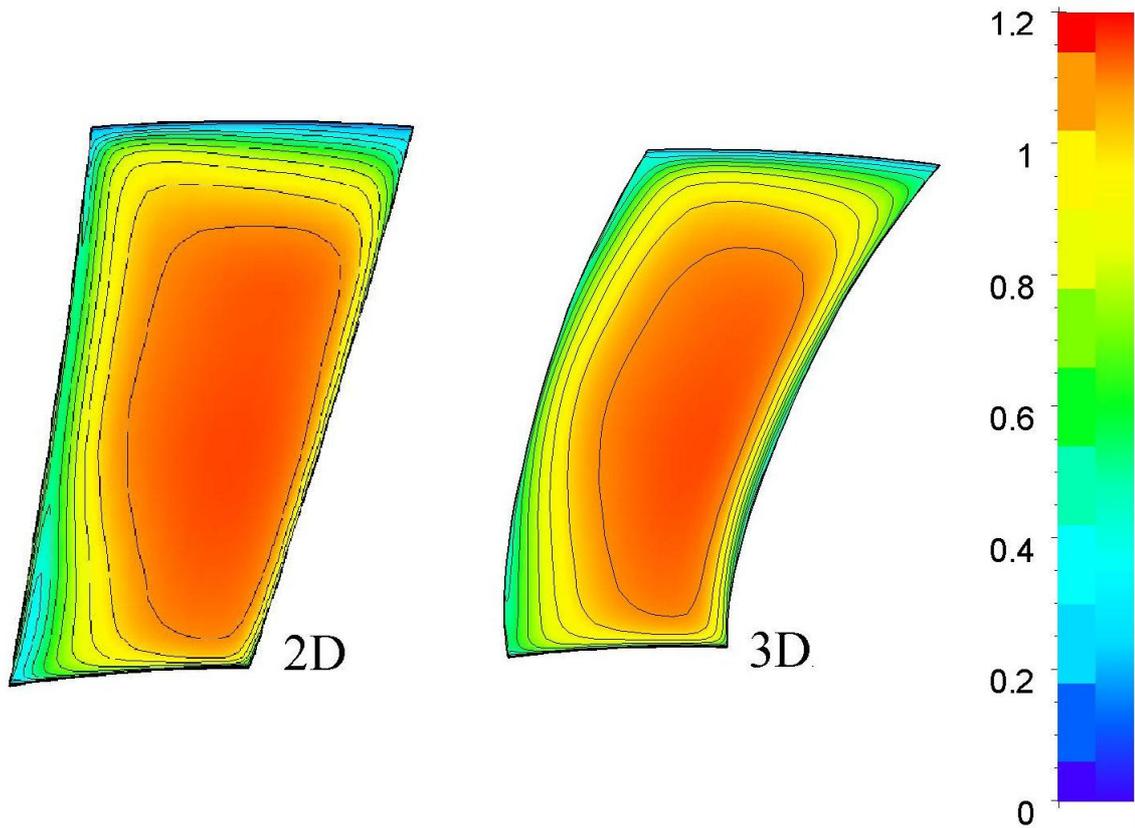


Abbildung 8.16: Berechnete normierte Axialgeschwindigkeit von Rotor 2D und 3D bei Auslegung

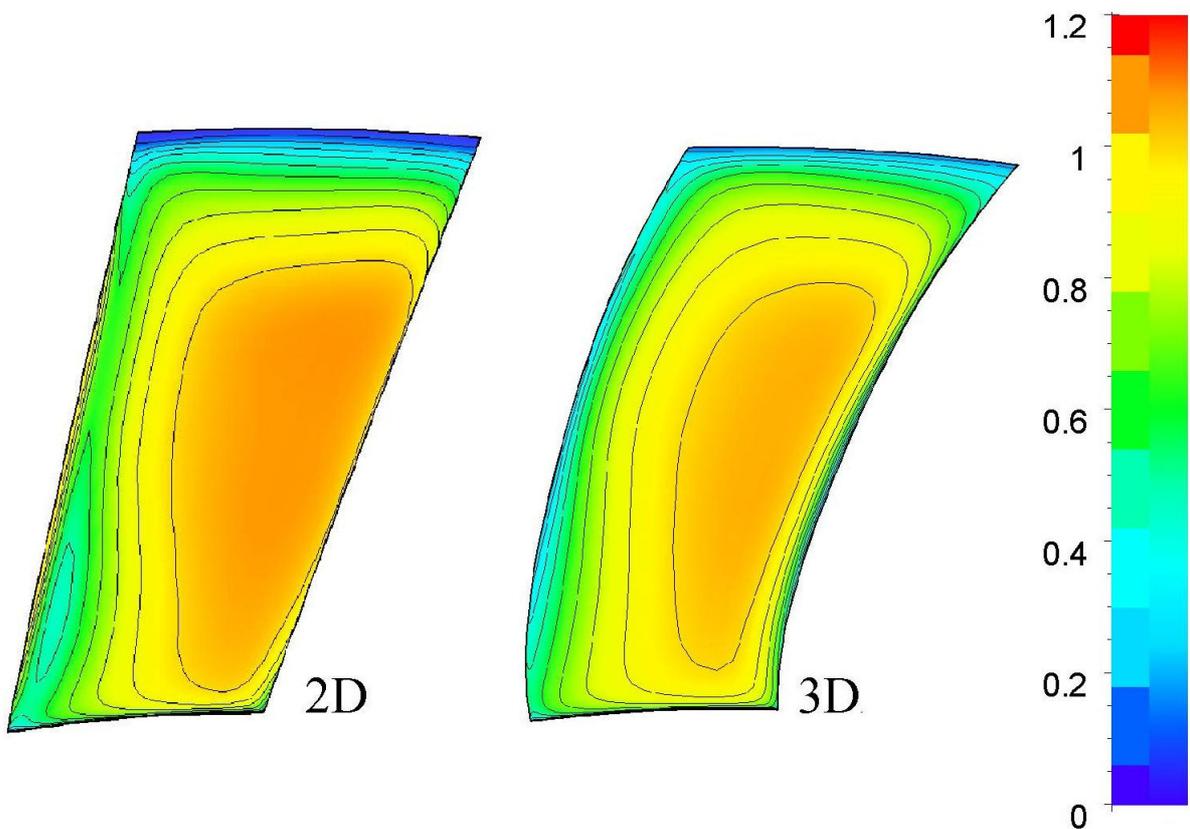


Abbildung 8.17: Berechnete normierte Axialgeschwindigkeit von Rotor 2D und 3D nahe Stall

Dieses lokale Phänomen ist in dieser Ausprägung in den CFD Ergebnissen in Abbildung 8.16 und 8.17 nicht zu erkennen, hier gibt es offensichtlich eine Ungenauigkeit in der Rechnung, die wahrscheinlich auf das gewählte Turbulenzmodell zurückzuführen ist.

Zusammen erzeugen die höheren Geschwindigkeiten an den Rändern und die verringerte Verblockung die Vergleichmäßigung der Strömung. Um die Verbesserung an den Rändern noch besser nachzuvollziehen, werden in den beiden folgenden Abschnitten einige weitere Details gezeigt.

8.2.3 3D-Strömungsfeld an den Seitenwänden

Gehäuse

Anhand der gemessenen statischen Druckverteilungen am Gehäuse über dem Rotor kann das Verhalten des Spaltwirbels bei Rotor 2D und 3D analysiert werden. Im Auslegungspunkt zeigt Abbildung 8.18 ein in Stärke und Ausdehnung deutlich größeres Druckminimum nahe der Vorderkante für Rotor 2D. Das stellt einen starken Antrieb für die Entstehung eines Spaltwirbels dar. Die Steilheit der Trajektorie des Wirbels, in Abbildung 8.18 dargestellt als weiße Linie, ist ein Indikator für die Blockagewirkung des Wirbels und die Abreissmargin eines spitzenkritischen Rotors und demnach für die Stabilität des Wirbels. Bereits im Auslegungspunkt ist demnach die Stabilität des Rotors 2D etwas geringer als die des Rotors 3D, da die Neigung der Wirbelbahn (Trajektorie) bei Rotor 3D um etwa 5° geringer ausfällt. Bei Androsselung des Verdichters auf einen Massenstrom von $6,40 \text{ kg/s}$ (Abbildung 8.19), was etwa 94% des Auslegungsmassenstroms entspricht und gleichzeitig der Massenstrom ist, bei dem beide Rotoren bei maximalem Wirkungsgrad arbeiten, erkennt man für beide Rotoren nur geringe Änderungen im Verhalten des Wirbels. Die einzige Veränderung gegenüber dem Auslegungspunkt ist, dass beide Wirbelbahnen etwas steiler werden, ohne dass sich das Verhältnis zueinander signifikant verändert.

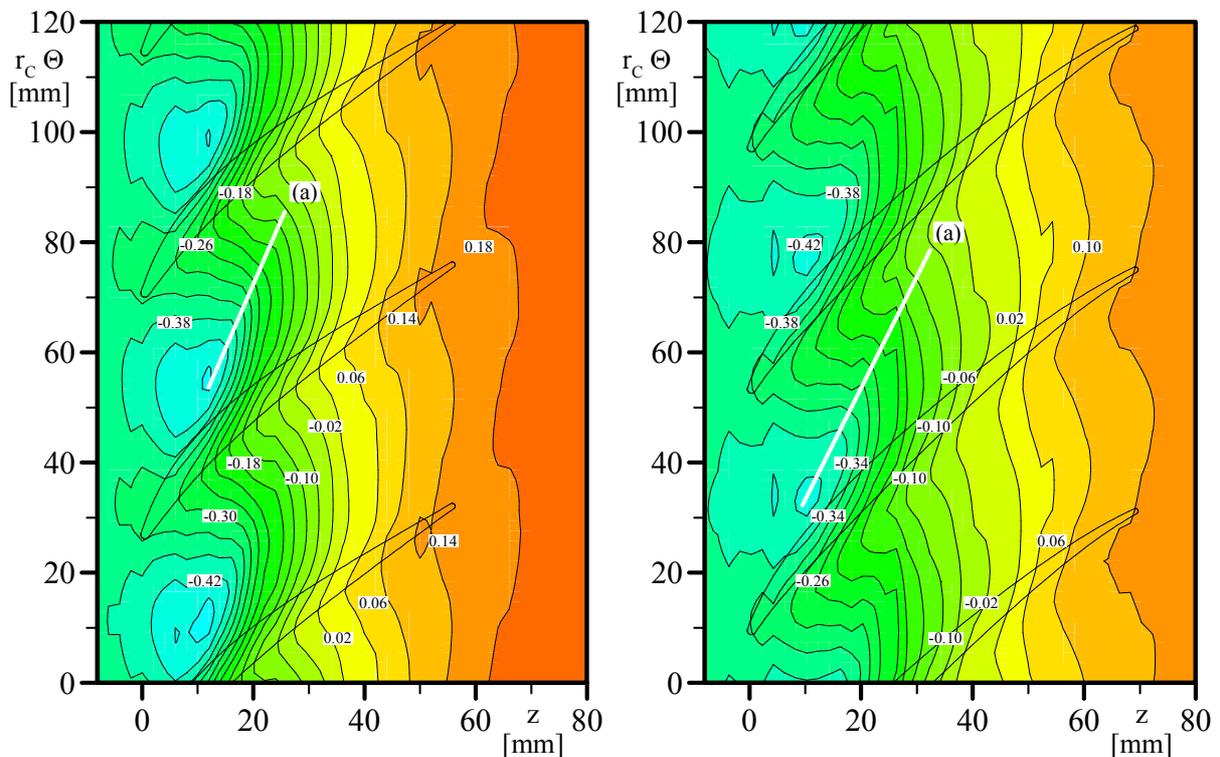


Abbildung 8.18: Gemessene statische Gehäusedruckverteilung für Rotor 2D (li.) und 3D (re.) im Auslegungspunkt mit Spaltwirbelbahn (a)

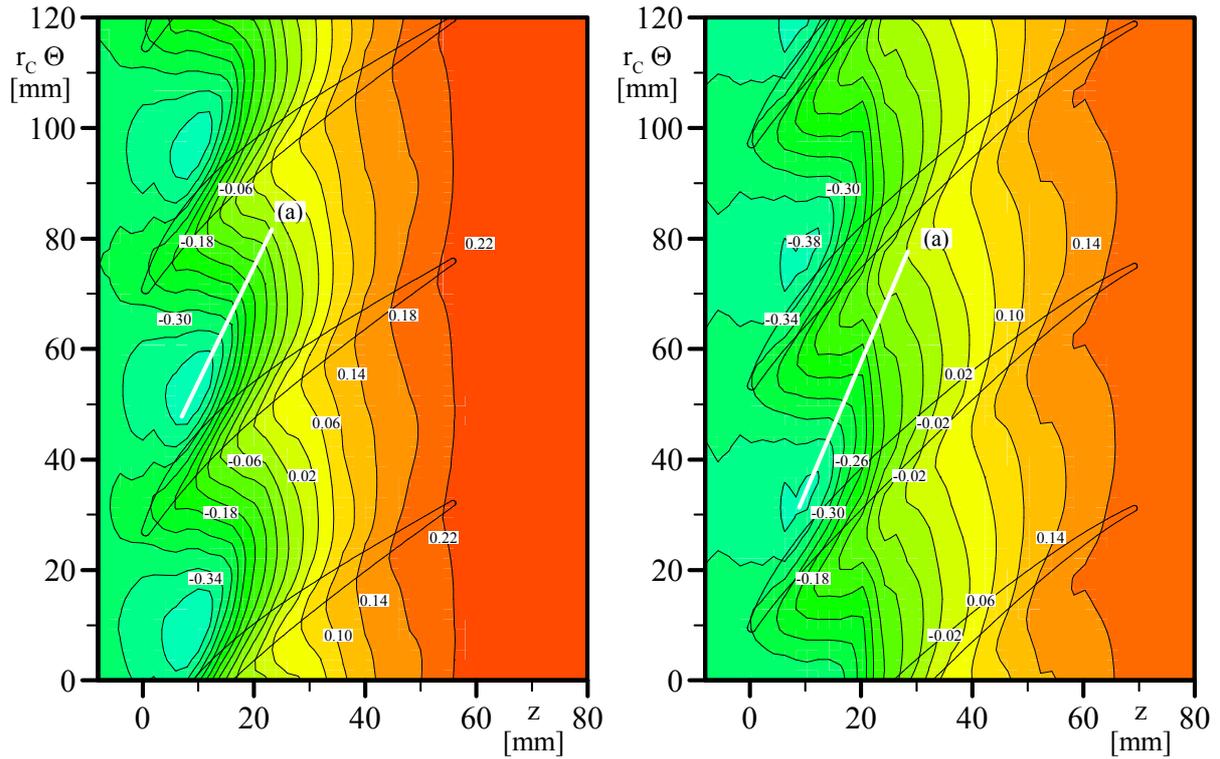


Abbildung 8.19: Gemessene statische Gehäusedruckverteilung für Rotor 2D (li.) und 3D (re.) bei maximalem Wirkungsgrad mit Spaltwirbelbahn (a)

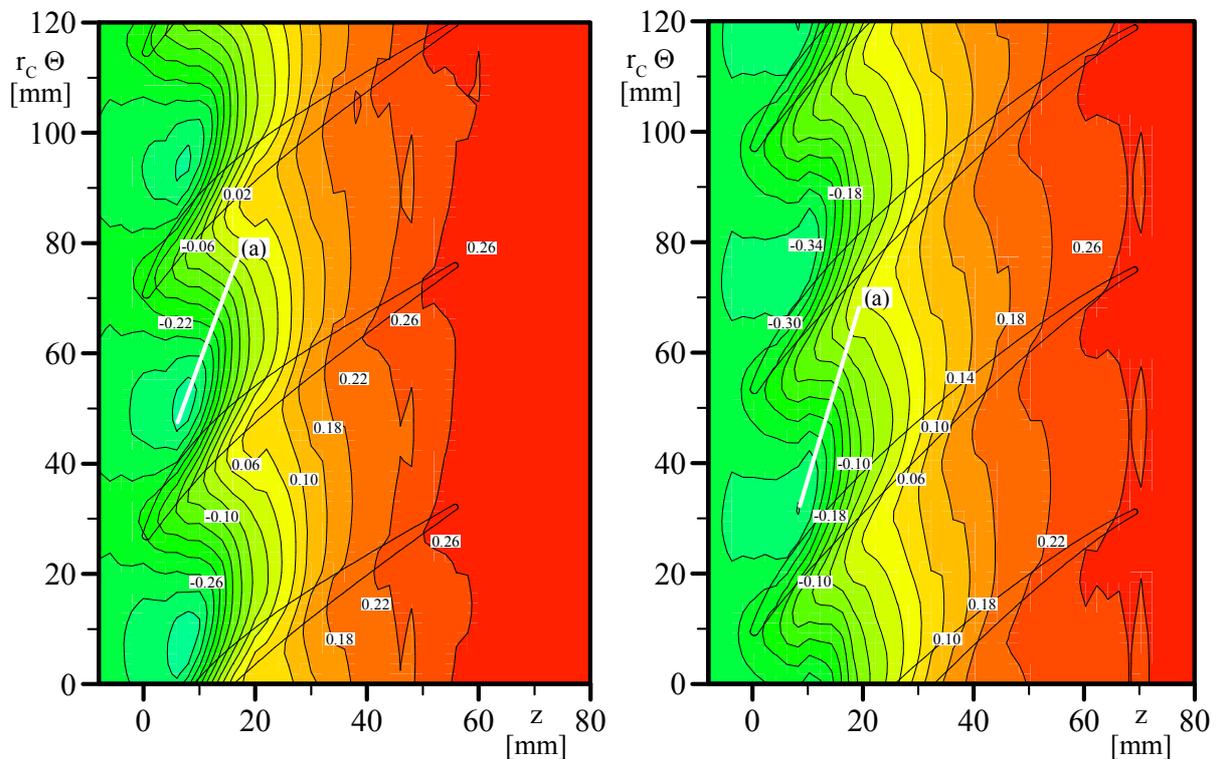


Abbildung 8.20: Gemessene statische Gehäusedruckverteilung für Rotor 2D (li.) und 3D (re.) nahe Stall mit Spaltwirbelbahn (a)

Bei einem Massenstrom von etwa 85 % des Auslegungsmassenstroms, das heißt bei 5,85 kg/s (Abbildung 8.20), ist Rotor 2D kurz vor der Abreißgrenze, während sich Rotor 3D noch in einem stabilen Betriebszustand befindet. Dies kann in Abbildung 8.20 anhand der über 30°

zur Sehne geneigten Wirbelbahn des Rotors 2D festgemacht werden, während die des Rotors 3D unter 30° zur Sehne geneigt ist. Eine Erklärung dieser Steilheit liefert der große Gradient des statischen Gehäusedrucks auf der vorderen Schaufelhälfte bei Rotor 2D als Folge der hohen Frontbelastung der spaltnahen Profilschnitte.

Bei Rotor 3D ist dieser Gradient aufgrund der gleichmäßigeren Belastungsverteilung deutlich geringer, vergleiche [Abbildung 7.27](#). Dies wird durch die invers entworfene Skelettlinie (siehe [Abschnitt 7.3.6](#)) verursacht. Trotz dieser Verbesserung steigt jedoch auch für Rotor 3D die Steilheit der Wirbelbahn bei Drosselung des Verdichters aufgrund der steigenden Rotorspitzenbelastung an. Dieser Ansteige ist jedoch gegenüber dem Rotor 2D verzögert und daher die Stabilität höher.

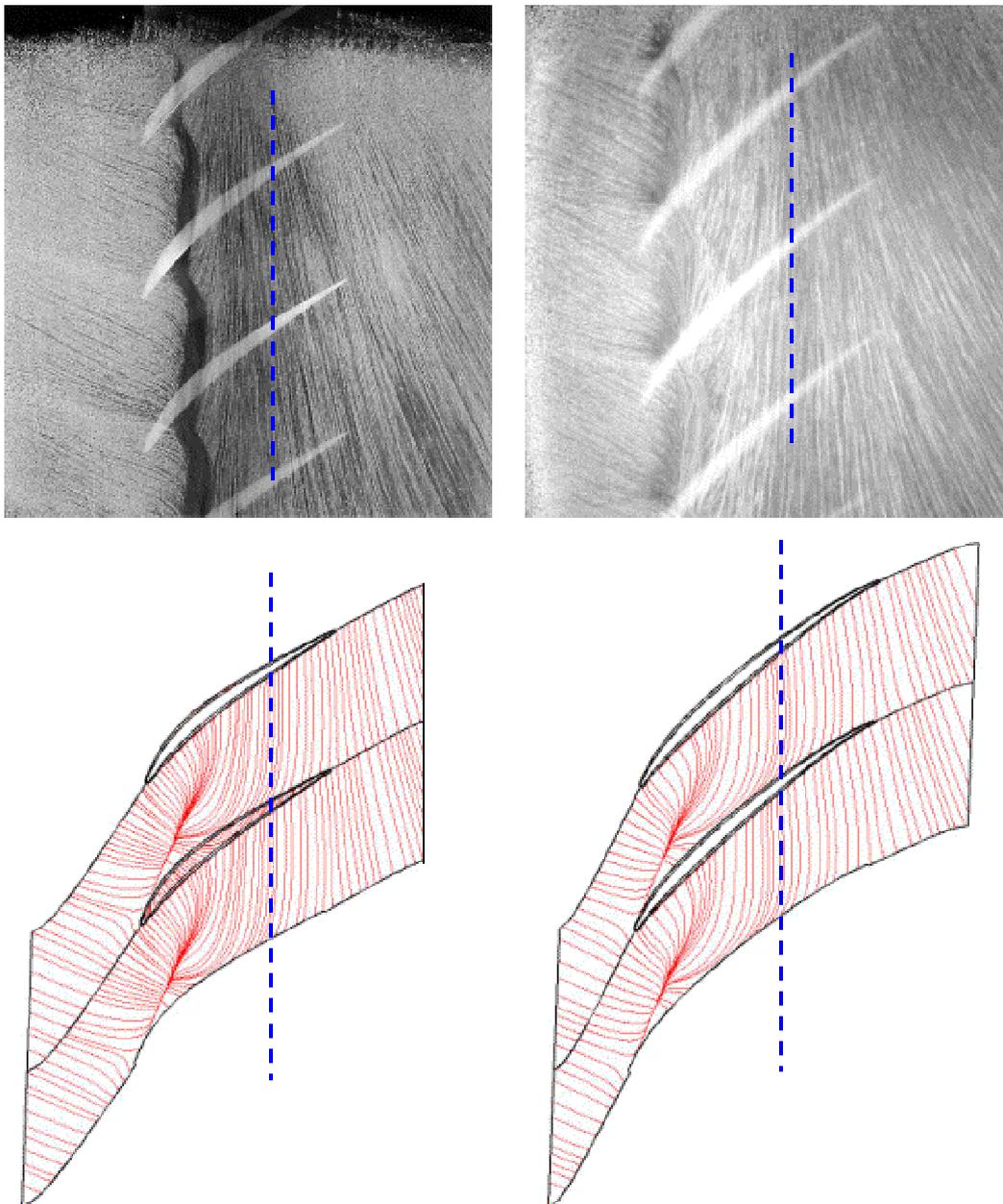


Abbildung 8.21: Ölanstrichbilder und gerechnete Stromlinien am Gehäuse für Rotor 2D (li.) und 3D (re.) im Auslegungspunkt mit Anlegelinie

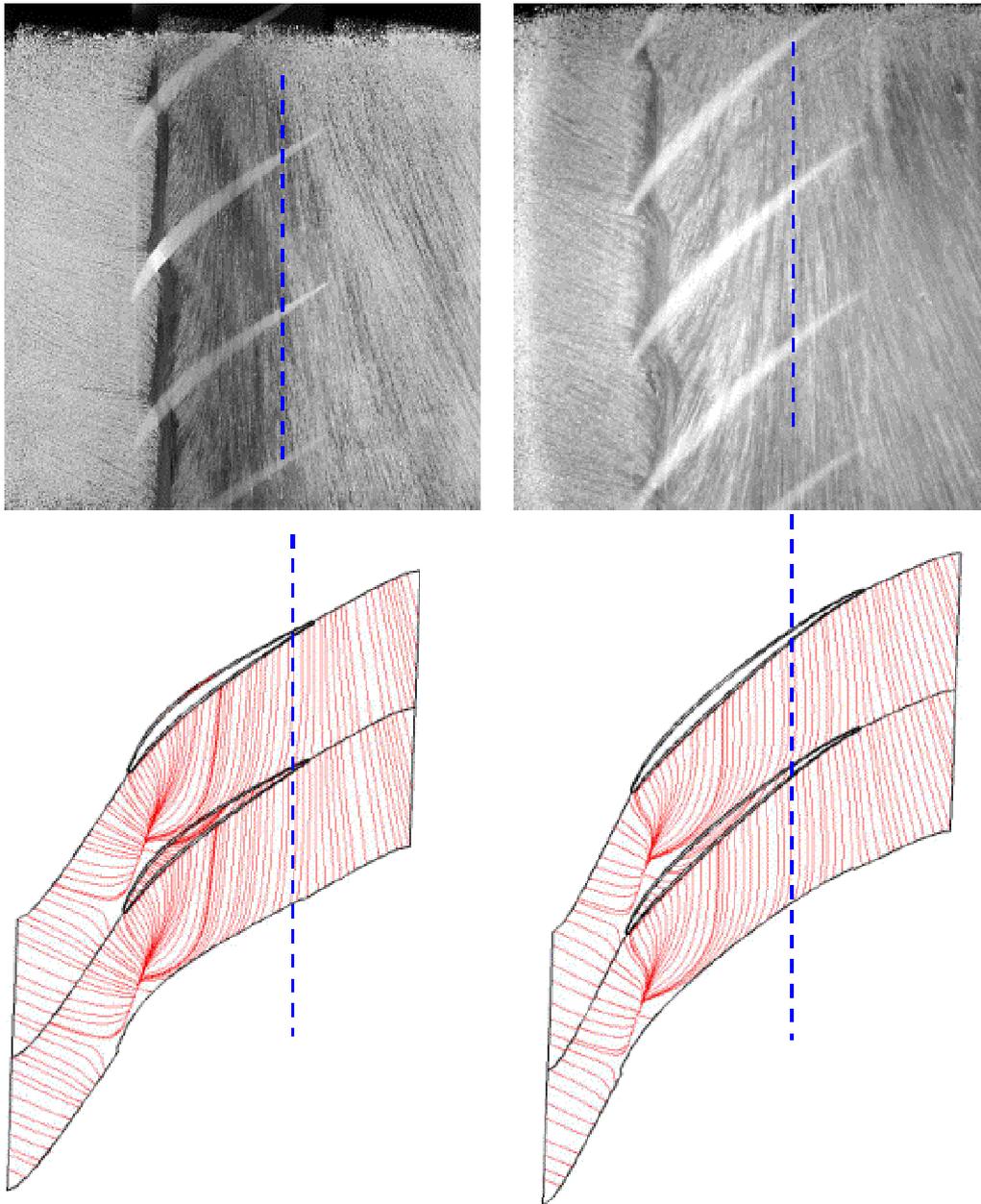


Abbildung 8.22: Ölstrichbilder und gerechnete Stromlinien am Gehäuse für Rotor 2D (li.) und 3D (re.) bei maximalem Wirkungsgrad mit Anlegelinie

Noch prägnanter kann das Verhalten des Spaltwirbels durch einen Vergleich zwischen der mit Ölfilmtechnik sichtbar gemachten Rotorgehäuseströmung und den korrespondierenden gerechneten Stromlinien am Gehäuse in den Abbildungen 8.21 bis 8.23 erklärt werden.

Für den Auslegungspunkt (Abbildung 8.21) erkennt man sowohl für Rotor 2D als auch 3D eine gute Übereinstimmung von Rechnung und Messung, insbesondere bezüglich der Lage der Anlegelinie (blau markiert). Diese liegt bei Rotor 2D näher an der Hinterkante und stützt damit die Beobachtung aus Abbildung 8.18, dass der Spaltwirbel bei Rotor 2D weniger Reserven in Bezug auf die Stabilität besitzt. Diese Schlussfolgerung wird auch durch die Form des Wirbels unterstützt. Insbesondere die Messung zeigt, dass der Spaltwirbel bei Rotor 2D deutlich stärker angefacht wird. Dies ist an dem Ölfilm erkennbar, der bei Rotor 2D im Bereich des Aufrollen des Wirbels zu einem dicken schwarzen Band verschmiert ist. Der verschmierte Bereich markiert die Lage der Ablöselinie, vergleiche Abbildungen 2.6 und 2.8.

Er korrespondiert sehr gut mit dem Punkt intensivster 3D Ablösung in der Nähe der Wirbelbahn bei den gerechneten Stromlinien in Abbildung 8.21 und mit dem Punkt des stärksten Unterdruckes im Bild der gemessenen statischen Gehäusedrücke in Abbildung 8.18. Bei Rotor 3D fällt die Wirbelstärke dagegen deutlich geringer aus. Das ist daran zu erkennen, dass bei den gemessenen Stromlinien die Wirbelstruktur sichtbar ist und der Ölfilm nicht verschmiert. Auch dieses Ergebnis stimmt gut mit den berechneten Stromlinien überein, da in der Rechnung die Form, Dichte und Anordnung der Stromlinien ähnlich denen in der Messung sind. Das bestätigt die Aussagen, die bei der Diskussion der statischen Gehäusedruckverteilung, siehe oben, getroffen wurden.

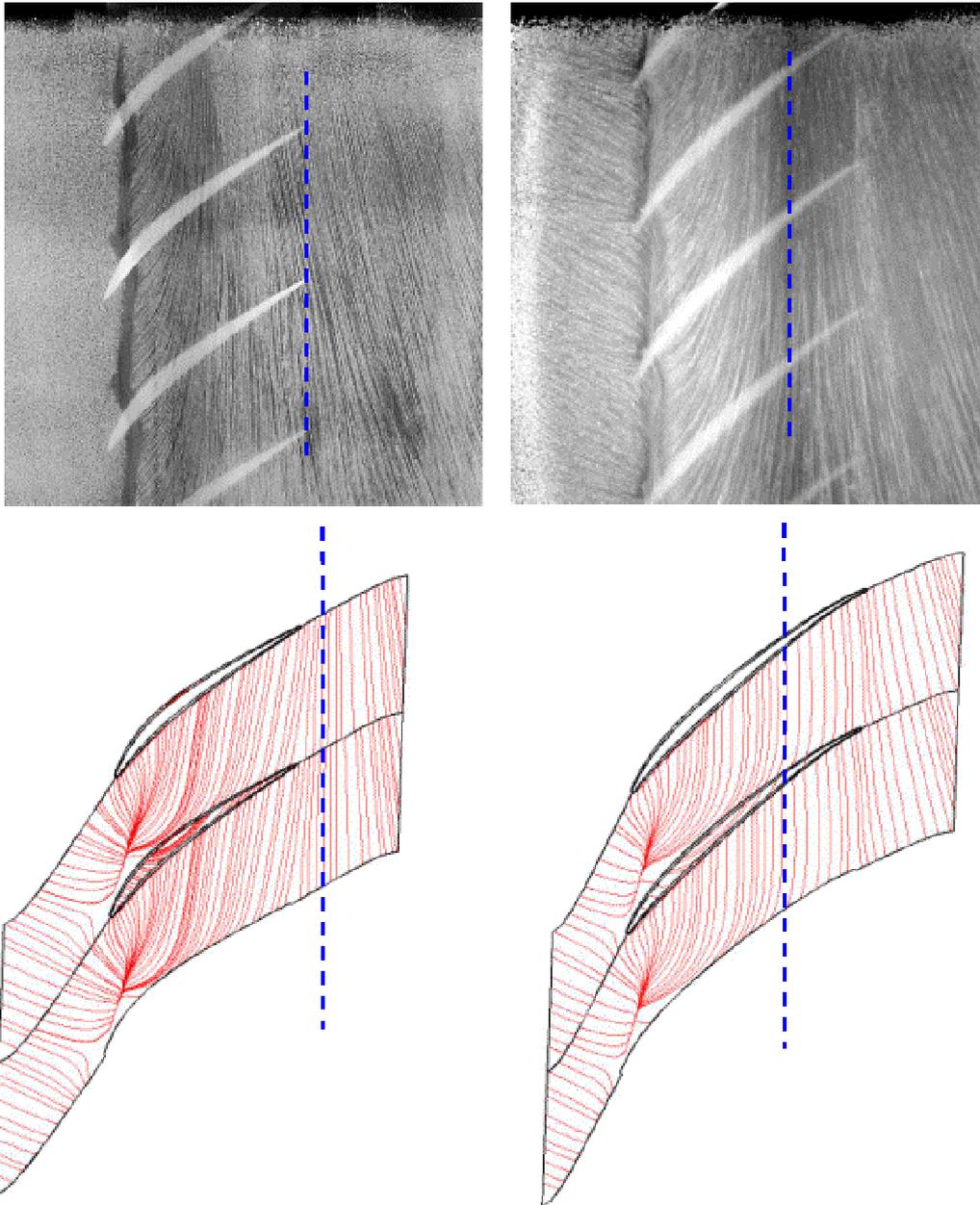


Abbildung 8.23: Ölanstrichbilder und gerechnete Stromlinien am Gehäuse für Rotor 2D (li.) und 3D (re.) nahe Stall mit Anlegelinie

Bei Androsselung auf 6,40 kg/s ändern sich die Ölanstrichbilder und die gerechneten Stromlinien für beide Rotoren (Abbildung 8.22). Die Anlegelinie verschiebt sich jeweils in Richtung Hinterkante, wobei der Wirbel bei Rotor 3D stabiler ist als der von Rotor 2D. Aber

auch bei Rotor 3D entsteht nun ein Anstieg der Wirbelstärke, sichtbar an der Verschmierung des Ölfilmes in Abbildung 8.22. Die Wirbelbahn weist allerdings weiterhin eine geringere Steigung auf als die von Rotor 2D, wie anhand der Rechnung erkennbar ist. Dies entspricht weitgehend den Beobachtungen in Abbildung 8.19. Außerdem bewegt sich die Ablöselinie für beide Rotoren stromauf in Richtung Vorderkante, sichtbar an der Verschiebung des verschmierten Ölfilms. Dieses Phänomen ist typisch für das Verhalten der Spaltströmung bei Androsselung, siehe Abschnitt 2.2.3.

Bei Erreichen der Stabilitätsgrenze des Rotors 2D bei 5,85 kg/s (Abbildung 8.23), springt die Anlegelinie in der Rechnung hinter die Hinterkante außerhalb der Schaufelpassage. Gleichzeitig kommt es zu einem plötzlichen Anstieg der Steilheit der Wirbelbahn. Die Verlagerung der Anlegelinie ist in der Messung leider nicht eindeutig identifizierbar, sie scheint jedoch direkt an der Hinterkante zu liegen. Deutlich erkennbar ist jedoch die Verlagerung des Entstehungspunktes des Wirbels in Richtung der Vorderkante anhand einer Verschiebung des verschmierten Bereichs stromauf. Hier liegt die Ablöselinie vermutlich an der Vorderkante. Auch für Rotor 3D erkennt man diese Verschiebung, hier ist jedoch weiterhin die Wirbelstärke geringer und die Wirbelbahn deutlich flacher. Die Anlegelinie verbleibt eindeutig in der Passage, was durch Rechnung und Messung bewiesen wird.

Diese Untersuchungen begründen zusammen mit den zuvor diskutierten Gehäuse-druckverteilungen die deutlich verbesserte Spaltströmung von Rotor 3D, und daraus resultierend die um 20 % verbesserte Stabilität.

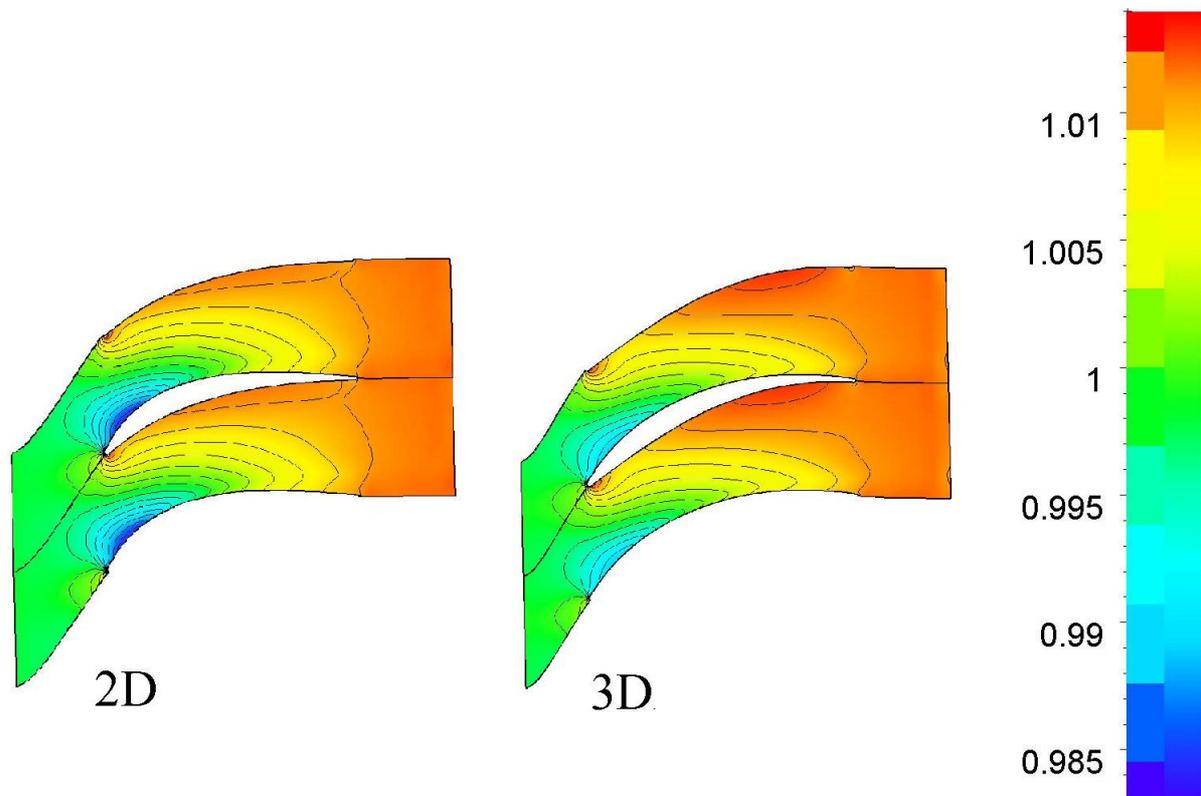


Abbildung 8.24: Berechneter statischer Druck ($p_s / p_{s,in}$) an der Nabe für Rotor 3D und 2D im Auslegungspunkt

Nabe

Da für die Nabenströmung aus technischen Gründen keine Ölanstrichbilder und statischen Druckmessungen zur Verfügung stehen, beschränkt sich die Detailanalyse hier auf die berechneten Verteilungen. In den Abbildungen 8.24 bis 8.27 sind die Verteilungen von statischem Wanddruck und wandnaher Axialgeschwindigkeit an der Nabe im Auslegungspunkt und nahe der Abreißgrenze für die Rotoren 3D und 2D dargestellt.

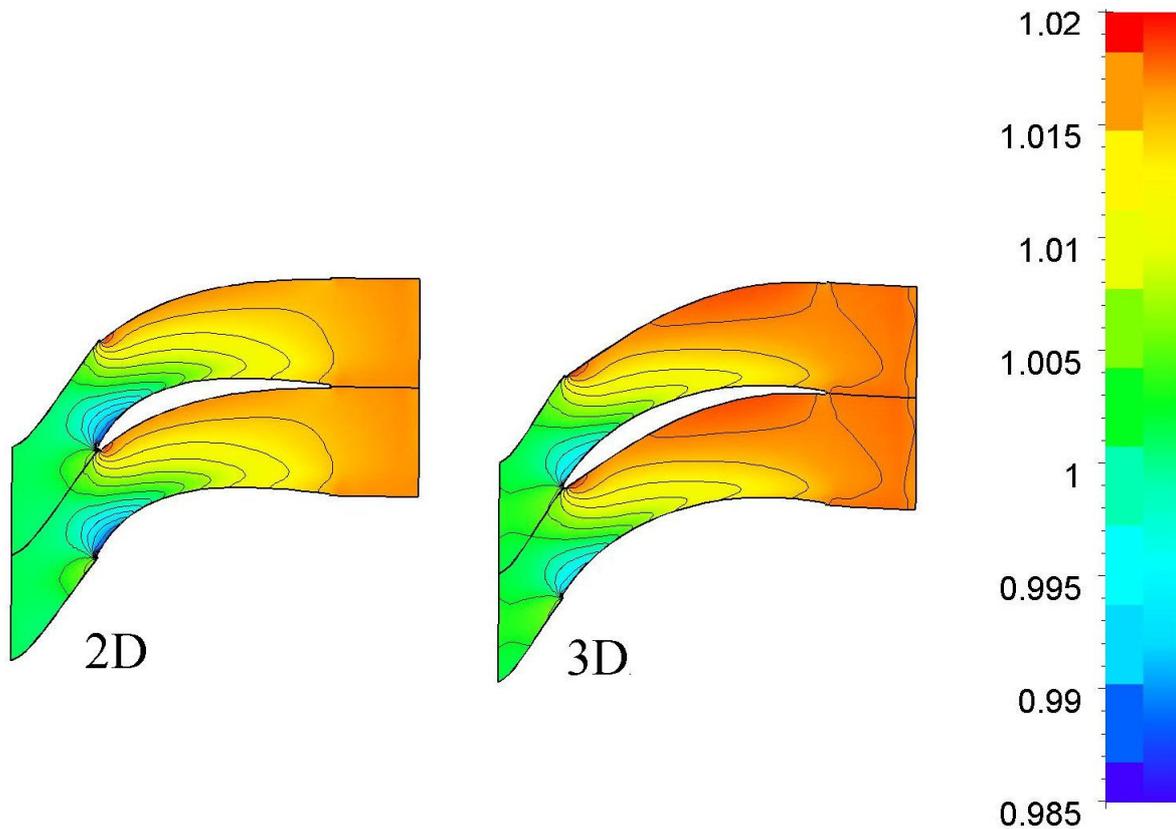


Abbildung 8.25: Berechneter statischer Druck ($p_s / \overline{p_{s,in}}$) an der Nabe für Rotor 3D und 2D nahe Stall

In allen Abbildungen ist klar erkennbar, warum die in Abbildung 8.4 dargestellten Verluste an der Nabe bei Rotor 3D in allen Betriebspunkten niedriger sind als bei Rotor 2D. Anhand der statischen Drücke in Abbildung 8.24 und 8.25 ist ersichtlich, dass die verlusterzeugende Querkanalströmung (siehe auch Abbildung 2.2) bei Rotor 3D geringer ausfallen muss: der antreibende Gradient zwischen Druck- und Saugseite ist insbesondere auf dem vorderen Schaufeldrittel wesentlich kleiner als bei Rotor 2D. Die Axialgeschwindigkeiten nahe der Nabe (eine Zelle Wandabstand) in Abbildung 8.26 und 8.27 zeigen eine weitere Verbesserung bei Rotor 3D gegenüber Rotor 2D. Die Dicke der saugseitigen Grenzschicht nahe der Wand fällt bei Rotor 3D kleiner aus, wie in Abbildung 8.26 und 8.27 anhand der höheren Axialgeschwindigkeit an der Saugseite im Bereich der hinteren Hälfte der Sehne. Dieses Ergebnis entspricht den Beobachtungen aus Abschnitt 8.2.2.

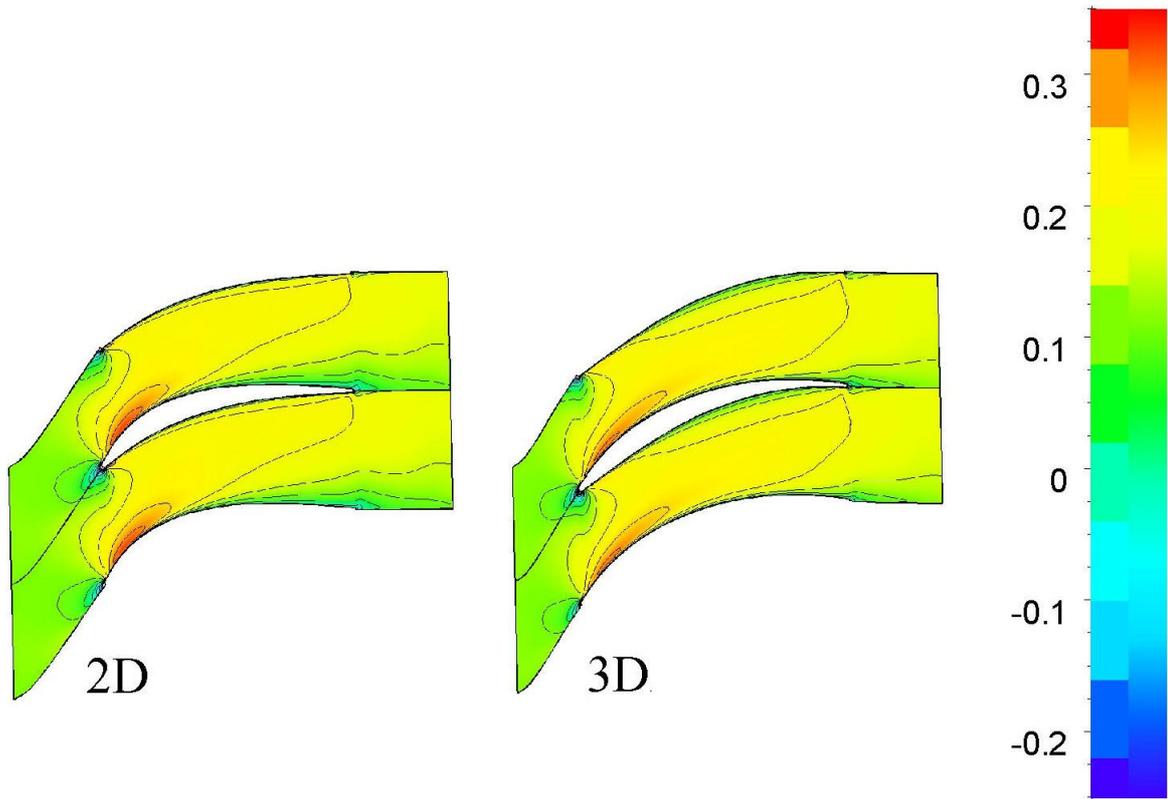


Abbildung 8.26: Berechnete Axialgeschwindigkeit ($w_z/\overline{w_{z,in}}$) an der Nabe für Rotor 3D und 2D im Auslegungspunkt

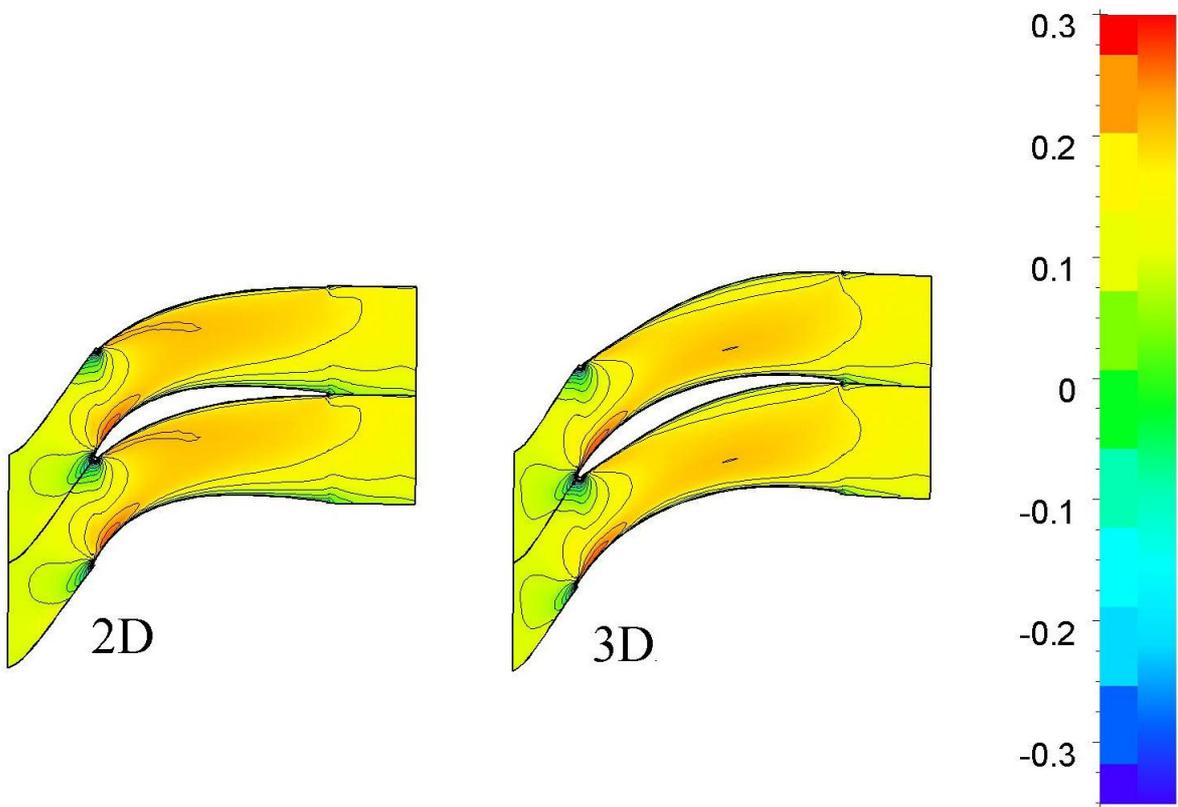


Abbildung 8.27: Berechnete Axialgeschwindigkeit ($w_z/\overline{w_{z,in}}$) an der Nabe für Rotor 3D und 2D nahe Stall

Alle durchgeführten Analysen zeigen, dass der vollständig und systematisch dreidimensional entworfene Rotor wesentlich besser ist als ein herkömmlicher zweidimensional optimierter Entwurf:

- Die gemessenen und gerechneten Charakteristiken zeigen einen Anstieg des Wirkungsgrades und der Stabilität
- Die Nachläufe zeigen einen verringerten Verlust und die Umverteilung der Strömung durch die Optimierung der Schaufelrandbereiche.
- Die Strömung an Nabe und Gehäuse demonstrieren die Verbesserung der Sekundärströmungsphänomene durch die Anwendung von Pfeilung, V-Stellung und inversem Skelettlinienentwurf.

9 Zusammenfassung und Ausblick

9.1 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschreibt die Entwicklung eines systematischen dreidimensionalen Verfahrens für den Entwurf von Rotoren in Verdichtern. Das Verfahren beinhaltet die Anwendung von Pfeilung und V-Stellung sowie die dreidimensionale inverse Berechnung der radialen Skelettlinienverteilung. Insbesondere werden die kritischen wand- bzw. spaltnahen Bereiche besser an die Strömung angepasst als es mit der bisherigen Entwurfsmethodik möglich war. Das Ziel ist die Verbesserung des Rotorwirkungsgrades.

Die Parameter für die Anwendung von Pfeilung und V-Stellung sind aus einer Parameterstudie abgeleitet worden. Die Studie wurde mit Hilfe eines eigens dafür entwickelten, einfachen dreidimensionalen Panelverfahrens durchgeführt, das auf der Tragflügeltheorie basiert. Mit dem Panelverfahren lässt sich für jede beliebige Schaufelgeometrie die dreidimensionale Belastungsverteilung ermitteln.

Für die inverse Berechnung der radialen Skelettlinienverteilung wurde ein weiteres Panelverfahren entwickelt, das auf dem Ansatz des ersten basiert, jedoch aus einer vorgegebenen dreidimensionalen Belastungsverteilung und der Schaufelform eine dreidimensionale Skelettlinienverteilung berechnet.

Dieses Verfahren ermöglicht den systematischen Entwurf einer dreidimensionalen Rotorgeometrie. Um das Verfahren zu validieren, wurde ein Entwurf für einen hochbelasteten Rotor in einem einstufigen Niedergeschwindigkeitsverdichter vorgenommen. Die einzelnen Modifikationen, das heißt Pfeilung bzw. V-Stellung an Gehäuse und Nabe, sowie die Einführung der invers berechneten Skelettlinien, wurden nacheinander angewandt. Die Schaufeln wurden jeweils mit einem 3D-*Navier-Stokes*-Verfahren nachgerechnet, um die Wirksamkeit der Änderungen zu überprüfen.

Zum Abschluss wurde die vollständig dreidimensional entworfene Schaufel gefertigt und in einem einstufigen Niedergeschwindigkeitsverdichter des *Pfleiderer*-Instituts der TU Braunschweig getestet. Alle Ergebnisse (Messung und Rechnung) wurden mit denen eines zweidimensionalen, das heißt ohne Pfeilung und V-Stellung, iterativ optimierten Rotors mit modernen CDA Profilen, verglichen.

Das Ergebnis ist eine Wirkungsgradsteigerung von 0,5 % numerisch und 1,1 % in der Messung, sowie eine Steigerung der Stabilität um 20 %. Damit ist das in dieser Arbeit gesetzte Entwurfsziel erreicht.

9.2 Ausblick

Die Stabilitätssteigerung lässt sich durch eine Reduktion der Schaufelzahl in einen weiteren Wirkungsgradgewinn umwandeln, wenn das Stabilitätsniveau des zweidimensionalen Rotors als ausreichend angesehen wird. Im Anschluss an diese Arbeit wird diese Möglichkeit in einer Studie untersucht.

In einem weiteren Schritt soll das Verfahren weiter verbessert werden, um den Einfluss der Kompressibilität zu berücksichtigen, um alle denkbaren Schaufelformen inklusive beliebiger V-Stellung berechnen zu können und um radiale Variation zum Beispiel der Teilung und der

Staffelung zu berücksichtigen. Zusätzlich werden Modifikationen vorgenommen, um das Verfahren in das Rolls-Royce Entwurfssystem zu integrieren. Denkbar ist auch, den Einfluss der Dicke über eine entsprechende Korrektur in das Verfahren zu implementieren.

Damit wird es dann auch möglich, das Verfahren an Statoren anzuwenden. Der Einsatz von Pfeilung und V-Stellung verspricht auch hier eine deutliche Verbesserung des Wirkungsgrades. Durch eine gezielte Verringerung der Wandverluste [79] bzw. der Eckenablösung [80] ist eine geringere Verblockung und eine höhere Druckumsetzung erreichbar. Ansätze hierzu befinden sich in [81], [83, 84], [91] und [93].

Auch eine Profiländerung durch inverse Skelettlinienberechnung, in ähnlicher Weise wie es in dieser Arbeit für Rotoren vorgestellt wurde, ist bei Statoren mit Erfolg einsetzbar [81], [91], [113]. Diese Vorgehensweise wurde jedoch ebenso wie die Pfeilung und V-Stellung für Statoren noch nicht systematisch und erschöpfend untersucht. Die Erkenntnisse dieser Arbeit stellen die Basis für eine derartige Analyse bereit.

Im Anschluss ist eine weitere Verbesserung durch eine Optimierung der Rotor-Stator-Interaktion denkbar. Diese ist durch Anpassung der Schaufel an die jeweiligen An- bzw. Abströmbedingungen zu erzielen [15].

Damit können die wesentlichen Möglichkeiten zur dreidimensionalen Gestaltung der Schaufelgeometrie genutzt werden. Die Wand- bzw. Spaltströmung lässt sich darüber hinaus nur durch Maßnahmen wie zum Beispiel Konturierung an Nabe und Gehäuse [111], [155 und 156] oder aktive Beeinflussung wie zum Beispiel Absaugung oder Ausblasung [157] verbessern. Beide Möglichkeiten bieten noch Potential für weitere Verbesserungen.

Literatur

- [1] Koch, C. C., Smith Jr., L. H., „Loss sources and magnitudes in axial-flow compressors“, Journal of Engineering for Power, S. 411-424, The American Society of Mechanical Engineering, 1976
- [2] Lakshminarayana, B., „Compressor loss correlations and analysis and effects on compressor performance“, VKI Lecture Series 1985-05, von Karman Institute for Fluid Dynamics, 1985
- [3] Wu, C. H., „A general theory of three-dimensional flow in subsonic or supersonic turbomachines of axial-, radial- and mixed-flow type“, NACA TN 2604, 1952
- [4] Lieblein, S., „Loss and stall analysis of compressor cascades“, ASME Journal of Basic Engineering, Vol. 81, No. 3, S. 387-400, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1959
- [5] Vavra, M., „Aero-thermodynamics and flow in turbomachines“, John Wiley & Sons, 1960
- [6] Lieblein, S., Schwenk, F. C., Broderick, R. L., „Diffusion factor for estimation of losses and limiting blade loadings in axial-flow-compressor blade elements“, NACA RM E53D01, 1953
- [7] Khalid, S. A., Khalsa, A. S., Greitzer, E. M., Cumpsty, N. A., et al., „Endwall Blockage in axial compressors“, ASME Paper 98-GT-188, The American Society of Mechanical Engineering, 1998
- [8] Tobak, M., Peake, D. J., „Topology of three-dimensional separated flows“, Annual Review of Fluid Mechanics, S. 61-85, 1982
- [9] Gümmer, V., „Pfeilung und V-Stellung zur Beeinflussung der dreidimensionalen Strömung in Leiträdern transsonischer Axialverdichter“, Dissertation, Fortschritt-Berichte VDI Reihe 7 Nr. 384, VDI Verlag, Düsseldorf, 2000
- [10] Bitterlich, W., Kümmel, W. „Untersuchungen von Sekundärströmungen in axialen Verdichtergittern“, Zeitschrift für Flugwissenschaften Nr. 20 Heft 1/2, S. 52-59, 1972
- [11] Stark, U., „Experimentelle Untersuchungen zum Einfluss des Staffelungswinkels auf die Sekundärströmungen in ebenen Verdichtergittern“, Forschung im Ingenieurwesen Band 55 (1989) Nr. 5 S.135-148, Springer Verlag, Berlin, 1989
- [12] Sasongko, H., „Rand- und Spaltströmungen in stark gestaffelten Verdichtergittern aus schwach gewölbten Profilen“, Dissertation, ZLR-Forschungsbericht 97-01, Zentrum für Luft- und Raumfahrttechnik, TU Braunschweig, 1997
- [13] Squire, H. B., Winter, K. G., „The secondary flow in a cascade of aerofoils in a non-uniform stream“, Journal of Aerodynamic Science, 1951

- [14] Hawthorne, W. R., „Rotational flow through cascades, Part I – The components of vorticity”, Quarterly J. Mech. Appl. Math. Vol. VIII, No.3, S. 266-279, 1955
- [15] Schulz, H. D., Gallus, H. E., Lakshminarayana, B., „Three-dimensional separated flow field in the endwall region of an annular compressor cascade in the presence of rotor stator interaction“, Part 1, ASME 89-GT-76, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1989
- [16] Fang, C., Mao-Zhang, C., Hao-Kang, J., „An experimental study of streamwise vortices in a compressor cascade“, ASME 88-GT-137, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1988
- [17] Came, P. M., Marsh, H., „Secondary flow in cascades: Two simple derivations for the components of vorticity“, Journal of Mechanical Engineering Science Vol. 16 Nr. 6, S. 391-401, The American Society of Mechanical Engineering, 1974
- [18] Johnston, J. P., „On the three-dimensional boundary layer generated by secondary flow”, Transactions of ASME Series D Vol. 82, S. 233-248, 1960
- [19] Adkins, G. G., Smith, L. H., „Spanwise mixing in axial flow turbomachines”, Transactions of the ASME Journal of Engineering for Power 104, S. 97-110, 1982
- [20] Breugelmans, F. A. H., Carels, Y., Demuth, M., „Influence of dihedral on the secondary flow in a two-dimensional compressor cascade“, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 106, S. 578-584, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1984
- [21] Rains, D. A., „Tip clearance flows in axial flow compressors and pumps“, Report Nr. 5, California Institute of Technology, Pasadena, 1954
- [22] Freeman, C., „Tip clearance effects in axial turbomachines“, VKI Lecture Series 1985-05, von Karman Institute for Fluid Dynamics, 1985
- [23] Khalid, S. A., „The Effects of tip clearance on axial compressor pressure rise“, Dissertation, Departement of Mechanical Engineering, MIT, 1995
- [24] Khalsa, A. S., „Endwall blockage in axial compressors“, Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1996
- [25] Senoo Y., „Pressure losses and flow field distortion induced by tip clearance of centrifugal and axial compressors“, JSME International Journal Vol. 30, Nr. 261, S. 375-385, 1987
- [26] Pouagare, M., Delaney, R. A., „Study of three-dimensional viscous flows in an axial compressor cascade including tip leakage effects using a SIMPLE-based algorithm“, Journal of Turbomachinery, Vol. 108 Nr. 1, S. 51-58, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1986
- [27] Storer, John A., „Tip clearance flow in axial compressors“, Dissertation, Department of Engineering University of Cambridge, 1991

- [28] Place, J. M. M., „Three-dimensional flow in core compressors“, Dissertation, Department of Engineering University of Cambridge, 1997
- [29] Hübner, Jürgen, „Experimentelle und theoretische Untersuchung der wesentlichen Einflussfaktoren auf die Spalt- und Sekundärströmung in Verdichtergittern“, Dissertation, Universität der Bundeswehr München, 1996
- [30] Storer, J. A., Cumpsty, N. A., „Tip leakage flow in axial compressors“, Journal of Turbomachinery, Vol. 113, S. 252-259, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1991
- [31] Schlechtriem, S., Lötzerich, M., „Breakdown of tip leakage vortices in compressors at flow conditions close to stall“, ASME 97-GT-41, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1997
- [32] Saathoff, Horst, „Rotor-Spaltströmungen in Axialverdichtern“, Dissertation, ZLR-Forschungsbericht 2001-05, Zentrum für Luft- und Raumfahrttechnik, TU Braunschweig, 2001
- [33] Hoeger, M., Fritsch, G., Bauer, D., „Numerical Simulation of the shock-tip leakage vortex interaction in a HPC front stage“, ASME 98-GT-261, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1998
- [34] Dawes, W. N., „Development of a 3D Navier Stokes Solver for application to all types of turbomachinery“, ASME 88-GT-70, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1988
- [35] Bross, S., Brodersen, S., Saathoff, H., Stark, U., „Experimental and theoretical investigation of the tip clearance flow in an axial flow pump“, Proceedings of 2nd European Conference on Turbomachinery – Fluid Dynamics and Thermodynamics S. 357-364, Antwerpen, 1997
- [36] Saathoff, A., Stark, U., Kosyna, G., et al., „Steady and unsteady casingwall flow phenomena in a single-stage low-speed compressor at part-load conditions“, The 9th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, Hawaii, 2002
- [37] Rohkamm, Henning, „Experimentelle Untersuchung der gehäusenahen Strömung eines einstufigen Niedergeschwindigkeitsverdichters“, Studienarbeit Nr. 405, Institut für Strömungsmechanik, TU Braunschweig, 1999
- [38] Hah, C., Schulze, R., Wagner, S., Hennecke, D. K., „Numerical and experimental study for short wave-length stall inception in a low-speed axial compressor“, Paper AIAA 99-IS-033, 14th ISABE, Florenz, 1999
- [39] Furukawa, M., Inoue, I., Saiki, K., Yamada, K., „The role of tip leakage vortex breakdown in compressor rotor aerodynamics“, ASME 98-GT-239, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1998
- [40] Furukawa, M., Inoue, I., Saiki, K., Yamada, K., „Unsteady flow behaviour due to breakdown of tip leakage vortex in an axial compressor rotor near-stall condition“,

ASME 2000-GT-666, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 2000

- [41] Hofmann, W., Ballmann, J., „Tip clearance vortex development and shock-vortex-interaction in a transonic axial compressor rotor“, 40th AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit, Reno, USA, Paper 2002-0083, 2002
- [42] Furukawa, M., Saiki, K., Nagayoshi, K., Kuroumaru, M., Inoue, I., „Effects of stream surface inclination on tip leakage flow fields in compressor rotors“, ASME 97-GT-43, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 2000
- [43] Kang, S., Hirsch, C., „Experimental study on the three-dimensional flow within a compressor cascade with tip clearance: Part II – The tip leakage vortex“, Journal of Turbomachinery, Vol. 115 Nr. 1, S. 444-452, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1993
- [44] Lakshminarayana, B., „Methods of predicting the tip clearance effects in axial flow turbomachinery“, Journal of Basic Engineering, S. 467-479, The American Society of Mechanical Engineering, 1970
- [45] Nikolos, I. K., Douvikas, D. I., Papiliou, K. D., „A method for the calculation of the tip clearance flow effects in axial flow compressors“, Part 1, ASME 93-GT-150, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1993
- [46] Nikolos, I. K., Douvikas, D. I., Papiliou, K. D., „A method for the calculation of the tip clearance flow effects in axial flow compressors“, Part 2, ASME 93-GT-151, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1993
- [47] Chen, G. T., „Vortical structures in turbomachinery tip clearance flows“, Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1991
- [48] Chen, G. T., Greitzer, E. M., Tan, C. S., Marble, F. E., „Similarity analysis of compressor tip clearance flow structure“, ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 113, April 1991, S. 260-271
- [49] Chima, R. V., „Calculation of tip clearance effects in a transonic compressor rotor“, ASME 96-GT-114, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1995
- [50] Saathoff, H., Härter, W., Stark, U., „Berechnung der Spaltverluste für Axialventilatoren nach G.T. Chen. Vergleich Theorie/Experiment“, VDI Berichte Nr. 1249 S. 351-369, VDI Verlag, Düsseldorf, 1996
- [51] Lakshminarayana, B., „Experimental investigation on the effect of tip clearance in turbomachinery“, VKI Lecture Series 1985-05, von Karman Institute for Fluid Dynamics, 1985
- [52] Hunter, I. H., Cumpsty, N. A., „Casing wall boundary-layer development through an isolated compressor rotor“, ASME 82-GT-18, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1982

- [53] Inoue, M., Kuroumaru, M., Fukuhara, M., „Behavior of tip leakage flow behind an axial compressor rotor“, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 108 Nr. 1, S. 7-14, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1986
- [54] Koch, C. C., „Stalling pressure rise capability of axial flow compressor stages“, Journal of Engineering for Power Vol. 103, S. 645-656, The American Society of Mechanical Engineering, 1981
- [55] Kang, S., Hirsch, C., „Tip leakage flow in linear compressor cascade“, ASME 93-GT-303, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1993
- [56] Zierke, W. C., Farrell, K. J., Straka, W. A., „Measurements of the tip clearance flow for a high-Reynolds-number axial-flow rotor“, Journal of Turbomachinery, Vol. 117 Nr. 3, S. 522-532, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1995
- [57] Howard, M. A., Ivey, P. C., et al., „Endwall effects at two tip clearances in a multistage axial flow compressor with controlled diffusion blading“, Journal of Turbomachinery, Vol. 116, S. 635-647, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1994
- [58] Saathoff, H., Stark, U., „Tip clearance flow in a low-speed compressor and cascade“, 4th European Conference on Turbomachinery – Fluid Dynamics and Thermodynamics ATI-CST-006/01, SGEEditoriali, Padova, 2001
- [59] Homeier, L., Saathoff, H., „Sekundärströmungen in einem hoch gestaffelten Verdichtergitter mit Spalt“, DGLR Jahrbuch 1999 Band II S. 1205-1215, 1999
- [60] Saathoff, H., Stark, U., „Endwall boundary layer separation in a single-stage axial-flow low-speed compressor and a high stagger compressor cascade“, Forschung im Ingenieurwesen Bd. 65 (2000) S. 217-224, Springer Verlag, Berlin, 2000
- [61] Dobat, A., Saathoff, H., „Experimentelle Untersuchungen zur Entstehung von Rotating Stall in Axialventilatoren“, VDI Berichte Nr. 1591 S. 345-360, VDI Verlag, Düsseldorf, 2001
- [62] Stark, U., Bross, S., „Endwall boundary layer separations and loss mechanisms in two compressor cascades of different stagger angle“, AGARD-CP-571, S. 1/1 – 1/14, 1996
- [63] Gallimore, Simon J., Bolger, John J., et al., „The use of sweep and dihedral in multistage axial flow compressor blading, Part I: University research and methods development“, ASME GT-2002-30328, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 2002
- [64] Gallimore, Simon J., Bolger, John J., et al., „The use of sweep and dihedral in multistage axial flow compressor blading, Part II: Low an high speed designs and test verification“, ASME GT-2002-30329, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 2002
- [65] Harmon, H. A., Mikolajczak, A. A., Marchant, D., „Performance of compressor blade rows in a sloping flowpath“, Journal of Engineering for Power S. 61-69, The American Society of Mechanical Engineering, 1972

- [66] Kameier, F., Neise, W., „Reduction of tip clearance noise in axial-flow machines“, AGARD-CP-571, S. 13-1 – 13-12, Canada Communication Group, Hull, 1996
- [67] Bagley, J. A., „Some aerodynamic principles for the design of swept wings“, Progress in Aeronautical Science, Vol. 3, S 1-83, Pergamon Press Oxford, 1962
- [68] Küchemann, D., Weber, J., „The subsonic flow past swept wings at zero lift without and with body“, R. & M. Nr. 2908, British Aeronautical Research Council, London, 1953
- [69] Smith, L. H., Yeh, H., „Sweep and dihedral effects in axial-flow turbomachinery“, Journal of Basic Engineering S. 401-416, The American Society of Mechanical Engineering, 1963
- [70] Thomas, F., „Strömungsuntersuchungen an Schaufelgittern mit gefeiltten Schaufeln“, Bericht 57/32, Institut für Strömungsmechanik, TU Braunschweig, 1957
- [71] Stark, U., „Strömungsuntersuchungen an gefeiltten Verdichtergittern bei kompressibler Unterschallströmung“, Forschungsbericht 67-09, Deutsche Forschungsanstalt für Luft- und Raumfahrt (DFL), 1967
- [72] Küchemann, D., „A simple method for calculating the span and chordwise loading on straight and swept wings of any given aspect ratio at subsonic speeds“, R. & M. Nr. 2935, British Aeronautical Research Council, London, 1956
- [73] Thwaites, B., „Incompressible Aerodynamics“, Dover Publications Inc., New York, 1987
- [74] Wright, T., Simmons, W. S., „Blade sweep for low-speed axial fans“, ASME 89-GT-53, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1989
- [75] Godwin, W. R., „Effect of sweep on performance of compressor blade sections as indicated by swept-blade rotor, unswept-blade rotor, and cascade test“, NACA TN 4062, 1957
- [76] Sasaki, T., Breugelmans, F., „Comparison of sweep and dihedral effects on compressor cascade performance“, ASME 97-GT-2, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1997
- [77] Stark, U., Gotthardt, H., „Theoretische und experimentelle Untersuchungen an konischen Turbinengittern, Teil 1: Potentialtheoretische Untersuchungen an gefeiltten Verdichter- und konischen Turbinengittern“, Bericht 78/2, Institut für Strömungsmechanik, TU Braunschweig, 1978
- [78] Roy, B., Borikar, V., Laxmiprasanna, P. A., Batra, A., „Low speed studies of sweep and dihedral effects on compressor cascades“, ASME GT-2002-30441, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 2002
- [79] Weingold, H. D., Neubert, R. J., et al., „Reduction of compressor stator endwall losses through the use of bowed stators“, ASME 95-GT-380, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1995

- [80] Tweedt, D. L., Okiishi, T. H., Hathaway, M. D., „Stator endwall leading-edge sweep and hub shroud influence on compressor performance“, ASME 86-GT-197, American Society of Mechanical Engineering, New York, 1986
- [81] Friedrichs, J., Baumgarten, S., Kosyna, G., Stark, U., „Effect of stator design on stator boundary layer flow in a highly loaded single-stage axial-flow low-speed compressor“, Proceedings of ASME Turbo Expo 2000 Paper 2000-GT-0616, The American Society of Mechanical Engineering, 1999
- [82] Baumgarten, S., „Untersuchungen zur Auslegung von unprofilierten Nachleitradbeschaukelungen bei hochbelasteten Axialventilatoren“, Dissertation, TU Braunschweig, 1998
- [83] Gümmer, V., Wenger, U., „The impact of sweep and dihedral on axial compressor endwall aerodynamics“, 8th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics, 2000
- [84] Gümmer, V., Wenger, U., „Using sweep and dihedral to control three-dimensional flow in transonic stators of axial compressors“, ASME Paper 2000-GT-0491, The American Society of Mechanical Engineering, 2000
- [85] Hah, C., Puterbaugh, S. L., Wadia, A. R., „Control of shock structure and secondary flow field inside transonic compressor rotors through aerodynamic sweep“, ASME 98-GT-561, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1998
- [86] Wadia, A. R., Szucs, P. N., Crall, D. W., „Inner workings of aerodynamic sweep“, Journal of Turbomachinery Vol. 120 S. 671-682, The American Society of Mechanical Engineering, 1998
- [87] Mohammed, K. P., Prithvi Raj, D., „Investigations on axial flow fan impellers with forward swept blades“, Journal of Fluids Engineering S. 543-547, The American Society of Mechanical Engineering, 1977
- [88] Beatty, L. A., Savage, M., Emery, J. C., „Low-speed cascade tests of two 45° swept compressor blades with constant spanwise loading“, NACA RM L53L07, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington D. C., 1954
- [89] Jones, R. T., „Estimated lift-drag ratios at supersonic speed“, NACA TN 1350, 1947
- [90] Clemen, C., „Randeffekte in Verdichtergittern mit Pfeilung und V-Stellung“, Studienarbeit Nr. 415, Institut für Strömungsmechanik, TU Braunschweig, 2000
- [91] Clemen, C., Stark, U., Friedrichs, J., Baumgarten, S., Kosyna, G., „Effect of mean line shape, sweep and dihedral on stator performance of a highly loaded single-stage axial-flow low-speed compressor“, 6th European Conference on Turbomachinery, Fluid Dynamics and Thermodynamics, 7-11 März 2005, Lille, Frankreich, 2005
- [92] Shang, E., Wang, Z. Q., Su, J. X., „The experimental investigations on the compressor cascades with leaned and curved blade“, ASME 93-GT-50, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1993

- [93] Weingold, H. D., Neubert, R. J., Behlke, R. F., Potter, G. E., „Bowed stators: An example of CFD applied to improve multistage compressor efficiency“, Journal of Turbomachinery Vol. 119 S. 161-168, The American Society of Mechanical Engineering, 1997
- [94] Kerrebrock, J. L., „Aircraft Engines and Gas Turbines“, 2nd ed., The MIT Press, Cambridge (MA), 1996
- [95] Wingelhofer, F., „Auslegung und Nachrechnung vielstufiger Axialverdichter mittels Stromlinienkrümmungsverfahren“, Diplomarbeit, Institut für Thermische Turbomaschinen und Energieanlagen, TU Wien, 1997
- [96] Schlichting, H., Truckenbrodt, E., „Aerodynamik des Flugzeuges“, Band 1 und 2, 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 1967, 1969
- [97] Hummel, D., „Aerodynamik I“, Vorlesungsskript WS 1998/99, Institut für Strömungsmechanik, TU Braunschweig, 1998
- [98] Hummel, D., „Aerodynamik II“, Vorlesungsskript, Institut für Strömungsmechanik, TU Braunschweig, 2001
- [99] Abbott, I. H., v. Doenhoff, A. E., Stivers Jr., L. S., „Summary of airfoil data“, NACA Report No. 824, 1945
- [100] Felix, A., Emery, J. C., „A comparison of typical gas turbine establishment and NACA axial-flow compressor blade sections in cascades of low speed“, NACA TN 3937, 1953
- [101] Wright, L. C., „Blade section for a modern axial flow compressor“, Fluid Mechanics, Acoustics and Design of Turbomachinery Part II NASA SP 304, 1970
- [102] Horack, K., Sundercock, D. M., „Aerodynamic design and performance of five stage transsonic axial flow compressor“, Journal of Engineering for Power Vol. 83 S. 303-321, The American Society of Mechanical Engineering, 1961
- [103] Lewis Jr., G. W., Schwenk, F. C., Serovy, G. K., „Experimental investigation of a transonic axial-flow-compressor rotor with double-circular-arc airfoil blade sections. I – Design, over-all performance and stall characteristics“, NACA RM E53L21a, 1954
- [104] Stratford, B. S., „The prediction of separation of the turbulent boundary layer: An experimental flow with zero skin friction throughout its region of pressure rise“, Journal of Fluid Mechanics, S. 1-35, The American Society of Mechanical Engineering, 1959
- [105] Hobbs, D. E., Weingold, H. D., „Development of controlled diffusion airfoils for multistage compressor applications“, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power Vol. 106 S. 271-278, The American Society of Mechanical Engineering, 1984
- [106] Garabedia, P., Korn, D., „A systematic method for computer design of supercritical airfoils in cascade“, Communications in Pure and Applied Mathematics XXIX, 1976

- [107] Büche, D., Guidati, G., Stoll, P., „Automated design optimization of compressor blades for stationery, large-scale turbomachinery“, GT2003-38421, ASME Turbo Expo 2003, 2003
- [108] Song, B., „Experimental and numerical investigations of optimized high-turning supercritical compressor blades“, PhD thesis, Virginia State University, 2003
- [109] Drela, M., Giles, M. B., „Viscous-inviscid analysis of transonic and low Reynolds number airfoils“, AIAA Journal Vol. 25 No. 10, S. 1347-1355, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington D.C., 1987
- [110] Friedrichs, J., „Experimentelle Untersuchungen zum Einfluss der Schaufelpfeilung auf die Strömung im Nachleitrad hochbelasteter Axialventilatoren“, Diplomarbeit Nr. 256, Institut für Strömungsmechanik, TU Braunschweig, 1997
- [111] Wisler, D. C., „Aerodynamic effects of tip clearance, shrouds, leakage flow, casing treatment and trenching in compressor design“, VKI Lecture Series 1985-05, von Karman Institute for Fluid Dynamics, 1985
- [112] Behlke, R. F., „The development of a second generation of controlled diffusion airfoils for multistage compressors“, Journal of Turbomachinery, Vol. 108, S. 32-41, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1986
- [113] Wadia, A. R., Beacher, B. F., „Three-Dimensional Relief in Turbomachinery Blading“, ASME 89-GT-151, The American Society of Mechanical Engineering, New York, 1989
- [114] Erickson, L. L., „Panel Methods – An introduction“, NASA TP-2995, Washington D. C., 1990
- [115] Schröder, W., „Berechnung der nichtlinearen Beiwerte von Flügeln mit kleinem und mittlerem Seitenverhältnis nach dem Wirbelleitervorverfahren in inkompressibler Strömung“, DFVLR-FB 78-26, Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt e.V., 1978
- [116] Körner, H., „Berechnung der potentialtheoretischen Strömung um Flügel-Rumpf-Kombinationen und Vergleich mit Messungen“, Zeitschrift für Flugwissenschaften 20, Heft 9, S. 351-368, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1972
- [117] Bertin, J.J., Smith, M.L., „Aerodynamics for engineers“, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, 1979
- [118] Clemen, C., Stark, U., „Randeffekte in Axialventilatoren mit gesichelten Schaufeln“, VDI-Berichte Nr. 1591 S. 427-442, VDI Verlag, Düsseldorf, 2001
- [119] Katz, J., Plotkin, A., „Low-speed aerodynamics“, 2nd Edition, Cambridge University Press, Cambridge, 2001
- [120] Jacobs, E. N., Ward, K. E., Pinkerton, R. M., „The characteristics of 78 related airfoil sections from tests in the variable-density wind tunnel“, NACA Report No. 460, S. 299-354, 1933

- [121] Stack, J., v. Doenhoff, A. E., „Tests of 16 related airfoils at high speed“, NACA Report No. 492, S. 339-359, 1935
- [122] Jacobs, E. N., Pinkerton, R. M., Greenberg, H., „Tests of related forward-camber airfoils in the variable-density wind tunnel“, NACA Report No. 610, S. 697- 731, 1937
- [123] Horstmann, K.-H., „Ein Mehrfach-Traglinienverfahren und seine Verwendung für Entwurf und Nachrechnung nichtplanarer Flügelanordnungen“, DFVLR-FB 87-51, Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt, Köln, 1988
- [124] Hummel, D., „Strömungsmechanik II“, Vorlesungsskript SS 1998, Institut für Strömungsmechanik, TU Braunschweig, 1998
- [125] Dierks, M., „Umdruck zur Übung Aerodynamik I“, WS 2000/01, Institut für Strömungsmechanik, TU Braunschweig, 2000
- [126] Munk, M., „General Theory of thin wing section“, NACA Report No. 142, S.245-261
- [127] Glauert, H., „The effect of compressibility on the lift of an aerofoil“, R. & M. Nr. 1135, British Aeronautical Research Council, London, 1927
- [128] Weber, J., Brebner, G. G., Low-Speed Test on 45-deg Swept-Back Wings, Part I: Pressure Measurements on Wings of Aspect Ratio 5, Reports and Memoranda 2882, Aeronautical Research Council, 1958
- [129] Trenker, M., „Über den Entwurf und die Anwendung adaptiver Geometrien zur instationären Strömungsbeeinflussung“, Dissertation, DLR Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik, Göttingen, 2001
- [130] Neumarck, S., „Velocity distribution on straight and swept-back wings of small thickness and infinite aspect ratio at zero incidence“, The Collected Works of Stefan Neumarck S. 95-134, Mono Book Corp., Baltimore, 1972
- [131] Gärtner, R., „Strömungsuntersuchungen an gepfeilten Verdichtergittern bei kompressibler Unterschallströmung. Vergleich Theorie / Experiment.“, Studienarbeit Nr. 389, Institut für Strömungsmechanik, TU Braunschweig, 1996
- [132] Scholz, N., „Aerodynamik des Schaufelgitters“, Band 1, Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1965
- [133] Stark, U., Persönliche Korrespondenz, 2005
- [134] Hürlimann, R., „Untersuchungen über Strömungsvorgänge an Schaufelenden in der Nähe von Wänden“, Mitteilungen aus dem Institut für Aerodynamik an der ETH Zürich, Nr. 31, Verlag Leemann Zürich, 1962
- [135] Clemen, C., Stark, U., „Compressor blades with sweep and dihedral: A parameter study“, Conference Proceedings, 5th European Conference on Turbomachinery, Prag, S. 151-161, 2003

- [136] Gümmer, V., Swoboda, M., Goller, M., Dobat, A., „The impact of rotor tip sweep on the three-dimensional flow in a highly-loaded single-stage low-speed axial compressor; Part I: Design and numerical results“, Conference Proceedings, 5th European Conference on Turbomachinery, Prag, S. 161-174, 2003
- [137] Rohkamm, H., Wulff, D., Kosyna, G., Saathoff, H., Stark, U., Gümmer, V., Swoboda, M., Goller, M., „The impact of rotor tip sweep on the three-dimensional flow in a highly-loaded single-stage low-speed axial compressor; Part II: Test facility and experimetal results“, Conference Proceedings, 5th European Conference on Turbomachinery, Prag, S. 175-185, 2003
- [138] Clemen, C., Gümmer, V., Goller, M., Rohkamm, H., Stark, U., Saathoff, H., „Tip-aerodynamics of forward swept rotor blades in a highly-loaded single-stage axial-flow low-speed compressor“, Paper 027, ISROMAC 10, Honolulu, Hawaii, USA, 2004
- [139] Küchemann, D., Weber, J., Brebner, G. G., „Low speed tests on wings of 45° sweep“, R. & M. Nr. 2882, British Aeronautical Research Council, London, 1951
- [140] Glas, W., „Optimierung gepfeilter Pumpenschaufeln mit evolutionären Algorithmen“, Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, TU Graz, 2000
- [141] Drela, M., Youngren, H., „A User’s Guide to MISES 2.4“, MIT Computational Aerospace Sciences Laboratory, 1996
- [142] Youngren, H., Drela, M., „Viscous/inviscid method for preliminary design of transonic cascades“, AIAA-91-2364, 27th Joint Propulsion Conference, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington D.C., 1991
- [143] Numeca International, „Fine Numeca’s Flow Integrated Environment User Manual 4.1“, Brussels, Belgium, April 2000
- [144] Baldwin, B. S., Lomax, H., „Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flow“, AIAA Paper 78-257, 1978
- [145] Goller, M., Gümmer, V., Clemen, C., Swoboda, Marius, „Enhancement of highly-loaded axial compressor stage performance using rotor blade tip tailoring;; Part I: Numerical design studies“, Conference Proceedings, 6th European Conference on Turbomachinery, Lille, S. 88-99, 2005
- [146] Rohkamm, H., Kosyna, G., Saathoff, H., Stark, U., „Enhancement of highly-loaded axial compressor stage performance using rotor blade tip tailoring; Part II: Experimetal results“, Conference Proceedings, 6th European Conference on Turbomachinery, Lille, S. 100-110, 2005
- [147] Rohkamm, H., „Entwurf eines Axialventilator-Prüfstandes“, Diplomarbeit, Pfleiderer-Institut für Strömungsmaschinen, TU Braunschweig, 2000
- [148] Rohkamm, H., „Messstellen am LSRC TU BS“, Pfleiderer-Institut für Strömungsmaschinen, TU Braunschweig, 2002

- [149] Rohkamm, H., „Berechnung der Strömungsgrößen am LSRC TU BS“, Pfeleiderer-Institut für Strömungsmaschinen, TU Braunschweig, 2002
- [150] Paul, S., „Entwurf einer Vorrichtung zur Beeinflussung des Transitionsverhaltens der Profilmströmung eines einstufigen Axialverdichters“, Konstruktiver Entwurf, Pfeleiderer-Institut für Strömungsmaschinen, TU Braunschweig, 2004
- [151] Dobat, A., „3D-Navier-Stokes-Rechnungen für hochbelastete Axialverdichterstufen verschiedener Rotorbeschaufelungen mit Pfeilung und V-Stellung“, Diplomarbeit Nr. 273, Institut für Strömungsmechanik, TU Braunschweig, 2001
- [152] Brien, D., „Numerische Untersuchungen zur Beeinflussung der Spaltströmung eines hochbelasteten Verdichterrrotors durch alternative Blattspitzengeometrien“, Diplomarbeit Nr. 284, Institut für Strömungsmechanik, TU Braunschweig, 2003
- [153] Rohkamm, H., Kosyna, G., Stark, U., Saathoff, H., „Verbesserung des Betriebsverhaltens aerodynamisch hochbelasteter Axialverdichterstufen durch Modifikation der äußeren Schaufelenden im Rotor: Experimentelle Untersuchungen“, Interner Bericht, Pfeleiderer-Institut für Strömungsmaschinen und Institut für Strömungsmechanik, TU Braunschweig, 2004
- [155] Ludewig, T., „Experimentelle Untersuchung der periodisch instationären Rotorabströmung eines 1-stufigen Niedergeschwindigkeitsverdichters“, Diplomarbeit, Pfeleiderer-Institut für Strömungsmaschinen, TU Braunschweig, 2004
- [155] Wilke, I., Kau, H.-P., „Wechselwirkung zwischen Rotorströmung und Casing Treatment“, DGLR-JT2001-084, Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress 2001
- [156] Cheng, P., Greitzer, E. M., et al., „Effects of compressor hub treatment on stator stall and pressure rise“, AIAA Journal Vol. 21 No. 7, S. 469-475, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington D.C., 1984
- [157] Gümmer, V., Goller, M., Swoboda, M., „Numerical Investigation of Endwall Boundary Layer Removal on Highly-Loaded Axial Compressor Blade Rows“, ASME GT2005-68699, Proceedings of ASME Turbo Expo 2005: Power for Land, Sea and Air, 6. – 9. Juni, Reno-Tahoe, Nevada, USA, 2005