Entwurf von Textilbetonverstärkungen – computerorientierte Methoden mit verallgemeinerten Unschärfemodellen*

Jan-Uwe Sickert[1], Wolfgang Graf[2], Stephan Pannier[3]

Zusammenfassung: Im Beitrag werden drei Methoden für den Entwurf und die Bemessung von Textilbetonverstärkungen vorgestellt. Für eine Vorbemessung wird die Variantenuntersuchung angewendet, z.B. für die Bestimmung der Anzahl an Textillagen. Für die Festlegung von Realisierungen mehrerer kontinuierlicher Entwurfsvariablen unter Berücksichtigung unterschiedlicher Entwurfsziele und Entwurfsnebenbedingungen werden die Fuzzy-Optimierung und die direkte Lösung der Entwurfsaufgabe skizziert. Mit der Fuzzy-Optimierung werden Kompromisslösungen für die multikriterielle Entwurfsaufgabe ermittelt. Die direkte Lösung basiert auf der explorativen Datenanalyse von Punktmengen, die als Ergebnis einer unscharfen Tragwerksanalyse vorliegen, und liefert Bereiche – sog. Entwurfsteilräume – als Grundlage für die Auswahl des Entwurfs.

Summary: In this paper three methods are introduced to design and dimension textile reinforced concrete strengthening layers. For an initial sizing the investigation of variants is applied, e.g. determining the number of textile layers. Realizations of continuous design variables may be selected by means of the fuzzy optimization and the direct solution of the inverse design task both under consideration of multiple objectives and constraints. Fuzzy optimization provides results for the multi-criteria design task supporting well-balanced decisions. The direct solution is based on an explorative data analysis of a point set available as result of an uncertain structural analysis and provides decision margins – so called design subspaces – for an appropriate design.

1 Einleitung

Textilbetonverstärkungen sind dünne Textilbetonschichten, die auf bestehende Stahlbeton-Tragwerke aufgebracht werden, um deren Tragfähigkeit zu erhöhen. Die Textilbetonschichten bestehen aus einer Feinbetonmatrix und Textil. Das Textil wird als grobmaschiges Gelege aus

*Dies ist eine begutachtete Veröffentlichung./This is a peer-reviewed paper.
Online verfügbar/Online available: urn:nbn:de:bsz:14-ds-1244047293129-54264
[1]Dr.-Ing., Institut für Statik und Dynamik der Tragwerke, Technische Universität Dresden
[2]Prof. Dr.-Ing., Institut für Statik und Dynamik der Tragwerke, Technische Universität Dresden
[3]Dipl.-Ing., Institut für Statik und Dynamik der Tragwerke, Technische Universität Dresden

Karbonfasern oder alkaliresistenten Glasfasern hergestellt. Der Entwurf von Textilbetonverstärkungen beinhaltet u.a. die Auswahl eines Textiles und einer Betonmatrix, die Bestimmung der Schichtdicke und der Anzahl textiler Lagen. Die Vorbehandlung der bestehenden Oberfläche, die Fertigungstechnologie und die Nachbehandlung müssen ebenso festgelegt werden. Ein weiterer, von den vorgenannten Entwurfsvariablen abhängiger, Bestandteil der Entwurfsaufgabe ist der Nachweis der Tragsicherheit. Die Tragsicherheit kann über die Maße Zuverlässigkeit, Lebensdauer oder Robustheit (s. Abschnitt 3) als Zielfunktion oder Nebenbedingung beim Entwurf berücksichtigt werden. Weitere Zielfunktionen bzw. Ziele sind Wirtschaftlichkeit und Ästhetik.

Die komplexe Entwurfsaufgabe kann wegen der Vielzahl (unscharfer) Einflußgrößen und des nichtlinearen Tragverhaltens des Composites aus bestehender Stahlbetonkonstruktion und Textilbetonverstärkung manuell nicht immer zufriedenstellend gelöst werden. Insbesondere sind keine qualifizierten Aussagen zur Zuverlässigkeit, Robustheit und Lebensdauer mit Handrechnungen möglich. Als Alternative werden im Abschnitt 4 die computerorientierten Methoden Variantenuntersuchung, Fuzzy-Optimierung und sicherheitszielorientierte Bemessung für den Entwurf auf der Basis unscharfer nichtlinearer FE-Analysen vorgestellt.

Beim Entwurf von Textilbetonverstärkungen ist der Ingenieur mit dem Phänomen der Datenunschärfe konfrontiert. Experimente und theoretische Überlegungen zeigen, dass die Angabe scharfer Werte für Material- und Geometriegrößen nicht zutreffend ist. Auftretende Datenunschärfe muss mit adäquaten Modellen (s. Abschnitt 2) quantifiziert und im Entwurfsprozess berücksichtigt werden.

2 Verallgemeinerte Unschärfemodelle

Datenunschärfe kann entsprechend ihrer Ursache in epistemische und aleatorische Unschärfe unterteilt werden [2], [8]. Epistemische Unschärfe resultiert aus der fehlenden Kenntnis des wirklichen Wertes einer Größe, für die angenommen wird, dass sie im Kontext einer Analyse einen festen Wert besitzt. Zum Beispiel ist die Kraft, bei der ein bestimmtes Filament versagt, ein scharfer Wert; sie wird in der Realität jedoch nie scharf erfassbar sein, da weder die scharfe Beobachtung noch die scharfe Definition des Versagensphänomens gelingt. Synonyme für epistemische Unschärfe sind subjektive, reduzierbare und Typ-B Unschärfe. Die aleatorische Unschärfe ist in der inhärenten Variation des Verhaltens eines Systemes begründet. Sie wird auch als stochastische, nicht reduzierbare und Typ-A Unschärfe bezeichnet. Beispielsweise können die Variationen der Materialeigenschaften und der Geometrie zwischen einzelnen Filamenten der aleatorischen Unschärfe zugeordnet werden. Bei der Quantifizierung mit Wahrscheinlichkeitsmodellen tritt jedoch zusätzlich epistemische Unschärfe auf.

Für eine zutreffende Bewertung von Entwurfsvarianten ist die epistemische Unschärfe von der aleatorischen Unschärfe zu unterscheiden, siehe auch [2]. Während die aleatorische Unschärfe adäquat mit stochastischen Modellen beschrieben werden kann, ist die epistemische Unschärfe zutreffend mit nichtstochastischen Modellen quantifizierbar, siehe [11]. Die Kombination der

stochastischen Beschreibung mit dem nichtstochastischen Modell Fuzziness führt auf das mathematisch definierte Unschärfemodell Fuzzy-Zufälligkeit, siehe z.B. [11], [18]. Dieses Modell ermöglicht die Erfassung der Unschärfe bestehender Stahlbeton-Tragwerke und Textilbeton entsprechend ihrer Ursache als eine Voraussetzung für eine zutreffende Beurteilung der Sicherheit.

3 Maße zur Bewertung von Entwürfen bei Unschärfe

3.1 Zuverlässigkeit

Die Zuverlässigkeit von Tragwerken wird mit unscharfen Maßen bewertet. Neben dem klassisch verwendeten Wahrscheinlichkeitsmaß sind Maße wie die Möglichkeit, die Notwendigkeit oder die Plausibilität anwendbar [11]. Auf der Basis des Unschärfemodells Fuzzy-Zufälligkeit wird das Maß Fuzzy-Wahrscheinlichkeit definiert. Dieses verallgemeinerte Maß stellt eine Erweiterung des klassischen Wahrscheinlichkeitsmaßes auf eine bewertete Menge reeller Wahrscheinlichkeiten dar und enthält die klassische Wahrscheinlichkeit als Sonderfall.

Mit dem Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsmaß wird die relative Auftretenshäufigkeit von Versagensereignissen bewertet. Versagensereignisse treten auf, wenn vorgegebene Grenzzustände überschritten werden, z.B. der Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit oder der Grenzzustand der Tragfähigkeit des Gesamtsystems. Das Maß für die Zuverlässigkeit eines Tragwerks ist dann die Fuzzy-Versagenswahrscheinlichkeit $\tilde{\mathrm{P}}_\mathrm{f}$. Sie ist das Ergebnis der Fuzzy-Integration

$$\tilde{\mathrm{P}}_\mathrm{f} = \left\{ \int_{\mathrm{g}(\underline{\mathrm{s}},\, \underline{\mathrm{x}}) \leq 0} \mathrm{f}(\underline{\mathrm{s}},\ \underline{\mathrm{x}})\ \mathrm{d}\underline{\mathrm{x}}\ \forall\, \underline{\mathrm{s}} \in \underline{\tilde{\mathrm{s}}} \right\} \tag{1}$$

der Fuzzy-Verbunddichtefunktion $\{\mathrm{f}(\underline{\mathrm{s}}, \underline{\mathrm{x}})\ \forall\ \underline{\mathrm{s}} \in \underline{\tilde{\mathrm{s}}}\}$ über den Versagensbereich, der mit einer Fuzzy-Grenzzustandsfunktion $\{\mathrm{g}(\underline{\mathrm{s}}, \underline{\mathrm{x}}) = 0\ \forall\ \underline{\mathrm{s}} \in \underline{\tilde{\mathrm{s}}}\}$ berandet ist. Die $\underline{\mathrm{s}} \in \underline{\tilde{\mathrm{s}}}$ sind Elemente der Fuzzy-Scharparameter $\underline{\tilde{\mathrm{s}}}$, die Trajektorien $\mathrm{f}(\underline{\mathrm{s}}, \underline{\mathrm{x}})$ und $\mathrm{g}(\underline{\mathrm{s}}, \underline{\mathrm{x}})$ der zugehörigen Fuzzy-Funktionen spezifizieren. Das Tragverhalten von verstärkten Strukturen ist zeitabhängig [1], [13]. Zur Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit werden die Eingangsgrößen der Simulation als scharfe und/oder fuzzy-stochastische Prozesse modelliert. Mit einer Zeitdiskretisierung werden die Fuzzy-Versagenswahrscheinlichkeiten mit einer Fuzzy-Integration über die Fuzzy-Verbunddichtefunktion aller Diskretisierungspunkte τ berechnet. Das Ergebnis ist die Fuzzy-Funktion $\tilde{\mathrm{P}}_\mathrm{f}(\tau)$.

$$\tilde{\mathrm{P}}_\mathrm{f}(\tau) = \left\{ \int_{\mathrm{g}(\underline{\mathrm{s}},\underline{\mathrm{x}}) \leq 0} \mathrm{f}(\underline{\tau},\ \underline{\mathrm{s}},\ \underline{\mathrm{x}})\ \mathrm{d}\underline{\mathrm{x}}\ \forall\, \underline{\mathrm{s}} \in \underline{\tilde{\mathrm{s}}} \right\} \tag{2}$$

3.2 Lebensdauer

Schädigung und Deterioration führen bei Tragwerken zu zeitabhängigen Veränderungen der Tragfähigkeit und als Folge i.d.R. zu einer Abnahme der Zuverlässigkeit. Die Zuverlässigkeit wird mit Hilfe der zeitabhängigen Fuzzy-Versagenswahrscheinlichkeit $\tilde{\mathrm{P}}_\mathrm{f}(\tau)$ bewertet.

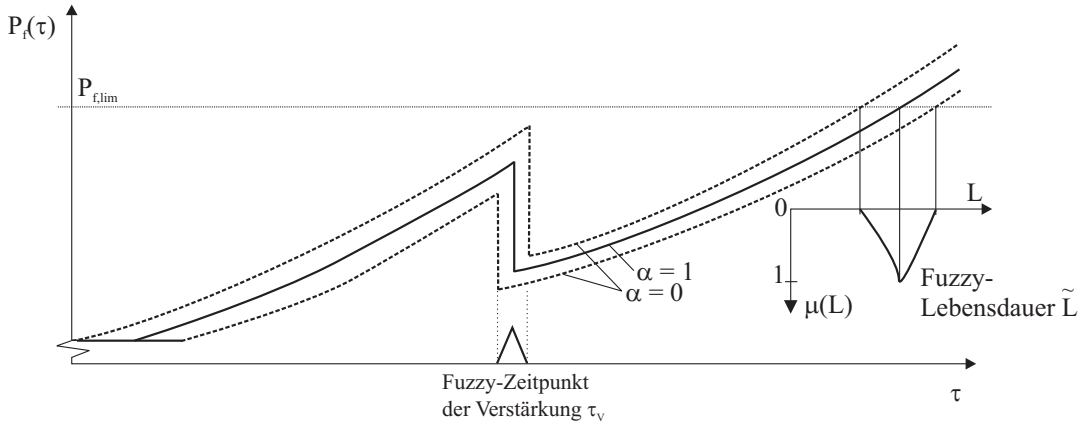

Bild 1: Fuzzy-Prozess der Versagenswahrscheinlichkeit und Fuzzy-Lebensdauer

Figure 1: Fuzzy process of failure probability and fuzzy lifetime

Die Fuzzy-Versagenswahrscheinlichkeit eines Tragwerkes kann mit Hilfe einer Textilbetonverstärkung reduziert werden. Der Zeitpunkt, an dem die Fuzzy-Versagenswahrscheinlichkeit vorgegebene Werte $\mathrm{P_{f,lim}}$ überschreitet, wird hier als Fuzzy-Lebensdauer $\tilde{\mathrm{L}}$ definiert, siehe Bild 1. Neben der Zuverlässigkeit können weitere Grenzzustände eingeführt werden, bei deren Überschreitung die Lebensdauer eines Tragwerkes erreicht ist.

Dauerhaftigkeits- und Dauerstandsaspekte bei Textilbetonverstärkungen sind beim Entwurf zu berücksichtigen. Mit modellfreien Methoden prognostizierte zeitabhängige Veränderungen, wie z.B. in [7] beschrieben, und phänomenologisch modellierte unscharfe Degradationsprozesse können bei der Lebensdauerermittlung nach Abschnitt 4 berücksichtigt werden.

3.3 Robustheit

Derzeit existieren verschiedene Definitionen für Robustheit, die auf unterschiedliche Aufgaben angewendet werden. Eine weitverbreitete Definition charakterisiert eine Struktur als robust, wenn sie in der Lage ist außergewöhnlichen Belastungen zu widerstehen. Außergewöhnliche Belastungen sind kurzzeitige inadäquate Nutzung, Überlastung und nicht vorhersehbare Ereignisse. Ein weiterer Aspekt ist die Vermeidung eines progressiven Kollapses infolge lokaler Versagensereignisse [9]. Zur Bewertung der Robustheit wird die ermittelte Versagenslast mit möglichen Lastszenarien verglichen. Alternativ wird in [5] die Robustheit als Verhältnis des direkten Risikos eines lokalen Versagensereignisses zu den daraus resultierenden indirekten Risiken für Folgeschäden definiert. Aus diesen Beispielen ist ersichtlich, dass die Bewertung der Robustheit immer eine Vordefinition möglicher „unvorhersehbarer" Ereignisse voraussetzt. Für Ereignisse (Lastfälle, Bauteilausfälle), die nicht untersucht wurden, kann keine Robustheitsbewertung abgeleitet werden. Eine weitere Definition der Robustheit zielt auf den Einfluss der Unschärfe der Eingangsgrößen und auf die Tragwerksantworten. Die Tragwerksantworten sollten möglichst wenig von den Variationen der Eingangsgrößen abhängen [17].

Ein erweitertes Robustheitsmaß, vorgestellt in [15], vereint die beschriebenen Aspekte in einem Maß. Dieses Maß ist im Gegensatz zur Zuverlässigkeit ein relatives Maß mit dem Entwürfe für Verstärkungen eines Tragwerkes untereinander verglichen werden können.

4 Computerorientierte Methoden

Art, Geometrie und Material einer Verstärkung sind im Entwurfsprozess zu bestimmen. Bei Anwendung einer Textilbetonverstärkung, beinhaltet die Materialauswahl die Bestimmung der Komponenten Feinbeton und Textil. Für das Textil müssen die Rovings für unterschiedliche Richtungen und das Beschichtungsmaterial definiert werden. Weiter müssen Geometriegrößen wie die Maschenweite, die Rovingrichtungen, die Anzahl textiler Lagen und die Schichtdicke gewählt werden. Variable physikalische Material- und Geometriegrößen repräsentieren die gewählten Materialien und Dimensionen des Entwurfes. Materialgrößen sind z.B. die Zug- und Druckfestigkeit der Matrix, die Zugfestigkeit der Rovings sowie die Verbundsteifigkeit und -festigkeit zwischen Matrix und Textil. Die Entwurfsaufgabe kann nur dann zutreffend gelöst werden, wenn alle sensitiven Größen auch Eingangsgrößen des Strukturmodells sind.

Das Tragverhalten von Textilbetonverstärkungen hängt von einer Vielzahl sensitiver Größen ab, die auf der Mikro-, Meso- oder Makroebene definiert sind [1]. Hier wird das Multi-Referenzebenen-Modell (MRM) nach [16] als Strukturmodell verwendet, da es die unscharfe Analyse komplexer Stahlbeton-Tragwerke mit Verstärkungsschichten ermöglicht. In diesem phänomenologischen Modell können einige der Material- und Geometriegrößen auf der Makroebene direkt berücksichtigt werden, z.B. die Druckfestigkeit des Feinbetons und die Zugfestigkeit der Rovings. Weitere Effekte können implizit berücksichtigt werden, da sie Phänomene wie Tension Stiffening, Schlupf oder Filamentversagen beeinflussen. Diese Phänomene werden als Funktionen von Parametern modelliert. Diese Parameter bilden zusammen mit den direkten Material- und Geometriegrößen die Eingangsgrößen der computerorientierten Entwurfsmethoden und werden in Entwurfsvariablen $\underline{\mathrm{x}}_\mathrm{d}$ und a-priori Parameter $\underline{\mathrm{p}}$ unterteilt. Entwurfsvariablen sind alle Größen, die während des Entwurfsprozesses innerhalb problemspezifischer Grenzen bei kontinuierlichen Größen oder aus einer Menge möglicher Werte bei diskreten Größen wählbar sind. A priori Parameter sind dagegen vordefiniert und können nicht verändert werden.

Alle Variablen und Parameter können deterministisch oder unscharf sein. Bei Berücksichtigung der Unschärfe entsprechend Abschnitt 2 werden die $\underline{\mathrm{x}}_\mathrm{d}$ und $\underline{\mathrm{p}}$ zu Fuzzy-Zufallsgrößen $\underline{\tilde{\mathrm{X}}}_{\mathrm{d}[]}$ und $\underline{\tilde{\mathrm{P}}}$. Die $\underline{\tilde{\mathrm{X}}}_{\mathrm{d}[]}$ repräsentieren eine Menge von Fuzzy-Zufallsgrößen $\underline{\tilde{\mathrm{X}}}_\mathrm{d}$, die vorteilhaft als Funktionen von scharfen Entwurfsvariablen $\underline{\mathrm{e}}_\mathrm{d}$ angegeben werden.

$$\underline{\tilde{\mathrm{X}}}_{\mathrm{d}[]} = \left\{ \underline{\tilde{\mathrm{X}}}_\mathrm{d} | \underline{\tilde{\mathrm{X}}}_\mathrm{d} = \underline{\tilde{\mathrm{H}}}_{\mathrm{x_d}}(\underline{\mathrm{e}}_\mathrm{d}) \right\} \tag{3}$$

Die scharfen Entwurfsvariablen $\underline{\mathrm{e}}_\mathrm{d}$ werden eingeführt, um die Unschärfe vorteilhaft in der numerischen Simulation zu berücksichtigen. Sie bieten dem entwerfenden Ingenieur die Grundlage für intuitive Entscheidungen bei Einhaltung der geforderten Zuverlässigkeit.

4.1 Variantenuntersuchung

Entwurfsaufgaben werden in der Ingenieurpraxis in der Regel mit Variantenuntersuchungen gelöst. Diskrete Entwürfe werden vordefiniert und mit Hilfe benutzerdefinierter Kriterien verglichen. Die Anzahl der untersuchten Entwürfe bleibt meist klein, so dass der Variantenvergleich mit moderatem numerischen Aufwand möglich ist. Mit steigender Anzahl an Entwurfsvariablen und zu untersuchender Varianten wird ein diskretes Optimierungsproblem formuliert, dass z.B. mit Methoden der Kombinatorik zu lösen ist. Für jede vordefinierte Variante wird das Bewertungsmaß (z.B. Lebensdauer, Robustheit) berechnet. Die Variante mit dem besten Ergebnis spezifiziert die Vorzugsvariante.

4.2 Fuzzy-Optimierung

Bei komplexen Tragstrukturen und einer Vielzahl an Entwurfsvariablen ist die manuelle Selektion von Entwurfsvarianten der Variantenuntersuchung ineffizient. Realisierungen der Entwurfsvariablen werden deshalb computergestützt mit Optimierungalgorithmen gezielt ausgewählt. Sind Fuzzy-Zufallsgrößen bei der Optimierung zu berücksichtigen, wird aus der deterministischen Zielfunktion $\mathrm{z} = \mathrm{f}_{\mathrm{obj}}(\underline{\mathrm{x}}_{\mathrm{d}}, \underline{\mathrm{p}})$ die unscharfe Funktion $\tilde{\mathrm{Z}} = \mathrm{f}_{\mathrm{obj}}(\underline{\mathrm{x}}_{\mathrm{d}}, \underline{\tilde{\mathrm{P}}}_{\mathrm{X}})$ und aus den Nebenbedingungen $\underline{\mathrm{g}} = \underline{\mathrm{f}}_{\mathrm{g}}(\underline{\mathrm{x}}_{\mathrm{d}}, \underline{\mathrm{p}}) \leq \underline{\mathrm{g}}^*$ die unscharfe Bedingung $\underline{\tilde{\mathrm{G}}} = \underline{\mathrm{f}}_{\mathrm{g}}(\underline{\mathrm{x}}_{\mathrm{d}}, \underline{\tilde{\mathrm{P}}}_{\mathrm{X}}) \leq \underline{\tilde{\mathrm{G}}}^*$. Die fuzzy-stochastischen Funktionswerte $\tilde{\mathrm{Z}}$ und $\tilde{\mathrm{G}}$ werden mit einer fuzzy-stochastischen Analyse für den Entwurf $\underline{\mathrm{x}}_{\mathrm{d}}$ erhalten. Für die numerische Durchführung dieser fuzzy-stochastischen Analyse hat sich die Scharparameterdarstellung von Fuzzy-Zufallsgrößen als geeignet herausgestellt. Die Fuzziness der fuzzy-zufälliger Größen wird im Vektor der Fuzzy-Scharparameter $\underline{\tilde{\mathrm{s}}}$ zusammengefasst, $\underline{\tilde{\mathrm{P}}}_{\mathrm{X}} = \underline{\mathrm{P}}_{\mathrm{X}}(\underline{\tilde{\mathrm{s}}})$. Für Ergebnisse Z wird der Vektor $\underline{\tilde{\sigma}}$ in gleicher Weise eingeführt, $\tilde{\mathrm{Z}} = \mathrm{Z}(\tilde{\underline{\sigma}})$. Für jeden Entwurf $\underline{\mathrm{x}}_{\mathrm{d}}$ wird die Abbildung $\underline{\mathrm{P}}_{\mathrm{X}}(\underline{\tilde{\mathrm{s}}}) \mapsto \mathrm{Z}(\tilde{\underline{\sigma}})$ durch die Abbildung $\underline{\tilde{\mathrm{s}}} \mapsto \tilde{\underline{\sigma}}$ ersetzt. Für diese Aufgabe wird die Fuzzy-Analyse eingesetzt. Die Zufälligkeit wird in unscharfen Maßen, z.B. der Versagenswahrscheinlichkeit, kondensiert. Im Ergebnis ist ein Fuzzy-Optimierungsproblem zu lösen, siehe [12]. Das Ergebnis der Fuzzy-Optimierung ist ein einzelner numerisch generierter Entwurf, für den kein Entscheidungsfreiraum vorhanden ist.

4.3 Inverse Lösung – sicherheitszielorientierte Bemessung

Die Grundidee der inversen Lösung nach [10] folgt aus der funktionalen Abhängigkeit einer Strukturanalyse

$$\underline{\mathrm{z}} = \mathrm{f}(\underline{\mathrm{x}}) \tag{4}$$

zwischen Eingangsgrößen $\underline{\mathrm{x}}$ und Tragwerksantworten $\underline{\mathrm{z}}$. Diese Abbildung ist bei textilverstärkten Tragwerken i.d.R. numerisch auszuwerten. Dabei wird eine Menge von Punkten $\underline{\mathrm{x}}$

(Realisierungen der Eingangsgrößen) auf eine Menge von Punkten $\underline{z}$ abgebildet. Die resultierende Punkt-zu-Punkt-Zuordnung $\underline{x},\ \underline{z}$ bildet die Basis der sicherheitszielorientierten Bemessung entsprechend

$$\underline{x} = f^{-1}(\underline{z}). \tag{5}$$

Eingangsgrößen $\underline{x}$ sind die zu bestimmenden Entwurfsvariablen. Bei der sicherheitszielorientierten Bemessung repräsentieren die unscharfen Maße von Abschnitt 3 die Tragwerksantworten z_i. Alternative Entwurfsziele sind z.B. die Zuverlässigkeit, die (Rest-)Lebensdauer und die Robustheit der verstärkten Struktur. Aufbauend auf neuen Methoden und Algorithmen zur Sicherheitsbeurteilung mit unscharfen Entwurfsparametern wird die Lösung des inversen Problems für alternative Entwurfsziele möglich. Die Lösung des inversen Problems für das Beispiel Lebensdauer wird mit folgendem Algorithmus gefunden:

1. Festlegen der Entwurfsparameter (zum Verstärkungszeitpunkt $\tau = \tau_v$)
2. Festlegen der a-priori-Parameter (zeitabhängig)
3. Festlegen der Schädigungseinflüsse und der zugeordneten deterministischen Modelle (z.B. MRM)
4. Bestimmung des optimalen Entwurfsteilraumes
    - Wahl von Punkten im Raum der Entwurfsvariablen
    - für jeden Punkt:
        - Berechnen der Versagenswahrscheinlichkeit $\tilde{P}_f$ für diskrete Zeitpunkte
        - Bestimmen des Zeitpunktes zu dem $\tilde{P}_f(\tau) > P_{f,lim}$; damit Lebensdauer gefunden
        - Markieren der Lebensdauer im Raum der Entwurfsvariablen und Bewertung der Zulässigkeit
    - Explorative Datenanalyse im Raum der Entwurfsvariablen zur Bestimmung zulässiger Entwurfsteilräume
    - Bewertung zulässiger Entwurfsteilräume

Die grundlegende Idee der inversen Lösung der Entwurfsaufgabe besteht in der Anwendung einer explorative Datenanalyse im Raum der Entwurfsvariablen. Sie bietet die Möglichkeit in hochdimensionalen Entwurfsräumen zusammenhängende Bereiche zu detektieren. Für diese Aufgabe werden deterministische und Fuzzy-Clustermethoden eingesetzt, wobei Praxisrelevanz insbesondere mit Fuzzy-Clustermethoden erreicht wird [10]. Die Fuzzy-Clustermethoden ermöglichen neben der Lösung des Zuordnungsproblems eine graduelle Bewertung der ermittelten Menge zulässiger Entwürfe.

Die sicherheitszielorientierte Bemessung von Textilbetonverstärkungen für die Entwurfsziele Zuverlässigkeit, Lebensdauer und Robustheit erfordert einen hohen numerischen Aufwand. Der numerische Aufwand wird maßgeblich von der vielfach abzuarbeitenden nichtlinearen

deterministischen Grundlösung (u.a. MRM [16]) bestimmt, mit der die Tragwerksantworten ermittelt werden. Zur Reduktion der Anzahl der mit der deterministischen Grundlösung wiederholt zu berechnenden Tragwerksantworten, werden diese mit Hilfe von Antwortflächen approximiert. Antwortflächenapproximationen sind mit einzelnen neuronalen Netzen und mit Kombinationen verschiedener neuronaler Netze in Netzwerk-composite, committee machines und Patchworkapproximation möglich.

Mit der inversen Lösung wird ein Entwurfsteilraum ausgewiesen, dessen Elemente die gestellten Anforderungen als Gesamtheit am besten erfüllen. Der zur Realisierung vorgeschlagene Entwurf kann aus diesem Entwurfsteilraum gewählt werden.

5 Beispiel

Als Beispiel für die Anwendung der computerorientierten Methoden nach Abschnitt 4 wird hier die sicherheitszielorientierte Bemessung einer Textilbetonverstärkung für eine Stahlbeton-Plattenbalkendecke skizziert. Ein Ausschnitt der Decke mit zwei Balken ist in Bild 2 gezeigt. Unter den Balken ist eine Transporteinrichtung angehängt. Zur Gewährleistung des zuverlässigen Betriebs darf die maximale Verschiebung der Anhängepunkte den Wert $\mathrm{v}_3 = 3\ \mathrm{cm}$ mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht überschreiten. Das Sicherheitsniveau ist infolge von Deteriorationsprozessen zeitabhängig und wird mit Hilfe der Fuzzy-Versagenswahrscheinlichkeit $\tilde{\mathrm{P}}_\mathrm{f}(\tau)$ quantifiziert. Der Wert $\tilde{\mathrm{P}}_\mathrm{f}(\tau)$ soll im Nutzungszeitraum größer als $\mathrm{P}_{\mathrm{f,lim}} = 0,005$ sein. Ziel der Untersuchung ist es, die Entwurfsvariablen so zu bestimmen, dass eine Restlebensdauer von 30 Jahren gewährleistet werden kann. Ein Entwurf ist zulässig, wenn im Zeitraum von 30 Jahren $\tilde{\mathrm{P}}_\mathrm{f}(\tau) < \mathrm{P}_{\mathrm{f,lim}}$ gilt.

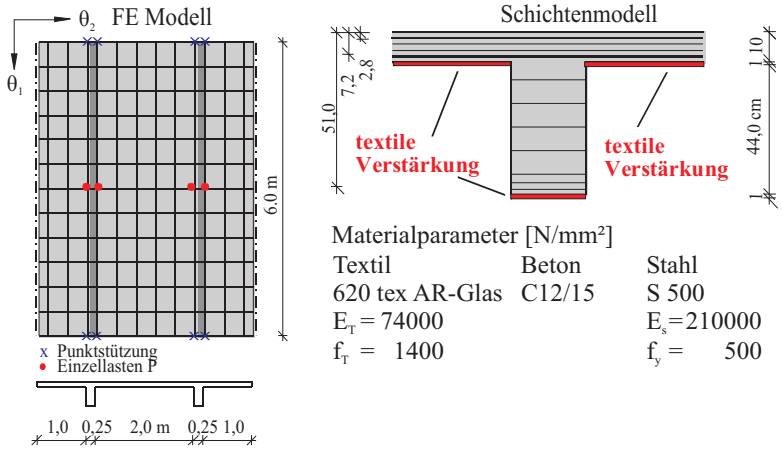

Bild 2: Geometrie, Material und FE-Modell

Figure 2: Geometry, material, and FE model

Tabelle 1: Unscharfe a-priori Eingangsgrößen
Table 1: Uncertain a-priori input variables

Name	Typ	Parameter 1	Parameter 2
$f_{c,t}$ (Zugfestigkeit Textilbeton)	lognormal	$\mu = x_{1,d}$	$\sigma = 0,1 \cdot x_{1,d}$
f_c (Druckfestigkeit Altbeton)	normal	$\mu = 20\ N/mm^2$	$\tilde{\sigma} =< 2,0; 2,5; 3,0 > N/mm^2$
p_1 [kN]	GUMBEL	$a = 2,565$	$b = 5,699$
p_2 [kN]	GUMBEL	$\tilde{\mu} =< 5,7; 6,0; 6,3 >$	$\sigma = 0,5$

Entwurfsvariablen sind der Mittelwert $x_{1,d} = e_d$ der zufälligen Zugfestigkeit des Feinbetons $f_{c,t}$ (unter Berücksichtigung der textilen Bewehrung) und die Bewehrungsmenge $x_{2,d}$. Ausführbare und zulässige Entwürfe werden in den Intervallen $X_{1,d} = [5,5;\ 6,3]\,N/mm^2$ und $X_{2,d} = [0,5;\ 3,0]\,cm^2/m$ erwartet, die den Entwurfsraum formen. Die Unschärfe von $f_{c,t}$ wird mit der Zufallsgröße X_d erfasst. X_d und alle weiteren Material-, Geometrie- und Belastungsgrößen sind a-priori Parameter. Belastungsgrößen sind die Eigenlast g_1, die Flächenlasten p_1, p_2 und die Einzellasten P aus der Transporteinrichtung. Die unscharfen Größen sind in Tabelle 1 zusammengefasst.

Die Deterioration wird durch eine Vielzahl unscharfer Phänomene beeinflusst. Sie werden hier summarisch mit der Fuzzy-Funktion

$$\tilde{d}_K(\tau) = e^{-\int_0^\tau \lambda(\tau,\tilde{s})} \text{ mit } \lambda(\tau,\tilde{s}) = \begin{cases} 10^{-4} \text{ if } \tau \le \tau_0 \\ 10^{-4} + \frac{1}{3000}\left(e^{\frac{\tau\cdot\tilde{s}}{20}} - e^{\frac{\tau_0\cdot\tilde{s}}{20}}\right) \text{ else} \end{cases} \quad (6)$$

mit τ_0 = 20 Jahren und dem Fuzzy-Scharparameter $\tilde{s} = \langle 0,9;\ 1,0;\ 1,1\rangle$ quantifiziert. Die Fuzzy-Funktionswerte von $\tilde{d}_K(\tau)$ werden in jedem Zeitschritt mit der globalen tangentialen Steifigkeitsmatrix multipliziert.

Die zeitabhängige Sicherheitsbeurteilung wurde für 1000 Parameterkombinationen (Punkte aus dem Entwurfsraum) durchgeführt. Als Ergebnis liegen für jeden Punkt die zugehörigen Fuzzy-Funktionen $\tilde{P}_f(\tau)$ vor. Exemplarisch sind zwei Fuzzy-Funktionen in Bild 3 dargestellt. Die Fuzzy-Lebensdauer wurde bestimmt und ist eingetragen. Für die Punkt-zu-Punkt-Zuordnung werden die linken Supportgrenzen gewählt. Mit dieser Wahl werden die Zuverlässigkeitsanforderung für alle Realisierungen der Fuzzy-a-priori-Größen eingehalten. Neben der Lebensdauer bildet die Bedingung

$$f_e(x_{k,d}) = \left(0,53\left(\frac{x_{1,d} - x_{1,d,l}}{x_{1,d,u} - x_{1,d,l}}\right) + 0,2\right) + \left(0,9\left(\frac{x_{2,d} - x_{2,d,l}}{x_{2,d,u} - x_{2,d,l}}\right) - 0,328\right) \le 1 \quad (7)$$

ein weiteres Kriterium für die Zulässigkeit eines Entwurfes und steht stellvertretend für eine Begrenzung der Herstellungskosten.

Die Prüfung auf Einhaltung der Nebenbedingungen führt auf die Menge zulässiger Punkte mit 434 Elementen. Diese Punkte sind die Eingangsgrößen einer Clusteranalyse, in deren Ergebnis drei Entwurfsteilräume $\underline{\tilde{x}}^{[k]^+}$, $k = 1,2,3$ erhalten werden. Da in diesem einführenden

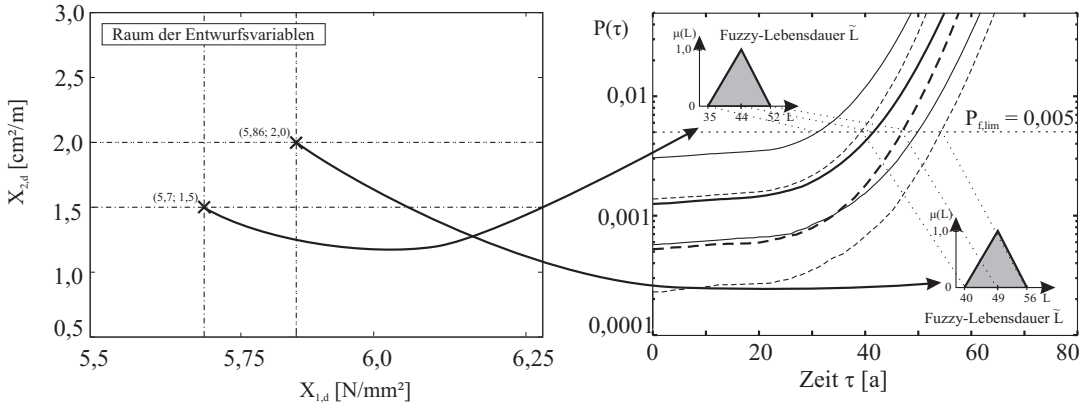

Bild 3: Zeitabbhängige Fuzzy-Versagenswahrscheinlichkeit und Fuzzy-Lebensdauer

Figure 3: Time-dependent fuzzy failure probability and fuzzy lifetime

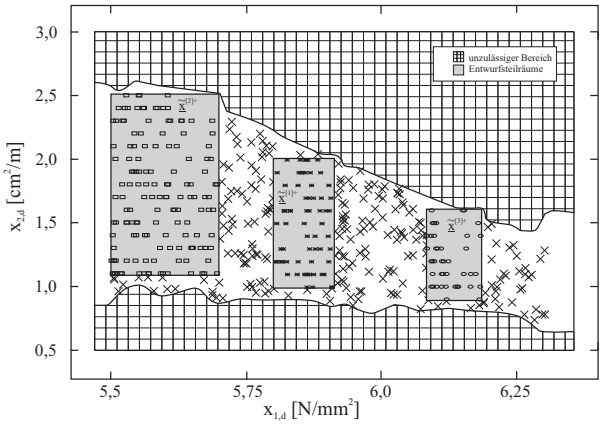

Bild 4: Festlegung zulässiger Entwurfsteilräume - Ergebnis der Clusteranalyse

Figure 4: Determination of permissible design subspaces - result the of cluster analysis

Beispiel nur zwei Entwurfsvariablen berücksichtigt wurden, sind die zulässigen Entwürfe und die $\underline{\tilde{x}}^{[k]+}$, $k = 1, 2, 3$ noch visualisierbar, siehe Bild 4. Die Entwurfsteilräume werden mit den Kriterien

$$K_I^{[k]}\left(\underline{\tilde{x}}^{[k]+}\right) = \frac{1}{A} \cdot \int_{\underline{x} \in \underline{\tilde{x}}^{[k]+}} \left(1 - \frac{f_e\left(\underline{x}\right)}{2}\right) d\underline{x}, \tag{8}$$

und

$$K_{II}^{[k]}\left(\underline{\tilde{x}}^{[k]+}\right) = A = \int_{\underline{x} \in \underline{\tilde{x}}^{[k]+}} d\underline{x}. \tag{9}$$

bewertet und das Optimum $\underline{\tilde{x}}_{opt}$ ermittelt. Das Kriterium $K_I^{[k]}\left(\underline{\tilde{x}}^{[k]+}\right)$ bewertet die Kosten eines Entwurfes mit Hilfe der Funktion $f_e(x_{k,d})$ nach Gl. (7). Mit $K_{II}^{[k]}\left(\underline{\tilde{x}}^{[k]+}\right)$ wird die Größe

des Entwurfsteilraumes berechnet. Um dem entwerfenden Ingenieur möglichst große Entscheidungsfreiräume zu bieten, werden große Teilräume angestrebt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 zusammengefasst. $\underline{\tilde{x}}^{[2]^+}$ bietet im Vergleich den größten Entscheidungsfreiraum und stellt bezüglich der Kosten im Mittel die optimale Variante dar $\underline{\tilde{x}}_{\mathrm{opt}} = \underline{\tilde{x}}^{[2]^+}$. Die zugehörigen Intervalle der Entwurfsvariablen sind $\mathrm{X}_{1,\mathrm{d}} = [5,5;\ 5,7]\,\mathrm{N/mm^2}$ und $\mathrm{X}_{2,\mathrm{d}} = [1,1;\ 2,5]\,\mathrm{cm^2/m}$. Unter Berücksichtigung der Unschärfe der a-priori Eingangsgrößen wird mit $\underline{\tilde{x}}_{\mathrm{opt}}$ eine Fuzzy-Lebendauer von mindestens $\tilde{\mathrm{L}} = \langle 33,\ 43,\ 51\rangle$ prognostiziert.

Tabelle 2: Bewertung der Entwurfsteilräume nach Gl. (8) und Gl. (9)
Table 2: Evaluation of design subspaces according to Eq. (8) and Eq. (9)

	$\mathrm{K}_{\mathrm{I}}^{[\mathrm{k}]}$	$\mathrm{K}_{\mathrm{II}}^{[\mathrm{k}]}$
$\tilde{x}^{[1]^+}$	$0,728$	$0,107$
$\tilde{x}^{[2]^+}$	$\underline{0,740}$	$\underline{0,272}$
$\tilde{x}^{[3]^+}$	$0,698$	$0,069$

Danksagung

Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die finanzielle Unterstützung der Forschung im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 528 „Textile Bewehrungen zur bautechnischen Verstärkung und Instandsetzung".

6 Literatur

[1] BRAMESHUBER, W. (Hrsg.): *Textile reinforced Concrete - State-of-the-Art report ot RILEM Technical Committee 201 - TRC.* Bagneux: RILEM, 2006

[2] DER KIUREGHIAN, A.: Analysis of structural reliability under parameter uncertainties. *Probabilistic engineering mechanics* 23 (2008), S. 351–358

[3] DUBOIS, D.; PRADE, H.: The three semantics of fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems* 90(2) (1997), S. 141–150

[4] ENGLAND, J.; AGARWAL, J.; BLOCKLEY, D.: The vulnerability of structures to unforeseen events. *Computers & Structures* 86 (2008), S. 1042–1051

[5] FABER, M.; NARASIMHAN, H.: Advances in the evaluation of robustness of structures. In: MAZZOLANI, F. (Hrsg.) *Urban habitat constructions under catastrophic events - COST Action 26.* Universität Malta, 2008

[6] FRANGOPOL, D.; MAUTE, K.: Life-cycle reliability-based optimization of civil and aerospace structures. *Computers & Structures* 81(2003), S. 397–410

[7] FREITAG, S.; GRAF, W.; KALISKE, M.: Prognose des Langzeitverhaltens von Textilbeton-Tragwerken mit rekurrenten neuronalen Netzen. In: CURBACH, M. (Hrsg.): *CTRS4 – 4. Kolloquium zu textilbewehrten Tragwerken*. Technische Universität Dresden, 2009

[8] HELTON, J.C.; JOHNSON, J.D.; OBERKAMPF, W.L.; STORLIE, C.B.: A sampling-based computational strategy for the representation of epistemic uncertainty in model predictions with evidence theory. *Computational methods in applied mechanics and engineering* 196 (2007), S. 3980–3998

[9] KRÄTZIG, W.B.; HARTE, R.: Robustheit von Tragwerken – ein vergessenes Entwurfsziel? In: RUGE, P. ; GRAF, W. (eds.) *10. Dresdner Baustatik-Seminar, Neue Bauweisen – Trends in Statik und Dynamik*. Technische Universität Dresden, Institut für Statik und Dynamik der Tragwerke, 2006, S. 349–360

[10] LIEBSCHER, M.: *Dimensionierung und Bewertung von Tragwerken bei Unschärfe*. Technische Universität Dresden: Veröffentlichung Institut für Statik und Dynamik der Tragwerke, Heft 13, 2007, Dissertation

[11] MÖLLER, B.; BEER, M.: Engineering Computation Under Uncertainty – Capabilities of Non-Traditional Models. *Special issue of Computers & Structures* 86 (2008), S. 1024–1041

[12] PANNIER, S.; SICKERT, J.-U.; GRAF, W.: Optimization under consideration of uncertain input quantities. *PAMM* 8 (2008), S. 10781–10782

[13] SICKERT, J.-U.: *Fuzzy-Zufallsfunktionen und ihre Anwendung bei der Tragwerksanalyse und Sicherheitsbeurteilung*. Technische Universität Dresden: Veröffentlichung Institut für Statik und Dynamik der Tragwerke, Heft 9, 2005, Dissertation

[14] SICKERT, J.-U.; GRAF, W.; PANNIER, S.: Strengthening with textile reinforced concrete reliability based design with imprecise probability. In: BONDINDI, F.; FANGOPOL, D. (eds.): *1st International Symposium on Life-Cycle Civil Engineering, 2008, Varenna*. Boca Raton: CRC press, 2008, S. 463–468

[15] SICKERT, J.-U.; PANNIER, S.; GRAF, W.; JENKEL, C.: Robustness assessment of structures incorporating generalized uncertainty models. In: HIROKANE, M. (Hrsg.): *10th International Conference on Structural Safety and Reliability, 2009, Osaka*. (zur Veröffentlichung angenommen)

[16] STEINIGEN, F.; GRAF, W.; HOFFMANN, A.; KALISKE, M.: Nachträglich verstärkte Stahlbetontragwerke – Strukturanalyse mit unscharfen Daten. In: CURBACH, M. (Hrsg.): *CTRS4 – 4. Kolloquium zu textilbewehrten Tragwerken*. Technische Universität Dresden, 2009

[17] TAGUCHI, G.; CHOWDHURY, S.; WU, Y.: *Taguchi's Quality Engineering Handbook*. New York: Wiley, 2004

[18] VIERTL, R.: *Statistical Methods for Non-Precise Data*. Boca Raton, New York, London, Tokyo: CRC Press, 1996