

TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DRESDEN

Fakultät  
Bauingenieurwesen

# 1. Dresdner Probabilistik- Symposium – Sicherheit und Risiko im Bauwesen



Dresden, 14. November 2003



1. Dresdner Probabilistik-  
Symposium  
– Sicherheit und Risiko im  
Bauwesen –

Dresden, den 14. November 2003

Die Deutsche Bibliothek CIP Einheitsaufnahme  
Ein Titeldatensatz für diese Publikation ist bei der Deutschen Bibliothek erhältlich.  
ISBN-10: 3-00-019234-4  
ISBN-13: 978-3-00-019234-0

© Dirk Proske Verlag  
Herausgeber: Dirk Proske  
2. Auflage, September 2006  
Alle Rechte vorbehalten

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch nur bei auszugsweiser Verwertung, vorbehalten.

Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichnungen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, daß diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige gesetzlich geschützte Kennzeichen handeln, wenn sie als solche nicht eigens markiert sind.





## Vorwort

Das Titelbild dieses Tagungsbandes zeigt im Vordergrund das 1893 vollendete Blaue Wunder von Dresden und im Hintergrund den 1969 fertiggestellten Fernsehturm. Das eine ist ein Bauwerk aus Stahl zur Querung einer großen horizontalen Entfernung. Mit diesem Bauwerk beschäftigt sich seit vielen Jahren der Lehrstuhl für Stahlbau an der Technischen Universität Dresden. Das zweite Bauwerk auf dem Bild dient zur Überwindung einer beträchtlichen Höhe. Dieses Betonbauwerk wurde unter maßgeblicher Mitwirkung von Prof. Brendel, einem ehemaligen Inhaber des Lehrstuhles für Stahlbeton, Spannbeton und Massivbrücken errichtet. Beide Bauwerke zeichnen sich neben ihrer Eleganz durch interessante statische Systeme aus. Das Wissen über die Baustoffe allein reicht nicht aus, um sichere Bauwerke zu errichten. Auch das Wissen über das Verhalten von Baustrukturen unter Einwirkungen ist dafür notwendig. Der Lehrstuhl für Statik, der sich hauptsächlich dieser Thematik widmet, darf mit Recht als Vorreiter an der Fakultät Bauingenieurwesen bei der Untersuchung von Sicherheitsfragen für Bauwerke gelten. Herr Prof. Müller, Lehrstuhlinhaber bis 1996, hielt bereits Vorlesungen über das moderne probabilistische Sicherheitskonzept, welches die Grundlage für die sich heutzutage immer mehr durchsetzenden semi-probabilistischen Sicherheitskonzepte darstellt. Doch nicht nur in der Lehre wurde das Thema behandelt.

Zahlreiche Forscher an den drei genannten Lehrstühlen behandelten Fragen der Sicherheit von Bauwerken. Vielfältige Veröffentlichungen und Dissertationen zeugen davon. Die bauaufsichtliche Einführung der DIN 1055-100 und mit ihr die erstmalige Einführung eines einheitlichen Sicherheitskonzepts für Bauwerke in Deutschland ist Grund genug, dieses über die Jahre gesammelte Wissen sowohl den für die Bauwerke verantwortlichen Behörden als auch dem praktischen Ingenieur im Büro vorzustellen. Die Veranstalter hoffen, dem genannten Personenkreis damit bei schwierigen Entscheidungen bei der Beurteilung von Bauwerken neue Lösungsmöglichkeiten aufzuzeigen.

Die Veranstalter bedanken sich herzlich bei allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern, die zum Gelingen des 1. Dresdner Probabilistik-Symposium beigetragen haben. Unser Dank gilt auch den Förderern zahlreicher Forschungsprojekte, wie z.B. der Deutschen Forschungsgemeinschaft oder Herrn OBR Nitzsche von der Obersten Baubehörde Bayerns.

Prof. Dr.-Ing. Manfred Curbach

Prof. Dr.-Ing. habil. Wolfgang Graße

Prof. Dr.-Ing. habil. Bernd Möller

Dipl.-Ing. Dirk Proske



## Inhaltsverzeichnis

Einführung in die Sicherheitsbetrachtungen von Bauwerken <i>M. Curbach &amp; D. Proske</i> .....	8
Probabilistische Sicherheitsbeurteilung von Stahlbeton-Konstruktionen mit der Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung <i>B. Möller, W. Graf, R. Schneider</i> .....	9
Zuverlässigkeitskonzept (Teil II) <i>W. Graße</i> .....	33
Methodik der Risikountersuchungen <i>M. Curbach &amp; D. Proske</i> .....	53
Juristische Grundlagen von Risikountersuchungen – Recht und Risiko <i>B. M. Risch</i> .....	67
Nutzung der Monte-Carlo-Simulation zur probabilistischen Bemessung <i>P. Marek</i> .....	77
Das Antwort-Flächen-Verfahren <i>M. Curbach &amp; S. Weiland</i> .....	91
Zur probabilistischen Beurteilung der Gebrauchstauglichkeit von Verbundträgern <i>H. Flederer</i> .....	107
Ein Beitrag zur Wind- und Schneelastmodellierung <i>P. Lieberwirth</i> .....	123
Der Fraktilwert von Rißbreitenberechnungsmodellen (und andere Mysterien) <i>L. Eckfeldt</i> .....	139

# Einführung in die Sicherheitsbetrachtungen von Bauwerken

Manfred Curbach, Dirk Proske

**Zusammenfassung:** Es erfolgt eine Einleitung in die Thematik Sicherheit und Risiko im Bauwesen. Dabei wird kurz auf die Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Risikountersuchungen im Bauwesen eingegangen.

## 1 Einleitung

Menschen haben jeden Tag Kontakt zu Produkten, die sie nicht selbst hergestellt haben. Menschen verzehren industriell produzierte Lebensmittel, sie bewegen sich mit industriell gefertigten Autos, sie gehen zum Arzt und bekommen Medikamente verschrieben und sie leben und arbeiten nahezu überwiegend in Gebäuden. Jede einzelne der beispielhaft hier geschilderten Handlungen unterliegt der Forderung der Sicherheit: Lebensmittel müssen sicher sein, Autos müssen sicher sein, Medikamente müssen sicher sein und auch Bauwerke müssen sicher sein. Jedes Produkt muß so sicher sein, daß sich der Nutzer bei der Anwendung über die Sicherheit keine Gedanken machen muß. Der Nutzer muß vertrauen können, denn er ist nur in den seltensten Fällen in der Lage dazu, die Sicherheit eines Produktes objektiv zu beurteilen. Die Sicherheit von Produkten jeglicher Art ist eine unabdingbare Voraussetzung für ein gesundes, langes und erfülltes Leben von Menschen, die diese Produkte anwenden. Gleichzeitig ist die Sicherheit auch für den Erfolg dieser Produkte mit verantwortlich. Sicherheit ist in den modernen Gesellschaften ein Grundrecht des Menschen. Der Staat als oberster Wächter über die Sicherheit aller Handlungen, Produkte und Ereignisse innerhalb seiner Grenzen hat dieses Recht gesetzlich verankert, so z.B. in der Landesbauordnung, der Verfassung, der deliktrechtlichen Produkthaftung § 823 Abs. 1, BGB und dem § 1 Abs. 1 des PHG.

Das Sicherheitsbedürfnis des Menschen war und ist ein wesentlicher Antrieb bei der Entwicklung der Menschheit. Die Unsicherheit der Nahrungssuche im Winter in den gemäßigten Klimazonen der Erde hat zur Entwicklung des Ackerbaus und zur Viehzucht geführt. Die Unsicherheit meteorologischer Bedingungen, wie Regen, Schnee, Sonne, Hitze und der mögliche Angriff von Mensch und Tier hat dazu geführt, daß Menschen sich Häuser oder Burgen bauen. Für die mühevollen und gefährlichen Querungen von Flüssen wurden Brücken gebaut. Man kann sagen, daß die Selbsthaftigkeit des Menschen in letzter Konsequenz auf Sicherheitsbedürfnisse zurückzuführen ist.

Immer hat der Mensch versucht, Sicherheit zu erreichen, in dem er Unsicherheit ausschließt. Es erscheint darum nur vernünftig, daß man Sicherheit nicht direkt als solche, sondern umgekehrt über die Verringerung der Unsicherheit beschreibt.

So wurden auch historisch die ersten Sicherheitsanforderungen definiert. Unter Hammurabi (vor ca. 4000 Jahren) wurden die Anforderungen an die Sicherheit des Bauwerkes in Verbindung zur körperlichen Unversehrtheit, also Sicherheit, des Baumeisters gesetzt: Stirbt der Bauherr bei der Nutzung, so wird auch der Baumeister hingerichtet. Stirbt der Sohn des Bauherren, so wird auch der Sohn des Baumeisters hingerichtet, etc. [7]. Bereits in der Bibel wird der Begriff der Sicherheit in Verbindung mit sicherer Unterkunft gebraucht [4]. Auch heute müssen Bauwerke diesen fundamentalen Anspruch von Menschen erfüllen.

Im Bauwesen ist Sicherheit die qualitative Fähigkeit eines Tragwerkes, Einwirkungen zu widerstehen (DIN 1055-100). Die Entscheidungsgrundlage über das Vorhandensein dieser Fähigkeit erfordert ein quantitatives Maß. Dafür verwendet man den Begriff der Zuverlässigkeit eines Tragwerkes. Damit existiert ein quantitatives Maß für die Fähigkeit eines Tragwerkes, Einwirkungen zu widerstehen. Die Zuverlässigkeit wiederum wird in den gegenwärtig vorliegenden Bauvorschriften als Wahrscheinlichkeit interpretiert (DIN ISO 8930, 1.1 & 1.2).

Mit der Anwendung der Wahrscheinlichkeit erkennt man an, daß die verwendeten Eingangsgrößen oder Berechnungsverfahren die Wirklichkeit nur unzureichend beschreiben können. Der Versuch einer Norm, eine beliebige Eigenschaft von Beton mit nur einer Zahl zu definieren, kann nur ein Kompromiß sein. Auch die Größe aller Menschen kann nicht mit einer einzigen Zahl erfaßt werden. Vielfältige Herstellungsbedingungen oder vielfältige Zuschlagsstoffe führen beim Beton dazu, daß selbst innerhalb eines Bauteiles die Eigenschaften des Betons nicht konstant sind. Diese Tatsache der Unsicherheit gilt nicht nur für die Materialgrößen oder die Widerstandsgrößen, auch die Bemessungsverfahren besitzen Unsicherheiten. Es ist z.B. bekannt, daß der Spannungsrechteckblock des Betons für die Biegebemessung physikalisch nicht korrekt ist. Man kann damit aber mit ausreichender Genauigkeit eine Bemessung durchführen. Es wird akzeptiert, daß das Verhalten des Stahlbetonbauteiles nicht hundertprozentig wirklichkeitsnah rechnerisch beschrieben werden kann. Ein zweites Beispiel für die Grenzen der rechnerischen Modelle ist die linear-elastische Biegemomentenberechnung im Stahlbetonbau und die nichtlineare Spannungsverteilung bei der Biegebemessung. Oft hilft auch die Einführung weiterentwickelter Berechnungsverfahren nicht weiter, da diese meistens zu einer deutlichen Erhöhung der erforderlichen Eingangsgrößen führen, die selbst wieder nur eingeschränkt exakt ermittelt werden können. Man könnte dies mit der berühmten Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation vergleichen: Je genauer ein Berechnungsverfahren, um so mehr Eingangsgrößen werden benötigt, die wiederum Ungenauigkeiten einschleppen. Es gibt scheinbar eine Grenze der Genauigkeit, die trotz immer besserer mathematisch-mechanischer Erfassung nicht überschritten werden kann, da die Unsicherheit der Eingangsgrößen durch ihre steigende Zahl immer mehr an Bedeutung gewinnt. Den Betrag der Änderung des Endergebnisses durch Änderungen der Eingangsgrößen kann man durch Sensibilitätsrechnungen untersuchen.

## 2 Sensibilitätsrechnungen

Ziel dieser sogenannten Sensibilitätsrechnungen ist die Abschätzung des Einflusses der Eingangsgröße auf das Endergebnis. Wohl jeder Bauingenieur hat instinktiv schon derartige Rechnungen durchgeführt, wenn er sich über die eine oder andere Eingangsgröße unsicher war.

Obwohl Sensibilitätsuntersuchungen schon lange durchgeführt werden, haben sie in den letzten Jahren eine erhebliche Weiterentwicklung erfahren. Dies betrifft sowohl die Darstellung der Abhängigkeiten in graphischer Form als auch die Untersuchungstiefe. So hat die Bauhausuniversität Weimar ein Modul für das Programm SLANG entwickelt, mit dem neben den Abhängigkeiten (Korrelationen) zwischen einzelnen Eingangsgrößen und Ergebnis auch die Einwirkungskombinationen der Eingangsgrößen über die Eigenwertermittlung der Korrelationsmatrix untersucht werden kann [15]. Ähnliche Verfahren findet man auch bei anderen Autoren.

Bei Sensibilitätsuntersuchungen geht man nur davon aus, daß Eingangsgrößen in einem gewissen Korridor liegen können. Man kennt derartige Grenzen aus verschiedenen Produktionen. So wird die Stahlfestigkeit von den Stahlwerken in gewissen Grenzen angegeben, aber auch im Alltag findet man derartige Schranken. Informationen über das Verhalten der Eingangsgrößen zwischen diesen Toleranzgrenzen liegen aber nicht vor. Ob die Werte der Eingangsgröße sehr häufig nahe der unteren Toleranzgrenze liegen oder ob jeder Wert gleichhäufig vorkommt, bleibt unbestimmt. Den Verlauf der Werte zwischen den Toleranzgrenzen kann man mit den Hilfsmitteln der Statistik beschreiben. Relative Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind in der Lage, die Streuung der Eingangsgröße quantitativ zu erfassen.

## 3 Wahrscheinlichkeitsrechnung

### 3.1 Geschichte

Die ersten Vorschläge zur Verwendung von Wahrscheinlichkeiten im Bauwesen gehen auf eine Arbeit in Deutschland von Mayer (1926) [6] und in der Sowjetunion von Chocialov (1929) zurück. In den 30er Jahren befaßten sich bereits, unabhängig voneinander, Streleckij (1935) in der Sowjetunion, W. Wierzbicki (1936) in Polen und Prot (1936) in Frankreich mit der Beschreibung der Sicherheit von Bauwerken als Zufallerscheinungen [7]. Bereits im Jahre 1944 wurde in der Sowjetunion ein Dekret durch die Volkskommissare zum Beginn der Arbeiten für die Einführung der wahrscheinlichkeitstheoretischen Methode der Grenzzustände herausgegeben [8]. 1947 veröffentlichte Freudenthal seinen bekannten Aufsatz über die Sicherheit von Bauwerken [25]. In den 50er Jahren flossen die ersten Erkenntnisse in Bauvorschriften ein [7]. In Deutschland erlebte die Forschung zu diesem Thema in den 70er Jahren eine Blüte durch die Einrichtung des Sonderforschungsbereiches 96 „Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke“ in München. Zur Zeit wird durch das Joint Committee on Structural Safety der IABSE, CIB, RILEM, fib and ECCS bereits an einem ersten vollprobabilistischen Modelcode gearbeitet [9].

Wahrscheinlichkeitstheoretische Grundlagen sind heute fester Bestandteil moderner Vorschriften im Bauwesen (GruSiBau [10], E DIN 1055-100 [1], DIN 18 800, Eurocode 0 bis 8 [11], [12], [13], [14]).

### **3.2 Computerprogramme**

In den letzten Jahrzehnten haben die probabilistischen Berechnungsverfahren einen rasanten Aufschwung erfahren. Die Anzahl der Beispiele ist enorm gewachsen. Inzwischen gibt es zahlreiche Anbieter kommerzieller und nichtkommerzieller Programme für die Durchführung derartiger Berechnungen. Einige Programme seien hier genannt:

- ANSYS (SAS IP [19])
- COMREL (RCP GmbH [18])
- COSSAN (Leopold-Franzens Universität Innsbruck [23])
- DIANA (TU Delft [22])
- EXCEL [24]
- NESSUS (SWRI [20])
- PERMAS (INTES GmbH [17])
- RACKV (TU Dresden – Institut für Massivbau)
- SLANG (Bauhausuniversität Weimar [21])

Neben der vermehrten Anwendung der bereits vorhandenen probabilistischen Verfahren wird auch eine Weiterentwicklung der Verfahren beobachtet. Nach wie vor entsteht durch die Verknüpfung hochwertiger mechanischer Modelle mit probabilistischen Verfahren ein enormer Rechenaufwand. Die Verringerung dieses Aufwandes ist eines der Hauptziele der Weiterentwicklung der Verfahren. Allerdings konnten hier in den letzten Jahren Erfolge erzielt werden, die sowohl auf der Verschmelzung der Finiten-Elementen-Methode mit FORM/SORM-Verfahren über die Antwort-Flächen-Modellierung basieren als auch bei der Anwendung der Monte-Carlo-Simulation bzw. ihrer Derivate. Beispielhaft genannt seien die Verschmelzung von Monte-Carlo-Simulation mit neuronalen Netzen, der Einsatz von Komprimierungsverfahren aus der Bildverarbeitung für die Entwicklung von Antwort-Flächen-Verfahren oder die Beschreibung einer Antwort-Fläche als stochastisches Feld. Die Anwendung der probabilistischen Verfahren hat aber auch die diesem Modell inne-wohnenden Grenzen aufgezeigt. Weiterentwicklungen des Sicherheitsansatzes sind z.B. Fuzzy-Modelle. Diese Art der Sicherheitsbeschreibung wird im Augenblick intensiv an der Technischen Universität Dresden am Institut für Statik untersucht.

## **4 Risikobetrachtungen**

Auch das Risiko ist eine Weiterentwicklung des Sicherheitsansatzes, allerdings in starker Anlehnung an die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Die Anwendung des Risikos als Sicherheitsbegriff findet sich auch schon in Baunormen. So wird den Bauingenieuren bei außergewöhnlichen Einwirkungen das Recht eingeräumt, ein Restrisiko zu akzeptieren (Eurocode 1 [12], DIN 1055-9 [2]). Damit muß neben der bisher genutzten Wahrscheinlichkeit des Versagens auch die Konsequenz des Tragwerkversagens berücksichtigt werden.

Der Begriff des Risikos wird häufig mit großen Unfällen oder Katastrophen in Friedenszeiten in Verbindung gebracht. Beispiele für solche Unglücke sind Erdbeben, Stürme, Fluten, Flugzeugabstürze oder Explosionen. Eine umfassende Darstellung dieser Problematik kann in diesem Rahmen nicht erfolgen, ein kurze Einführung zu Risiken findet man in [3].

Als Beispiel für Unglücke seien hier nur schwere historische Explosionen genannt: Im Jahre 1645 explodierte z.B. ein Pulverturm in Delft [5]. Die Explosion war ca. 80 km weit zu hören und noch heute befinden sich an dem Platz des Pulverturmes ein Markt. 1807 erfolgte eine Explosion einer Barkasse in der Stadt Leiden. Ca. 150 Menschen, darunter 50 Kinder, fanden dabei den Tod. Napoleon besuchte den Ort der Katastrophe und verfaßte 1910 einen kaiserlichen Erlaß. Dieser Erlaß regelte, welche Manufakturen sich innerhalb einer Stadt ansiedeln dürfen. Manufakturen mit einer zu großen Gefährdung der Bevölkerung wurden aus Städten verbannt. Es muß bedauerlicherweise festgestellt werden, daß der Umgang mit Sprengstoff sich auch in den folgenden Jahrhunderten nicht besserte. 1867 ereignete sich eine schwere Explosion von Sprengstoffen in Athen. Im zweiten Weltkrieg geriet ein brennendes Frachtschiff mit Sprengstoff beladen in den Hafen von Bombay und explodierte anschließend. Die Explosion soll nach Schätzungen die Sprengkraft einer kleinen Atombombe besessen haben. Und uns allen wird auch noch das Unglück von Enschede (Niederlande) in Erinnerung sein.



Abb. 1: Explosion eines Pulverturmes in Delft 1654 (links) und die Stadt Leiden nach der Explosion einer mit Schwarzpulver beladenen Barkasse 1807 (rechts)

Der Verweis auf die Niederlande erfolgt an dieser Stelle nicht von ungefähr. Die Niederlande, Großbritannien, Hongkong und die USA waren federführend bei der Entwicklung von Risikokriterien. Es ist nicht verwunderlich, daß es sich bei drei der vier Länder um relativ dichtbesiedelte Länder handelt. Bereits in den fünfziger und sechziger Jahren begann man in diesen Ländern, erste Ansätze für die Beschreibung von Risiken zu entwerfen. Bekannt sein dürfte aus den USA die sogenannte Farmer-Kurve. Es handelt sich hierbei um die Ursprungsform der sogenannten *F-N*-Diagramme. Diese wurden bekannt durch den sogenannten Rasmussen-Report bzw. durch die WASH-1400 Studie. Einige wichtige Dokumente bei der Entwicklung von Risikountersuchungen waren:

- F.R. Farmer, "Siting Criteria – A New Approach," IAEA, Vienna, 1967.
- Reactor Safety Study, WASH-1400, US Nuclear Regulatory Commission, 1975.
- First Modern NASA PRA (Space Shuttle Proof-of-Concept Study), 1987.
- PRA Policy Statement, US NRC, 1995.

- Tooele Chemical Agent Disposal QRA, US Army, 1996.

Für die Niederlande, Großbritannien und Hongkong sind in Abb. 2 wichtige Dokumente und Unfälle in den historischen Kontext eingeordnet.

Es bleibt festzustellen, daß die Bedeutung von Risikountersuchungen auf Grund der immer begrenzter vorhandenen finanziellen Mittel auch in risikosensiblen Bereichen, wie z.B. dem Gesundheitswesen, an Bedeutung gewinnen wird. Dabei müssen aber die juristischen Rahmenbedingungen noch entwickelt werden.

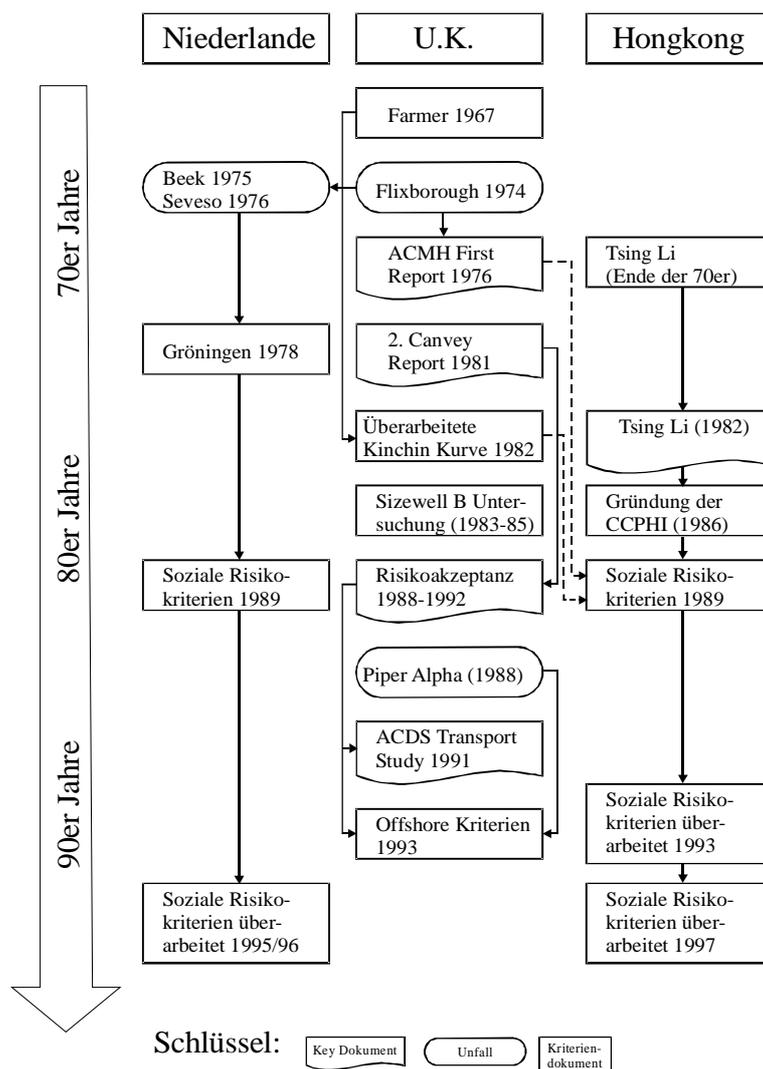


Abb. 2: Meilensteine bei der Entwicklung von Risikoakzeptanzwerten für Soziale Risiken nach [30]

## 5 Literatur

- [1] E DIN 1055-100: *Einwirkungen auf Tragwerke*, Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln, Juli 1999
- [2] E DIN 1055-9: *Einwirkungen auf Tragwerke* Teil 9: Außergewöhnliche Einwirkungen. März 2000
- [3] Curbach, M.; Nitzsche, W.-M.; Proske, D.: Die Sicherheit von Brücken im Vergleich zu anderen Risiken. 12. *Dresdner Brückenbausymposium*, Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität Dresden (Hrsg.), Dresden: 2002
- [4] Hof, W.: Zum Begriff Sicherheit. *Beton- und Stahlbetonbau* 86 (1991), Heft 12, Seite 286-289
- [5] Ale, B.J.M.: Keynote lecture: Living with risk: a management question. (Hrsg.) T. Bedford, P.H.A.J.M. van Gelder: *Safety & Reliability - (ESREL) European Safety and Reliability Conference 2003*, Maastricht, Netherlande, A.A. Balkema Publishers, Lisse 2003, Volume 1, Seite 1-10
- [6] Mayer, M.: Die Sicherheit der Bauwerke und ihre Berechnung nach Grenzkraften anstatt nach zulässigen Spannungen. Berlin: Verlag von Julius Springer, 1926
- [7] Murzewski, J.: *Sicherheit der Baukonstruktionen*. VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, DDR, 1974
- [8] Tichý, M.: Probleme der Zuverlässigkeit in der Theorie von Tragwerken. Vorträge zum Problemseminar: *Zuverlässigkeit tragender Konstruktionen*. Weiterbildungszentrum Festkörpermechanik, Konstruktion und rationeller Werkstoffeinsatz. Technische Universität Dresden – Sektion Grundlagen des Maschinenwesens. Heft 3/76, 1976
- [9] Joint Committee of Structural Safety: *Probabilistic Model Code*: <http://www.jcss.ethz.ch>, 2002
- [10] Normenausschuß Bauwesen im DIN: Grundlagen zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen. Ausgabe 1981, Beuth Verlag 1981
- [11] ENV 1991 –1 Eurocode 1: *Basis of Design and Action on Structures*, Part 1: Basis of Design. CEN/CS, August 1994
- [12] ENV 1991–2–7 Eurocode 1: *Basis of Design and Action on Structures*, Part 2-7: Action on structures – Accidental actions due to impact and explosions. CEN/CS, August 1998
- [13] ENV 1991-2-7: Eurocode 1: Basis of design and actions on structures –Part 2-7: *Actions on structures –Accidental actions due to impact and explosions*. CEN/TC 250 Eurocodes für konstruktiven Ingenieurbau, Januar 1996.
- [14] ENV 1991-2-7: Eurocode 1: *Grundlage der Tragwerksplanung und Einwirkungen auf Tragwerke* – Teil 2-7: Einwirkungen auf Tragwerke – Außergewöhnliche Einwirkungen. Deutsche Fassung, August 1998

- [15] Will, J.; Roos, D.; Riedel, J.; Bucher, Chr.: *Robustness Analysis in Stochastic Structural Mechanics*. NAFEMS-Seminar: Einsatz der Stochastik in FEM-Berechnungen, 7.-8. Mai 2003, Wiesbaden
- [16] Marczyk, J.: *Does Optimal Mean Best?* NAFEMS-Seminar: Einsatz der Stochastik in FEM-Berechnungen, 7.-8. Mai 2003, Wiesbaden
- [17] INTES Ingenieurgesellschaft für technische Software mbH: <http://www.intes.de/>
- [18] RCP GmbH (Reliability Consulting Programs): <http://www.strurel.de/EPages/index.html>
- [19] ANSYS Inc. Corporate Information: <http://www.ansys.com/>
- [20] Southwest Research Institute: <http://www.nessus.swri.org/faq-capabilities.shtml>
- [21] Bauhausuniversität Weimar: <http://www.uni-weimar.de/Bauing/ism/>
- [22] Waarts, P.; Vrouwenvelder, T.: Structural Reliability using the Finite Element Method. *1<sup>st</sup> International ASRANet Colloquium*. 8-10<sup>th</sup> July 2002, Glasgow, auf CD
- [23] Leopold-Franzens Universität Innsbruck <http://mechanik.uibk.ac.at/SoftwareDevelopment/Cossan/index.html>
- [24] Low, B.K. & Teh, C.I. *Probabilistic Analysis of Pile Deflection under Lateral Loads*. In: Application of Statistics and Probability ICASP 8 (ed. R. E. Melchers & M. G. Stewart), Volume 1, Rotterdam: A. A. Balkema, 2000, 407-414
- [25] Freudenthal, A.M.: Safety of Structures, *Transactions ASCE*, V. 112, 1947, S. 125-180
- [26] Ellingwood, B.R.: Probability-based structural design: Prospects for acceptable risk bases. *Application of Statistics and Probability (ICASP 8)*, Sydney, 1999, Band 1, Seite 11-18
- [27] Spaethe, G.: *Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen*, 2. neubearbeitete Auflage, Wien, Springer Verlag, 1992
- [28] Kafka, P.: How safe is safe enough? – An unresolved issue for all technologies. *Safety and Reliability.*, (Eds.) Schuëller & Kafka, Balkema, Rotterdam, 1999, Seite 385-390
- [29] Rackwitz, R.: *Zuverlässigkeit und Lasten im konstruktiven Ingenieurbau*. Vorlesungsskript, Technische Universität München, 1998
- [30] Ball, D.J; Floyd, P.J.: Societal Risks. Final Report prepared for the HSE, 1998

# Probabilistische Sicherheitsbeurteilung von Stahlbeton-Konstruktionen mit der Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung\*

Bernd Möller, Wolfgang Graf, Rico Schneider  
Lehrstuhl für Statik, Technische Universität Dresden

**Zusammenfassung:** Im Beitrag wird ein Verfahren zur Bestimmung der Zuverlässigkeit ebener Stahlbeton-Stubtragwerke mit Hilfe der Zuverlässigkeitstheorie erster Ordnung - bei impliziten Grenzzustandsfunktionen - vorgestellt. Das Tragwerksverhalten wird unter Berücksichtigung physikalisch und geometrisch nichtlinearer Einflüsse für Lastprozesse simuliert. Der Grenzzustand wird durch Versagen des Systems (Tragfähigkeit oder Gebrauchstauglichkeit) und nicht durch lokal vorgegebene Grenzwerte von Wirkungsgrößen definiert. Ein Punkt auf der Grenzzustandshyperfläche ist bestimmt, wenn keine weitere inkrementelle Steigerung der Einwirkungen im Lastprozeß möglich ist. Mit Hilfe dieser Grenzzustandspunkte wird die implizite Grenzzustandsfunktion durch Näherungsfunktionen approximiert. Der Bemessungspunkt und der Sicherheitsindex werden mit der approximierten Grenzzustandsfunktion über FORM ermittelt. Die Lösung wird iterativ verbessert, zur Verifizierung des Ergebnisses werden Nachlaufrechnungen verwendet. Das Vorgehen wird an Beispielen demonstriert.

## 1 Einführung

Ziel der Sicherheitsbeurteilung von Tragwerken sind Aussagen zur Zuverlässigkeit während der Lebensdauer, d.h. zur Gewährleistung der Nutzungsfähigkeit für den vorgesehenen Gebrauch sowie zur Sicherheit gegen das Versagen bei außergewöhnlichen Lasten. Solche Aussagen setzen eine Tragwerksanalyse mit wirklichkeitsnahen mechanischen Modellen voraus.

Bei der stochastischen Tragwerksanalyse kann der streuende Charakter der Eingangsdaten berücksichtigt werden. Für die stochastische Analyse sind z.B. Simulationsverfahren und die Zuverlässigkeitstheorie erster und zweiter Ordnung geeignet.

Simulationsverfahren benötigen im Gegensatz zur Zuverlässigkeitstheorie erster Ordnung eine sehr große Anzahl an Stichproben; eine akzeptable Berechnungsdauer läßt sich nur durch

Vereinfachungen erzielen. Solche Vereinfachungen können zu Fehlern bei der stochastischen Tragwerksanalyse führen, weil bestimmte Versagensmechanismen nicht oder nur unzulänglich erfaßt werden. In der Literatur wurden i.d.R. nur einfache, meist lineare mechanische Modelle mit wenigen Zufallsgrößen beschrieben und deren Anwendung auf einfache statische Systeme gezeigt.

Voraussetzung für die Anwendung stochastischer Methoden ist die Definition des Grenzzustandes, den das Tragwerk während der vorgesehenen Lebensdauer nicht überschreiten darf. Oft wird der Grenzzustand durch die Beschränkung einzelner Wirkungsgrößen definiert. Damit wird die Art des Versagens jedoch im voraus festgelegt, meist als Erreichen eines Grenzwertes an einem vorgegebenen Tragwerkspunkt oder -querschnitt. Unterschiedliche Belastungszustände können jedoch zu unterschiedlichen Versagensszenarien führen, es müßten somit alle Versagenszustände vorher bekannt sein, und für jeden dieser Versagenszustände müßte ein zutreffendes Kriterium als Grenzzustand definiert werden.

Im hier vorgestellten Vorgehen wird der Grenzzustand durch Systemversagen (Tragfähigkeit, Gebrauchstauglichkeit) und nicht durch lokal vorgeschriebene Grenzwerte von Wirkungsgrößen definiert. Das Tragwerksverhalten wird für Lastprozesse simuliert, die alle Einwirkungen des betrachteten Zeitraumes umfassen. Die Formulierung des Grenzzustandes ist bei der angewendeten nichtlinearen mechanischen Analyse nur implizit möglich, d.h., nur einzelne Punkte des Grenzzustandes können ermittelt werden.

Zur Ermittlung eines Grenzzustandspunktes (GZP) werden  $(n-1)$  Realisierungen der  $(n)$  eingeführten Zufallsvariablen (Widerstands- und Einwirkungsgrößen) vorgegeben. Die Realisierungen der  $(n)$ -ten Zufallsgröße (Einwirkungsgröße) wird bis zum Erreichen des Grenzzustandes gesteigert, der GZP wird mit der maximal aufnehmbaren Last erreicht.

Unter Berücksichtigung geometrischer und physikalischer Nichtlinearitäten und unter Abarbeitung von Lastprozessen erfolgt die stochastische Analyse hier ohne Einschränkung der Anzahl der Zufallsvariablen und ohne Beschränkung auf Tragwerke mit wenigen Freiheitsgraden.

Dazu wird die Zuverlässigkeitstheorie erster Ordnung (FORM) mit einer Approximationsfunktion für die nur implizit bekannte Grenzzustandsfunktion angewendet. Nach Bildung der Approximationsfunktion mit den ermittelten GZP erfolgt die Berechnung des Sicherheitsindex  $\beta$  mit Hilfe des Zuverlässigkeitsprogrammes CALREL [3]. Anschließend erfolgt eine iterative Verbesserung von Approximationsfunktion und Sicherheitsindex  $\beta$  durch Berechnung weiterer GZP. Zur Verifizierung des Ergebnisses werden Nachlaufrechnungen durchgeführt.

## 2 Stochastische Analyse mit impliziter Grenzzustandsfunktion

### 2.1 Zuverlässigkeitstheorie und Sicherheitsmaße

Einwirkungsgrößen und Widerstandsgrößen (Geometrie- und Materialparameter) werden durch zeitunabhängige Basisvariable beschrieben, die als Zufallsvariable  $X_1, X_2, \dots, X_n$  eingeführt werden. Sie bilden den Zufallsvektor

$$\underline{X} = \{ X_1, X_2, \dots, X_n \} \quad (1)$$

mit den Realisierungen

$$\underline{x} = \{ x_1, x_2, \dots, x_n \} \quad (2)$$

Den Basisvariablen können beliebige Wahrscheinlichkeitsverteilungen zugeordnet werden. Die Ermittlung dieser Verteilungsfunktionen sowie ihre statistische Absicherung werden hier als bekannt vorausgesetzt, eine Einschränkung auf bestimmte, z.B. nur normalverteilte Zufallsvariablen besteht nicht.

Als Maß für die Sicherheit eines Tragwerkes wird die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  definiert.

$$P_f = \int \dots \int_{\underline{x} | g(\underline{x}) < 0} f_{\underline{x}}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (3)$$

Die Funktion  $f_{\underline{x}}(\underline{x})$  ist die Verbundwahrscheinlichkeitsdichtefunktion des  $n$ -dimensionalen Vektors der Basisvariablen  $\underline{X}$ . Die Integration erfolgt über den Versagensbereich mit  $g(\underline{x}) < 0$ , der vom sicheren Bereich durch die Grenzzustandsfunktion (GZF)  $g(\underline{x}) = 0$  getrennt ist.

Die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  durch exakte Integration über den Versagensbereich gelingt nur in Sonderfällen. Die numerische Integration scheitert oft schon bei wenigen Basisvariablen, insbesondere wegen der Kompliziertheit von Verbunddichtefunktion und GZF. Weitere mögliche Vorgehensweisen zur Bestimmung von  $P_f$  sind Simulationsverfahren (Level-3-Methoden) oder probabilistische Näherungsverfahren (Level-2-Methoden) wie die Zuverlässigkeitstheorie erster (FORM) und zweiter Ordnung (SORM), wobei als Sicherheitsmaß dann der Sicherheitsindex  $\beta$  verwendet wird, s. z.B. [13], [14].

### 2.2 Bestimmung der Grenzzustandsfunktion

Voraussetzung für die Ermittlung eines Sicherheitsmaßes ist die Definition des Grenzzustandes, den das Tragwerk während der vorgesehenen Lebensdauer nicht überschreiten darf. Der Grenzzustand hängt von dem verwendeten mechanischen Modell ab (deterministische Basislösung).

Die Grundlage der hier beschriebenen stochastischen Untersuchung ist die geometrisch und physikalisch nichtlineare Analyse des Systemverhaltens (s. Abschn. 4) mit Simulation eines komplexen Lastprozesses. Der Lastprozeß wird aus einer beliebigen Folge von Last- und Zwangsbeanspruchungen gebildet, er kann z.B. Temperaturbelastungen, Stützensenkungen, Kriech- und Schwindprozesse enthalten, s. Abb. 2. Der Zeitpunkt des Eintretens und die Dauer der Beanspruchungen werden z.Z. noch deterministisch vorgegeben.

Ursache und Ort des Versagens müssen nicht vorgegeben werden. Während der Abarbeitung des Lastprozesses wird geprüft, ob Systemversagen eintritt; eine erreichbare Grenzlast ist im voraus nicht anzugeben. Der Grenzzustand zwischen Überleben und Versagen - also Systemversagen - wird erreicht, wenn keine weitere inkrementelle Steigerung der Lasten im Lastprozeß ohne Versagen des Systems möglich ist. Für den Grenzzustand der Tragfähigkeit bedeutet dies, daß zwischen äußeren und inneren Kräften am System bei weiterer Laststeigerung kein Gleichgewichtszustand mehr gefunden wird; die Tragwerksdeformationen wachsen unbegrenzt an. Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit wird infolge Steigerung der Lasten eine beliebige Restriktion (z.B. für Verschiebung, Spannung, Dehnung) an einer Stelle des Tragwerkes überschritten. Die Restriktionen werden bei der Laststeigerung an allen vorgegebenen Tragwerkspunkten geprüft.

Im Raum der Basisvariablen  $\underline{x}$  stellt die GZF

$$g(\underline{x}) = g(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \tag{4}$$

eine (n)-dimensionale Hyperfläche dar, die nur implizit bekannt ist. Es können aber Punkte auf der Grenzzustandshyperfläche bestimmt werden. Diese Grenzzustandspunkte (GZP) erlauben es, die tatsächliche GZF in einem Teilraum des x-Raumes durch eine (n)-dimensionale explizite Näherungsfunktion  $\tilde{g}(\underline{x}) = 0$  zu ersetzen, s. Abb. 1.

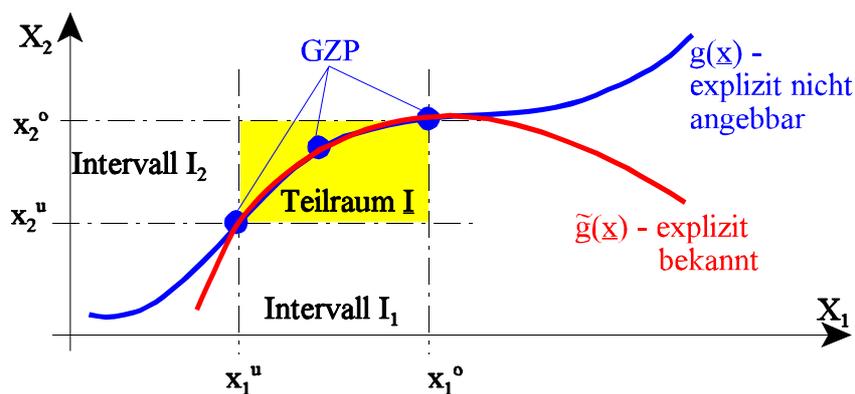


Abb. 1: Gültigkeitsbereich der approximierten GZF  $\tilde{g}(\underline{x})$

Der Teilraum  $I$  ist in jeder Koordinatenrichtung  $j$  des Vektors der Basisvariablen  $\underline{x}$  durch ein Intervall  $I_j$  mit dem unteren Grenzwert  $x_j^u$  und dem oberen Grenzwert  $x_j^o$  definiert. Die verwendeten Näherungsfunktionen  $\tilde{g}(\underline{x})$  sind in Abschn. 3 beschrieben.

Ein GZP auf  $g(\underline{x})$  ist durch seine Realisierungen  $x_1, x_2, \dots, x_n$  eindeutig bestimmt. Wegen  $g(\underline{x}) = 0$  sind von den  $x_1, x_2, \dots, x_n$  Realisierungen eines GZP (n-1) Realisierungen unabhängig, bzw. die Realisierung einer Basisvariable ist abhängig von den Realisierungen aller anderen Basisvariablen. Als abhängige Realisierung wird stets die Realisierung eines Lastparameters gewählt.

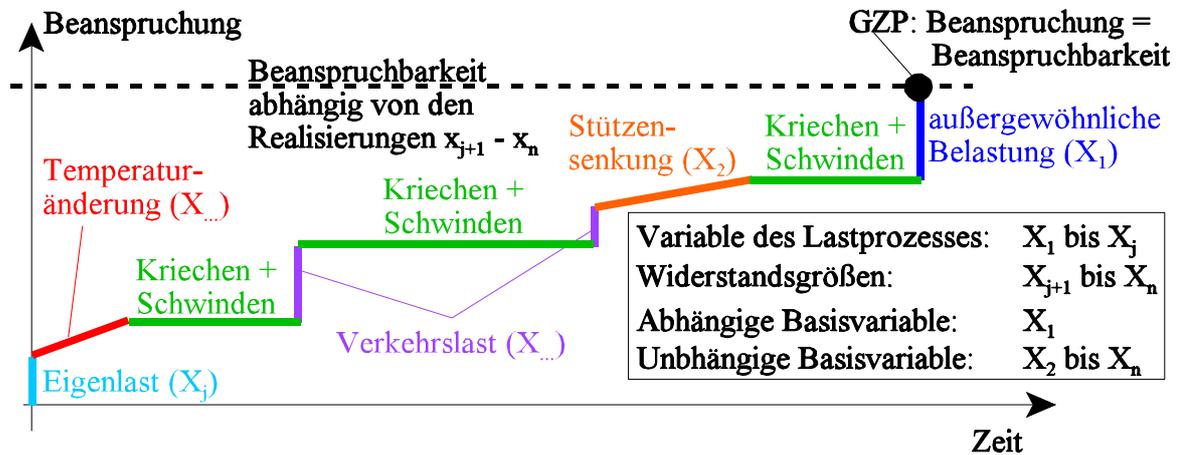


Abb. 2: Beispiel für die Ermittlung eines GZP durch Abarbeitung eines Lastprozesses

Mit jeder Auswahl der (n-1) unabhängigen Realisierungen und der Ermittlung der abhängigen Realisierung durch inkrementelle Abarbeitung des Lastprozesses wird ein GZP  $\underline{x}^m$  gefunden, s. Abb. 2. Der GZP ist von der Abarbeitungsreihenfolge der Lasten im Lastprozeß abhängig, deshalb muß der Lastprozeß möglichst realistisch modelliert werden. Versagen bereits vor dem Aufbringen der als abhängig gewählten Zufallsvariable wird als Sonderfall berücksichtigt.

Unterschiedliche Realisierungen  $\underline{x}$  können zu unterschiedlichen Versagenszuständen führen, d.h., an jedem GZP kann eine andere Versagensart vorliegen. Die Näherungsfunktion  $\tilde{g}(\underline{x})$  erfaßt somit alle Versagensarten des Modells, die Zuordnung einer bestimmten Versagensart zu einem bestimmten Abschnitt der Näherungsfunktion ist nicht erforderlich.

Nach erstmaliger Berechnung aller benötigten GZP  $\underline{x}^1, \underline{x}^2, \dots, \underline{x}^{ng}$  kann die Näherungsfunktion

$$\tilde{g}_{(1)}(\underline{x}_{(1)}^1, \underline{x}_{(1)}^2, \dots, \underline{x}_{(1)}^{ng}) = 0 \quad (5)$$

für den  $\underline{I}_{(1)}$ -Teilraum, s. Abb. 1, aufgestellt werden.  $\underline{I}_{(1)}$  bezeichnet die erste Auswahl eines Teilraumes  $\underline{I}$ . Die Anzahl (ng) der benötigten GZP ist abhängig von der eingesetzten Näherungsfunktion  $\tilde{g}(\underline{x})$ , s. Abschn. 3. Wenn die Funktion  $\tilde{g}(\underline{x})$  die Grenzzustandshyperfläche in der Umgebung des Bemessungspunktes nicht genügend genau approximiert, ist durch erneute Berechnung der GZP eine verbesserte Näherungsfunktion zu bestimmen.

Die zur Berechnung des Sicherheitsindex  $\beta$  benötigten Gradienten der GZF  $\tilde{g}(\underline{x})$  können explizit angegeben werden.

### 2.3 Ermittlung des Sicherheitsindex $\beta$

Nach Berechnung der Näherungsfunktion  $\tilde{g}(\underline{x})$  werden der Bemessungspunkt  $\underline{x}^*$  und der Sicherheitsindex  $\beta$  mit FORM ermittelt. Die Zufallsvariablen  $X_i$  mit den Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen  $F(x_i)$  und die GZF  $\tilde{g}(\underline{x})$  werden in den Raum der normierten Normalverteilung ( $y$ -Raum) transformiert. Für die Transformation wird gefordert, daß die Auftretenswahrscheinlichkeit einander entsprechender Punkte  $x_j$  und  $y_j$  gleich ist.

$$F_{X_j}(x_j) = \Phi^{NN}(y_j) \quad (6)$$

$\Phi^{NN}$  ... Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion der normierten Normalverteilung

Daraus folgt

$$x_j = F_{X_j}^{-1}(\Phi^{NN}(y_j)) \quad \text{und} \quad y_j = \Phi^{NN^{-1}}(F_{X_j}(x_j)) \quad (7)$$

Die Transformationsbeziehungen lassen sich für einfache Fälle (Normalverteilung, Logarithmische Normalverteilung) explizit angeben. Ist eine explizite Angabe nicht möglich, wird die Transformation numerisch durchgeführt.

Die von den Basisvariablen  $\underline{X}$  abhängige GZF  $\tilde{g}(\underline{x})$  wird ebenfalls in den  $y$ -Raum transformiert. Dafür wird erneut Gl. (7) verwendet

$$\tilde{g}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \tilde{g}(F_{X_1}^{-1}(\Phi^{NN}(y_1)), F_{X_2}^{-1}(\Phi^{NN}(y_2)), \dots, F_{X_n}^{-1}(\Phi^{NN}(y_n))) = 0 \quad (8)$$

bzw. abgekürzt

$$h(y_1, y_2, \dots, y_n) = h(\underline{y}) = 0 \quad (9)$$

Mit der Zuverlässigkeitstheorie erster Ordnung wird eine Näherung für den Sicherheitsindex  $\beta$  erhalten, indem man die nichtlineare GZF  $h(\underline{y}) = 0$  im Bemessungspunkt  $\underline{y}^*$  durch die Tangentialhyperebene  $l(\underline{y})$  ersetzt, s. Abb. 3. Die Lage des Bemessungspunktes  $\underline{y}^*$  ist zunächst noch unbekannt, sie muß iterativ bestimmt werden.

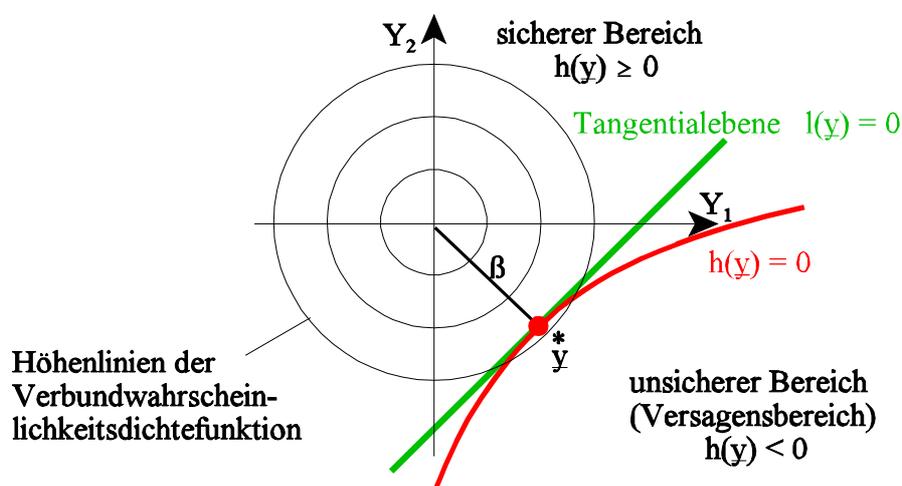


Abb. 3: Linearisierung der GZF durch die Tangentialebene im Bemessungspunkt  $\underline{y}^*$

Für Punkte in der Umgebung des Bemessungspunktes ist Versagen am wahrscheinlichsten. Ein Näherungswert für die Versagenswahrscheinlichkeit ist

$$P_f \approx P_{fN} = \Phi^{NN}(-\beta) \tag{10}$$

Die Ermittlung des Sicherheitsindex  $\beta$ , also des kürzesten Abstandes zwischen dem Koordinatenursprung und der GZF  $h(\underline{y})$ , stellt ein Optimierungsproblem mit Nebenbedingung dar.

$$\text{Minimiere: } F(\underline{y}) = \sqrt{\underline{y}^T \cdot \underline{y}} \tag{11}$$

Da der Punkt  $\underline{y}$  auf der Grenzzustandshyperfläche liegen muß, ist die Nebenbedingung

$$h(\underline{y}) = 0 \tag{12}$$

einzuhalten. Die meisten der zur Verfügung stehenden Algorithmen zur Lösung dieses Optimierungsproblems führen ausgehend vom Startvektor  $\underline{y}^{[0]}$  eine Richtungssuche durch. Mit Hilfe einer Optimierungsiteration wird der jeweilige Bemessungspunkt auf der GZF gefunden. Dafür wird der sogenannte *Hasofer-Lind-Rackwitz-Fießler*-Algorithmus verwendet, weiter stehen die Methode der projizierten Gradienten sowie der Algorithmus der sequentiellen quadratischen Programmierung zur Verfügung [3].

Mit Hilfe der Näherungsfunktion  $\tilde{g}_{(i)}(\underline{x}) = 0$  werden im ersten Iterationsschritt der Sicherheitsindex  $\beta_{(1)}$  und der Bemessungspunkt  $\underline{y}_{(1)}^*$  berechnet. Nach Rücktransformation ist auch der Bemessungspunkt  $\underline{x}_{(1)}^*$  im Originalraum der Basisvariablen  $\underline{X}$  bekannt. Er liegt exakt auf der Näherungsfunktion  $\tilde{g}_{(1)}(\underline{x}) = 0$  und i.d.R. nicht auf der impliziten GZF  $g(\underline{x}) = 0$ , da die Funktionen  $g(\underline{x})$  und  $\tilde{g}(\underline{x})$  nur an den berechneten GZP exakt übereinstimmen, s. Abb. 4.

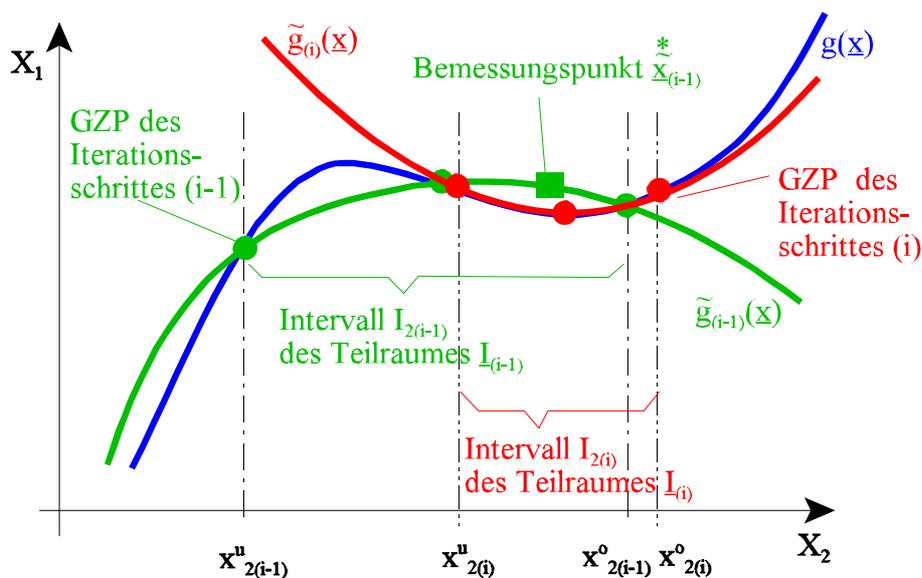


Abb. 4: Iterative Bestimmung von Bemessungspunkt und Sicherheitsindex und Lage des neuen Teilraumes  $I_{(i)}$

Durch erneute Bestimmung von  $n_g$  Punkten  $\underline{x}_{(2)}^1, \underline{x}_{(2)}^2, \dots, \underline{x}_{(2)}^{ng}$  können die Näherungsfunktion

$$\tilde{g}_{(2)}(\underline{x}_{(2)}^1, \underline{x}_{(2)}^2, \dots, \underline{x}_{(2)}^{ng}) = 0 \tag{13}$$

für den  $\underline{I}_{(2)}$ -Teilraum aufgestellt und der Bemessungspunkt  $\underline{x}_{(2)}^*$  ermittelt werden. Verallgemeinert ist das für zwei Zufallsvariablen in Abb. 4 gezeigt.

Die Iteration wird fortgesetzt, bis das Konvergenzkriterium erfüllt ist. Konvergenzkriterium ist die Differenz der einzelnen Koordinaten des Bemessungspunktes  $\underline{x}_{(i)}^*$  im Ausgangsraum der Basisvariablen  $\underline{X}$ . Der Iterationsalgorithmus ist in Tab. 1 zusammengefaßt dargestellt.

Tab. 1: Iterationsalgorithmus für die stochastische Analyse

1	Start der Iteration: $i = 1$	
2	Auswahl der unabhängigen Realisierungen $\{x_2, x_3, \dots, x_n\}$ der GZP $\underline{x}_{(i)}^1, \underline{x}_{(i)}^2, \dots, \underline{x}_{(i)}^{ng}$	
3	Berechnung der abhängigen Realisierung $\{x_1\}$ der GZP $\underline{x}_{(i)}^1, \underline{x}_{(i)}^2, \dots, \underline{x}_{(i)}^{ng}$ (nichtlineare deterministische Analyse)	
4	Bestimmung der Näherungsfunktion $\tilde{g}_{(i)}(\underline{x}_{(i)}^1, \underline{x}_{(i)}^2, \dots, \underline{x}_{(i)}^{ng}) = 0$	
5	Berechnung von $\underline{x}_{(i)}^*, \beta_{(i)}$	
6	(NEIN) $i = i + 1$ weiter mit Punkt 2	(JA) Konvergenzkriterium erfüllt ? Ende der Iteration

## 2.4 Nachlaufrechnungen zur Kontrolle und Verbesserung der Sicherheitsmaße

Da nach (i) Iterationsschritten ein Vielfaches der Anzahl der zur einmaligen Approximation der Grenzzustandshyperfläche nötigen GZP vorliegt, erfolgt eine Kontrolle bzw. Verbesserung des Sicherheitsindex ohne Neuberechnung von GZP.

Wird bei der Berechnung des Bemessungspunktes  $\underline{x}^*$  und des Sicherheitsindex  $\beta$  innerhalb einer vorgegebenen maximalen Iterationsschrittzahl Konvergenz erzielt, so wird unter Anwendung der Zuverlässigkeitstheorie zweiter Ordnung (SORM) als erste Kontrolle zusätzlich die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  mit der im letzten Iterationsschritt gültigen Näherungsfunktion  $\tilde{g}_{(i)}(\underline{x}) = 0$  ermittelt. Bei SORM wird die GZF in der Umgebung des Bemessungspunktes durch eine Fläche zweiter Ordnung angenähert, Nichtlinearitäten der GZF in der Umgebung des Bemessungspunktes werden erfaßt. Aus der Differenz von  $P_{f,FORM}$  und  $P_{f,SORM}$  können Aussagen zum Einfluß der Nichtlinearität der Grenzzustandshyperfläche und damit zum Approximationsfehler bei der FORM-Analyse getroffen werden, s. Abb. 5.

Zur weiteren Kontrolle wird eine verbesserte Näherungsfunktion  $\tilde{g}_G(\underline{x}) = 0$  unter Verwendung aller in der Iteration ermittelten GZP mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate

berechnet, s. Abb. 6.

Mit dieser verbesserten Näherungsfunktion werden der Sicherheitsindex  $\beta$  und der Bemessungspunkt  $\tilde{\mathbf{x}}^*$  erneut mit FORM berechnet, anschließend erfolgt die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  mit SORM. Liegen die Differenzen für die Sicherheitsmaße innerhalb vorgegebener Abbruchschranken, wird die stochastische Analyse beendet.

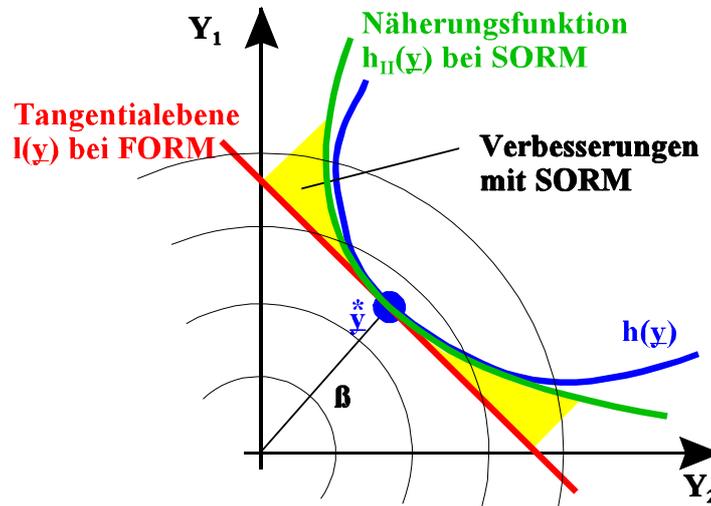


Abb. 5: Approximation der Grenzzustandshyperfläche im  $y$ -Raum mit FORM und SORM

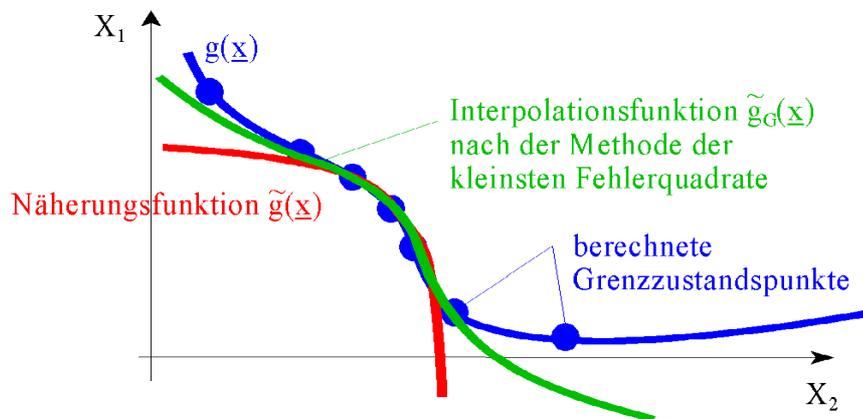


Abb. 6: Approximation des Grenzzustandes mit unterschiedlichen Funktionen

Wird während der Iteration keine Konvergenz erzielt (z.B. Ermittlung unterschiedlicher Bemessungspunkte bei unterschiedlichen Startwerten in der Optimierungsiteration) oder werden große Differenzen zwischen den ermittelten Sicherheitsmaßen festgestellt, so muß die Grenzzustandshyperfläche abschnittsweise mit Spline-Interpolationsfunktionen approximiert werden. Die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  erfolgt dann mittels Monte-Carlo-Simulation.

### 3 Numerische Aspekte bei der Approximation der GZF

#### 3.1 Approximation der GZF durch Interpolationspolynome

Zur Ermittlung des Bemessungspunktes  $\hat{\underline{x}}^*$  und des Sicherheitsindex  $\beta$  werden zwei Approximationen eingesetzt. **Approximation (I):** Die Näherungsfunktion  $\tilde{g}(\underline{x})$  wird durch ein Interpolationspolynom ersten Grades gebildet.

$$\tilde{g}(\underline{x}) = a + \sum_{j=1}^n b_j x_j = 0 \tag{14}$$

Die Koeffizienten  $b_j$  und der Summand  $a$  werden durch Einsetzen der berechneten Koordinaten der GZP ermittelt. Die triviale Lösung  $a = b_j = 0$  wird durch Vorgabe des Koeffizienten  $b_1 = 1$  vermieden. Zur eindeutigen Bestimmung von  $b_j$  und  $a$  werden  $n_g = n$  GZP benötigt.

Die zur Berechnung der GZP vorzugebenden Realisierungen der Basisvariablen  $X_2$  bis  $X_n$  werden als Randpunkte des Teilraumes  $I_{(1)}$  gewählt. Der Teilraum wird dazu im ersten Iterationsschritt möglichst groß gewählt (Abb. 7), um die Differenzen zwischen der Grenzzustandshyperfläche und der gewählten Approximationsfunktion gering zu halten. Vorteilhaft ist, wenn der im ersten Iterationsschritt ermittelte Bemessungspunkt innerhalb des Teilraumes  $I_{(1)}$  liegt.

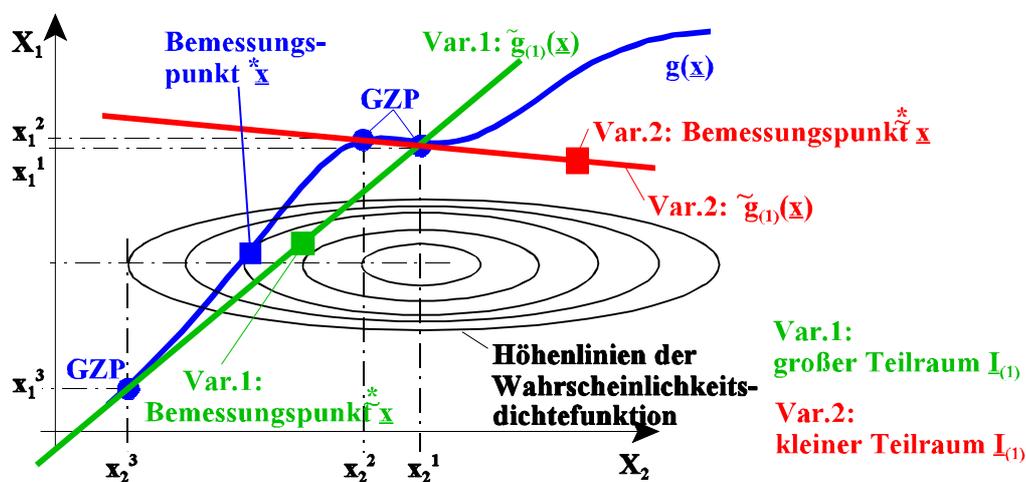


Abb. 7: Bemessungspunkt im ersten Iterationsschritt bei unterschiedlichen Startintervallen

In Tab. 2 sind die Realisierungen der GZP im Iterationsschritt (i) angegeben. Die Realisierungen der unabhängigen Zufallsvariablen  $X_2 - X_n$  werden im 1. Iterationsschritt gemäß Gln. (15) - (17) vorgegeben. Auf Grund der linearen Approximation werden für jede Zufallsvariable nur zwei Realisierungen benötigt. Die abhängige Zufallsvariable  $X_1$  wird anschließend ermittelt.

Tab. 2: Realisierungen der GZP im Iterationsschritt (i)

GZP	$X_1$	$X_2$	$X_3$	·	$X_j$	·	$X_n$
$\underline{X}_{(i)}^1$	$X_{1(i)}^1$	$X_{2(i)}^1$	$X_{3(i)}^1$	·	$X_{j(i)}^1$	·	$X_{n(i)}^1$
$\underline{X}_{(i)}^2$	$X_{1(i)}^2$	$X_{2(i)}^2$	$X_{3(i)}^1$	·	$X_{j(i)}^1$	·	$X_{n(i)}^1$
$\underline{X}_{(i)}^3$	$X_{1(i)}^3$	$X_{2(i)}^2$	$X_{3(i)}^2$	·	$X_{j(i)}^1$	·	$X_{n(i)}^1$
·	·	·	·	·	·	·	·
$\underline{X}_{(i)}^m$	$X_{1(i)}^m$	$X_{2(i)}^2$	$X_{3(i)}^2$	·	$X_{j(i)}^2$	·	$X_{n(i)}^1$
·	·	·	·	·	·	·	·
$\underline{X}_{(i)}^{ng}$	$X_{1(i)}^{ng}$	$X_{2(i)}^2$	$X_{3(i)}^2$	·	$X_{j(i)}^2$	·	$X_{n(i)}^2$

$$x_{j(1)}^1 = \bar{x}_j \quad (15)$$

$$x_{j(1)}^2 = \bar{x}_j - k_{j(1)} \cdot \sigma_{x_j} \quad \text{für Widerstände} \quad (16)$$

$$x_{j(1)}^2 = \bar{x}_j + k_{j(1)} \cdot \sigma_{x_j} \quad \text{für Einwirkungen} \quad (17)$$

mit  $\bar{x}_j$  ... Erwartungswert der Zufallsvariable j  
 $\sigma_{x_j}$  ... Standardabweichung der Zufallsvariable j

Der Wert  $k_{j(1)}$  ist problemspezifisch vorzugeben, in bisherigen Untersuchungen hat sich  $k_{j(1)} = 5$  bewährt.

Ab dem zweiten Iterationsschritt werden die Realisierungen der unabhängigen Zufallsvariablen  $X_2 - X_n$  nach Gln. (18) u. (19) vorgegeben.

$$x_{j(i)}^1 = x_{j(i)}^M - \frac{k_{j(i)}}{2} \cdot \sigma_{x_j} \quad (18)$$

$$x_{j(i)}^2 = x_{j(i)}^M + \frac{k_{j(i)}}{2} \cdot \sigma_{x_j} \quad (19)$$

mit  $x_{j(i)}^M$  Mittelwert des Intervalls  $I_{j(i)}$  im Teilraum  $I_{(i)}$

Die Werte für  $k_{j(i)}$  und  $x_{j(i)}^M$  ergeben sich wie folgt:

- a) Der Bemessungspunkt  $\tilde{x}_{(i-1)}^*$  des vorhergehenden Iterationsschrittes liegt innerhalb des Intervalls  $I_{j(i-1)}$ :

$$x_{j(i)}^M = \tilde{x}_{j(i-1)}^* \quad (20)$$

$$k_{j(i)} = \frac{k_{j(i-1)}}{2} \quad (21)$$

- b) Der Bemessungspunkt  $\bar{x}_{(i-1)}^*$  des vorhergehenden Iterationsschrittes liegt außerhalb des Intervalls  $I_{j(i-1)}$ . Es wird ein Randpunkt des  $I_{j(i-1)}$ -Intervalls als Mittelpunkt des neuen Intervalls verwendet, die Intervallgröße wird nicht verändert.

$$x_{j(i)}^M = x_{j(i-1)}^o \quad \text{oder} \quad x_{j(i)}^M = x_{j(i-1)}^u \quad (22)$$

$$k_{j(i)} = k_{j(i-1)} \quad (23)$$

**Approximation (II):** Die Näherungsfunktion  $\tilde{g}(\underline{x})$  wird durch ein Interpolationspolynom zweiten Grades (Gl. (24)) gebildet, dazu müssen  $ng = (2 \cdot n - 1)$  GZP berechnet werden. Die triviale Lösung wird mit  $b_1 = 1$  und  $c_1 = 0$  vermieden.

$$\tilde{g}(\underline{x}) = a + \sum_{j=1}^n b_j x_j + \sum_{j=1}^n c_j x_j^2 = 0 \quad (24)$$

Die Ermittlung der Koeffizienten erfolgt analog zum Vorgehen von (I). Zur Berechnung der GZP werden hier für jede Zufallsvariable drei Realisierungen benötigt, s. Gl. (25) - (27).

$$x_{j(i)}^1 = x_{j(i)}^M \quad (25)$$

$$x_{j(i)}^2 = x_{j(i)}^M - k_{j(i)} \cdot \sigma_{x_j} \quad (26)$$

$$x_{j(i)}^3 = x_{j(i)}^M + k_{j(i)} \cdot \sigma_{x_j} \quad (27)$$

Die Intervallgrößen werden wie bei (I) gebildet. Im ersten Iterationsschritt wird für  $x_{j(1)}^M$  ebenfalls der Erwartungswert der Zufallsvariablen eingesetzt.

Die exakte Ermittlung der GZP ist Voraussetzung für die korrekte Approximation der GZF  $\tilde{g}(\underline{x})$ . Deshalb wird das Tragwerksverhalten mit Hilfe von Pfadverfolgungsalgorithmen über den Versagenspunkt hinaus berechnet. Durch Interpolation zwischen den letzten Punkten des Lastpfades kann jeder GZP genauer bestimmt werden.

### 3.2 Approximation der GZF in Nachlaufrechnungen

Bei den Nachlaufrechnungen zur Verbesserung von  $P_f$  wird ein Polynom mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate aufgestellt. Dazu werden alle bisher berechneten GZP genutzt.

$$\tilde{g}_G(\underline{x}) = C_0 + \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^n C_{kj} x_j^k \quad \text{mit} \quad p \leq 4 \quad (28)$$

Es gilt:

$$\sum_{GZP} \left[ \tilde{g}_G(\underline{x}^m) \right]^2 \stackrel{!}{=} \text{Minimum} \quad (29)$$

$$\sum_{\text{GZP}} \tilde{g}_G(\underline{x}^m) \cdot \frac{\partial \tilde{g}_G(\underline{x}^m)}{\partial C_{jk}} \stackrel{!}{=} 0 \quad (30)$$

Bei Konvergenzschwierigkeiten oder nicht eindeutiger Lage des Bemessungspunktes kann die Approximation durch Spline-Funktionen verbessert werden. Dabei wird die GZF abschnittsweise durch Interpolationspolynome ersten oder zweiten Grades approximiert, s. Abb. 8. Für jeden Abschnitt werden  $n_g$  GZP benötigt, s. a. Gln. (14) - (23).

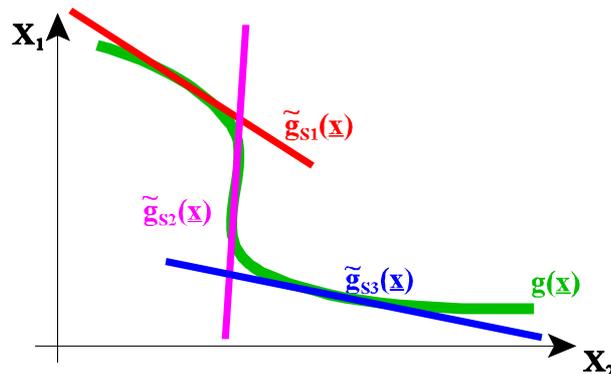


Abb. 8: Approximation mit Hilfe von Spline-Funktionen

### 3.3 Effektivitätsverbesserung

Die Effektivität der stochastischen Analyse kann insbesondere durch Verringerung der Anzahl der GZP gesteigert werden. Deshalb wird vor jedem Iterationsschritt geprüft, ob in der "Umgebung" neu zu berechnender GZP bereits Punkte ermittelt wurden.

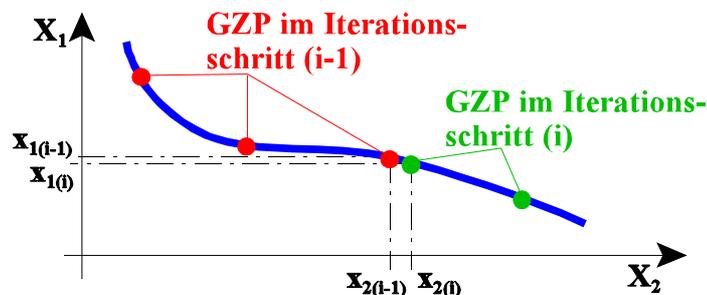


Abb. 9: GZP mehrerer Iterationsschritte

Unterschreiten die Differenzen aller unabhängigen Realisierungen zweier GZP einen vorgegebenen Grenzwert, dann wird der vorhandene GZP weiterverwendet.

Durch die Ausnutzung von Sensitivitäts- und Korrelationseigenschaften kann die Anzahl der benötigten GZP ebenfalls vermindert werden. Die Ermittlung des Bemessungspunktes erfolgt hierbei zunächst mit wenigen Basisvariablen, die großen Einfluß auf den Sicherheitsindex  $\beta$  haben. Durch einen zusätzlichen Iterationsschritt wird der Einfluß der vorher vernachlässigten Zufallsvariablen überprüft.

Die numerische Effizienz kann durch paralleles Berechnen der GZP noch verbessert werden.

## 4 Nichtlineares deterministisches Vorgehen

Deterministische Basislösung ist die geometrisch und physikalisch nichtlineare Analyse des Systemverhaltens ebener Stabtragwerke. Dabei wird ein komplexer Lastprozeß mit Hilfe eines inkrementell-iterativen Vorgehens numerisch simuliert [9], [10].

Das Vorgehen beruht auf der Lösung des DGL-Systems für den geraden bzw. imperfekt geraden eben wirkenden Stab mit einer *Runge-Kutta*-Integration. Die Stäbe sind über Knoten beliebig gekoppelt. Es können auch intern vorgespannte Stäbe ohne Verbund oder mit sofortigem bzw. nachträglichem Verbund sowie extern vorgespannte Stäbe modelliert werden. Einflüsse infolge Reibung, Keilschlupf und Relaxation sind erfaßbar, die Spanngliederführung ist weitgehend beliebig.

Die erfaßten geometrischen Nichtlinearitäten erlauben Untersuchungen mit großen Verschiebungen bei mäßigen Rotationen.

Der ebene Querschnitt kann in Schichten unterschiedlicher Höhe unterteilt werden, s. Abb. 10. Er kann längs der Stabachse weitgehend beliebig variieren. Bewehrungs- und Spannstähle werden im Querschnitt als separate Schichten modelliert.

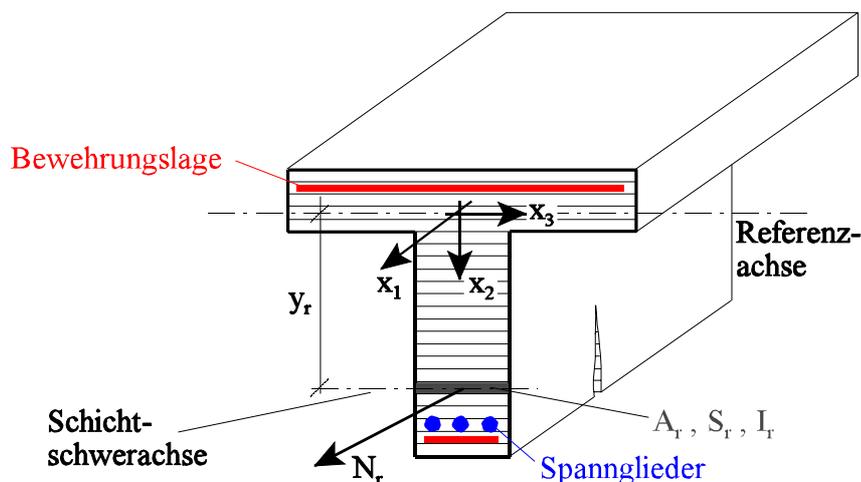


Abb. 10: Schichtenmodell

Die Dehnungen in den Schichtschwerachsen werden mit Hilfe der Ebenen-Hypothese aus den Verschiebungsgrößen der Referenzachse ermittelt. Die physikalischen Nichtlinearitäten können bei der Spannungsermittlung in der Schichtschwerachse durch unterschiedliche Stoffgesetze berücksichtigt werden (s. Abbn. 11 u. 12). Diese Werkstoffgesetze erfassen die fortschreitende Werkstoffschädigung, zyklische Be- und Entlastung mit *Bauschinger*-Effekt sowie bei Beton zusätzlich tension stiffening und Kontaktkräfte beim Schließen der Risse und bei Stahl monotone und zyklische Verfestigung.

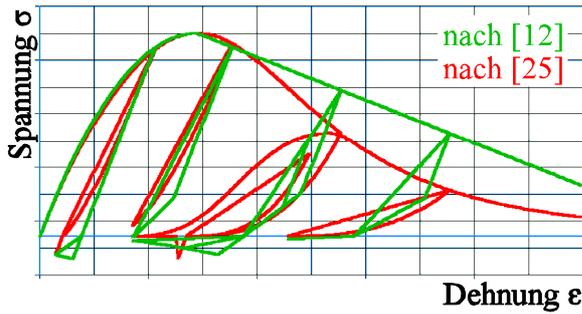


Abb. 11: Stoffgesetze Beton

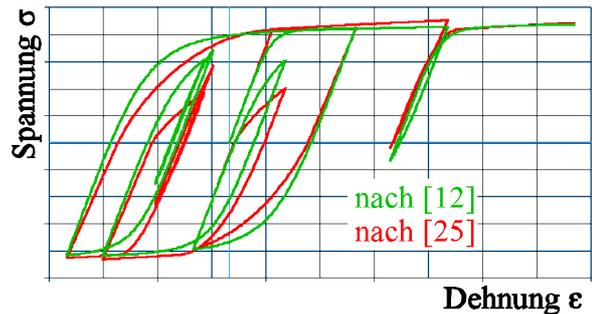


Abb. 12: Stoffgesetze Stahl

Viskoses Stoffverhalten wie Schwinden, Kriechen und Relaxation wird ebenfalls erfaßt.

Bei den Schnittkraft-Verzerrungs-Abhängigkeiten werden zwei alternative Vorgehensweisen eingesetzt. Im M-N-Interaktionsmodell werden die Normalkraft und das Moment mit den Deformationsgrößen Krümmung und Dehnung am Querschnitt gekoppelt, die Querkraft-Gleitungs-Abhängigkeit wird getrennt ermittelt. Im M-N-Q-Interaktionsmodell erfolgt die Kopplung der Schnittkräfte Moment, Normalkraft und Querkraft mit den Deformationsgrößen Krümmung, Dehnung und Gleitung am Querschnitt. Damit können auch stark schubbeanspruchte Systeme zutreffend analysiert werden.

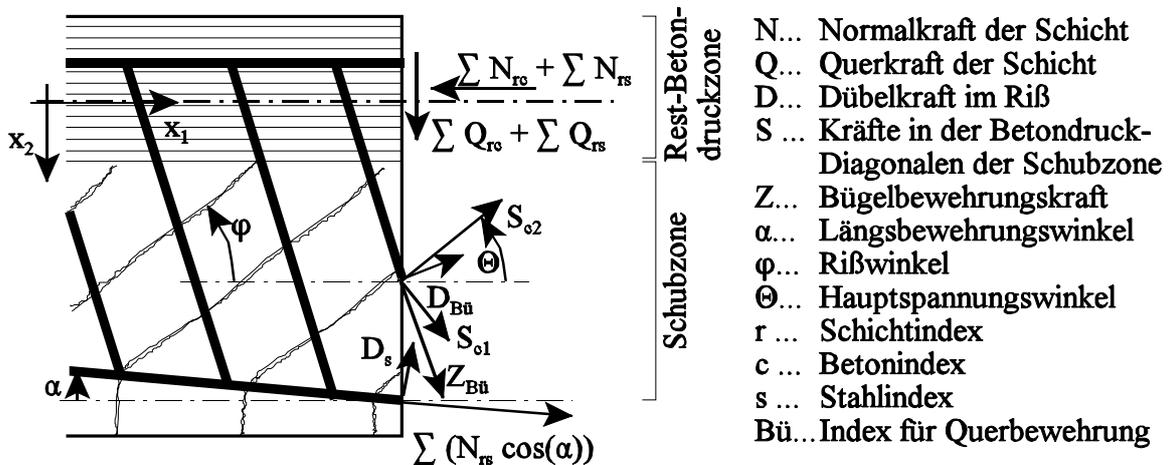


Abb. 13: Kräfte am senkrechten Querschnitt im M-N-Q-Interaktionsmodell

Im M-N-Q-Interaktionsmodell werden Rißverzahnungsspannungen, tension stiffening zwischen Bügeln und Beton, Dübelwirkung der Bewehrung und der zweiachse Spannungszustand in der Betondruck-Diagonalen berücksichtigt, s. Abb. 13. Die zur wirklichkeitsnahen Berechnung benötigten Größen Rißwinkel, Rißabstände und Rißöffnung sowie der Winkel der Betonhauptspannungen in der Schubzone werden mit Hilfe der DGL des verschieblichen Verbundes konsistent ermittelt, die Vorgabe dieser Größen ist nicht nötig.

Die Lösung des Gesamtgleichungssystems erfolgt inkrementell-iterativ mit einem modifizierten *Newton-Raphson*-Verfahren oder einem Pfadverfolgungsalgorithmus mit verallgemeinerter Verschiebungssteuerung (normal plane iteration).

## 5 Beispiele

### 5.1 Einfeldträger

Für den Grenzzustand der Tragfähigkeit eines Einfeldträgers wurde eine stochastische Analyse mit vier Basisvariablen durchgeführt, s.a. [10], ihre Ergebnisse wurden mit denen einer Monte-Carlo-Simulation (MC) verglichen [15], s. Tab. 4. System, Belastung und Geometrie sind in Abb. 14 dargestellt.

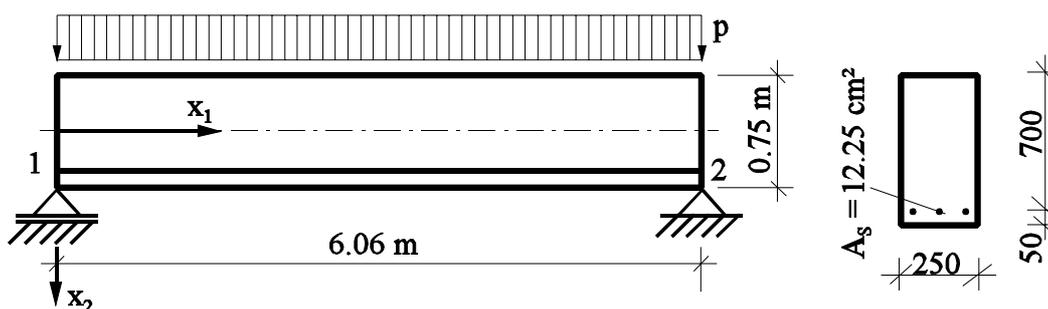


Abb. 14: Einfeldträger, Querschnitt und Belastung

Tab. 3: Basisvariablen (GNV = Gauß-Normalverteilung)

Basisvariable	Zufallsgröße	Typ	Mittelwert	Variationskoeffizient
$X_1$	Last p	GNV	50 kN/m	zwischen 0,1 und 0,5
$X_2$	$f_{ym}$	GNV	510 N/mm <sup>2</sup>	0,05
$X_3$	$f_{cm}$	GNV	43 N/mm <sup>2</sup>	0,15
$X_4$	$f_{ctm}$	GNV	3,2 N/mm <sup>2</sup>	0,2

Tab. 4: Ergebnisse der stochastischen Analyse für den Einfeldträger

Variationskoeffizient der Last p	Versagenswahrscheinlichkeit $P_f$		
	FORM	SORM	MC-Simulation [15]
0,5	1,34E-02	1,48E-02	~ 1,5E-02
0,4	2,99E-03	3,27E-03	~ 3,0E-03
0,3	1,34E-04	1,60E-04	~ 1,5E-04
0,2	1,18E-07	2,10E-07	nicht angegeben
0,1	7,24E-09	6,50E-09	nicht angegeben

Bei der MC-Simulation wurden in [15] für die Variationskoeffizienten 0,1 und 0,2 der Last keine Angaben gemacht, da dafür eine sehr große Anzahl von Stichproben notwendig wäre.

Da die mit FORM und SORM berechneten Werte  $P_f$  nur wenig differieren, ist die GZF im Bereich des Bemessungspunktes nur gering nichtlinear.

## 5.2 Stahlbetonrahmen

Für den eben wirkenden Stahlbetonrahmen nach Abb. 15 wurde eine stochastische Sicherheitsbeurteilung durchgeführt. Versagenskriterium war globales Systemversagen. Die deterministische Basislösung ist geometrisch und physikalisch nichtlinear. Der simulierte Lastprozeß setzt sich aus der Eigenlast, der Horizontallast  $P_H$ , den vertikalen Knotenlasten  $P_V$  und der Linienlast  $p$  zusammen. Gleichzeitig wurden  $P_V$  und  $p$  mit dem Lastfaktor  $v$  inkrementell bis zum Systemversagen gesteigert.

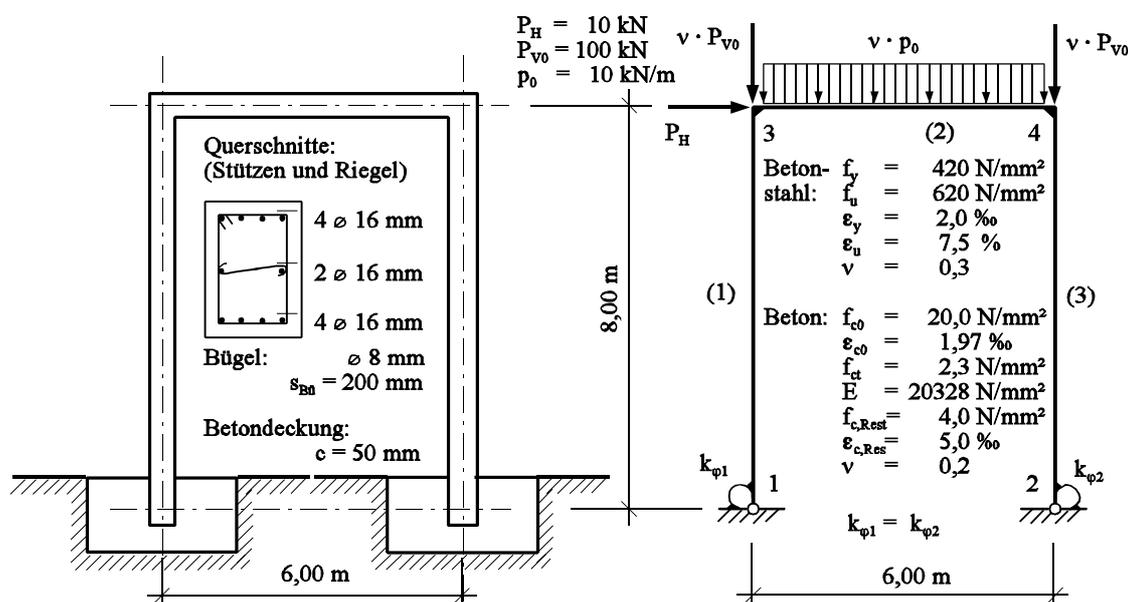


Abb. 15: Stahlbetonrahmen, System und Belastung

Die stochastische Analyse wurde mit zwei Basisvariablen und unterschiedlichen Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen entsprechend Tab. 5 geführt.

Tab. 5: Verwendete Verteilungsfunktionen und ihre Parameter

Basisvariable	$X_1$	$X_2$
Bezeichnung	Lastfaktor $v$	Einspannung $k_\varphi$ [kNm/rad]
Verteilungsfunktion	A: Ex-Max-Typ I (Gumbel) B: GNV	1: Beta-Verteilung 2: Log. NV 3: GNV
Erwartungswert $\bar{x}$	5,9	9 000
Standardabweichung $\sigma_x$	0,11	1 350
Minimalwert, nur bei 1) u. 2)	-	0
Maximalwert, nur bei 1)	-	12 000

Untersucht wurden der Einfluß des deterministischen Berechnungsmodells und des Types der Verteilungsfunktion. Für die Untersuchungen wurde nach zwei bzw. drei stochastischen Iterationsschritten der Bemessungspunkt gefunden. Innerhalb einer Variante wurden etwa 19 GZP ermittelt, die bei gleicher deterministischer Basislösung wiederholt verwendet werden konnten.

Abb. 16 zeigt den Einfluß des deterministischen Modells auf den Sicherheitsindex  $\beta$  bei den Verteilungen A und 1.

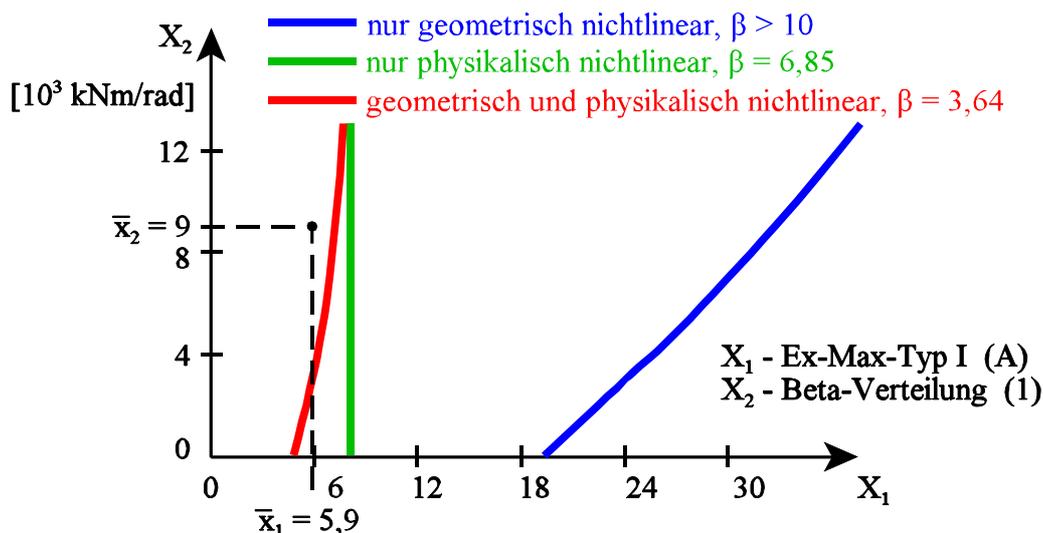


Abb. 16: Einfluß des deterministischen Berechnungsmodells auf den Sicherheitsindex  $\beta$

In Tab. 6 ist der Sicherheitsindex  $\beta$  für geometrisch und physikalisch nichtlineare Analyse angegeben, in Abb. 17 die zugehörige Lage des Bemessungspunktes für ausgewählte Varianten.

Tab. 6: Sicherheitsindex  $\beta$  bei geometrisch und physikalisch nichtlinearer Analyse

$X_1 \backslash X_2$	1: Beta-Verteilung	2: Log. NV	3: GNV
A: Ex-Max-Typ I	3,64	4,66	4,17
B: GNV	3,66	5,78	4,21

Das Beispiel zeigt, daß sowohl das deterministische Berechnungsmodell als auch die korrekte Erfassung der Zufallsvariablen den Sicherheitsindex  $\beta$  und damit die zugehörige Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  stark beeinflussen.



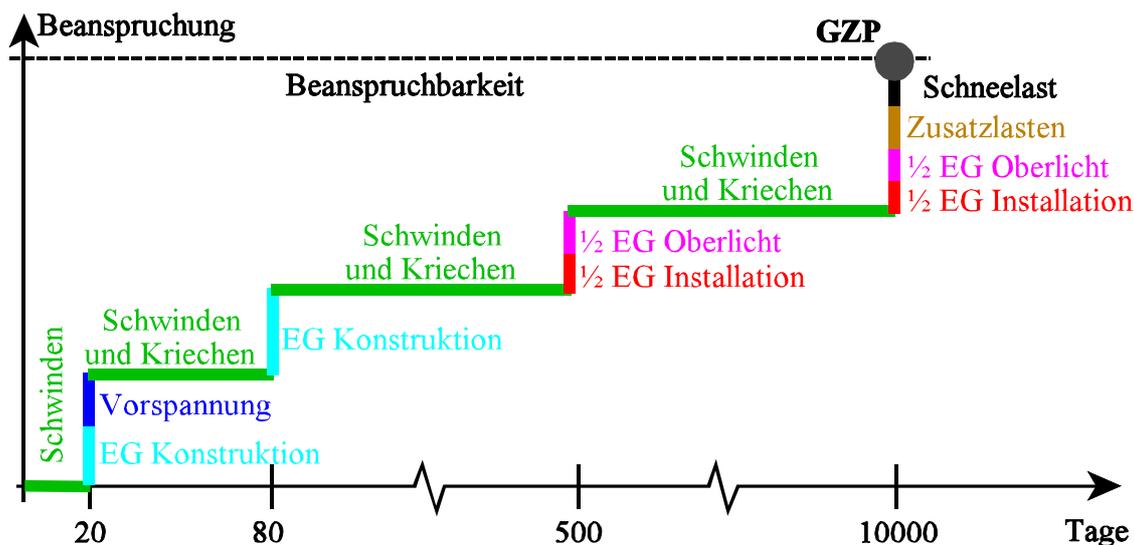


Abb. 19: Lastprozeß

Tab. 7: Zufallsvariable des Satteldachbinders

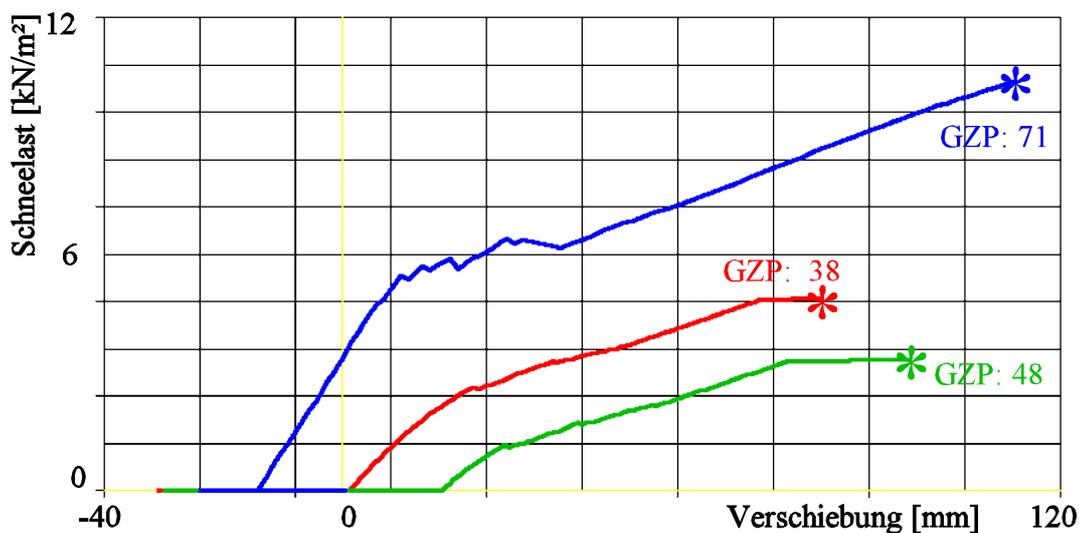
Zufallsvariable	Bezeichnung	Verteilung	$x_0$	$\bar{x}$	$\sigma_x$
X1	LF 3 - Schneelast [kN/m <sup>2</sup> ]	EX-MAX-I	-	1,11	0,25
X2	LF 6 - Führerhausförderer	EX-MAX-I	-	0,73	0,15
X3	LF 7 - Motorförderer 1				
X4	LF 8 - Motorförderer 2				
X5	LF 9 - Motorförderer 3				
X6	LF 5 - EG Förderer	GNV	-	1	0,08
X7	LF 4 - EG Oberlicht	GNV	-	1	0,04
X8	LF 2 - EG Installation	LNV	0,3	1	0,2
X9	LF 1 - EG Konstruktion	GNV	-	1	0,05
X10	Standort Motorförderer LF 7 [m]	GNV	-	1,85	0,15
X11	Standort Motorförderer LF 8 [m]	GNV	-	2,43	0,15
X12	Druckfestigkeit Beton [N/mm <sup>2</sup> ]	GNV	-	43,4	5
X13	Zugfestigkeit Beton [N/mm <sup>2</sup> ]	GNV	-	3,22	0,48
X14	Fließspannung Stahl 1 [N/mm <sup>2</sup> ]	LNV	199	288	26,4
X15	Bruchspannung Stahl 1 [N/mm <sup>2</sup> ]	LNV	307	444	26,4
X16	Fließspannung Stahl 2 [N/mm <sup>2</sup> ]	LNV	332	448	26,2
X17	Bruchspannung Stahl 2 [N/mm <sup>2</sup> ]	LNV	430	580	26,2
X18	Fließspannung Spannstahl [N/mm <sup>2</sup> ]	LNV	1160	1450	26
X19	Bruchspannung Spannstahl [N/mm <sup>2</sup> ]	LNV	1360	1660	26

Zur Untersuchung wurden drei Iterationsschritte mit jeweils 37 GZP durchgeführt. Der Sicherheitsindex  $\beta$  und die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  wurden primär nach FORM ermittelt, in der Nachlaufrechnung nach SORM. Die Ergebnisse sind in Tab. 8 dargestellt.

Tab. 8: Iterative Bestimmung des Sicherheitsindex und der zugehörigen Ordinaten von  $X_1$ ,  $X_{12}$ 

Iterations-schritt	Var.	Ordinate am Bemessungspunkt	Sensitivitätsfaktor $\alpha$	Sicherheitsindex $\beta$
1	$X_1$	1,31 kN/m <sup>2</sup>	0,16	$\beta = 5,8$
	$X_{12}$	15,4 N/mm <sup>2</sup>	-0,96	
2	$X_1$	1,36 kN/m <sup>2</sup>	0,18	$\beta = 5,9$
	$X_{12}$	14,6 N/mm <sup>2</sup>	-0,97	
3	$X_1$	1,35 kN/m <sup>2</sup>	0,17	$\beta = 5,9$
	$X_{12}$	14,5 N/mm <sup>2</sup>	-0,98	
SORM (GZF vom letzten Iterationsschritt)				$\beta_g = 5,9$ $P_f = 2,2 \cdot 10^{-9}$

Die Ermittlung der GZP ist in Abb. 20 beispielartig gezeigt. In Abb. 21 ist eine GZF im Teilraum der drei Basisvariablen dargestellt, die den größten Einfluß auf die Lage des Bemessungspunktes haben. Alle anderen Basisvariablen besitzen für diese Darstellung die Koordinaten des Bemessungspunktes.


 Abb. 20: Last ( $X_1$ )-Verschiebungs-Abhängigkeit am Knoten 8 für drei ausgewählte GZP

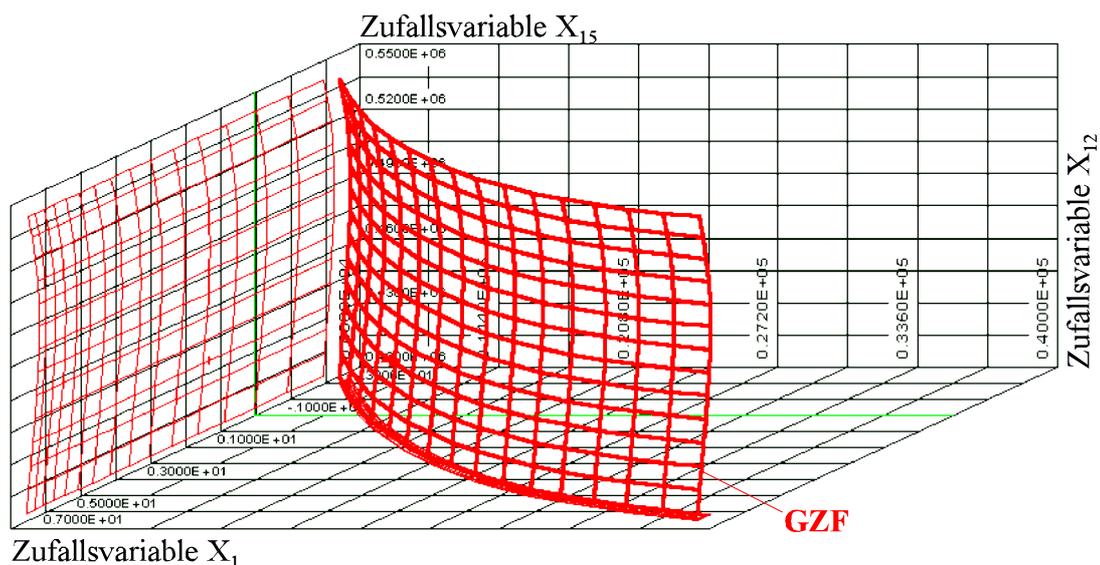


Abb. 21: GZF im Raum der Basisvariablen  $X_1$ ,  $X_{12}$ ,  $X_{15}$  im 3. Iterationsschritt

## 6 Zusammenfassung

Der Beitrag beschreibt einen erweiterten Algorithmus zur probabilistischen Sicherheitsbeurteilung von vorgespannten und nicht vorgespannten Stahlbeton-Tragwerken unter Berücksichtigung ihres geometrisch und physikalisch nichtlinearen Verhaltens.

Die deterministische Grundlösung beruht auf der numerischen Integration der Differentialgleichung für den Stab. Die Lösung des zugehörigen nichtlinearen Gleichungssystems der unbekanntenen Knotenverschiebungen erfolgt inkrementell-iterativ mit einem modifizierten *Newton-Raphson*-Verfahren oder mit Pfadverfolgungsalgorithmen. Das Tragverhalten unter statischen Last- und Zwangsprozessen wird für die gesamte Lebensdauer mit Stoffgesetzen, die zyklische Be- und Entlastung erfassen, numerisch simuliert. Dabei wird das Langzeit-Stoffverhalten mit erfaßt. Es können vorgespannte Systeme behandelt werden. Mit dem entwickelten M-N-Q-Interaktionsmodell können auch stark schubbeanspruchte Systeme wirklichkeitsnah untersucht werden.

Der Grenzzustand zwischen Überleben und Versagen liegt nur implizit vor. Durch Berechnung von Punkten auf der Grenzzustandshyperfläche kann eine Näherungsfunktion aufgestellt werden. Als Versagenskriterien können sowohl globales Systemversagen als auch Zwischenzustände (Verlust der Gebrauchstauglichkeit, Querschnitts- oder Punktversagen) benutzt werden. Durch stochastische Iteration werden mit Hilfe der Zuverlässigkeitstheorie erster Ordnung der Bemessungspunkt und der Sicherheitsindex  $\beta$  ermittelt. Mit Nachlaufrechnungen wird die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  überprüft und verbessert.

Das Forschungsvorhaben wurde durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) gefördert. Die Autoren danken für die finanzielle Unterstützung.

## Literatur

- [1] Bulicek, H.: *Zur Berechnung des ebenen Spannungs- und des Verzerrungszustandes von schubbewehrten Stegen profilierter Stahlbeton- und Spannbetonträger im Grenzzustand der Schubtragfähigkeit*. Bericht aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, TU München, 4/93
- [2] Der Kiureghian, A.; Dakessian, T.: *Multiple design points in first and second-order reliability*. Structural Safety, Vol. 20 (1), 1998, pp. 37–49
- [3] Liu, P.L.; Lin, H.Z.; Der Kiureghian, A.: *CALREL, User manual, Report-No. UCB/SEMM-89/18*. Dep. of Civil Engineering, Univ. of California, Berkeley, 1992
- [4] Ma, S.M.; Bertero, V.V.; Popov, E.P.: *Experimental and analytical studies on hysteretic behavior of reinforced concrete rectangular and T-beams*. EERC 76-2, University of California, Berkeley, 1976
- [5] Meskouris, K.; Krätzig, W.B.; Elenas, A.; Heiny, L.; Meyer, I.F.: *Mikrocomputer-unterstützte Erdbebenuntersuchung von Tragwerken*. SFB 151-Ber. Nr. 8, Ruhr-Univ. Bochum, 1988
- [6] Möller, B.; Beer, M.; Graf, W.; Schneider, R.: *Nutzung von Tragreserven bei Spannbeton-Fachwerkbindern durch genauere Nachweise für Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit*. in: B. Möller; B. Dressel (Hg.): Probleme der Nachweisführung bei außergewöhnlichen Bauwerken; 1. Dresdner Baustatik-Seminar, TU Dresden, 1997, S. 21–36
- [7] Möller, B.; Beer, M.; Graf, W.; Schneider, R.; Stransky, W.: *Zur Beurteilung der Sicherheitsaussage stochastischer Methoden*. in: B. Möller; B. Dressel (Hg.): Sicherheitsrisiken bei der Tragwerksmodellierung; 2. Dresdner Baustatik-Seminar, TU Dresden, 1998, S. 19–41
- [8] Möller, B.; Beer, M.; Graf, W.; Schneider, R.: *Fuzzy-Methoden zur Beurteilung der Sicherheit von Stahlbetontragwerken*. in: K. Meskouris (Hg.): Tagung Baustatik-Baupraxis 7; RWTH Aachen, 1999; A.A. Balkema, Rotterdam, Brookfield, 1999, S. 229–236
- [9] Müller, H.; Graf, W.; Schneider, R.; Stanoev, E.: *Zum nichtlinearen mechanischen Verhalten von seilvorgespannten Stahlbeton-Stabtragwerken*. Tagung Baustatik-Baupraxis 6; Weimar, 1996, Tagungsbericht, S. 4.1 - 4.20
- [10] Müller, H.; Möller, B.; Graf, W.; Schneider, R.: *Zuverlässigkeitsanalyse erster Ordnung für ebene Stahlbeton-Stabtragwerke auf der Basis eines (neuen) kontinuierlichen M-N-Q-Interaktionsmodelles*. Forschungsbericht, TU Dresden, Lehrstuhl für Statik, 1998

- [11] Neuenhofer, A.; Zilch, K.: *Sensitivitätsanalyse von Stabtragwerken mit nichtlinearem Tragverhalten als Grundlage für Zuverlässigkeitsuntersuchungen im Stahlbetonbau*. Bauingenieur 69 (1994), S.415–421
- [12] Ötes, A.: *Zur werkstoffgerechten Berechnung der Erdbebenbeanspruchung in Stahlbetontragwerken*. Mitteil. Inst. f. Massivbau TH Darmstadt, Ernst & Sohn, Berlin 1985
- [13] Schuëller, G.I.: *Einführung in die Sicherheit und Zuverlässigkeit von Tragwerken*. Ernst & Sohn, Berlin, 1991
- [14] Spaethe, G.: *Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen*. Verl. f. Bauwesen, Berlin, 1987; Springer-Verl., Berlin, Heidelberg, New York, 1992
- [15] Thieme, D.: *Traglast und Versagenswahrscheinlichkeit eines nach EC2 bemessenen Stahlbetonbalkens*. FEM'98, Finite Elemente i.d. Baupraxis, Tagung TU Darmstadt, Ernst & Sohn, Berlin, 1998
- \* Erstveröffentlichung in:  
Bautechnik 77 (2000), Heft 6, S. 393–404

# Zuverlässigkeitskonzept (Teil II)

Prof. Dr.-Ing. habil. Wolfgang Graße, Lehrstuhl für Stahlbau  
Technische Universität Dresden

**Zusammenfassung:** Im Anschluss an den Beitrag Zuverlässigkeitskonzept (Teil I) wird die praktische Umsetzung zuverlässigkeitstheoretischer Erkenntnisse in der deutschen und der europäischen Normung dargestellt. Nach einer Erläuterung des Begriffs Zuverlässigkeit im Bauwesen und der zu betrachtenden Grenzzustände wird kurz auf zuverlässigkeitstheoretische Grundlagen eingegangen. Die Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung wird an Hand eines Zahlenbeispiels erläutert und das Prinzip der Monte-Carlo-Simulation dargestellt. Hieran schließen Abschnitte über die Ermittlung von Teilsicherheitsbeiwerten und die normenmäßige Umsetzung des Sicherheitskonzepts an.

## 1 Zuverlässigkeit im Bauwesen

Das Ziel jeder Normung im Bauwesen ist die Errichtung sicherer Bauwerke bei angemessenen Kosten. Eine ganz wesentliche Grundlage sind hierbei die Erfahrungen bei Bau und Nutzung. Diese wurden im Stahlbetonbau seit über 100 Jahren, im Stahlbau seit etwa 200 Jahren gesammelt und liegen im Holzbau und im Mauerwerksbau aus einem noch wesentlich größeren Zeitraum vor.

Wenn man neue Normen bearbeiten und einführen will, muss man diese Erfahrungen beachten. Dies ist jedoch nicht einfach durch Übertragung bewährter Sicherheitsfaktoren und konstruktiver Regeln möglich. Neue Werkstoffe und Konstruktionslösungen wie auch wissenschaftliche Erkenntnisse und rechentechnische Möglichkeiten erfordern eine tiefer gehende Analyse, für welche die Zuverlässigkeitstheorie ein geeignetes Mittel ist.

Die Zuverlässigkeitstheorie – und auch die praktische Erfahrung - zeigen, dass es keine 100-prozentige Zuverlässigkeit gibt (Abb.1). Hier soll unter Zuverlässigkeit im bautechnischen Sinne die Wahrscheinlichkeit verstanden werden, dass ein Bauwerk seine Funktion während der vorgesehenen Nutzungsdauer erfüllt.

Im Vergleich mit anderen Risiken ist das Risiko eines Bauwerksversagens relativ gering (Tab.1). Dies spiegelt sich auch in der Akzeptanz in der Öffentlichkeit wider, die z. B. Autounfälle bereitwilliger hinnimmt als Bauwerkseinstürze.



Abb. 1: Einsturz der Brücke über den James River (USA 1977) nach Schiffsanprall an einen Pfeiler

Tab. 1: Ausgewählte Risiken in der Gesellschaft (nach MELCHERS, [1])

Aktivität	Angenäherte Todesrate <sup>1)</sup> (x 10 <sup>-9</sup> Todesfälle / h Aktivität)	Typische Dauer der Aktivität <sup>2)</sup> (h/Jahr)	Typisches Todesrisiko (x 10 <sup>-6</sup> / Jahr) (gerundet)
Alpines Klettern	30 000 – 40 000	50	1500-2000
Bootfahren	1 500	80	120
Schwimmen	3 500	50	170
Rauchen	2 500	400	1000
Flugreisen	1 200	20	24
Autofahren	700	300	200
Bahnfahren	80	200	15
Kohlebergbau	210	1500	300
Bauarbeiten	70-200	2200	150-440
Werkstattarbeiten	20	2000	40
Brände	1-3	8000	8-24
Bauwerksversagen	0.02	6000	0.1

<sup>1)</sup> Bearbeitet nach ALLEN (1968) und CIRIA (1977)

<sup>2)</sup> Für die an der jeweiligen Aktivität Beteiligten (geschätzte Werte)

Als Maß der Zuverlässigkeit wird meist nicht die Bestandswahrscheinlichkeit  $P_s$ , sondern ihre komplementäre Größe, die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$ , verwendet. Vor dem Hintergrund der Risikoübersichten und Schadensstatistiken sieht SPAETHE [2] den Wert  $P_f = 10^{-3}$  / Jahr als absolute obere Grenze für Versagensfälle mit Verlust der Tragfähigkeit an, als untere Grenze gibt er  $P_f = 10^{-7}$  bis  $10^{-8}$  / Jahr an. Häufig benutzt man statt der Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  auch den Sicherheitsindex  $\beta$  als Maß für die Zuverlässigkeit. Dieser ist eine Zahl in einer geläufigen Größenordnung und hat den Vorteil, dass er mit steigender Sicherheit anwächst. Auf den Zusammenhang zwischen  $P_f$  und  $\beta$  wird in Abschnitt 3 näher eingegangen. Einige zugeordnete diskrete Werte sind in Tabelle 2 angegeben.

Tab. 2: Zusammenhang zwischen Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  und Sicherheitsindex  $\beta$

$P_f$	10 <sup>-1</sup>	10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-3</sup>	10 <sup>-4</sup>	10 <sup>-5</sup>	10 <sup>-6</sup>	10 <sup>-7</sup>	10 <sup>-8</sup>
$\beta$	1,28	2,33	3,09	3,72	4,26	4,75	5,20	5,61

Um die erwartete hohe Zuverlässigkeit von Bauwerken zu gewährleisten, werden drei Strategien verfolgt, [2]:

- Schaffung eines ausreichenden Sicherheitsabstands zwischen rechnerischer Beanspruchbarkeit und Beanspruchung (normative Festlegung „sicherer“ charakteristischer Werte, d.h. niedriger Beanspruchbarkeits- und hoher Beanspruchungsgrößen, Ansatz von Teilsicherheitsbeiwerten, konservative Berechnungsmodelle)
- Maßnahmen zur Vermeidung menschlicher Fehlhandlungen (Organisation einer lückenlosen Verantwortlichkeit, Information und Koordination, wirkungsvolle Kontroll- und Überwachungssysteme)
- Maßnahmen zur Begrenzung des Schadensausmaßes (Wahl redundanter Tragsysteme, Werkstoffe und /oder Konstruktionsformen mit großem Verformungsvermögen und Vorankündigung des Versagens)

## 2 Grenzzustände der Baukonstruktionen

Der Bauingenieur muss bei der Konstruktion und Bemessung seiner Tragwerke stets alle möglichen Formen ihres Versagens bzw. Unbrauchbarwerdens im Auge haben. Für alle diese Formen, bei denen eine Konstruktion bei ihrer Errichtung oder Nutzung an die Grenze ihrer Tragfähigkeit bzw. Gebrauchstauglichkeit kommt, ist daher ein spezieller Nachweis zu führen. Moderne Normen bezeichnen diese Situationen als **Grenzzustände**. Ihre Zusammenstellung stellt eine Art Checkliste dar, die der Bemessungsingenieur bei der statischen Berechnung eines Bauwerkes beachten muss.

Je nach der Art und den Schadensfolgen unterscheidet man Grenzzustände der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit. Beim Verlust der Tragfähigkeit ist die Sicherheit für Leib und Leben von Menschen, aber auch für materielle Werte gefährdet, wie sie das Bauwerk einschließlich seines Inhalts oder weiterer mittelbar durch das Versagen betroffener Einrichtungen darstellt. Demgegenüber beeinträchtigt der Verlust der Gebrauchstauglichkeit die Funktionsfähigkeit der Konstruktion oder ihrer Teile, aber auch ihr äußeres Erscheinungsbild und das Wohlbefinden des Menschen.

Als Grenzzustände der **Tragfähigkeit** sind zu betrachten:

- Verlust des Gleichgewichts des Bauwerks oder seiner Teile bei Betrachtung als starrer Körper (Umkippen, Abheben, Abgleiten)
- Überschreiten der statischen Festigkeit (Zugfestigkeit, Druckfestigkeit, Streckgrenze)
- Bildung von Fließgelenken und Entstehen kinematischer Ketten
- Überschreiten der Ermüdungsfestigkeit
- Verlust der Stabilität der Struktur und ihrer Komponenten
- Versagen von Verbindungen

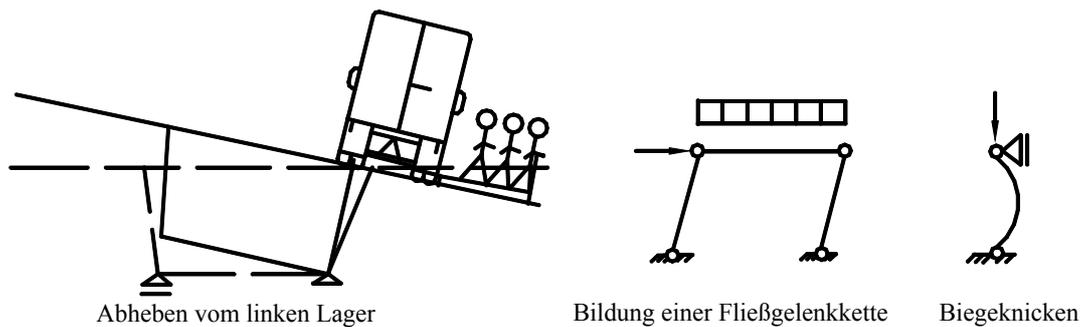


Abb. 3: Beispiele für Grenzzustände der Tragfähigkeit

Zu den Grenzzuständen der **Gebrauchstauglichkeit** zählen:

- Verformungen, die das Aussehen oder die Funktion der Konstruktion (einschließlich von Maschinen und Ausrüstungen) gefährden
- Übermäßige Schwingungen und Erschütterungen mit Verunsicherung der Nutzer und Schallemission bis hin zur Materialermüdung
- Rissbildungen, welche die Dauerhaftigkeit (z. B. durch Korrosion von Bewehrungsstahl oder durch Beschädigung von Rohrleitungen), die Funktionsfähigkeit oder das Aussehen der Konstruktion gefährden
- Verlust ausreichender Wärme-, Schall- und Feuchtedämmung mit nachteiligen Folgen für das menschliche Wohlbefinden, aber auch für die Dauerhaftigkeit des Bauwerkes.



Abb. 4: Durchbiegungen und Schwingungen als Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit, nach O. Dicke, s. [3]

Die Nichtüberschreitung der Grenzzustände der Tragfähigkeit ist für alle **Bemessungssituationen** nachzuweisen, die während der Errichtung und der Nutzung des Bauwerkes bei ingenieurmäßiger Betrachtung zu erwarten sind. Diese werden nach EN 1990 [4] eingeteilt in:

- ständige Situationen im Zusammenhang mit der normalen Nutzung
- vorübergehende Situationen, wie sie z. B. bei Montage oder Instandsetzung auftreten können
- außergewöhnliche Situationen, wie z. B. Brände, Explosionen, Anprallfälle
- seismische Bemessungssituationen

In Analogie hierzu sind die Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit unter verschiedenen **Einwirkungskombinationen** nachzuweisen, die sich bezüglich ihrer Wiederholungsperiode unterscheiden. Folgende vier Kombinationen sind definiert

- seltene (Wiederholungsperiode etwa 50 Jahre)
- nicht häufige (1 Jahr)
- häufige (1 Woche)
- quasi-ständige Kombinationen (1 Tag).

### 3 Zuverlässigkeitstheoretische Grundlagen

#### 3.1 Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung

Im Beitrag Zuverlässigkeitskonzept I von Prof. Möller wurde gezeigt, dass bei bekannter Grenzzustandsgleichung und bei bekannten Verteilungsfunktionen der Basisvariablen der Sicherheitsindex  $\beta$  und die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  bestimmt werden können. Im allgemeinen Fall sind strenge Lösungen sehr aufwendig, so dass man auf Näherungslösungen zurückgreift. Eine wichtige Vereinfachung ist die Linearisierung der Grenzzustandsgleichung im Bemessungspunkt, das wichtigste Kennzeichen der Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung. Berücksichtigt man die Krümmung im Bemessungspunkt, spricht man von der Zuverlässigkeitstheorie II. Ordnung.

Eine zentrale Rolle bei derartigen Rechnungen spielt der Bemessungspunkt, der im allgemeinen Fall zunächst nicht bekannt ist, geschätzt und dann iterativ verbessert werden muss. Er stellt bei  $n$  Basisvariablen den Vektor ihrer  $n$  Bemessungswerte dar und ist als der Punkt auf der Grenzzustandsgleichung definiert, in dem Versagen am wahrscheinlichsten ist.

Da der Bemessungspunkt bzw. seine Koordinaten, die Bemessungswerte der einzelnen Basisvariablen, in den modernen semiprobabilistischen Normen eine Schlüsselrolle spielen, sollen sie im Folgenden an einem möglichst einfachen Beispiel unter Bezug auf den Beitrag Zuverlässigkeitskonzept I kurz vorgestellt werden:

Ein Zugstab aus Baustahl S 235 sei nach DIN 18800 – 1 (1990) [5] für eine ständige Last  $G$  zu bemessen und anschließend Sicherheitsindex  $\beta$  und Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  zu bestimmen.

Für die Streckgrenze  $f_y$  und die ständige Last  $G$  gelte jeweils die GAUSS'sche Normalverteilung. Statistische Parameter und charakteristische Werte sind in Tabelle 3 angegeben.

Tab.: 3 Statistische Parameter und charakteristische Werte der Basisvariablen

	Streckgrenze $f_y$	ständige Last $G$
Mittelwert	$\mu_y = 269,2 \text{ N/mm}^2$	$\mu_G = 100 \text{ kN}$
Standardabweichung	$\sigma_y = 28,0 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_G = 30 \text{ kN}$
charakteristischer Wert	nach [5] $f_{y,k} = 240 \text{ N/mm}^2$	$G_k = 100 + 1,645 \cdot 30 = 149,3 \text{ kN}$ (95% – Quantilwert)

**Bemessung nach DIN 18800 - 1**

$$f_{y,d} = \frac{f_{y,k}}{\gamma_M} = \frac{240}{1,1} = 218,2 \text{ N/mm}^2$$

$$G_d = \gamma_F \cdot G_k = 1,35 \cdot 149,3 = 201,6 \text{ kN}$$

$$\text{erf } A = \frac{G_d}{f_{y,d}} = \frac{201600 \text{ N}}{218,2 \text{ N/mm}^2} = 923,9 \text{ mm}^2$$

In der Regel wird man das nächst größere Profil der gewünschten Form wählen. Um eine möglichst geringe, aber nach Norm nach akzeptable Sicherheit zu erhalten, wird die Zuverlässigkeitsuntersuchung mit  $A = 923,9 \text{ mm}^2$  durchgeführt. Hierbei wird wegen der relativ geringen Streuung von Querschnittswerten (Variationskoeffizienten  $v = \sigma/\mu$  zwischen 0,01 und 0,05)  $A$  vereinfacht als Festwert behandelt.

**Zuverlässigkeitsuntersuchung**

Die lineare Grenzzustandsgleichung lautet hier

$$g(x) = x_2 - x_1 = 0 \tag{1}$$

Die normalverteilte Basisvariable Beanspruchung ist

$$X_1 = G$$

mit den Parametern  $\mu_{x_1} = \mu_G = 100 \text{ kN}$  und  $\sigma_{x_1} = \sigma_G = 30 \text{ kN}$ .

Für die Basisvariable Tragfähigkeit gilt

$$X_2 = A \cdot f_y$$

Sie ist normalverteilt mit den Parametern

$$\mu_{x_2} = 923,9 \cdot 269,2 = 248714 \text{ N} \hat{=} 248,7 \text{ kN} \text{ und } \sigma_{x_2} = 923,9 \cdot 28,0 \hat{=} 25,87 \text{ kN}.$$

Die Bemessungssituation ist in Abb. 5 dargestellt. Sie zeigt die Verteilungsdichtefunktionen von  $X_1$  und  $X_2$ , die Höhenschichtlinien der Verteilungsdichte  $f(x_1) \cdot f(x_2)$  des gemeinsamen Auftretens von  $X_1$  und  $X_2$  sowie die Grenzzustandsbeziehung  $g(x) = x_2 - x_1 = 0$ , die den Überlebens- vom Versagensbereich trennt. Der Punkt  $P^*$  auf der Grenzzustandsgeraden hat die größte Höhenkote.

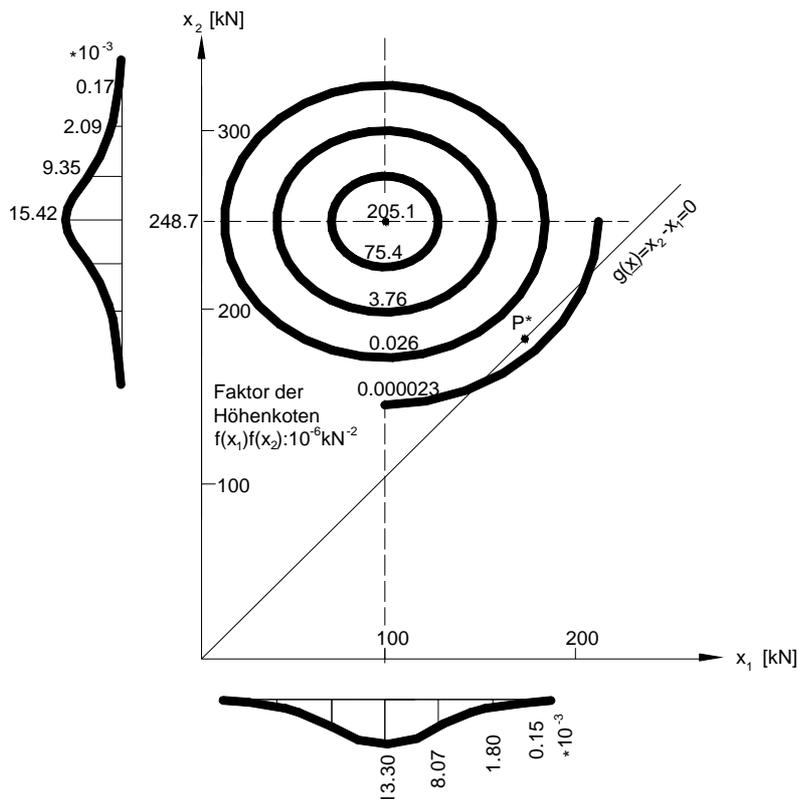


Abb. 5: Verteilungsdichte der Basisvariablen und Grenzzustandsbeziehung

Die Situation ist in Abb. 6 perspektivisch veranschaulicht, der sogenannte Wahrscheinlichkeitshügel hat die größte Höhe bei der Kombination der Mittelwerte. Das Volumen im Versagensbereich entspricht der Versagenswahrscheinlichkeit.

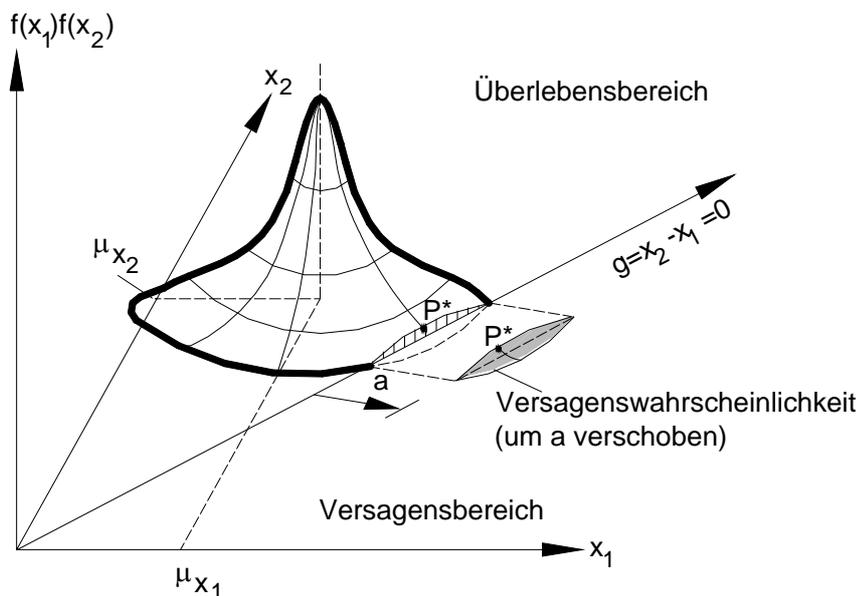


Abb. 6: Wahrscheinlichkeitshügel (Versagensbereich überhöht)

Um die Berechnung von  $P_f$  und  $\beta$  zu vereinfachen, wird eine Koordinatentransformation von der  $x$ - in die  $y$ -Ebene durchgeführt. Die Operation

$$y_1 = \frac{X_1 - \mu_{x1}}{\sigma_{x1}} ; \quad y_2 = \frac{X_2 - \mu_{x2}}{\sigma_{x2}} \tag{2}$$

bedeutet, dass die normalverteilten Größen  $X_1$  und  $X_2$  normiert werden. Für die Darstellung der normierten Basisvariablen  $Y_1$  und  $Y_2$  mit dem Mittelwert 0 und der Standardabweichung 1 analog Abb. 5 bedeutet dies, dass aus den elliptischen Höhengschichtlinien Kreise werden und der Koordinatenursprung in den „Gipfel“ des Wahrscheinlichkeitshügels verschoben wird, s. Abb. 7.

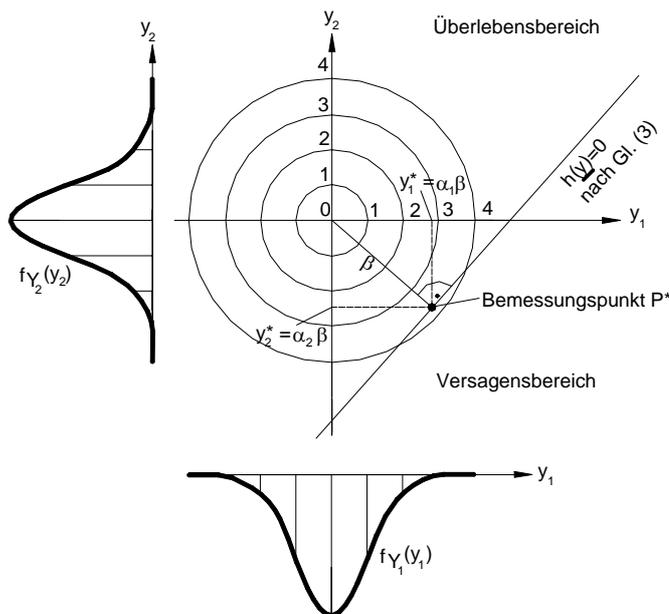


Abb. 7: Verteilungsdichten der Basisvariablen und Grenzzustandsbedingung nach der Koordinatentransformation

Wird Gl. (2) in Gl. (1) eingesetzt, lautet die Grenzzustandsbedingung in der y-Ebene

$$g(\underline{x}) = x_2 - x_1 = \mu_{x2} + \sigma_{x2}y_2 - \mu_{x1} - \sigma_{x1}y_1 = 0$$

Sie wird bezeichnet mit

$$h(\underline{y}) = \sigma_{x2}y_2 - \sigma_{x1}y_1 + (\mu_{x2} - \mu_{x1}) = 0 \tag{3}$$

Teilt man die Gl. (3) durch  $(-\sqrt{\sigma_{x1}^2 + \sigma_{x2}^2})$ , so erhält man die HESSE'sche Normalform der Geradengleichung

$$y_1 \frac{\sigma_{x1}}{\sqrt{\sigma_{x1}^2 + \sigma_{x2}^2}} - y_2 \frac{\sigma_{x2}}{\sqrt{\sigma_{x1}^2 + \sigma_{x2}^2}} - \frac{\mu_{x2} - \mu_{x1}}{\sqrt{\sigma_{x1}^2 + \sigma_{x2}^2}} = 0 \tag{4}$$

In dieser stellen

$$\alpha_1 = \frac{\sigma_{x1}}{\sqrt{\sigma_{x1}^2 + \sigma_{x2}^2}} \quad \text{und} \quad \alpha_2 = \frac{-\sigma_{x2}}{\sqrt{\sigma_{x1}^2 + \sigma_{x2}^2}} \tag{5}$$

die Kosinus der Winkel dar, die das Lot vom Ursprung auf die Grenzzustandsgerade mit den Koordinatenachsen  $y_1$  und  $y_2$  einschließt. Das Lot trifft die Grenzzustandsgerade im Punkt  $P^*(y_1^*; y_2^*)$ , dem sogenannten Bemessungspunkt, der sich hier ohne Iteration ergibt. Es hat die Länge

$$\beta = \frac{\mu_{x2} - \mu_{x1}}{\sqrt{\sigma_{x1}^2 + \sigma_{x2}^2}} \quad (6)$$

Damit kann Gl. (4) auch in der Form

$$y_1 \cdot \alpha_1 + y_2 \cdot \alpha_2 - \beta = 0 \quad (4a)$$

geschrieben werden.

Es lässt sich zeigen, dass  $\beta$  der Sicherheitsindex ist. Nach Abb. 7 ist plausibel, dass der Überlebensbereich mit wachsendem  $\beta$  größer wird. Es ist auch erkennbar, dass der Bemessungspunkt  $P^*$  der Punkt auf der Grenzzustandsgeraden mit der höchsten Höhenkote, d. h. der Punkt des wahrscheinlichsten Versagens, ist. Seine Koordinaten sind

$$y_1^* = \alpha_1 \beta \quad \text{und} \quad y_2^* = \alpha_2 \beta \quad (7)$$

Durch Rücktransformation in die x-Ebene nach Gl. (2) erhält man die Bemessungswerte

$$\left. \begin{aligned} x_1^* &= \mu_{x1} + \sigma_{x1} y_1 = \mu_{x1} + \alpha_1 \beta \sigma_{x1} \\ x_2^* &= \mu_{x2} + \sigma_{x2} y_2 = \mu_{x2} + \alpha_2 \beta \sigma_{x2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Die zahlenmäßige Lösung der gestellten Aufgabe lautet damit

$$\text{Gl. (6): } \beta = \frac{248,7 - 100}{\sqrt{30^2 + 25,87^2}} = 3,754$$

Nach  $P_f = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta)$ ,  $\Phi$  ist die normierte Normalverteilung, s. auch Tab. 2, beträgt die Versagenswahrscheinlichkeit

$$P_f = 8,70 \cdot 10^{-5} \approx 10^{-4}$$

Die Wichtungsfaktoren  $\alpha$  nach Gl. (5) sind

$$\alpha_1 = 0,7573 \quad ; \quad \alpha_2 = -0,6531 \quad \left( \alpha_1^2 + \alpha_2^2 = 1 \right),$$

die Bemessungswerte in der y-Ebene nach Gl. (7)

$$y_1^* = 2,843 \quad ; \quad y_2^* = -2,452 \quad \left( y_1^{*2} + y_2^{*2} = \beta^2 = 3,754^2 \right)$$

und im Originalsystem (x-Ebene) nach Gl. (8)

$$\begin{aligned} x_1^* &= 100 + 0,7573 \cdot 3,754 \cdot 30 = 185,3 \text{ kN} \\ x_2^* &= 248,7 - 0,6531 \cdot 3,754 \cdot 25,87 = 185,3 \text{ kN} \end{aligned}$$

$x_2^* - x_1^* = 0$  ist eine Rechenkontrolle, denn der Bemessungspunkt  $P^*$  liegt auf der Grenzzustandsgeraden  $g(x) = x_2 - x_1 = 0$ , s. Gl. (1), Abb. 5 und 7.

Die Koordinaten des Bemessungspunktes  $P^*$  bieten sich zur Ableitung von Teilsicherheitsbeiwerten geradezu an. Hierauf soll in Abschnitt 4 zurückgekommen werden.

### **Nachbemerkung:**

Wie im Beitrag Zuverlässigkeitskonzept I ausgeführt, ist die Anwendung der Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung keinesfalls auf den Grundfall zweier normalverteilter Basisvariablen bei einer linearen Grenzzustandsbedingung beschränkt. Durch geeignete Näherungen gelingt es, diese allgemeinen Fälle auf den dargestellten Grundfall zurückzuführen und auch hierfür Sicherheitsindex  $\beta$ , Wichtungsfaktoren  $\alpha_i$  und Bemessungswerte  $x_i^*$  zu bestimmen.

## **3.2 Monte-Carlo-Simulation**

Die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  kann auch mit statistischen Mitteln bestimmt werden. Es wird wie im Abschnitt 3.1 vorausgesetzt, dass die Basisvariablen  $X_1, \dots, X_i, \dots, X_m$  bezüglich ihrer Verteilungsfunktionen  $F_{X_i}(x_i)$  bekannt sind und dass die Grenzzustandsgleichung  $g(X_1, \dots, X_m)$  definiert ist.

Erzeugt man nun einen Satz von Realisierungen  $x_{11}, \dots, x_{i1}, \dots, x_{m1}$ , die den o.g. Verteilungsfunktionen genügen und gibt sie in die Grenzzustandsgleichung ein, so erhält man eine Realisierung  $z_1 = g(x_{11}, \dots, x_{m1})$  der Zufallsgröße

$$Z = g(X_1, \dots, X_m) \quad (9)$$

Wiederholt man diesen Vorgang  $n$ -mal, wobei  $n$  eine große Zahl ist, z. B.  $10^6$ , so erhält man eine Stichprobe für die Zufallsgröße  $Z$ , die statistisch verarbeitet werden kann.

Da die Grenzzustandsfunktion  $z = g(x_1, \dots, x_m) = 0$  den Überlebens- vom Versagensbereich trennt, kennzeichnen Ergebnisse  $z < 0$  Versagensfälle.

Damit kann die relative Versagenshäufigkeit als Verhältnis der Versagensfälle zur Gesamtzahl  $n$  der Zyklen bestimmt werden:

$$\text{Relative Versagenshäufigkeit} = \frac{\text{Zahl der Versagensfälle } (z < 0)}{\text{Zyklenzahl } n}$$

Es lässt sich zeigen, dass die relative Versagenshäufigkeit für  $n \rightarrow \infty$  gegen die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  geht.

Voraussetzung hierfür ist, dass die erzeugten  $x_{i1}$  ( $1 \leq i \leq n$ ) Realisierungen der nach  $F_{X_i}(x_i)$  verteilten Basisvariablen  $X_i$  sind. Hierzu berechnet man im Computer mit einem Zufallsgenerator Realisierungen  $r_1$  einer im Intervall  $0 < r_1 < 1$  gleichverteilten Zufallsgröße  $R$ . Nach Abb. 8 wird nach

$$\left. \begin{array}{l} r_1 = F_{X_i}(x_{i1}) \\ \text{bzw. } x_{i1} = F_{X_i}^{-1}(r_1) \end{array} \right\} \quad (10)$$

die gewünschte Realisierung  $x_{i1}$  der Basisvariablen  $X_i$  erhalten. Dies erfolgt für die  $X_1, \dots, X_i, \dots, X_m$  insgesamt  $n$ -mal.

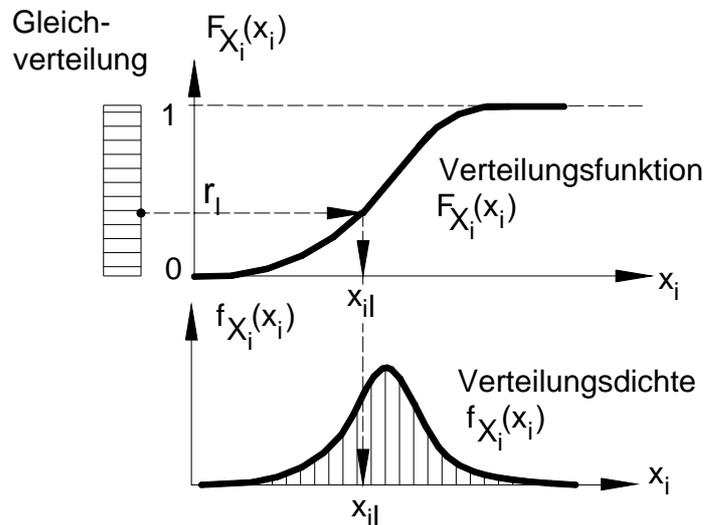


Abb. 8: Transformation der Realisierung  $r_1$  in die Realisierung  $x_{i1}$  der Basisvariablen  $X_i$ .

Es leuchtet ein, dass die Zahl  $n$  der Berechnungszyklen um so größer werden muss, je kleiner die erwartete Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  ist, da die (kleine) Zahl der Treffer im Versagensbereich sonst sehr vom Zufall abhängt. Neben der immer höheren Leistungsfähigkeit der Computer bringen hier verschiedene Verfahren der Stichprobenreduzierung wesentliche Fortschritte.

## 4 Bestimmung von Teilsicherheitsbeiwerten

Für moderne Sicherheitskonzepte wie in den Europäischen Normen, die mit Teilsicherheitsbeiwerten nach Grenzzuständen bemessen, haben die unter 3.1 bestimmten Bemessungswerte eine zentrale Bedeutung. Bei Vorgabe eines angestrebten Sicherheitsindex  $\beta$  sind die Bemessungswerte  $x_i^*$  für alle Basisvariablen analog Gl. (8) nach

$$x_i^* = \mu_{x_i} + \alpha_i \beta \sigma_{x_i} \quad (11)$$

zu bestimmen.

Da die Bemessungsnormen mit charakteristischen Werten arbeiten, diese aber für die meisten Basisvariablen bereits anderweitig (z.B. in Werkstoff- und Lastnormen) festgelegt sind, ist eine Umrechnung mit Teilsicherheitsbeiwerten erforderlich. Weil diese in der Regel  $\geq 1$  sein sollten, gilt für Beanspruchbarkeitsgrößen  $R$

$$x_i^* = \frac{x_{i,k}}{\gamma_{Ri}} \quad (12)$$

und für Beanspruchungsgrößen E

$$x_j^* = \gamma_{Ej} \cdot x_{j,k} \quad (13)$$

Im Beispiel unter 3.1 würde sich damit ergeben:

$$\text{nach Gl. (12)} \quad \gamma_{R2} = \frac{x_{2,k}}{x_2^*} = \frac{A \cdot f_{y,k}}{x_2^*} = \frac{923,9 \cdot 240 \cdot 10^{-3}}{185,3} = 1,197$$

$$\text{nach Gl. (13)} \quad \gamma_{E1} = \frac{x_1^*}{x_{1,k}} = \frac{185,3}{149,3} = 1,241$$

Der obere Wert würde dem theoretischen Materialfaktor entsprechen, der untere dem Lastfaktor. Das Produkt beider Teilsicherheitsbeiwerte beträgt 1,485. Das ist derselbe Wert wie der nach Norm angesetzte Gesamtsicherheitsfaktor  $1,1 \cdot 1,35$ . Entsprechend den angenommenen statistischen Kennwerten ist die Verteilung der Sicherheitsfaktoren auf Tragfähigkeit R und Beanspruchung E jedoch anders. Dies liegt an dem gegenüber allgemeinen Fällen relativ hohen Variationskoeffizienten  $v_2 = \sigma_{x_2} / \mu_{x_2} = 25,87 / 248,7 = 0,104$  der Tragfähigkeit und dem relativ niedrigen Wert  $v_1 = 30/100 = 0,300$  der Beanspruchung. Würde die Streuung der Beanspruchung  $X_1$  steigen, ergäben sich nach Gl. (5) ein größeres  $\alpha_1$  und ein kleineres (negatives)  $\alpha_2$ , nach Gl. (8) höhere Bemessungswerte  $x_1^* = x_2^*$  und damit nach Gl. (13) erwartungsgemäß ein höherer Lastfaktor. Gl. (12) würde einen kleineren Materialfaktor liefern, obwohl sich die statistischen Daten der Tragfähigkeit  $X_2$  nicht geändert haben! Analog würde eine größere Streuung der Tragfähigkeit  $X_2$  den Materialfaktor erhöhen aber auch den Lastfaktor senken.

Auch bei mehr als zwei Basisvariablen gilt stets  $\sum \alpha_i^2 = 1$ . Wie am vorstehenden einfachen Beispiel gezeigt, beeinflussen die Wichtungsfaktoren  $\alpha_i$  über die Bemessungswerte  $x_i^*$  nach Gl.(11) die Festlegung der Teilsicherheitsbeiwerte entsprechend Gl. (12) und (13). Ein Teilsicherheitsbeiwert für eine Basisvariable, z.B. R, ist daher nicht nur von deren statistischen Parametern, wie z.B.  $\mu_R$ ,  $\sigma_R$  und auch dem charakteristischen Wert  $r_k$  in Gl. (12) abhängig, sondern auch von anderen statistischen Kenngrößen, z. B. der Standardabweichung  $\sigma_E$  der Beanspruchung E über  $\alpha_R$  analog Gl. (5).

Um die Normenentwicklung zu vereinfachen und speziell eine Entkoppelung der Beanspruchungs- und der Beanspruchbarkeitsgrößen zu erreichen, hat man sich bei der Festlegung von Bemessungswerten nach Gl. (11) auf  $\alpha_E = 0,7$  (bzw.  $\sum \alpha_{Ei}^2 = 0,49$ ) und  $\alpha_R = 0,8$  bzw.  $\sum \alpha_{Ri}^2 = 0,64$  und damit  $\sum \alpha_i^2 \approx 1$  geeinigt, vgl. [6], [7].

In Gl. (11) einzusetzende Ziel-Sicherheitsindizes  $\beta$  sind in [7] angegeben, s. Tabelle 4.

Tab. 4: Ziel-Sicherheitsindizes  $\beta$  nach DIN 1055-100

Grenzzustand	Ziel - $\beta$ (50 Jahre)	Ziel - $\beta$ ( 1 Jahr)
Tragfähigkeit	3,8	4,7
Ermüdung	1,5 bis 3,8 <sup>1)</sup>	-
Gebrauchstauglichkeit	1,5	3,0

<sup>1)</sup> abhängig von Zugänglichkeit und Schadenstoleranz

Grundsätzlich ist es nach den Gln. (12) und (13) möglich, für jede Einflussgröße in der statischen Berechnung, z. B. auch für geometrische Abmessungen, Querschnittswerte und Imperfektionen, einen Teilsicherheitsbeiwert zu bestimmen. Dies ist aber unpraktisch und auch deshalb unnötig, da viele Größen nur relativ geringe Streuungen aufweisen und zu partiellen Sicherheitsbeiwerten nahe bei 1 führen würden. Deshalb ist es üblich, diese nur für Lasten und Einwirkungen sowie für Festigkeitskenngrößen zu definieren. Für letztere, die sog. Materialfaktoren  $\gamma_M$ , werden sie pauschal etwas vergrößert, um ungünstige Abweichungen von Querschnittswerten sowie Modell- und Systemungenauigkeiten mit zu erfassen. Generell ist es durch Festlegung unterschiedlicher Materialfaktoren möglich, z. B. die kleineren Festigkeitsstreuungen bei Stahl gegenüber Beton zu berücksichtigen.

Die Lastfaktoren,  $\gamma_F$  genannt, werden – ebenfalls vor allem wegen unterschiedlicher Streuungen – nur zwischen ständigen und zeitveränderlichen Einwirkungen unterschieden, so dass der Lastfaktor für die Eigenlast einer Stahlkonstruktion niedriger ist als derjenige für Schnee. An sich müsste jeder Einwirkung aufgrund ihrer speziellen Verteilungsfunktion auch ein gesonderter Lastfaktor zugeordnet werden. Darauf wird bisher aus Gründen der Vereinfachung verzichtet.

Die charakteristischen Werte  $x_{i,k}$  der Beanspruchbarkeit in Gl. (12) sind meist als 5%-Fraktilwerte definiert, s. Abb. 9.

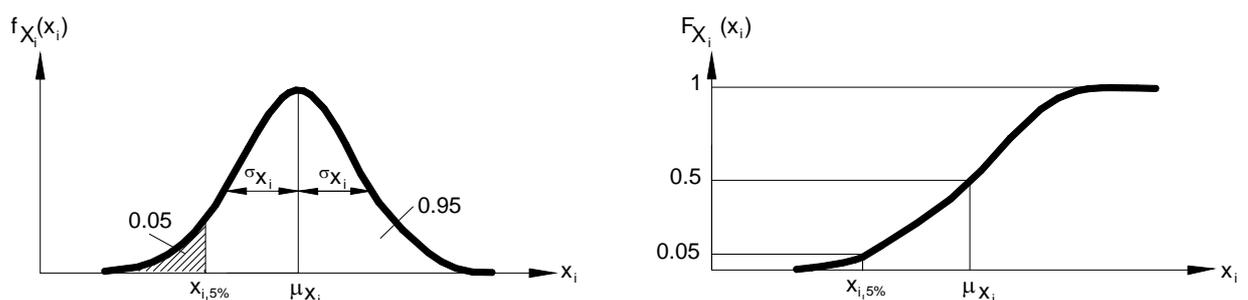


Abb. 9: Verteilungsdichte und Verteilungsfunktion der normalverteilten Basisvariablen  $X_i$  mit Mittelwert, Standardabweichung und 5%-Fraktilwert

Aber auch bei einer anderen statistischen Definition ist der gewünschte Sicherheitsindex  $\beta$  durch Festlegung von  $\gamma_{Ri}$  nach Gl. (12) erreichbar. Bei den Beanspruchungen verhält es sich ähnlich. Ständige Lasten  $x_{j,k}$  in Gl. (13) werden meist als Mittelwerte, bei größerer Streuung auch als 95%-Fraktilwerte (bei günstiger Wirkung auch als 5%-Fraktilwert) festgelegt. Die charakteristischen Werte zeitveränderlicher Einwirkungen sollten als 98%-

Fraktilen der Jahresmaxima definiert sein, d. h. im Durchschnitt einmal in 50 Jahren auftreten.

Neben den Material- und den Lastfaktoren im Sinne der Gln. (12) und (13) führen die modernen Bemessungsnormen noch Kombinationsbeiwerte  $\psi$  für zeitveränderliche Einwirkungen ein, um die verminderte Wahrscheinlichkeit des gleichzeitigen Auftretens dieser Einwirkungen mit hohen Werten zu berücksichtigen. Ihre für seltene, nicht häufige, häufige und quasi-ständige Kombinationen und auch für verschiedene Einwirkungen unterschiedliche Größe kann ebenfalls mit den skizzierten zuverlässigkeitstheoretischen Methoden bestimmt werden.

## 5 Die praktische Umsetzung des Sicherheitskonzepts nach DIN 1055 – 100 bzw. nach der Europäischen Normung

### 5.1 Allgemeine Anforderungen an Bemessungsregeln

Wie unter 2 ausgeführt, hat der Tragwerksplaner für alle relevanten Bemessungssituationen nachzuweisen, dass die Grenzzustände der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit nicht überschritten werden. Diese Nachweise sollen möglichst einfach und genau sein sowie die erforderliche Sicherheit, Dauerhaftigkeit und Robustheit der Konstruktionen während ihrer gesamten Lebensdauer gewährleisten und dabei den gesamten Gültigkeitsbereich der Normen umfassen. Bezüglich der Entwurfs-Lebensdauer von Bauwerken definiert EN 1990 [4] vier Klassen, die in der folgenden Tabelle 5 angegeben sind:

Tab. 5: Entwurfs-Lebensdauer

Klasse	Entwurfs – Lebensdauer (Jahre)	Beispiele
1	1 bis 5	temporäre Konstruktionen
2	25	austauschbare Bauteile wie Kranbahnträger und Lager
3	50	Hochbauten und andere gebräuchliche Bauwerke
4	100	monumentale Hochbauten, Brücken und andere Ingenieurbauwerke

Es ist klar, dass die praktische Umsetzung der o.g. Forderungen Kompromisse notwendig macht. Um der Forderung nach Genauigkeit zu entsprechen, müssen die Berechnungsmodelle wirklichkeitsnah sein. Hierbei ist zu unterscheiden zwischen den Nachweisgleichungen in den Normen und den vom Berechnungsingenieur selbst anzunehmenden Modellen, z. B. zur Idealisierung des statischen Systems.

Gemäß Norm ist nachzuweisen, dass der Bemessungswert  $E_d$  der Beanspruchung (Schnittgröße, Spannung, Dehnung, Formänderung) nicht größer ist als der Bemessungswert  $R_d$  der Beanspruchbarkeit. Während manche normativen Regelungen zur Beanspruchbarkeit unmittelbar aus statischen, elastizitäts- oder plastizitätstheoretischen Gesetzmäßigkeiten folgen, z.B. die Formeln für elastische bzw. plastische Querschnittswiderstände oder für das ideale Biegedrillknickmoment, sind sie in anderen Fällen phänomenologischer Natur.

Als Beispiele aus dem Stahlbau seien die Europäischen Knickspannungslinien und die Wöhlerlinien genannt. Sie sind zwar experimentell gesichert, doch liegen ihnen keine explizit formulierbaren Naturgesetze zugrunde. Alle diese normativen Regelungen entsprechen dem heutigen Stand des gesicherten Wissens und der Erfahrung und sind weitestgehend auch versuchstechnisch bestätigt.

Wesentlich mehr Freiräume hat der Berechnungsingenieur bei der Ermittlung der Beanspruchung  $E_d$ . Zwar schreiben die Normen die wichtigsten charakteristischen Werte für Lasten und Einwirkungen und auch die Teilsicherheitsbeiwerte vor, doch die vielfältigen Konstruktionsformen führen zu völlig unterschiedlichen statischen Systemen, die individuell festgelegt und ggf. vereinfacht werden müssen. Damit diese Modellierung wirklichkeitsnah erfolgt, wird in den Normen eine Vielzahl von Regelungen und Hinweisen gegeben.

Im Stahlbau betrifft dies z. B. anzusetzende Imperfektionen wie Schiefstellungen von Stützen und Rahmenstielen oder Vorkrümmungen von Druckstäben bzw. Druckgurten von Bindern. Aber auch die Regelungen zur Erfassung dynamischer Effekte entweder durch Schwingungsuntersuchungen unter realistischen Massen-, Steifigkeits- und Dämpfungsannahmen oder einfach durch einen dynamischen Vergrößerungsfaktor sind hier zu nennen. Besondere Aufmerksamkeit wird der Modellierung für den Brandfall gewidmet. Neben der Sicherung ausreichender Genauigkeit dienen die erwähnten Regelungen, z. B. für anzusetzende Imperfektionen, auch der Gewährleistung der Sicherheit. Vor allem erfolgt dies jedoch durch Festlegung von Teilsicherheitsbeiwerten, charakteristischen und Bemessungswerten. Auf letztere wird im nächsten Abschnitt eingegangen.

## 5.2 Die praktischen Nachweise nach den Europäischen Normen

Zum grundsätzlichen Nachweis nach der Methode der Teilsicherheitsbeiwerte führt EN 1990 [4] im Abschnitt 9 wörtlich aus: „In den EN 1992 bis 1999 wird die Zuverlässigkeit entsprechend dem Konzept der Grenzzustände durch die Anwendung von Teilsicherheitsfaktoren erreicht. Bei der Methode der Teilsicherheitsbeiwerte ist nachzuweisen, dass in allen relevanten Bemessungssituationen die Grenzzustände nicht überschritten werden, wenn in den Bemessungsmodellen die Bemessungswerte der Beanspruchungen und der Widerstände angesetzt werden.“

Auf die statistische Definition der charakteristischen Werte bei Lasten und Festigkeitskenngrößen wurde schon unter 4 kurz eingegangen. Bei den geometrischen Abmessungen ist mit relativ geringen Streuungen zu rechnen. Daher werden ihre nominellen oder charakteristischen Werte ohne Ansatz eines Teilsicherheitsbeiwerts als Bemessungswerte verwendet. Auch anzusetzende Imperfektionen werden unmittelbar als Bemessungswerte benutzt. Sie sind zur Berücksichtigung geometrischer Abweichungen (Schiefstellungen, Vorkrümmungen, exzentrische Anschlüsse) und Eigenspannungen sehr reichlich festgelegt, so dass ihr Ansatz meist nicht unbeträchtlich die Zuverlässigkeit erhöht.

In den Grenzzuständen der Tragfähigkeit ist nachzuweisen, dass der Bemessungswert  $E_d$  der Beanspruchung nicht größer ist als der Bemessungswert  $R_d$  der Beanspruchbarkeit [8].

$$E_d \leq R_d \quad (14)$$

Für  $E_d$  gilt

- in ständigen und vorübergehenden Bemessungssituationen

$$E_d = \sum_j \gamma_{Gj} G_{kj} + \gamma_P P_k + \gamma_{Q1} Q_{k1} + \sum_{i>1} \gamma_{Qi} \Psi_{oi} Q_{ki} \quad (15)$$

- in außergewöhnlichen Bemessungssituationen

$$E_d = \sum_j \gamma_{GAj} G_{kj} + \gamma_{PA} P_k + A_d + \Psi_{11} Q_{k1} + \sum_{i>1} \Psi_{2i} Q_{ki} \quad (16)$$

- in seismischen Bemessungssituationen

$$E_d = \sum_j G_{kj} + P_k + \gamma_I A_{Ed} + \sum_{i \geq 1} \Psi_{2i} Q_{ki} \quad (17)$$

mit:

- $G_k, P_k, Q_k \dots$  den charakteristischen Werten der ständigen Einwirkungen, Vorspannkräfte, veränderlichen Einwirkungen
- $Q_{k1} \dots$  dem charakteristischen Wert der im Nachweis dominierenden veränderlichen Einwirkung (Leiteinwirkung)
- $A_d, A_{Ed} \dots$  dem Bemessungswert der außergewöhnlichen (z. B. Anprall oder Brand) bzw. seismischen Einwirkung
- $\gamma_G \dots$  Lastfaktoren für ständige Einwirkungen 1,35 (1,00) bei ungünstiger (günstiger) Wirkung, bei Lagesicherheitsnachweisen 1,05 (0,95)
- $\gamma_P, \gamma_{PA} \dots$  Lastfaktor für Vorspannkräfte 1,0, falls  $P_k$  nicht den ständigen Einwirkungen  $G_k$  zugeordnet wird.
- $\gamma_Q \dots$  Lastfaktor für veränderliche Einwirkungen 1,50 (0) bei ungünstiger (günstiger) Wirkung
- $\gamma_I \dots$  Wertigkeitsfaktor nach ENV 1998 [9]
- $\Psi_{0i}, \Psi'_{1i}, \Psi_{1i}, \Psi_{2i} \dots$  Kombinationsbeiwerte für die veränderliche Einwirkung  $i$  für seltene, nicht häufige, häufige bzw. quasi-ständige Kombinationen

In den Gln. (15) bis (17) bedeuten die Plus- und Summenzeichen, dass der Bemessungswert  $E_d$  der Beanspruchung (z. B. Schnittgröße oder Spannung) im Berechnungsmodell unter Berücksichtigung aller aufgeführten Einwirkungen zu ermitteln ist.

Auf der rechten Seite der Nachweisgleichung (14) steht der Bemessungswert  $R_d$  der Beanspruchbarkeit in der gleichen Dimension wie  $E_d$ . Zu seiner Bestimmung wird der charakteristische Wert  $R_k$  mit den charakteristischen (nominellen) Werten von Werkstoffparametern (z.B. Streckgrenze, Bruchfestigkeit), Querschnittswerten und/oder Bauteilabmessungen ggf. unter Berücksichtigung von Imperfektionen berechnet. Dann gilt

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_M} \quad (18)$$

Im Stahlbeton- und Spannbetonbau wird nach [10] und [11] der Materialfaktor für Beton von  $\gamma_c = 1,5$  in der Grundkombination und 1,3 in der außergewöhnlichen Kombination angesetzt. [11] gestattet bei Fertigteilen  $\gamma_c = 1,35$ . Für Betonstahl und Spannstahl betragen die Materialfaktoren  $\gamma_s$  in diesen Kombinationen 1,15 bzw. 1,00.

Bei Stahlkonstruktionen werden nach [12] im wesentlichen drei Werte des Materialfaktors  $\gamma_M$  unterschieden, die Regelungen nach [5] weichen hiervon teilweise etwas ab.

$\gamma_{M0} = 1,0$  bei reinem Festigkeitsversagen mit Vorankündigung durch große Fließverformungen

$\gamma_{M1} = 1,1$  bei Stabilitätsversagen

$\gamma_{M2} = 1,25$  bei Versagen durch Bruch in Nettoquerschnitten (z. B. Lochstäben) oder Verbindungsmitteln

Im Holzbau gilt nach [13] für Holz und Holzwerkstoffe  $\gamma_M = 1,3$ , für Stahl in Verbindungen  $\gamma_M = 1,1$  solange Grundkombinationen vorliegen, in außergewöhnlichen Kombinationen darf  $\gamma_M = 1,0$  gesetzt werden.

Die Unterschiede der genannten Materialfaktoren können mit den unterschiedlichen Streuungen der Werkstoffeigenschaften, aber auch mit der Wahrscheinlichkeit der Einwirkungskombination und den Versagensfolgen begründet werden.

In den **Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit** ist nachzuweisen

$$E_d \leq C_d \quad (19)$$

$E_d$  Bemessungswert des Effekts der Einwirkungen (z. B. Durchbiegung, Eigenfrequenz)

$C_d$  Grenzwert für die betrachtete Gebrauchstauglichkeitsanforderung (z.B. Durchbiegung, Eigenfrequenz)

Je nach dem Charakter des betrachteten Grenzzustands ist  $E_d$  für eine der folgenden vier Kombinationen nachzuweisen:

für seltene Kombinationen (z. B. bei Durchbiegungen)

$$E_d = \sum_j G_{kj} + P_k + Q_{k1} + \sum_{i>1} \psi_{0i} Q_{ki} \quad (20)$$

für nicht häufige Kombinationen (z. B. bei Betonspannungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit)

$$E_d = \sum_j G_{kj} + P_k + \psi'_1 Q_{k1} + \sum_{i>1} \psi_{1i} Q_{ki} \quad (21)$$

für häufige Kombinationen (z. B. bei Schwingungsuntersuchungen)

$$E_d = \sum_j G_{kj} + P_k + \psi_{11} Q_{k1} + \sum_{i>1} \psi_{2i} Q_{ki} \quad (22)$$

für quasi-ständige Kombinationen (z. B. bei Kriechverformungen)

$$E_d = \sum_j G_{kj} + P_k + \sum_{i \geq 1} \Psi_{2i} Q_{ki} \quad (23)$$

Die Bedeutung aller Größen ist im Anschluss an die Gln. (15) bis (17) erläutert.

Bei der Berechnung von  $E_d$  sind auch Werkstoffparameter, wie z. B. der Elastizitätsmodul bei Durchbiegungsberechnungen, zu verwenden. Diese sind mit ihrem charakteristischen Wert einzuführen, d. h. es gilt  $\gamma_M = 1$ . Gehen dagegen Verformungen in Tragfähigkeitsnachweise nach Theorie II. Ordnung ein, so sind dort die Materialfaktoren für die Grenzzustände der Tragfähigkeit anzuwenden.

### 5.3 Sonstige Regelungen zur Sicherheit

Im Abschnitt 5.2 wurden die grundsätzlichen Nachweisformate in den Europäischen Normen dargestellt. Sie dienen im Sinne der unter 1 besprochenen ersten Sicherheitsstrategie der Schaffung eines ausreichenden Sicherheitsabstandes zwischen Beanspruchbarkeit und Beanspruchung.

Diese Strategie muss jedoch bis zur Sicherstellung aller ihrer Voraussetzungen verfolgt und durch Maßnahmen zur Vermeidung menschlicher Fehlhandlungen und zur Begrenzung des Schadensausmaßes flankiert werden.

Als Grundvoraussetzungen hierfür nennt EN 1990 [4] im Abschnitt 1.3

- Erfahrenes Fachpersonal.
- Angemessene Überwachung und Qualitätskontrolle sind im Entwurfsbüro, im Fertigungswerk und auf der Baustelle gesichert.
- Baumaterialien und -produkte werden norm- damit qualitätsgerecht geliefert.
- Das Bauwerk wird sorgfältig unterhalten (z. B. Korrosionsschutz).
- Die Nutzung erfolgt in Übereinstimmung mit den Berechnungsannahmen.

Als Beispiele seien Kontrollmaßnahmen der Einhaltung von Fertigungs- und Montagetoleranzen, der Qualitätssicherung beim Schweißen und bei der Eintragung planmäßiger Vorspannkraften genannt.

Gemäß EN 1990 [4], Abschnitt 2.1, ist bei Entwurf und Ausführung einer Konstruktion auch zu berücksichtigen, dass sie bei Brand, Explosion und Anprall oder infolge menschlicher Fehlhandlungen nicht in einem Ausmaß beschädigt wird, das in keinem Verhältnis zur Ursache steht. Neben Maßnahmen zur direkten Gefahrenabwehr werden hier vor allem unempfindliche (i. d. R. statisch unbestimmte) Systeme genannt, die auch bei Ausfall eines Elements oder Teilsystems Bestand haben sowie die Vermeidung von Tragsystemen, die ohne Vorankündigung versagen.

## 6 Literatur

- [1] Melchers, R.E.: Structural Reliability Analysis and Prediction, J. Wiley, 1999
- [2] Spaethe, G.: Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen, Springer Wien New York, 1992
- [3] Schneider, J. : Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen, Verlag der Fachvereine Zürich und B. G. Teubner Stuttgart, 1994
- [4] EN 1990: Basis of Design, Draft May 1999
- [5] DIN 18800 T.1: Stahlbau, 1990
- [6] Annex C zu EN 1990, April 1999
- [7] DIN 1055-100: Einwirkungen auf Tragwerke, Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln, März 2001
- [8] ENV 1991-1: Eurocode 1: Basis of Design and Actions on Structures Part 1: Basis of Design, 1994
- [9] ENV 1998-1-1: Eurocode 8: Auslegung von Bauwerken gegen Erdbeben Teil 1-1: Grundlagen, 1994
- [10] DIN V ENV 1992 1-1: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Juni 1992
- [11] DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Bemessung und Konstruktion, Juli 2001
- [12] DIN V ENV 1993-1-1: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten, April 1993
- [13] DIN V ENV 1995-1-1: Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken, Juni 1994



# Methodik der Risikountersuchungen

Manfred Curbach, Dirk Proske  
Institut für Massivbau, Technische Universität Dresden

**Zusammenfassung:** Es erfolgt eine kurze Vorstellung verschiedener Parameter zur Risikodarstellung, wobei ausschließlich Parameter behandelt werden, die sich mit der Gefährdung von Menschen befassen. Die Anwendung wird an einfachen Beispielen demonstriert.

## 1 Einleitung

Lebewesen verfügen im Vergleich zur nichtlebenden Materie über eine Vielzahl von besonderen Eigenschaften. Eine dieser besonderen Eigenschaften von Lebewesen ist die Ausführung zielgerichteter Handlungen, z.B. das Auffinden von Futter, Wachstum etc. Diese Handlungen oder Aktionen bergen aber immer auch die Gefahr des Scheiterns, des Nichterreichens des Zieles in sich. Der Umfang des Scheiterns wird als Schaden bezeichnet. Er ist von der Handlung und den Umständen abhängig. Bei einer beliebigen Handlung, z.B. Lottospielen mit dem Ziel zu gewinnen, ist der Schaden nur sehr gering – der Lottoeinsatz geht verloren, bei einer andere Handlung, z.B. dem Bau und Betreiben eines Kernkraftwerkes kann der Schaden sehr groß werden – siehe das Unglück von Tschernobyl. In Erinnerung ist den meisten der Begriff Risiko in Zusammenhang mit derartigen großen Schäden, kleine Risiken geraten schnell in Vergessenheit.

Sowohl kleine als auch große Risiken können ein Entwicklungsantrieb sein. Das Risiko, in den gemäßigten Klimazonen im Winter zu verhungern oder im Sommer zu verdursten, hat zum Beginn der Landwirtschaft, zur Haltung und Züchtung von Tieren geführt. Der Bau von Häusern hat etwas mit dem Schutz der Menschen vor der Witterung zu tun. Der Bau von Brücken erfolgte, um die mühevollen und gefährlichen Querungen von Flüssen zu erleichtern. Um zu entscheiden, ob solche Präventivmaßnahmen lohnenswert sind, muß man die Möglichkeit eines Schadenseintrittes und den Umfang des Schadens vor einer Handlung abschätzen können.

Man kann in der Tat die Möglichkeit eines Schadenseintrittes mathematisch prognostizieren, z.B. in Form einer Wahrscheinlichkeit. Dabei wird aber noch nicht der Umfang des Schadens berücksichtigt. Das erreicht man erst durch die Einführung des Begriffes Risiko. Risiko beschreibt sowohl den Betrag der Möglichkeit eines Schadenseintrittes (Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit) als auch den Umfang des Schadens (Konsequenz). Besteht der Schaden in der Möglichkeit des Verlustes von Menschenleben, so spricht man von Gefahr.

## 2 Risikoparameter

### 2.1 Sterbewahrscheinlichkeit

Der Mensch ist ein zeitlich begrenztes Wesen. Das höchste Gut eines Menschen, sein Leben, ist während seiner Lebenszeit unterschiedlich starken Gefährdungen ausgesetzt. Eine kurze Zusammenstellung von Gefährdungen für Menschen findet sich in [3]. Menschen versuchen, soweit ihnen Gefährdungen bekannt sind, diesen auszuweichen oder vorbeugende Maßnahmen zu ergreifen. Die Vermeidung von Gefahren kann man als Sicherheitsanspruch ansehen. Solange Menschen existierten, war die Erfüllung des Bedürfnisses nach Sicherheit eines der fundamentalsten Ansprüche, wie z.B. die Maslowsche Pyramide zeigt. Heute erfüllt der Staat gemäß seiner Aufgabenstellung eine Schutzpflicht. Diese Schutzpflicht realisiert er über gesetzliche Regelungen, die Anforderungen an Sicherheit bzw. an Risiken definieren. Um die Erfüllung der Anforderungen zu prüfen, benötigt man in der Regel eine geeignete Darstellung von Risiken.

Die erste hier behandelte Darstellung von Risiken sei die reine Nennung der Sterbehäufigkeit bzw. Sterbewahrscheinlichkeit pro Jahr pro Person bzw. das Sterberisiko pro Jahr pro Person. Darunter soll ein Ereignis mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit und der Konsequenz Tod eines Menschen verstanden werden (Sterbehäufigkeit = Sterberisiko). Sterbehäufigkeiten basieren auf Sterbetafeln. Die ersten Sterbetafeln wurden bereits im 18. Jahrhundert in Australien verwendet und 1837 in England und Wales eingeführt.

Die Tab. 1 zeigt Sterbewahrscheinlichkeiten für den Alltag, aber auch unter außergewöhnlichen Bedingungen. Das Risiko für den Verlust von Leib und Leben unterscheidet sich um mehrere Zehnerpotenzen. Die größte Gefahr erfahren Menschen im Krieg ( $7,0 \cdot 10^{-2}$ ). Auf Platz zwei stehen gesundheitliche Risiken ( $\approx 1,0 \cdot 10^{-3}$ ). Gesundheitliche Risiken sind sehr hoch, da alle Menschen früher oder später gesundheitlichen Problemen ausgesetzt sind. Es folgen einige gefährliche Berufe, wie Raumfahrer, Hochseefischer oder Bergbauarbeiter ( $10^{-3} - 10^{-4}$ ). Daran anschließend folgt das erste technische Risiko für die gesamte Bevölkerung: der Kraftfahrzeugverkehr ( $10^{-4}$ ). Obwohl dieses Risiko in den letzten Jahren durch den hohen Aufwand in Sicherheitssysteme im Straßenbau als auch bei den Fahrzeugen (ABS, Airbag, Gurt) deutlich gefallen ist, muß es nach wie vor als das größte technische Risiko für die Bevölkerung in den entwickelten Industrieländern angesehen werden. Andere Verkehrsmittel, wie die Eisenbahn ( $10^{-6}$ ) oder der Flugverkehr ( $10^{-6}$ ) zeigen in dieser Darstellungsform ein deutlich geringes Risiko. Auch die Gefährdung durch Naturkatastrophen liegt in den entwickelten Industrieländern ( $10^{-6}$ ) deutlich niedriger als der Kraftverkehr.

Als zulässiger Wert wird in der Regel ein Betrag von  $10^{-6}$  pro Jahr angesehen. Dieser Wert entspricht dem sogenannten *de minimis risk*. Ein Risiko, welches diesen rechnerischen Wert entspricht, wird als höhere Gewalt interpretiert. Die historische Herkunft dieses Wertes bleibt umstritten. Häufig wird hierbei auf Arbeiten von Mantel und Bryan verwiesen. Diese gaben 1961  $10^{-8}$  als akzeptable Sterbewahrscheinlichkeit an, in den 70er Jahren  $10^{-6}$  [6]. Andere Begründungen betreffen die große Flutkatastrophe Anfang der 50er Jahre in den Niederlanden. Danach wurde festgelegt, daß für Dämme eine Überflutungswahrscheinlichkeit von  $10^{-4}$  pro Jahr gelten sollte, die Versagenswahrscheinlichkeit bei Überflutung  $10^{-1}$  und die Wahrscheinlichkeit für das Ertrinken nach dem Versagen des Dammes ebenfalls  $10^{-1}$  betrage, so daß sich insgesamt ein Zielwert von  $10^{-6}$  ergibt.

Tab. 1: Sterbehäufigkeiten pro Jahr. Es handelt sich um einen Auszug aus einer Tabelle mit über 125 Werte in [10]. Dort finden sich auch die exakten Quellen.

Ursache	Relative Sterbehäufigkeit/Jahr
Deutscher Soldat im II. Weltkrieg	$7,0 \cdot 10^{-2}$
Allg. für Männer zwischen 54 und 55 Jahren in der DDR 1988	$1,0 \cdot 10^{-2}$
Allg. für Frauen zwischen 60 und 61 Jahren in der DDR 1988	$1,0 \cdot 10^{-2}$
Allgemeine Sterbewahrscheinlichkeit (USA – 1999)	$8,6 \cdot 10^{-3}$
Krebs (USA – 1999)	$5,7 \cdot 10^{-3}$
Herzkrankheit (USA – 1999)	$5,7 \cdot 10^{-3}$
Rauchen (USA – 1999)	$3,6 \cdot 10^{-3}$
Krebs (jedes Alter, U.K.)	$2,8 \cdot 10^{-3}$
Bergsteigen (international)	$2,7 \cdot 10^{-3}$
Raumfahrer (ESA CRT)	$2,0 \cdot 10^{-3}$
Hochseefischerei	$1,7 \cdot 10^{-3}$
Gewaltverbrechen (Johannesburg 1993)	$1,5 \cdot 10^{-3}$
Fliegen (Crew)	$1,2 \cdot 10^{-3}$
Allg. Männer zwischen 17 und 18 Jahren in der DDR 1988	$1,0 \cdot 10^{-3}$
Allg. Frauen zwischen 35 und 36 Jahren in der DDR 1988	$1,0 \cdot 10^{-3}$
Bergsteigen (USA – 1999)	$1,0 \cdot 10^{-3}$
Kohlebergbau	$3,3 \cdot 10^{-4}$
Verkehrsunfälle mit Motorfahrzeugen (USA – 1967)	$2,7 \cdot 10^{-4}$
Autofahren	$2,2 \cdot 10^{-4}$
Autounfall (USA – 1999)	$2,0 \cdot 10^{-4}$
AIDS (USA 1995)	$2,0 \cdot 10^{-4}$
Bauarbeit	$1,7 \cdot 10^{-4}$
Bergbau	$1,4 \cdot 10^{-4}$
Fliegen (Passagier)	$1,2 \cdot 10^{-4}$
Verkehrsunfälle mit Motorfahrzeugen (D 1988)	$1,2 \cdot 10^{-4}$
Hausarbeit	$1,1 \cdot 10^{-4}$
Unfall zu Hause (USA – 1999)	$1,0 \cdot 10^{-4}$
Stürze (USA – 1967)	$1,0 \cdot 10^{-4}$
Haushalt	$1,0 \cdot 10^{-4}$
Gewaltverbrechen (USA 1981)	$1,0 \cdot 10^{-4}$
Allgemein 14 jährige Mädchen in den Niederlanden	$1,0 \cdot 10^{-4}$
Straßenverkehr (U.K.)	$9,1 \cdot 10^{-5}$
Stürze (D 1988)	$8,1 \cdot 10^{-5}$
Schiffsverkehr (Linienfahrten)	$8,0 \cdot 10^{-5}$
Flugverkehr (Linienflüge) 10.000 Meilen pro Jahr	$6,7 \cdot 10^{-5}$
Gewaltverbrechen (USA 1998)	$6,3 \cdot 10^{-5}$
Fabrikarbeit	$4,0 \cdot 10^{-5}$
Feuer und Explosionen (USA – 1967)	$3,7 \cdot 10^{-5}$
Ertrinken (USA – 1967)	$2,9 \cdot 10^{-5}$
Gewaltverbrechen (London 1993)	$2,5 \cdot 10^{-5}$
Drogenkonsum (D 1999)	$2,2 \cdot 10^{-5}$
Flugzeugunfall (USA – 1999)	$2,0 \cdot 10^{-5}$
Arbeitsunfälle (U.K.)	$1,4 \cdot 10^{-5}$
Feuer (USA – 1999)	$1,0 \cdot 10^{-5}$
Flugverkehr (USA – 1967)	$9,0 \cdot 10^{-6}$
Straßenverkehr (10.000 Meilen pro Jahr, vorsichtiger Fahrer)	$8,0 \cdot 10^{-6}$
Gebäudebrände	$8,0 \cdot 10^{-6}$
Gasvergiftungen (USA – 1967)	$7,9 \cdot 10^{-6}$
Eisenbahnverkehr (USA – 1967)	$5,0 \cdot 10^{-6}$
Eisenbahnverkehr (D 1988)	$4,4 \cdot 10^{-6}$
Erfrierung (USA – 1967)	$1,6 \cdot 10^{-6}$
Flugverkehr (D 1988)	$1,2 \cdot 10^{-6}$
Hunger, Durst, Erschöpfung (USA – 1967)	$9,7 \cdot 10^{-7}$
Naturkatastrophen (Erdbeben, Hochwasser u.ä.) (USA – 1967)	$8,2 \cdot 10^{-7}$
Blitzschlag (USA – 1967)	$4,4 \cdot 10^{-7}$
Bisse und Stiche von Tieren (USA – 1967)	$2,2 \cdot 10^{-7}$
<b>Bauwerksversagen</b>	<b><math>1,0 \cdot 10^{-7}</math></b>
Blitzschlag (U.K.)	$1,0 \cdot 10^{-7}$
Hoher und tiefer Luftdruck (USA – 1967)	$6,5 \cdot 10^{-8}$

Bei der Betrachtung der Werte in Tab. 1 werden die meisten Menschen feststellen, daß sie Risiken anders beurteilt hätten. Die subjektive Beurteilung von Risiken zeigt in der Regel eine deutliche Abweichung zu den tatsächlich beobachteten Werten. Abb. 1 macht diese Abweichung deutlich. Bei einer objektiven Einschätzung müßten die Punkte alle auf der mit 45 Grad ansteigenden Geraden liegen. Im rechten oberen Teil des Bildes werden die gesundheitlichen Risiken nahezu ausnahmslos unterschätzt, im Gegensatz dafür aber die Naturkatastrophen (Tornado, Überflutung), Impfungen oder Vergiftungen im linken unteren Teil des Bildes deutlich überschätzt.

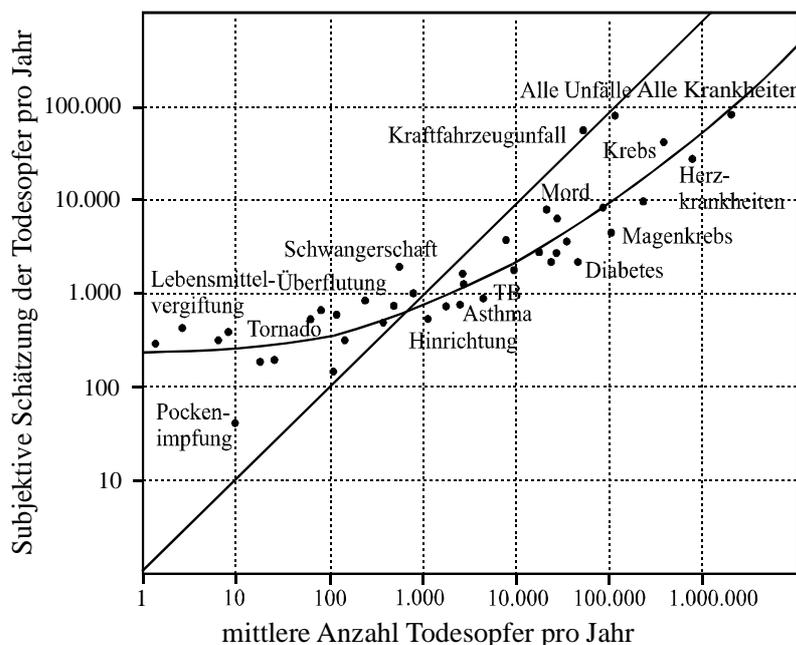


Abb. 1: Subjektive zu beobachteten Todeshäufigkeiten pro Jahr nach VISCUSI [17]

Zur Berücksichtigung dieser subjektiven Risikoakzeptanz, die gelegentlich auch als Risikoaversion bezeichnet wird, wurde in den Niederlanden eine Gleichung zur Berechnung des akzeptablen Risikos basierend auf Sterbehäufigkeiten entwickelt (VRIJLING et al. [18]):

$$E(N_i) + k \cdot \sigma(N_i) \leq \beta_i \cdot 100 \tag{1}$$

$$E(N_i) = N_A \cdot P_f \cdot k_v \cdot N_i \tag{2}$$

$$\sigma(N_i) = \sqrt{N_A \cdot P_f \cdot (1 - P_f)} \cdot k_v \cdot N_i$$

mit

- $E(N_i)$  Erwartungswert der Anzahl Todesopfer bei einem Ereignis pro Jahr
- $\sigma(N_i)$  Standardabweichung der Anzahl Todesopfer bei einem Ereignis pro Jahr
- $\beta$  Politik-Faktor (liegt zwischen 0,01 für unfreiwillige Gefährdungen ohne direkten Nutzen und 100 für absolut freiwillige Maßnahmen mit direktem Nutzen bzw. Erfolg für den Ausführenden)
- $k$  Vertrauensbereich  $k = 3$
- $N_A$  Anzahl der Elemente/Bauteile

$P_f$	Versagenswahrscheinlichkeit
$k_v$	Verhältnis zwischen Anzahl der betroffenen Menschen und Anzahl Todesopfer. Beispiele für diesen Wert finden sich in der Literatur [12] $k_v = 0,1$ für Brände in Straßen- und Eisenbahnbrücken $k_v = 0,005 \dots 0,2$ für Erdbeben, Tsunamis $k_v = 0,001 \dots 0,01$ für Hurrikans, Stürme
$N_i$	Anzahl der betroffenen Menschen pro Ereignis

Die Formel soll beispielhaft für Unfälle im Straßenverkehr verwendet werden. Die Wahrscheinlichkeit eines tödlichen Unfalles liegt etwa bei  $10^{-4}$  pro Jahr pro Mensch. In Deutschland sind etwa 44 Millionen PKW und 2,5 Millionen LKW zugelassen. Ausländischer Verkehr wird vernachlässigt. Es wird angenommen, daß pro Fahrzeug im Mittel 1,4 Menschen sitzen. In Deutschland ereignen sich pro Jahr ca. 500.000 Unfälle. Allerdings nur etwa jeder Hundertste soll mit Todesopfern verbunden sein. Dann ergibt sich:

$$E(N_i) = N_A \cdot P_f \cdot k_v \cdot N_i = 46,5 \cdot 10^6 \cdot 0,01 \cdot 0,01 \cdot 1,4 = 6510 \quad \text{mit} \quad P_f = \frac{500.000}{46,5 \cdot 10^6} \approx 0,01$$

$$\sigma(N_i) = \sqrt{N_A \cdot P_f \cdot (1 - P_f)} \cdot k_v \cdot N_i = \sqrt{46,5 \cdot 10^6 \cdot 0,01 \cdot (1 - 0,01)} \cdot 0,01 \cdot 1,4 = 9,5$$

$$E(N_i) + k \cdot \sigma(N_i) = 6510 + 3 \cdot 9,5 = 6538,5 \leq \beta \cdot 100 = 6,5 \cdot 100 = 6500.$$

Der errechnete Wert legt die Vermutung nahe, daß das Risiko aus Kraftfahrzeugverkehr einen nicht unbeträchtlichen Anteil einer sogenannten freiwilligen Maßnahme beinhaltet, anderenfalls würde die Bevölkerung dieses Risiko nicht akzeptieren. Es ist auch möglich, den Politikfaktor festzulegen und eine Unfall- oder Versagenswahrscheinlichkeit, z.B. für Bauwerke, mit der genannten Formel zurückzurechnen. Es ergeben sich Werte zwischen  $10^{-6}$  und  $10^{-8}$ .

## 2.2 F-N-Diagramme

Die Darstellung von Unfällen mit der reinen Sterbewahrscheinlichkeit erlaubt es nicht, die Schwere einer einzelnen Katastrophen zu erfassen. Gerade dieser Wert besitzt aber einen hohen Einfluß auf die subjektive Wertung von Risiken. Die Aussagekraft der Sterbewahrscheinlichkeit als Parameter für Risiken ist darum begrenzt.

Um diesen genannten Nachteil zu umgehen, verwendet man häufig sogenannte *F-N*-Diagramme (Frequency-Numbers Diagrams). In diesen Diagrammen werden die Konsequenzen eines Versagens bzw. eines Unfalles der Häufigkeit gegenüber gestellt. Die Konsequenzen werden in der Anzahl von möglichen Todesopfern oder in monetären Einheiten angegeben. Man spricht hierbei auch von kollektiven Risiken. Im Gegensatz dazu werden Sterbewahrscheinlichkeiten als individuelle Risiken bezeichnet. Die Darstellung im *F-N*-Diagramm erfolgt doppellogarithmisch. Ein konstantes Risiko müßte in diesem Diagramm eine fallende Linie mit einem  $45^\circ$ -Winkel besitzen. Reale Werte zeigen aber ein anderes Verhalten (siehe Abb. 2). Die Diagramme sind genau wie die Sterbehäufigkeiten immer nur für bestimmte Regionen und bestimmte Zeiträume gültig.

Die ersten *F-N*-Diagramme gehen auf Farmer 1967 und die sogenannte WASH 1400 Studie (auch als Rasmussen Report bezeichnet) 1975 zurück.

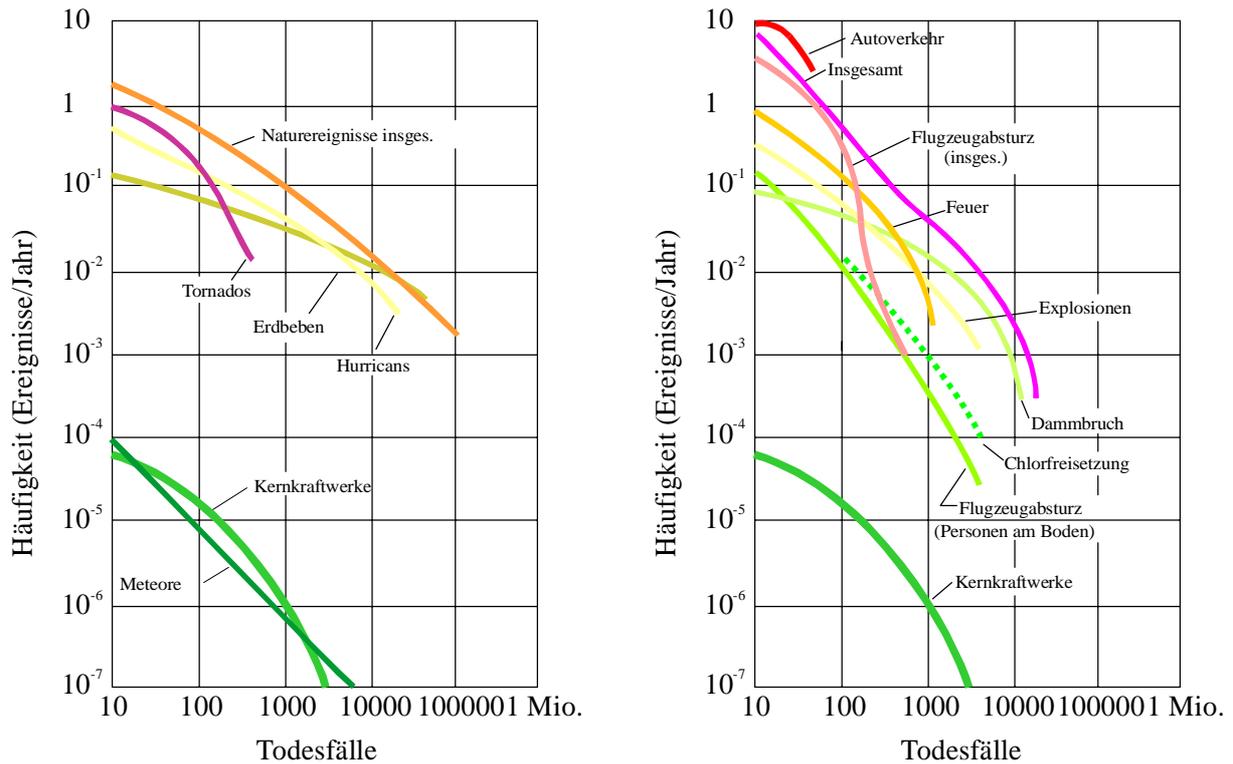


Abb. 2: *F-N*-Diagramme für natürliche und technische Risiken

*F-N*-Kurven finden sich in unzähligen Veröffentlichungen. Sie sind hervorragend für Vergleiche verschiedener technischer Lösungen geeignet. *F-N*-Diagramme wurden z.B. in der Schweiz für die Entscheidungsfindung von unterschiedlichen Straßenführungen (eine Lösung mit Tunnel, eine ohne Tunnel) verwendet.

Neben der Darstellung der Risiken in diesen Diagrammen benötigt man natürlich auch hier einen Vergleichs- oder Zielwert. Diese Werte haben sich erst in den letzten Jahrzehnten, insbesondere in den USA, Großbritannien, den Niederlanden oder Hongkong entwickelt. Bekannt ist z.B. die Gröningen Kurve oder die Kinchin Kurve. In den meisten Fällen folgen diese Kurven der Form:

$$P_s = k \cdot N^{-a} \tag{3}$$

mit

- $P_s$  Sterbewahrscheinlichkeit pro Jahr
- $k$  Faktor
- $N$  Anzahl der möglichen Todesopfer
- $a$  Faktor

Der Faktor  $a$  wird als sogenannter Risiko-Aversions-Faktor angesehen. Er beschreibt die überproportionale Ablehnung von großen Unfällen. Beispiele für derartige Zielfunktionen sind in der Tabelle 2 angegeben. Auch hier soll die Anwendung mit Zahlen demonstriert werden. Die Versagenswahrscheinlichkeit für eine bestimmte Brücke infolge Schiffsanprall sei 10<sup>-6</sup> pro Jahr. Basierend auf der Statistik solcher Unfälle wurde eine mittlere Todesopferanzahl von 22 geschätzt [10]. Damit ergeben sich folgende Nachweise.

Tab. 2: Beispiele für Zielfunktionen (Quellen für die Formeln finden sich in [10])

Formel:	Beispiel:	
$P_s \leq \frac{10^{-5}}{N}$	$22 \cdot 10^{-6} > \frac{10^{-5}}{22} = 4,5 \cdot 10^{-6}$	(4)
$P_s \leq \frac{10^{-3}}{N^2}$ für $N \geq 10$	$22 \cdot 10^{-6} > \frac{10^{-3}}{22^2} = 2,1 \cdot 10^{-5}$	(5)
$P_s \leq \frac{0,5 \cdot 10^{-4}}{N}$	$22 \cdot 10^{-6} > \frac{0,5 \cdot 10^{-4}}{22} = 2,3 \cdot 10^{-5}$	(6)
$\frac{10^{-2}}{N^2} \leq P_s \leq \frac{10^{-4}}{N^2}$	$\frac{10^{-2}}{22^2} = 2 \cdot 10^{-5} < 22 \cdot 10^{-6} < \frac{10^{-4}}{22^2} = 2 \cdot 10^{-7}$	(7)

### 2.3 Verlorene Lebensjahre

Bei den beiden bisher vorgestellten Parametern gab es keinen Bezug zwischen dem Zeitpunkt des Unfalles und dem Lebensalter der betroffenen Menschen. Dieses Verhältnis mag zunächst uninteressant erscheinen. Gesundheitliche Risiken treffen Menschen überwiegend aber gerade im sehr jungen Alter (Geburt) oder im fortgeschrittenen Alter. Dieser Zusammenhang ist in  $F$ - $N$ -Diagrammen nicht darstellbar. Will man technische Risiken mit gesundheitlichen Risiken vergleichen, so wird eine Darstellungsform benötigt, die zeigt, daß gesundheitliche Risiken im fortgeschrittenen Alter eine natürliche Erscheinung sind. Die genannten Bedingungen erfüllt das sogenannte Konzept der verlorenen Lebensjahre. Eine Vielzahl von Risiken ist in dieser Darstellungsform in Abb. 3 zusammengetragen. Das Diagramm besteht aus drei Teildiagrammen, die sich jeweils durch die unterschiedliche Skalierung der y-Achse unterscheiden. Bei der Betrachtung des Diagramms stellt man erstaunt fest, daß soziale Risiken die höchsten Risiken sind. Menschen in Armut, mit einem schlechten Sozialstatus und einer geringe Lebensqualität besitzen ein hohes Sterberisiko, auch wenn diese Punkte niemals direkt auf einem Totenschein zu finden sein werden. Wenn man also Risiken darstellen will, so muß man die Lebensqualität mit einbeziehen.

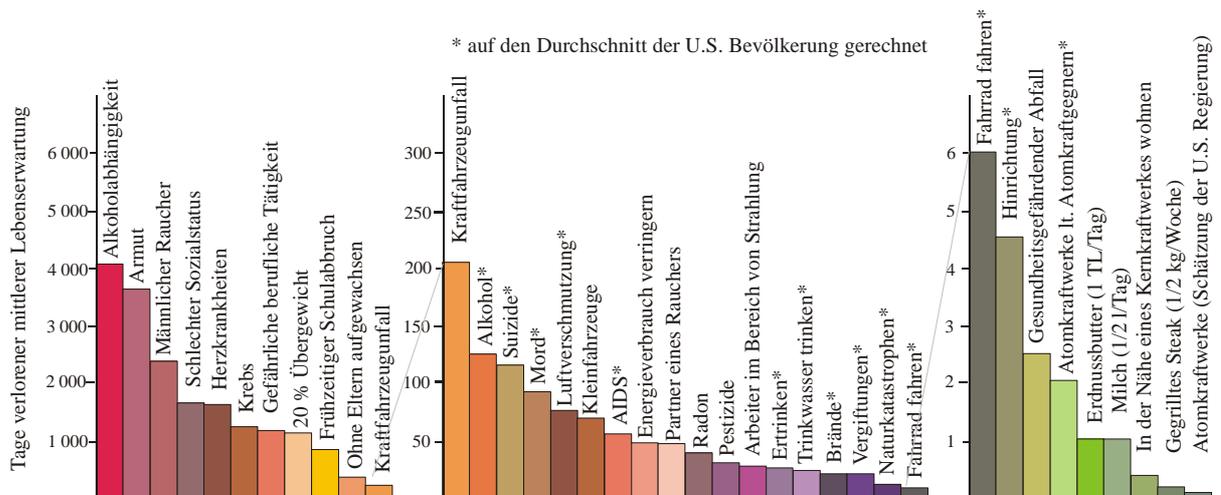


Abb. 3: Verlorene Lebensjahre nach COHEN [2]

## 2.4 Lebensqualitätsindex

Der Begriff der Lebensqualität wird häufig in Verbindung mit sozialem Wohlstand einzelner Bevölkerungsschichten gebracht. In den letzten Jahren hat dieser Begriff aber in immer stärkerem Maße Einzug in der Medizin gehalten, hierbei insbesondere im Bereich der Krebsbehandlung. Bei einer absehbaren Begrenzung der Lebensdauer infolge einer Krankheit spielt die Bewertung der Lebensqualität eine wichtige Rolle. Die Lebensfähigkeit wird in diesem Fall durch den Begriff der gesundheitsbezogenen Lebensqualität beschrieben, die ein Maß für die dem Individuum gegebenen körperlichen, geistigen und sozialen Möglichkeiten bzw. Einschränkungen ist.

Der Begriff der Lebensqualität beinhaltet also eine Vielzahl von Faktoren und Einflüssen. Nicht nur objektive Indikatoren sind für das Wohlbefinden eines Menschen verantwortlich, sondern auch die auf den jeweiligen Erfahrungen und der Individualität des Menschen basierende Wahrnehmungen und soziale Beziehungen fließen in die Bewertung der Lebensumstände mit ein. Die wohl umfassendste Beschreibung für Lebensqualität findet sich im Human Development Report (HDR) von 1990: Lebensqualität als Summe der Möglichkeiten, die sich einem Individuum in einer Gesellschaft eröffnen.

Die Problematik der Einführung eines objektiven Indikators für die Lebensqualität besteht in der erforderlichen geschickten Reduktion dieser Vielzahl von Einflüssen. NATHWANI, LIND & PANDEY [7] stellten 1997 einen Parameter vor, der in der Lage zu sein scheint, Lebensqualität relativ objektiv zu beschreiben. Damit würde ein Werkzeug bereitliegen, welches Schutzmaßnahmen jeglicher Art zur Verringerung von Risiken bewerten kann. Dieser sogenannte Lebensqualitätsindex  $L$  erfreut sich seit einigen Jahren zunehmenden wissenschaftlichen Interesses und steigender praktischer Anwendung. Sie reicht vom Bauwesen über die Sicherheit beim Seeverkehr bis zum Umweltschutz.

Der Lebensqualitätsindex wird wie folgt definiert (Abb. 4):

$$L = g^w \cdot e^{1-w} \quad (8)$$

mit

$g$	Pro-Kopf-Einkommen der Bevölkerung eines Landes (ca. 24.000 € für Deutschland)
$e$	Mittlere Lebenserwartung in Jahren (77,5 Jahre in Deutschland)
$w$	Prozentuale Lebensarbeitszeit (0,125 für Deutschland).

Der Lebensqualitätsindex berücksichtigt drei Faktoren: das Pro-Kopf-Einkommen, die bezogene Lebensarbeitszeit und die mittlere Lebenserwartung. Das Pro-Kopf-Einkommen wird als finanzielle Freiheit eines jeden Einzelnen angesehen. Der zweite Faktor ist das Verhältnis von Arbeitszeit zu Lebenszeit. Dieser Faktor kann als zeitliche Freiheit angesehen werden. Der dritte Faktor ist die mittlere Lebenserwartung. Obwohl dieser Wert ebenfalls eine Zeitangabe ist, dient er hier zur pauschalen Beschreibung aller Risiken, denen Menschen im Laufe ihres Lebens ausgesetzt sind, denn die mittlere Lebenserwartung reagiert als Parameter auf Risiken. Der HDR der UNO zeigt, daß diese drei Parameter normalerweise nicht ausreichend sind. So gibt es Länder, in denen das Pro-Kopf-Einkommen deutlich niedriger ist als in anderen Ländern, die Bevölkerung aber eine höhere Lebensqualität durch besser Ausbildung, Mitspracherechte etc. besitzt. Die Grenzen dieses Mo-

dells sollen hier aber nicht weiter diskutiert werden, sondern es soll hier nur auf den Vorteil verwiesen werden: das Modell ist sehr einfach. Besonders Änderungen des Lebensqualitätsindex, und um die geht es im wesentlichen bei Schutzmaßnahmen, sind nur von zwei Parametern abhängig, wenn  $w$  pro Land als Konstante angenommen wird:

$$\frac{dL}{L} = \frac{de}{e} + \frac{w}{1-w} \cdot \frac{dg}{g} \geq 0, \quad (9)$$

wobei  $de/e$  die Veränderung der mittleren Lebenserwartung durch eine beliebige Schutzmaßnahme,  $dg/g$  eine Veränderung der einer Person zur freien Verfügung stehenden finanziellen Mittel und  $dL/L$  die Änderung des Lebensqualitätsindex ist.

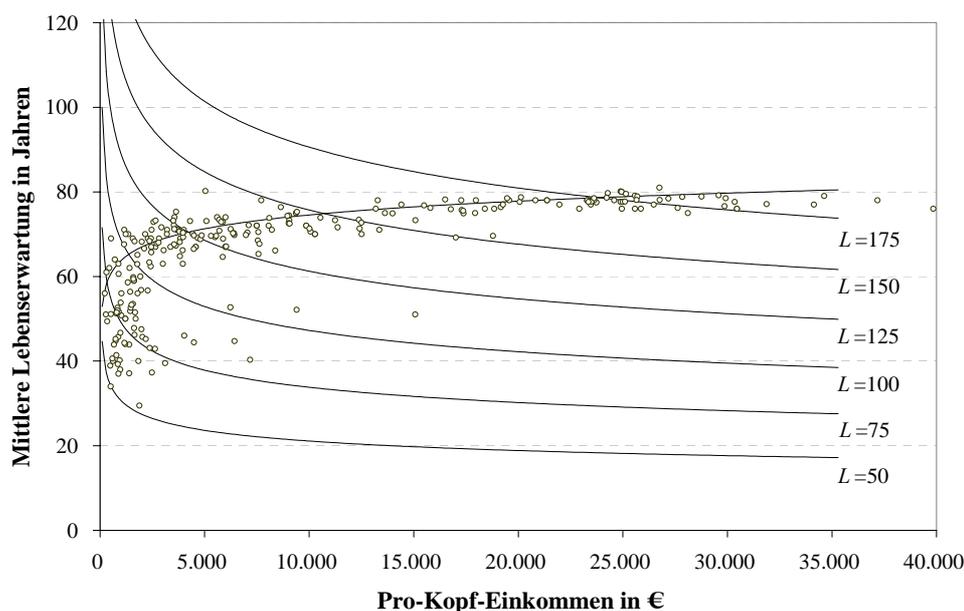


Abb. 4: Lebensqualitätsindex infolge Einkommen und Lebenserwartung. Die Punkte zeigen historische und aktuelle Werte für Lebenserwartung und Pro-Kopf-Einkommen für verschiedene Länder.

Zunächst wird angenommen, daß jede Investition zum Schutz zu einer Erhöhung der mittleren Lebenserwartung führt, sie im Gegenzug aber auch Geld kostet. Die beiden Parameter  $dg$  und  $de$  müssen im folgenden berechnet werden. Durch Umformungen kann man aus der obigen Gleichung  $\Delta g$  pro Jahr für eine Person ermitteln [12]:

$$\Delta C = -\Delta g = g \left[ 1 - \left( 1 + \frac{\Delta e}{e} \right)^{1-\frac{1}{w}} \right] \quad (10)$$

Wählt man dann als Veränderung der Lebensdauer die halbe mittlere Lebenserwartung, ergibt sich der sogenannte *ICAF*-Wert (Implied Cost of Averting a Fatality). Dieser Wert wird beispielhaft für Deutschland berechnet [7]:

$$ICAF = |\Delta g| \cdot \frac{e}{2} \approx \frac{g \cdot e}{4} \cdot \frac{1-w}{w} = \frac{24.000 \cdot 77,5}{4} \cdot \frac{1-0,125}{0,125} = 3.255.000 \text{ €} \quad (11)$$

Im zweiten Schritt muß man die Änderung der Lebenserwartung ermitteln. Allerdings versucht man, die direkte Berechnung von  $de$  zu vermeiden und statt dessen mit der Sterblichkeitsrate  $M$  zu arbeiten. Es ergibt sich pro Jahr [12]:

$$\frac{de}{e} \approx -C_F \cdot \delta \approx -C_F \cdot \frac{dM}{M} \approx -C_F \cdot \frac{N_F}{N \cdot M} \quad (12)$$

Damit können für jede beliebige technische Anlage akzeptable Kosten in die Sicherheit in Abhängigkeit von der Effektivität der Maßnahme berechnet werden.

$$C = \frac{1-w}{w} \cdot \frac{C_F}{M} \cdot \frac{N_F}{N} \cdot N \cdot g \cdot (P_{f1} - P_{f2}) \quad (13)$$

mit

$C_F$	Form der Sterbekurve über das Lebensalter (0,13 in Deutschland)
$N_F$	Anzahl der durch eine Sicherungsmaßnahme verhinderten Todesopfer
$N$	Anzahl der Todesopfer bei Eintritt einer Katastrophe ohne Sicherungsmaßnahme
$P_{f1}$	Operative Versagenswahrscheinlichkeit im Originalzustand
$P_{f2}$	Operative Versagenswahrscheinlichkeit nach Sicherungsmaßnahme
$M$	Sterberate (0,01402 für Deutschland)

Ein Beispiel sei der Autogurt. Es wird angenommen, daß durch den Autogurt in Deutschland pro Jahr ca. 1.000 Menschen gerettet werden. Wie viel darf ein Gurt dann kosten:

$$C = \frac{1-0,125}{0,125} \cdot \frac{0,13 \cdot 1000}{0,01402} \cdot 24.000 = 1,56 \cdot 10^9 \text{ €pro Jahr}$$

In Deutschland gibt es ca. 46,5 Millionen Fahrzeuge. Damit ergibt sich pro Fahrzeug:

$$\frac{C}{N_{PKW}} = \frac{1,56 \cdot 10^9}{46,5 \cdot 10^6} = 33,5 \text{ €Fahrzeug}$$

Im folgenden soll die Aufgabe anders formuliert werden: Die Anzahl der Todesopfer durch Verkehrsunfälle pro Jahr soll in Deutschland von 8.000 auf 7.000 sinken. Man erhält den gleichen Wert pro Jahr:

$$C = \frac{1-0,125}{0,125} \cdot \frac{0,13 \cdot 80 \cdot 10^6}{0,01402} \cdot 24.000 \cdot (10^{-4} - 8,75 \cdot 10^{-5}) = 1,56 \cdot 10^9 \text{ €pro Jahr}$$

In Tab. 3 finden sich eine Vielzahl von Parametern für die Durchführung einer solchen Berechnung. Außerdem wurden verschiedene Werte für den  $ICAF$  zusammengestellt. In Tab. 4 sind für verschiedene Beispiele rückwirkend die Kosten-Nutzen-Verhältnisse ausgerechnet. Schutzmaßnahme mit einem Kosten-Nutzen-Verhältnis größer eins gelten als effektiv. In dieser Liste findet sich auf Platz 4 der Sicherheitsgurt als eines der effektivsten Schutzmittel. Eine noch umfangreichere Liste dieser Art hat TENGS et al. mit über 500 Werten erstellt, allerdings wurden die Kosten pro gerettetem Lebensjahr angegeben [16].

Tab. 3: Verschiedene Parameter für die Ermittlung des Lebensqualitätsindex

Zeile Nr.	Land	Jahr	$g$ <sup>3)</sup> Pro-Kopf- Einkommen	$M$ Sterberate	$e$ Mittlere Lebens- erwartung	$w$ Lebenszeit ökonomische Aktivitäten	$ICAF$ <sup>4)</sup> für in US-\$ 1999	$C_F$ Form der Sterberate
1	Großbritannien	1850	3109	0,01 <sup>1)</sup>	39,5	0,15 <sup>1)</sup>	1,74·10 <sup>5</sup>	
2	USA	1850	1886	0,01 <sup>1)</sup>	29,5	0,15 <sup>1)</sup>	7,88·10 <sup>4</sup>	
3	Finnland	1850	1840	0,01 <sup>1)</sup>	40	0,15 <sup>1)</sup>	1,04·10 <sup>5</sup>	
4	Niederlande	1850	2482	0,01 <sup>1)</sup>	37,3	0,15 <sup>1)</sup>	1,31·10 <sup>5</sup>	
5	Schweden	1850	1394	0,01 <sup>1)</sup>	43,9	0,15 <sup>1)</sup>	8,67·10 <sup>4</sup>	
6	Deutschland	1850	1400	0,01 <sup>1)</sup>	37,1	0,15 <sup>1)</sup>	7,36·10 <sup>4</sup>	
7	Australien	1850	4027	0,01 <sup>1)</sup>	46	0,15 <sup>1)</sup>	2,62·10 <sup>5</sup>	
8	Japan	1850	969	0,01 <sup>1)</sup>	38	0,15 <sup>1)</sup>	5,22·10 <sup>4</sup>	
9	Sierra Leone	2000	510	0,01 <sup>1)</sup>	34	0,15 <sup>1)</sup>	2,46·10 <sup>4</sup>	
10	Nigeria	1998	1211	0,01 <sup>1)</sup>	50	0,15 <sup>1)</sup>	8,58·10 <sup>4</sup>	
11	Sambia	2000	880	0,01 <sup>1)</sup>	37	0,15 <sup>1)</sup>	4,61·10 <sup>4</sup>	
12	Australien	1998	21382	0,01 <sup>1)</sup>	78	0,15 <sup>1)</sup>	2,36·10 <sup>6</sup>	
13	Indien	1998	1628	0,01 <sup>1)</sup>	59	0,15 <sup>1)</sup>	1,36·10 <sup>5</sup>	
14	Saudi-Arabien	1998	10283	0,01 <sup>1)</sup>	70	0,15 <sup>1)</sup>	1,02·10 <sup>6</sup>	
15	Frankreich	1998	23357	0,01 <sup>1)</sup>	78	0,15 <sup>1)</sup>	2,58·10 <sup>6</sup>	
16	Rußland	1998	4582	0,01 <sup>1)</sup>	67	0,15 <sup>1)</sup>	4,35·10 <sup>5</sup>	
17	China	1998	3686	0,01 <sup>1)</sup>	71	0,15 <sup>1)</sup>	3,71·10 <sup>5</sup>	
18	Japan	1998	24938	0,01 <sup>1)</sup>	80	0,15 <sup>1)</sup>	2,83·10 <sup>6</sup>	
19	Brasilien	1998	6007	0,01 <sup>1)</sup>	67	0,15 <sup>1)</sup>	5,70·10 <sup>5</sup>	
20	Argentinien	1998	9861	0,01 <sup>1)</sup>	72	0,15 <sup>1)</sup>	1,01·10 <sup>6</sup>	
21	USA	1998	30462	0,01 <sup>1)</sup>	76	0,15 <sup>1)</sup>	3,28·10 <sup>6</sup>	
22	Mexiko	1998	7499	0,01 <sup>1)</sup>	72	0,15 <sup>1)</sup>	7,65·10 <sup>5</sup>	
23	Kanada	1998	23296	0,01 <sup>1)</sup>	78	0,15 <sup>1)</sup>	2,57·10 <sup>6</sup>	
24	Kongo/Zaire	2000	345	0,01 <sup>1)</sup>	49,4	0,125	2,98·10 <sup>4</sup>	
25	Luxemburg	2000	30352	0,01 <sup>1)</sup>	77,6	0,125	4,12·10 <sup>6</sup>	
26	Kanada	1999	19170	0,0073	76,4	0,125	2,56·10 <sup>6</sup>	0,14
27	USA	1999	31872	0,0087	77,1	0,125	4,30·10 <sup>6</sup>	0,16
28	Deutschland	1999	23742	0,01042	77,5	0,125	3,22·10 <sup>6</sup>	0,13
29	Schweden	1999	25580	0,01061	79,1	0,125	3,54·10 <sup>6</sup>	0,14
30	Japan	1999	24898	0,00834	80,1	0,15	2,83·10 <sup>6</sup>	0,13
31	Frankreich	1999	24900	0,00909	77,6	0,125	3,38·10 <sup>6</sup>	0,15
32	Kolumbien	1999	5500	0,00523	69,3	0,15	5,40·10 <sup>5</sup>	0,20
33	Neuseeland		Highway Safety				0,30·10 <sup>6</sup>	
34	Neuseeland		Highway Safety				0,80·10 <sup>6</sup>	
35	USA		Federal Drug Administration (FDA)				5,00·10 <sup>6</sup>	
36	USA		FDA – Raucher				2,50·10 <sup>6</sup>	
37	USA		EPA				6,00·10 <sup>6</sup>	
38	USA		Highway Safety				6,00·10 <sup>6</sup>	
39	USA	1990	British Petrol				1,00·10 <sup>6</sup>	
40	USA		Risikobezahlung (Jobs)				5,00·10 <sup>6</sup>	
41	USA		FAA (Flugwesen)				3,00·10 <sup>6</sup>	
42	USA		VISCSI [17] <sup>5)</sup>				5,00·10 <sup>6</sup>	
43	USA		ACKERMANN & HEINZLERING [1] <sup>5)</sup>				6,10·10 <sup>6</sup>	
44	Schweiz		Tunnelbau				13,50·10 <sup>6</sup>	
45	Großbritannien		British Rail				4,00·10 <sup>6</sup>	
46	Großbritannien		Department of Transport				1,50·10 <sup>6</sup>	
47	Großbritannien		Offshore – Plattformen				3,00·10 <sup>6</sup>	
48	Großbritannien		Offshore – Plattformen				15,00·10 <sup>6</sup>	
49	Deutschland <sup>2)</sup>		Befragung von Kollegen				2,90·10 <sup>6</sup>	
50	USA		PATÉ-CORNELL [9]				2,00·10 <sup>6</sup>	
51	USA		US Nuklear Regulatory Commission (USNRC) [9]				5,0- 10·10 <sup>6</sup>	

1) Eigene Annahme

2) Eigene Befragung unter Kollegen, wobei nur sieben Kollegen bereit waren, diese Frage zu beantworten. Den Kollegen waren vorher keine Zahlen bekannt.

3) Brutto-Sozialprodukt: CIA WorldFactBook, teilweise RACKWITZ [13].

4)  $ICAF$  von Firmen und öffentlichen Organisationen teilweise unveröffentlichte Angaben, privater e-mail-Verkehr mit Mitarbeitern der Firmen und öffentlichen Organisationen, Berechnung nach Gleichung

5) Gleiche Beträge mit unterschiedlichem Zeitbezug des Dollarwertes (1990 und ca. 2000)

Tab. 4: Risiko-Nutzen-Abschätzung verschiedener amerikanischer Regelungen [8]

Regelung	Jahr	Bevölkerung	Pro-Kopf-Einkommen	Kosten pro Kopf	Gerettete Leben pro Jahr	Nutzen	ökonomische Kosten	Nutzen zu Kosten Verhältnis
		Mill.	g (\$/year)	dg	year	de/e	dg/(Kg)	
Raumheizgeräte	1980	228	17755	$3,34 \cdot 10^{-2}$	63	$5,44 \cdot 10^{-6}$	$2,69 \cdot 10^{-7}$	20,2
Öl- und Gas-Bohrungen	1983	235	17827	$2,57 \cdot 10^{-2}$	50	$4,31 \cdot 10^{-6}$	$2,06 \cdot 10^{-7}$	21,0
Flugkabinen Brandsicherung	1985	239	19454	$1,51 \cdot 10^{-2}$	15	$1,29 \cdot 10^{-6}$	$1,11 \cdot 10^{-7}$	11,7
Passive Gurte (KFZ)	1984	237	18925	2,83	1850	$1,60 \cdot 10^{-4}$	$2,13 \cdot 10^{-5}$	7,5
Undergroundkonstruktionen	1989	249	21477	$1,18 \cdot 10^{-2}$	8,1	$6,99 \cdot 10^{-7}$	$7,84 \cdot 10^{-8}$	8,9
Alkohol und Drogenkontrollen	1985	239	19454	$1,06 \cdot 10^{-2}$	4,2	$3,62 \cdot 10^{-7}$	$7,78 \cdot 10^{-8}$	4,7
Service von Fahrzeugfelgen	1984	237	18925	$5,85 \cdot 10^{-3}$	2,3	$1,98 \cdot 10^{-7}$	$4,42 \cdot 10^{-8}$	4,5
Unbrennbare Sitzpolster	1984	237	18925	$1,13 \cdot 10^{-1}$	37	$3,19 \cdot 10^{-6}$	$8,53 \cdot 10^{-7}$	3,7
Notbeleuchtung in Fluren	1984	237	18925	$1,78 \cdot 10^{-2}$	5	$4,31 \cdot 10^{-7}$	$1,34 \cdot 10^{-7}$	3,2
Arbeitsplattformen kranabgehängt	1988	246	21103	$2,94 \cdot 10^{-2}$	5	$4,31 \cdot 10^{-7}$	$1,99 \cdot 10^{-7}$	2,2
Beton-/Mauerwerkskonstruktionen	1988	246	21103	$4,46 \cdot 10^{-2}$	6,5	$5,61 \cdot 10^{-7}$	$3,02 \cdot 10^{-7}$	1,9
Gefahrenkommunikation	1983	235	17827	1,85	200	$1,73 \cdot 10^{-5}$	$1,48 \cdot 10^{-5}$	1,2
Flüchtiges Benzol Emission	1984	237	18925	$4,42 \cdot 10^{-3}$	0,31	$2,67 \cdot 10^{-8}$	$3,34 \cdot 10^{-8}$	0,80
Holzstaub	1987	244	20385	$1,05 \cdot 10^{-1}$	4	$3,45 \cdot 10^{-7}$	$7,35 \cdot 10^{-7}$	0,47
Uranminen	1984	237	18925	$3,86 \cdot 10^{-2}$	1,1	$9,49 \cdot 10^{-8}$	$2,92 \cdot 10^{-7}$	0,33
Benzol	1987	244	20385	$3,21 \cdot 10^{-1}$	3,8	$3,28 \cdot 10^{-7}$	$2,25 \cdot 10^{-6}$	0,15
Arsen/Glas Fabriken	1986	242	19879	$1,05 \cdot 10^{-2}$	0,11	$9,49 \cdot 10^{-9}$	$7,58 \cdot 10^{-8}$	0,13
Ethylenoxid	1984	237	18925	$3,65 \cdot 10^{-1}$	2,8	$2,42 \cdot 10^{-7}$	$2,75 \cdot 10^{-6}$	0,09
Arsen/Kupfer Schmelze	1986	242	19879	$7,67 \cdot 10^{-3}$	0,06	$5,18 \cdot 10^{-9}$	$5,51 \cdot 10^{-8}$	0,09
Uranmühle, passiv	1983	235	17827	$2,98 \cdot 10^{-1}$	2,1	$1,81 \cdot 10^{-7}$	$2,39 \cdot 10^{-6}$	0,08
Uranmühle, aktiv	1983	235	17827	$5,72 \cdot 10^{-1}$	2,1	$1,81 \cdot 10^{-7}$	$4,58 \cdot 10^{-6}$	0,04
Asbest	1986	242	19879	$3,33 \cdot 10^1$	74,7	$6,45 \cdot 10^{-6}$	$2,39 \cdot 10^{-4}$	0,03
Asbest	1989	249	21477	5,05	10	$8,63 \cdot 10^{-7}$	$3,36 \cdot 10^{-5}$	0,03
Bodenentsorgung	1988	246	21103	$4,32 \cdot 10^1$	2,52	$2,17 \cdot 10^{-7}$	$2,92 \cdot 10^{-4}$	0,0007
Formaldehyd	1987	244	20385	3,56	0,01	$8,63 \cdot 10^{-10}$	$2,50 \cdot 10^{-5}$	$3,46 \cdot 10^{-5}$
Arsen/Glas Bearbeitung	1986	242	19879	$1,77 \cdot 10^{-1}$	0,25	$2,16 \cdot 10^{-8}$	$1,27 \cdot 10^{-6}$	0,02
Benzol Lagerung	1984	237	18925	$4,42 \cdot 10^{-2}$	0,043	$3,71 \cdot 10^{-9}$	$3,34 \cdot 10^{-7}$	0,01
Radionuklid/DOE Einrichtungen	1984	237	18925	$1,07 \cdot 10^{-3}$	0,001	$8,63 \cdot 10^{-11}$	$8,07 \cdot 10^{-9}$	0,01
Radionuklid/elem. Phosphor	1984	237	18925	$6,32 \cdot 10^{-2}$	0,046	$3,97 \cdot 10^{-9}$	$4,77 \cdot 10^{-7}$	0,0083
Benzol/Ethylbenzol/Styrol	1984	237	18925	$1,48 \cdot 10^{-2}$	0,006	$5,18 \cdot 10^{-10}$	$1,11 \cdot 10^{-7}$	0,0046
Arsen/Niedrig-Arsen/Kupfer	1986	242	19879	$3,43 \cdot 10^{-1}$	0,09	$7,77 \cdot 10^{-9}$	$2,47 \cdot 10^{-6}$	0,0031
Benzol/Maleinsäureanhydrid	1984	237	18925	$1,21 \cdot 10^{-1}$	0,029	$2,50 \cdot 10^{-9}$	$9,14 \cdot 10^{-7}$	0,0027
EDB	1989	249	21477	$1,51 \cdot 10^{-1}$	0,002	$1,73 \cdot 10^{-10}$	$1,01 \cdot 10^{-6}$	0,0002

$$K = \frac{-w}{(1-w)}$$

### 3 Literatur

- [1] Ackermann, F. & Heinzlering, L.: The \$ 6.1 Million Question. Working Paper No. 01-06. Global Development and Environment Institute, Tufts University, USA, April 2002
- [2] Cohen, B.L.: Catalog of Risks extended and updated. *Health Physics*, Vol. 61, September 1991, S. 317-335
- [3] Curbach, M.; Nitzsche, W.-M.; Proske, D.: Die Sicherheit von Brücken im Vergleich zu anderen Risiken. *12. Dresdner Brückenbausymposium*, Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität Dresden (Hrsg.), Dresden: 2002
- [4] Ellingwood, B.R.: Probability-based structural design: Prospects for acceptable risk bases. *Application of Statistics and Probability (ICASP 8)*, Sydney, 1999, Band 1, Seite 11-18

- 
- [5] Kafka, P.: How safe is safe enough? – An unresolved issue for all technologies. *Safety and Reliability.*, (Eds.) Schuëller & Kafka, Balkema, Rotterdam, 1999, Seite 385-390
- [6] Kelly, K. E.: *The myth of  $10^{-6}$  as a definition of acceptable risk.* In Proceedings of the 84th Annual Meeting of the Air & Waste Management Association, Vancouver, B.C., Canada, June 1991
- [7] Nathwani, J.S.; Lind, N.C.; Pandey, M.D.: *Affordable Safety by Choice: The Life Quality Method.* 1997; ISBN 0-9696747-9-1
- [8] Nathwany, J.S.; Lind, N.C.; Pandey, M.D.: Principles for Managing Risk: A search for improving the quality of decisions. Institute of Risk Research, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada
- [9] Paté-Cornell, M.E.: Quantitative safety goals for risk management of industrial facilities. *Structural Safety*, 13 (1994), S. 145-157
- [10] Proske, D.: Ein Beitrag zur Risikobeurteilung von alten Brücken unter Schiffsanprall. Dissertation. Technische Universität Dresden, Institut für Massivbau. 2003
- [11] Proske, D.: *Wie sicher leben wir?* Eigenverlag, März 2004 (in Vorbereitung)
- [12] Rackwitz, R.: How Safe is Safe Enough? A New Approach by Optimization and the Life Quality Index. *1<sup>st</sup> International ASRANet Colloquium.* 8-10<sup>th</sup> July 2002, Glasgow, on CD
- [13] Rackwitz, R.: Optimierung und Risikoakzeptanz. Massivbau 2002, *Forschung Entwicklung und Anwendungen – 6. Münchner Massivbau-Seminar 2002*, 11.-12. April 2002, Hrsg. K. Zilch, Sonderpublikation des „Bauingenieur“, Springer-Verlag, Düsseldorf 2002, S. 280-308
- [14] Rackwitz, R.: *Zuverlässigkeit und Lasten im konstruktiven Ingenieurbau.* Vorlesungsskript, Technische Universität München, 1998
- [15] Spaethe, G.: *Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen*, 2. Neubearbeitete Auflage, Wien, Springer Verlag, 1992
- [16] Tengs, T. O.; Adams, M. E.; Pliskin, J. S.; Safran, D. G.; Siegel, J. E.; Weinstein, M. C.; Graham, J. D.: Five-Hundred Life-Saving Interventions and Their Cost-Effectiveness. *Risk Analysis*, Vol. 15, No. 3, 1995, Seite 369-390
- [17] Viscusi, K.: *Risk, Regulation and Responsibility: Principle for Australian Risk Policy.* Risk. Regulation and Responsibility Promoting reason in workplace and product safety regulation. Proceedings of a conference held by the Institute of Public Affairs and the Centre for Applied Economics, Sydney, 13 July 1995. <http://www.ipa.org.au/Conferences/viscusi.html>
- [18] Vrijling, J.K.; van Gelder, P.H.A.J.M; Goossens, L.H.J.; Voortman, H.G.; Pandey, M.D.: A Framework for Risk criteria for critical Infrastructures: Fundamentals and Case Studies in the Netherlands, Proceedings of the 5<sup>th</sup> *Conference on Technology, Policy and Innovation*, „Critical Infrastructures“, Delft, The Netherlands, June 26-29, 2001, Uitgeverij Lemma BV



# Juristische Grundlagen von Risikountersuchungen - Recht und Risiko

Ben Michael Risch

wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für öffentliches Recht  
unter besonderer Berücksichtigung von Umwelt- und Technikrecht  
Prof. Dr. Martin Schulte / Institut für Technik- und Umweltrecht  
TU Dresden

**Zusammenfassung:** Der Umgang des Rechts mit Risiko wird wesentlich durch verfassungsrechtliche Vorgaben bestimmt. Entscheidend ist insbesondere die aus Wesentlichkeitsprinzip und funktionaler Gewaltenteilung folgende abgeschichtete Verarbeitung von Risiken durch Gesetzgeber, normsetzende Exekutive, vollziehende Verwaltung und flankierende Gerichte. Folge dessen ist eine gewisse Unsicherheit im Umgang mit Risiko, da das Recht nicht durchgehend Inhalte, sondern zum Teil nur Verfahren bereitstellt. In diesen Fällen kann die Auffüllung nur durch außerrechtliches Wissen erfolgen.

## 1 Einleitung

Dieser Beitrag behandelt die Probleme der Risikountersuchung und des Umganges des Rechts mit Risiko aus einer grundlegenden Perspektive. Daher werde ich im ersten Teil einige klarstellende Bemerkungen zur Terminologie machen. Anschließend soll die Frage nach dem Umgang des Rechts mit dem Risiko im Zentrum des Interesses stehen. Die dabei gewonnenen Erkenntnisse werden schließlich in einem dritten Teil an einem Beispiel verdeutlicht.

## 2 Grundbegriffe

Nicht nur Naturwissenschaftler und Ingenieure, sondern auch der Gesetzgeber und die Gerichte verwenden die Begriffe Gefahr, Risiko, Restrisiko und Wahrscheinlichkeit. Allerdings mit einem eigenen, teilweise recht eigenwilligen Inhalt. Unter Gefahr wird seit den Zeiten des bismarckschen Preußens eine Sachlage verstanden, die bei ungehindertem Ablauf erkennbar zu einem Schaden durch von außen kommende Ereignisse führen würde, wobei Gewissheit nicht erforderlich sei, sondern große Wahrscheinlichkeit genüge.[1] Zur Ausfüllung dieses Begriffes werden zwei Kriterien herangezogen, die Wahrscheinlichkeit des Schadenseintritts und die Höhe des zu erwartenden Schadens. Diese werden multiplikationsartig miteinander verknüpft, so dass an die Wahrscheinlichkeit des Schadenseintritts geringere Anforderungen gestellt werden,

wenn der befürchtete Schaden sehr groß ist. Umgekehrt ist bei einem kleinen zu erwartenden Schaden eine hohe Wahrscheinlichkeit notwendig, um eine Gefahr annehmen zu können.[2]

Klar vom Begriff der Gefahr zu trennen ist der Begriff des Risikos. Unter Risiko versteht man im juristischen Sprachgebrauch, die Schadenswahrscheinlichkeiten, die unterhalb der Gefahrenschwelle liegen.[3] Die Abgrenzung erfolgt hier anhand der geringeren Eintrittswahrscheinlichkeit.[4]

Schließlich kennt das Recht – genauer gesagt, die Rechtsprechung – die Kategorie des Restrisikos. Dieser Begriff umfasst die Schäden, deren Eintritt so unwahrscheinlich ist, dass er an die Schwelle des Prognostizierbaren stößt. Das Bundesverfassungsgericht verweist hier auf die Grenzen des menschlichen Erkenntnisvermögens.[5]

An diese drei Kategorien sind weitreichende Unterschiede geknüpft. Gefahren sind üblicherweise zu beseitigen und stehen einer Genehmigung im Weg. Risiken sind zu vermindern und zu begrenzen, jedoch wird ein gewisses Maß an Risiken vom Gesetzgeber toleriert, da aus Gründen der Verhältnismäßigkeit keine grenzenlose Risikovorsorge verlangt werden kann.[6] Restrisiken sind schließlich – in den Worten des Bundesverfassungsgerichts – unentrinnbar und insofern als sozialadäquate Lasten von allen Bürgern zu tragen.[7]

Die Gemeinsamkeit der drei Begriffe besteht darin, dass sie auf die jeweils unterschiedliche Wahrscheinlichkeit des Schadenseintritts verweisen. Verkürzt könnte man sagen, dass das Recht von Gefahr spricht, wenn ein Schaden wahrscheinlich ist, vom Risiko, wenn eine geringe Wahrscheinlichkeit besteht und der Begriff des Restrisikos ist für sehr unwahrscheinliche Fälle reserviert. Fragt man nun allerdings nach, wie die drei Begriffe mathematisch voneinander abzugrenzen sind, ist festzustellen, dass Gesetze und Rechtsprechung dazu keine Aussage treffen.[8] Sieht man von Einzelfällen, wie der Berechnung von Vaterschaftswahrscheinlichkeiten oder Blutalkoholkonzentrationen ab,[9] so finden sich in Rechtstexten keine „harten Zahlenangaben“. Ganz im Gegenteil, die Gerichte verweisen ausdrücklich darauf, dass die Ermittlung einer Gefahr ein wertender Prozess sei, der sich jeder mathematischen Eingrenzung widersetze.[10]

Der Rechtsanwender sieht sich also dem Dilemma ausgesetzt, dass er unbestimmten Rechtsbegriffen gegenüber steht und eine Konkretisierung nur schwer möglich scheint. Angesichts dessen, soll im nächsten Abschnitt geklärt werden, welche Position das Verfassungsrecht zum Umgang mit Risiko bezieht und ob nicht wenigstens über Strukturen der Risikoverarbeitung Klarheit zu gewinnen ist.

### 3      **Verfassungsrechtliche Grundlagen des Umgangs mit Risiko**

Eine wesentliche Ursache des diffusen Umgangs des Rechts mit der Abgrenzung von Gefahr, Risiko und Restrisiko liegt auf der verfassungsrechtlichen Ebene. Jegliche schadensträchtige Tätigkeit befindet sich im Spannungsfeld von mindestens zwei beteiligten Personen. Der an der Tätigkeit interessierte – ganz gleich, ob es sich um den Betrieb eines Kernkraftwerkes, die Errichtung eines Gebäudes oder um den Gebrauch eines Kraftfahrzeuges handelt – zielt auf die ungestörte, uneingeschränkte Fortsetzung des Gebrauchs. Andere Bürger wollen dagegen ihre entgegenstehende Rechtsposition möglichst unberührt sehen. Beide Seiten können hier geltend machen, dass sie sich in ihrem Verlangen auf Grundrechte stützen. Zumeist stehen hier Artikel 2 Abs. 2 GG – Recht auf Leben und Gesundheit, Artikel 12 GG – Berufsfreiheit und Artikel 14 GG – Eigentumsfreiheit in Rede. Somit steht hier zum einen die „Freiheit zur Technik“ im Raum, zum anderen das Recht auf Schutz vor Gefahren. Letzteres schlägt sich in dem Staat obliegenden Schutzpflichten nieder, die zu angemessenem und wirksamem Schutz – insbesondere der obersten Werte Leben und Gesundheit – verpflichten.[11]

Die Entscheidung über die Lösung dieses Konfliktes obliegt dem Staat. Dieser entscheidet sich entweder für das Verbot einer als zu gefährlich betrachteten Tätigkeit, wie es mit einzelnen gentechnischen Verfahren geschehen ist, für die Beendigung einer als zu schadensträchtig betrachteten Technologie, beispielsweise der wirtschaftlichen Nutzung der Kernkraft oder für die Zulassung der Nutzung unter bestimmten Bedingungen.

Wenn gerade festgestellt wurde, dem Staat obläge die Auflösung des Spannungsverhältnisses zwischen Kernkraftwerksbetreiber und um seine Gesundheit fürchtendem Anwohner – so ist die Bezeichnung des Verantwortlichen etwas ungenau. Auch wenn die Verantwortung des Staates insgesamt unstrittig ist, so ist doch zu fragen, welcher Teil des Staates – Parlament, Verwaltung oder Gerichte – exakt zu entscheiden habe.

Aus der Funktionsverteilung des Grundgesetzes ergibt sich zunächst einmal ein Primat des Parlamentes.[12] Alle für den Grundrechtsgebrauch wesentlichen Entscheidungen sind von dem am stärksten legitimierten Verfassungsorgan – dem Bundestag – zu treffen. Dies gilt insbesondere dann, wenn es sich um eine Entscheidung handelt, die aufgrund ihrer großen Gefahrträchtigkeit oder deren Möglichkeit Schutzpflichten begründet.[13]

Für die Entscheidung über Risiko bedeutet dies, dass sie zumindest in den Teilen in den sie grundsätzlicher Natur ist, zwangsläufig dem Parlament obliegt.[14] Beispielsweise untersagte der Hessische Verwaltungsgerichtshof der Verwaltung die Zulassung gentechnischer Anlagen auf Grundlage des Bundes-Immissionsschutzgesetzes – die Entscheidung über die Zulassung einer derart gefährlichen Technologie könne allein der Gesetzgeber treffen.[15] Was dieser mit der prinzipiellen Ermöglichung der Gentechnologie durch das GenTG, bzw. dem Verbot des Klonens von Menschen durch das Embryonenschutzgesetz auch getan hat.

Für den hier interessierenden Bereich des Risikos am Bau ist der parlamentarische Gesetzgeber jedoch keine große Hilfe. Bauliche Tätigkeit ist im Regelfall nicht so riskant, dass eine Entscheidung des parlamentarischen Gesetzgebers unabdingbar wäre. Entscheidungen über den Umgang mit Risiko bzw. eine Bewertung von Risiken erfolgen hier nur ausnahmsweise. Eine solche Entscheidung stellt beispielsweise das Verbot bestimmter Baustoffe z.B. Asbest dar. Zumeist beschränkt sich das Parlament jedoch darauf, gesetzliche Anforderungen abstrakt zu umschreiben, die Sächsische Bauordnung besagt: bauliche Anlagen sind so zu errichten, dass Sicherheit und Ordnung, insbesondere Leben und Gesundheit nicht gefährdet werden. Die Entscheidung über die Ausfüllung der unbestimmten Rechtsbegriffe wird auch hier der Verwaltung übergeben.[16]

Die besondere Bedeutung der Exekutive hat ihre Ursache insbesondere in der funktionalen Gewaltenteilung.[17] Der zufolge sind Entscheidungen über Risiken von der Staatsgewalt zu treffen, die instrumentell am ehesten dazu in der Lage sind. Im technischen Sicherheitsrecht, insbesondere bei der Beurteilung von Risiken, liegt das Schwergewicht der Anforderungen auf einer schnellen, effizienten und unter Umständen auch ins Detail gehenden Regelung. Für diese ist die Verwaltung, die mit Rechtsverordnung, Verwaltungsvorschrift und Verwaltungsakt über relativ schnell und flexibel einsetzbare Instrumente verfügt, wesentlich besser ausgestattet als die relativ schwerfällige Gesetzgebung. Hinzu kommt, dass es im Sinne eines notwendigerweise dynamischen Grundrechtsschutzes sogar verfassungsrechtlich notwendig sein kann, Entscheidungen der Exekutive zu überlassen.[18] Unter Umständen kann nur so der erforderliche effektive Schutz von Leben und Gesundheit sichergestellt werden.

Richtet man den Blick auf die Frage, wie die Exekutive mit Risiken und der Risikobewertung umgeht, fällt auf, dass sie ebenfalls abstrakt, d.h. normsetzend tätig wird. Die durch die Verwaltung gesetzten Normen gehen üblicherweise vergleichsweise stark ins Detail – beispielhaft ist hier nur auf die 55 Seiten umfassende TA Luft zu nennen. Auf dieser Ebene findet durch die Setzung von Grenzwerten und Verhaltenspflichten rechtliche Bewältigung von Risiko statt. Eine ähnliche Form des Umganges mit Risiko liegt der staatlichen

Rezeption privater Normen zugrunde, die im hier relevanten Bereich des Bauordnungsrechts durch die Einführung als Technische Baubestimmungen nach § 3 Abs. 3 SächsBO erfolgt. Der Staat ist hier nicht Urheber der Regelung, vielmehr bedient er sich des privaten Sachverständes der verschiedenen Normungsorganisationen. Rechtlich kommt privaten Normen die Rechtswirkung einer Verwaltungsvorschrift zu, beziehungsweise sie werden als Indiz für den Stand der Technik bzw. als Sachverständigengutachten betrachtet.

Allerdings kann auch die normsetzende Exekutive dem allgemeinen Problem abstrakter Regelungen nicht entfliehen. Abstrakt geltende Normen – gleich welcher Detailschärfe – gelten immer nur für den Normalfall. Sie decken einen Großteil der in der Praxis vorkommenden Fälle ab, aber eben nicht alle denkbaren Konstellationen. Normativen Ausdruck findet die Notwendigkeit, im Einzelfall zu einer abweichenden Lösung zu greifen in Vorschriften wie § 3 Abs. 3 S. 4 SächsBO. Hier wird die Entscheidung über Risiko der Exekutive zur Klärung überlassen. Nur im Einzelfall des jeweiligen Genehmigungsverfahrens kann entschieden werden, ob die von § 3 Abs. 3 S. 4 SächsBO geforderte Gleichwertigkeit der Lösung vorliegt.

Ein letzter Teil der normativen Verarbeitung von Risiko erfolgt damit in der Beurteilung des Einzelfalles durch die jeweilige Genehmigungsbehörde. Deren Aufgabe ist eine doppelte. Zum einen hat sie die tatsächliche Grundlage der Entscheidung zu ermitteln und eine Risikobewertung vorzunehmen, wobei sie diesbezüglich an die entsprechenden normativen Vorgaben gebunden ist. Bei der Ermittlung der Tatsachengrundlage, die sich rechtlich als Ausfüllung der unbestimmten Rechtsbegriffe darstellt, kommt ihr ein Auslegungsspielraum zu.

Zum zweiten hat sie gegebenenfalls Entscheidungen über den Umgang mit Risiko zu treffen, die weder vom Gesetzgeber noch von der normsetzenden Verwaltung vorweggenommen wurde. Typischerweise sind hier Risiken zu verarbeiten, die sich nur im Einzelfall stellen oder für die es keine sonstigen Regelungen gibt. Bei entsprechender gesetzlicher Gestaltung kann hier ein Ermessensspielraum vorgesehen sein, in sehr komplexen Fällen beispielsweise der Genehmigung von Kernkraftwerken sogar ein nur eingeschränkt kontrollierbarer Spielraum.[19]

Der Justiz als dritter Gewalt kommt, im hier skizzierten in Deutschland praktizierten Umgang mit Risiko, nur eine flankierende Funktion zu. Die Gerichte betrachten es nicht als ihre Aufgabe, an Stelle des Gesetzgebers oder der Verwaltung Entscheidungen zu treffen. Im Verhältnis zur Gesetzgebung ist dies darin begründet, dass es sich bei Entscheidungen über Risiken um politische Willensbildung handelt, die allein dem Bundestag obliegt. Auch das Bundesverfassungsgericht – das Normen verwerfen und gesetzgeberisches Handeln verlangen kann – muss insoweit den Entscheidungsspielraum des Gesetzgebers achten.[20] Im Verhältnis zur Verwaltung kann auf die gesetzliche Zuordnung der Entscheidung zur Verwaltung - die letztlich auf dem Aspekt der funktionalen Gewaltenteilung fußt - verwiesen werden. Daher sind die Gerichte im

Normalfall - beispielsweise einem baurechtlichen Verfahren - auf die Überprüfung unbestimmter Rechtsbegriffe und des Ermessensrahmens beschränkt. In Entscheidungen, in denen der funktionale Vorbehalt der Verwaltung besonders stark zu Buche schlägt – beispielsweise bei der Genehmigung von Kernkraftwerken – ist die Funktion der Gerichte sogar auf die Willkürkontrolle beschränkt.[21]

## **4 Risikoermittlung und Risikobewertung am Beispiel des Atomrechts**

Dem Atomrecht kommt im Bezug auf den Umgang des Rechts mit Risiken der Rang eines Referenzgebietes zu. Dies liegt zum einen daran, dass es sich bei der Kernkraft um die erste Einführung einer Großtechnologie handelte zu der Gesetzgebung und Gerichte Stellung nehmen mussten. Zum zweiten sahen sich Staat und Gesellschaft hier zum ersten mal mit in dieser Größenordnung bislang unbekanntem Gefahren konfrontiert, schließlich hat sich das Rechtsgebiet des Atomrechts als außerordentlich konfliktreich erwiesen, so dass neben einer Vielzahl einschlägiger Normen auf eine lange Reihe obergerichtlicher Entscheidungen, bis hinauf zu Bundesverwaltungsgericht und Bundesverfassungsgericht zurück zublicken ist.

Die grundlegende Entscheidung über die Zulässigkeit der wirtschaftlichen Nutzung der Kernenergie wurde vom Gesetzgeber mit Erlass des Atomgesetzes getroffen. Über die prinzipielle Zulässigkeit hinaus enthält das Gesetz allerdings relativ wenig Informationen über die Voraussetzungen unter denen ein Kernkraftwerk errichtet werden darf bzw. durfte. § 7 ATG verlangt allein, eine dem Stand der Wissenschaft und Technik entsprechende Vorsorge gegen Schäden, sowie Schutz gegen die Einwirkungen Dritter. Eine Konkretisierung erfahren diese Anforderungen auf untergesetzlicher Ebene – allen voran ist hier die Strahlenschutzverordnung zu nennen. Dabei war die normgebende Exekutive bemüht, der Verpflichtung zum effektiven Grundrechtsschutz Rechnung zu tragen und hat die Grenzwerte eher konservativ angesetzt. Beispielsweise liegt der Grenzwert für die zulässige Strahlenbelastung deutlich unterhalb der in Deutschland vorhandenen natürlichen Schwankungsbreite.

Wie bereits angedeutet wurde, liegt das Schwergewicht der Risikoermittlung und Beurteilung bei der Exekutive. Die rechtlichen Probleme konzentrieren sich hier auf zwei Aspekte. Zum einen ist umstritten, welche Risiken bei der Errichtung eines Kernkraftwerks überhaupt zu berücksichtigen sind. Zum zweiten wurde die Frage, mit welcher Methodik die für relevant befundenen Risiken zu ermitteln sind.

Bezüglich der erstgenannten Frage stehen sich zwei Sicherheitsphilosophien zumindest teilweise gegenüber.[22] Der dem deutschen Atomrecht zugrunde

liegende deterministische Ansatz geht davon aus, dass eine bestimmte Anzahl möglicher Risiken beachtlich ist. Welche Risiken dies sind, ergibt sich aus den relevanten Normen. Die dort benannten Risiken müssen, ungeachtet ihrer konkreten Wahrscheinlichkeit, ausgeschlossen werden.

Dem gegenüber steht eine Sicherheitsphilosophie, die in der einschlägigen Rechtsprechung und Literatur als probabilistisch bezeichnet wird. Dieser Ansatz ist zwar nur begrenzt mit dem in diesem Symposium verwandten Begriff der Probabilistik identisch, beruht aber auf einem ähnlichen Grundgedanken, der Einbeziehung der Ereigniswahrscheinlichkeit. Ihm kommt im Atomrecht nur eine randständige Bedeutung zu. Dies liegt zum einen daran, dass die Verwaltung an das deterministische Konzept des Gesetzgebers gebunden ist.[23] Zum zweiten bezweifeln Literatur und Rechtsprechung, dass sich die spezifische Gefahr der Kernenergienutzung in angemessener Weise in Wahrscheinlichkeiten ausdrücken lässt. Zur Begründung wird hier auf Unsicherheiten in den Risikofaktoren, in der Methodik, sowie auf die fehlenden normativen Maßstäbe verwiesen.[24] Aussagen zur Wahrscheinlichkeit verlieren nach Ansicht der Gerichte ihre Aussagekraft, wenn es sich um sehr kleine Wahrscheinlichkeiten aber sehr große Auswirkungen handelt.[25]

Allerdings ist der probabilistische Ansatz im Atomrecht nicht völlig unbedeutend. Relevanz kommt ihm unter zwei Aspekten zu. Zum einen werden probabilistische Erwägungen in der Genehmigungspraxis zur Untermauerung der Sicherheitskonzepte herangezogen.[26] Zum zweiten ist es zur Klärung der Frage, ob die Sicherheitsanforderungen zu verschärfen sind, unbedingt notwendig, auch probabilistische Erwägungen anzustellen. Eine Gefahrbewertung allein auf deterministischer Grundlage ist nach Ansicht des Hessischen Verwaltungsgerichtshofes unzulässig.[27]

Wesentlich schwieriger als die Frage nach den einer Genehmigungsentscheidung zugrundezulegenden Gefahrenquellen – die ja weitgehend vom Gesetzgeber und untergesetzlichem Normgeber festgelegt wurden – ist die Frage nach der zu verwendenden Methode. Zu deren Beantwortung kann sich die Verwaltung nicht immer auf Aussagen des Gesetzgebers oder sonstige Normen stützen. So hatte beispielsweise die Genehmigungsbehörde zu entscheiden, ob die Erdbebenhäufigkeit in der Region des Kernkraftwerkes Mühlheim-Kärlich nach der Methode von Murphy und O'Brien zu ermitteln ist, oder ob die Methode von Cornell vorzugswürdig sei.[28]

Auch von den Gerichten ist bei der Beantwortung methodischer Fragen keine große Hilfe zu erwarten. Unter Verweis auf die funktionale Gewaltenteilung und den weiten Einschätzungsspielraum der Exekutive weigern sich Gerichte geradezu, zu derartigen Fragen explizit Stellung zu nehmen. Jedenfalls sei es – so das BVerwG – nicht Aufgabe der Gerichte, die Bewertung wissenschaftli-

cher Streitfragen durch die Behörde, durch eine eigene Wertung zu ersetzen.[29]

Zu prüfen haben Gerichte allerdings drei Dinge.[30] Zum einen muss die Methodik dem im Atomrecht geforderten Sicherheitsmaßstab des Standes von Wissenschaft und Technik entsprechen. Kriterien hierfür sind: Sachkompetenz des Gutachters oder Entscheiders aufgrund von Ausbildung, Tätigkeit oder Erfahrung; das Ansetzen der Bewertung an einer anerkannten Grundlage wissenschaftlicher Erkenntnis; sorgfältige Auseinandersetzung mit allen zum Problem vertretenen Ansichten; Folgerichtigkeit, Nachprüfbarkeit und Widerspruchsfreiheit des Ergebnisses. Zum zweiten ist zu fragen, ob sich die Behörde konsequent an die selbstgewählten Maßstäbe gehalten hat. Schließlich behalten sich Gerichte eine Eingriffsmöglichkeit für den Fall vor, dass die Methodik grob willkürlich und schlechthin unvertretbar war.

## 5 Ergebnis

Im Ergebnis ist festzustellen, dass der Umgang des Rechts mit Risiko im Rahmen einer abgeschichteten Entscheidungsfindung erfolgt. Grundsätzliche Entscheidungen über den Einsatz riskanter Technologien werden und können allein vom Gesetzgeber getroffen werden. Ein zweiter Schritt der Risikoverarbeitung erfolgt auf untergesetzlicher Ebene, durch Grenzwertsetzung und Methodenfestlegung. Das Schwergewicht der Risikoverarbeitung liegt allerdings in der exekutiven Umsetzung. Auf dieser Ebene sind Verwaltung und Bürger allerdings weitgehend auf sich gestellt. Von Seiten der Gerichte wurden zwar Maßstäbe entwickelt an denen sich die Entscheidungen über die Ermittlung und Bewertung von Risiken messen lassen müssen, jedoch verweisen diese immer wieder auf die aktuellen Regeln der Technik und damit auf außerrechtliche Maßstäbe.

Etwas abstrakter könnte man sagen, dass Gesetzgeber und Gerichte es sehr wohl erkannt haben, dass nicht alles durch Gesetze und Normen geregelt werden kann. Letztlich kann eine Entscheidung über die Beurteilung und Ermittlung von Risiken einer ingenieurtechnischen Anlage nur durch Ingenieure selbst erfolgen. Das Recht stellt nur einen Rahmen bereit.

## 6 Literaturverzeichnis

- [1] Hessischer Verwaltungsgerichtshof: Urteil vom 25.3.1997: Az. 14 A 3083/89; jüngst: Leisner, A; Die polizeiliche Gefahr zwischen Eintrittswahrscheinlichkeit und Schadenshöhe; DÖV 2002, S. 326 - 334
- [2] Hessischer Verwaltungsgerichtshof: Urteil vom 25.3.1997: Az. 14 A 3083/89; Rossnagel, A; Die rechtliche Fassung technischer Risiken; UPR 1986, S. 46 -56
- [3] Schröder, R; Verfassungsrechtliche Grundlagen des Technikrechts. In: Schulte, M (Hrsg.): Handbuch des Technikrechts, Berlin, Springer, 2003, S. 185 – 208
- [4] Di Fabio, Udo; Risikoentscheidung im Rechtsstaat; Tübingen; Mohr Siebeck, 1994
- [5] Bundesverfassungsgericht; BVergE 49. Band, S. 89 -147
- [6] Rossnagel, A; Die rechtliche Fassung technischer Risiken; UPR 1986, S. 46 -56
- [7] Bundesverfassungsgericht; BVergE 49. Band, S. 89 –147; Rengeling, H-W; Reaktorsicherheit: Vorsorge auch jenseits der praktischen Vernunft; DVBl 1988, S. 257 -262
- [8] Scholl, C; Wahrscheinlichkeit, Statistik und Recht, JZ 1992, S. 122 - 131
- [9] Scholl, C; Wahrscheinlichkeit, Statistik und Recht, JZ 1992, S. 122 - 131
- [10] Hessischer Verwaltungsgerichtshof: Urteil vom 25.3.1997: Az. 14 A 3083/89; Rossnagel, A; Sicherheitsphilosophien im Technikrecht – am Beispiel des Atomrechts; UPR 1993, S. 129 -135
- [11] Bundesverfassungsgericht; BVergE 49. Band, S. 89 -147
- [12] Bundesverfassungsgericht; BVergE 49. Band, S. 89 -147
- [13] Bundesverfassungsgericht; ständige Rechtsprechung seit: BVerfGE 33, S. 125 - 171
- [14] Bundesverfassungsgericht; BVergE 49. Band, S. 89 -147
- [15] Hessischer Verwaltungsgerichtshof; Beschluss vom 6.11.1989; NVwZ 1990, S. 276 - 279
- [16] Schröder, R; Verfassungsrechtliche Grundlagen des Technikrechts. In: Schulte, M (Hrsg.): Handbuch des Technikrechts, Berlin, Springer, 2003, S. 185 – 208
- [17] Schröder, R; Verfassungsrechtliche Grundlagen des Technikrechts. In: Schulte, M (Hrsg.): Handbuch des Technikrechts, Berlin, Springer, 2003, S. 185 – 208; Rossnagel, A; Der Nachweis der Sicherheit im Anlagenrecht; DÖV 1997, S. 801 -810
- [18] Bundesverfassungsgericht; BVergE 49. Band, S. 89 –147; Schröder, R; Verfassungsrechtliche Grundlagen des Technikrechts. In: Schulte, M (Hrsg.): Handbuch des Technikrechts, Berlin, Springer, 2003, S. 185 – 208
- [19] Bundesverwaltungsgericht; Urteil vom 14.1.1998 Az. 11 C 12/96
- [20] Bundesverfassungsgericht; BVergE 49. Band, S. 89 -147

- [21] Bundesverwaltungsgericht; Urteil vom 14.1.1998 Az. 11 C 12/96; Hessischer Verwaltungsgerichtshof: Urteil vom 25.3.1997: Az. 14 A 3083/89; Hessischer Verwaltungsgerichtshof; Urteil vom 25.3.1997. NVwZ-RR 1998, S. 361 - 365
- [22] Rossnagel, A; Der Nachweis der Sicherheit im Anlagenrecht; DÖV 1997, S. 801 – 810; Rossnagel, A; Sicherheitsphilosophien im Technikrecht – am Beispiel des Atomrechts; UPR 1993, S. 129 -135
- [23] Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz und Reaktorsicherheit; Stellungnahme in: Hessischer Verwaltungsgerichtshof: Urteil vom 25.3.1997: Az. 14 A 3083/89
- [24] Rossnagel, A; Der Nachweis der Sicherheit im Anlagenrecht; DÖV 1997, S. 801 - 810
- [25] Hessischer Verwaltungsgerichtshof: Urteil vom 25.3.1997: Az. 14 A 3083/89
- [26] Bundesverwaltungsgericht; Beschluss vom 13.7.1989, Az 7 B 188/88; NVwZ 1989, S. 1169 - 1170
- [27] Hessischer Verwaltungsgerichtshof: Urteil vom 25.3.1997: Az. 14 A 3083/89
- [28] Bundesverwaltungsgericht; Urteil vom 14.1.1998 Az. 11 C 12/96
- [29] Bundesverwaltungsgericht; Urteil vom 14.1.1998 Az. 11 C 12/96; Hessischer Verwaltungsgerichtshof: Urteil vom 25.3.1997: Az. 14 A 3083/89
- [30] Bundesverwaltungsgericht; Urteil vom 14.1.1998 Az. 11 C 12/96; Hessischer Verwaltungsgerichtshof: Urteil vom 25.3.1997: Az. 14 A 3083/89

# Nutzung der Monte-Carlo-Simulation zur probabilistischen Bemessung

Pavel Marek

Institut für theoretische und angewandte Mechanik  
Akademie der Wissenschaften der Tschechischen Republik, Prag

**Zusammenfassung:** Im Beitrag werden die fünfzehnjährige Entwicklung der SBRA-Methode Simulation Based Reliability Assessment (MAREK ET AL. [1,2]) und ihre weiteren Perspektiven kurz zusammengefasst. Diese Methode gehört zu den voll probabilistischen Methoden, welche zur Analyse der Zuverlässigkeitsfunktion und bei der Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit als Mittel die Simulationstechnik und moderne Computer anwenden. Zur Zeit ist der Projektant lediglich vor allem ein Interpret der Normen-Bestimmungen, ohne dabei am Prozess der Zuverlässigkeitsbewertung der Regeln, im Sinne derer diese Normen aufgestellt wurden, aktiv teilzunehmen. Wenn der Zuverlässigkeitsnachweis das dem Computerzeitalter entsprechende Wahrscheinlichkeitsniveau erreichen soll, wird das von den Projektanten eine aktive Teilnahme und ihr Verständnis erfordern. Die SBRA-Methode soll zur Gestaltung erforderlicher Voraussetzungen beitragen, vor allem dazu, die Denkweise von Zehntausenden von Projektanten von der bisher überwiegenden deterministischen zur probabilistischen umzuwandeln. Einzelheiten über die SBRA-Methode, einschließlich einer Liste von beinahe dreihundert Publikationen, sind auf <http://www.noise.cz/SBRA> zu finden.

## 1 Einleitung

### 1.1 Von der deterministischen zur probabilistischen Denkweise des Projektanten hinsichtlich des Zuverlässigkeitsnachweises

Seit Mitte des vorigen Jahrhunderts hatte sich deutlich ein allgemeines Streben nach Vervollkommnung der Zuverlässigkeitsbeurteilung von Konstruktionen durchgesetzt. Das in der Auswertung der Sicherheit und Nutzungsfähigkeit der Konstruktionen überwiegende deterministische Verständnis der Größen reichte z. B. nicht zum Erfassen der Einwirkungen der Belastung und ihrer Kombinationen aus, ebensowenig wie zur Präzisierung der Stabilitätskriterien und zur Beurteilung des Einflusses von Imperfektionen. Im Bereich der Konstruktionszuverlässigkeit war es notwendig, die Tatsache klarzustellen, dass alle in die Zuverlässigkeitsbeurteilung einfließenden Größen zufällig veränderliche Größen sind und dass es bei der Analyse ihrer Interaktion deshalb notwendig ist, die Prinzipien der Statistik und der Wahrscheinlichkeitstheorie anzuwenden (s. z. B. MRÁZIK et al. [3]). Immer öfter wurde der Begriff „Grenzzustände“ angewandt, der die Philosophie zusammenfassend

bezeichnen sollte, die auf der Aufteilung der die Interaktion zufälliger Größen repräsentierenden Domäne in eine Sub-Domäne der Zuverlässigkeit und in eine Sub-Domäne der Konstruktionsschädigung beruht, wobei nachdrücklich die Unterscheidung der qualitativen Grenzzustände, und zwar der Sicherheit (Tragfähigkeit) und der Benutzbarkeit (Nutzungsfähigkeit) betont wurde, s. z. B. MAREK [4]. Diese Klassifizierung wurde allmählich um Kriterien der Dauerfestigkeit (s. auch den Begriff „Performance Design“ im Kapitel 20 in TEREKO [9]) erweitert. Auf dieser Grundlage wurden auf wissenschaftlichem Niveau Spielregeln für den Zuverlässigkeitsnachweis geschaffen.

Die Aufgabe dieses Beitrages liegt nicht darin, das Niveau zu bewerten, das die Wissenschaft im Bereich des Zuverlässigkeitsnachweises erlangte. Hinsichtlich des folgenden Textes ist es allerdings angebracht, aufmerksam darauf zu machen, dass z. B. Prof. R. Rackwitz zufolge die Entwicklung der analytischen Methode FORM/SORM das Niveau absoluter Vollkommenheit erreichte, wo nichts mehr hinzuzufügen oder abzuziehen ist (s. Keynote lecture bei RACKWITZ [5]). Im selben Jahr lenkten an die hundert Wissenschaftler bei der Weltkonferenz in Monaco die Aufmerksamkeit darauf, dass die Anwendung der Monte-Carlo-Simulationsmethoden eine vielversprechende Zukunft vor sich habe (SCHUËLLER ET AL.[6]). Die Zukunft wird zeigen, welche von diesen zwei Hauptrichtungen wissenschaftlicher Forschung sich bei der Anwendung in der Projektierungspraxis durchsetzen werde.

Das gemeinsame Problem der Hauptrichtungen wissenschaftlicher Auffassungen der Zuverlässigkeitsbewertung ist der Eingang wissenschaftlicher Ergebnisse in die praktische Anwendung und die Einführung von „Spielregeln“ in die Normen.

## 1.2 Die Zuverlässigkeitskonzeption in den Normen der Tragwerksberechnung

Seit den 60er Jahren des vergangenen Jahrhunderts verdrängt die Teilsicherheitsbeiwerte-Methode (TSBM) in den Normen der Tragwerksberechnung überholte deterministische Methoden, wobei zu erwähnen ist, dass sich die Interpretierung von TSBM bei den verschiedenen Arbeitsgruppen verschiedener Länder meistens erheblich voneinander unterscheidet und oft zu beträchtlichen Unterschieden in der Dimensionierung führt. Die zwei folgenden Beispiele sind nicht ohne Interesse.

(a) In den USA wurde 1986 die Norm für den Entwurf von Stahlkonstruktionen (LRFD AISC NORM [7]) herausgegeben. Nach knapp zwanzig Geltungsjahren der Norm LRFD wird diese Methode noch immer nicht voll in der Projektierungspraxis angewendet. Die „Industrie“ fördert sogar noch die Erhaltung der *bewährten* deterministischen Methode „Zulässiger Spannungen“. Die zur Zeit in Arbeit befindliche neue Norm (AISC Chicago) soll erlauben, diese deterministische Methode ebenfalls anzuwenden.

(b) Die in Eurocodes angewandte Methode TSBM wurde im „Vorcomputerzeitalter“ entwickelt. Aus der Sicht des Projektanten bleibt diese Methode nach wie vor eine deterministische. Wie aus Diskussionen in der Fachliteratur hervorgeht, schafft die vereinfachte Konzeption der „Spielregeln“ der Teilsicherheitsbeiwerte-Methode in den Eurocodes nicht die notwendigen Voraussetzungen für die qualitative Vervollkommnung der Methode, welche dem schnell anwachsenden Potential der Rechentechnik entsprechen würde. Den Informationen der Normenkommissionen zufolge soll in den Jahren 2008 bis 2012 die endgültige, auf der derzeitigen Konzeption der TSBM basierende Version von Eurocodes in die Praxis eingeführt werden und in den folgenden Jahrzehnten sollte es vom Standpunkt der

Methode der Zuverlässigkeitsbemessung heraus zu keiner qualitativen Vervollkommnung kommen. Die Zukunft wird zeigen, ob sich diese konservative Voraussage erfüllen werde.

In der zweiten Hälfte der 80er Jahre des vorigen Jahrhunderts wurden Personal Computer PC in die Praxis eingeführt, was verschiedene Lebensbereiche erheblich beeinflusste. Die seit Mitte der 80er Jahre jedem Projektanten zugängliche Anwendung von PC vertiefte die Überzeugung, dass eine qualitative Veränderung der Berechnungsmethode der Zuverlässigkeit von Tragwerken zu erwarten ist, die dem Computerzeitalter entsprechen werde, s. COLLOQUIUM [8].

### **1.3 Der Zutritt „von oben“ entgegen dem „von unten“ bei der Entwicklung der in der Praxis anwendbaren Methoden**

Die in der Praxis anwendbare Bewertungsmethode der Zuverlässigkeit kann auf verschiedene Art und Weise geschaffen werden. Man kann von einer theoretisch ausgearbeiteten wissenschaftlichen Konzeption (z. B. FORM/SORM, s. RAJ et al. [9]) ausgehen und allmählich vom Spitzenniveau auf niedrigere Stufen herabsteigen, wobei bei diesem „Zutritt von oben“ der Übergang zu jeder niedrigeren Stufe mit der Einführung von notwendigen Vereinfachungen und beschränkenden Voraussetzungen verbunden ist. Je mehr sich die vereinfachte Interpretierung der theoretischen Konzeption der Methode dem Niveau der Einführung der Methode in die Normen nähert, desto anspruchsvoller und schwieriger ist die Vereinfachung der wissenschaftlichen Methode zur Form normativer Vorschriften. Diese Tatsache kann an Beispielen aus verschiedenen Diskussionen belegt werden, z. B. darüber, wie die Kombination ständiger und zufälliger Belastung festzulegen sei (s. Beispiel 15.1 im Buch Tereco [10]). Wie man feststellen kann, ist es außergewöhnlich schwierig, ein Zusammenspiel von wissenschaftlicher Definition der Methode und der Interpretierung der Methode in der Norm, deren Inhalt nicht vollkommen und durch ein kompletten Kommentar belegbar sein kann, zu erreichen.

Die Entwicklung der SBRA-Methode kann als „Zutritt von unten“ betrachtet werden. Anfangs, 1988, war der Computer mit einem Zufallszahlengenerator ausgestattet, weiter war das Wissen vorhanden, alle in die Zuverlässigkeitsbewertung des Tragwerks eingehende Größen seien zufällig veränderlich, und außerdem, die direkte (dem Projektanten leicht verständliche) Monte-Carlo-Methode erlaube, die Interaktion zufällig veränderlicher Größen zu analysieren und die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  festzulegen, s. [9]. Zu den anfänglichen Experimenten, den Computer auf dieser Grundlage anzuwenden, gehörte die Festlegung der Kombination von Einkomponenteneinwirkungen der Belastung auf eine besser zu erfassende Weise, als die Normen es erlauben. Dieser Schritt erforderte die Einführung einer neuen untraditionellen Repräsentation einzelner Belastungen, wozu „Einwirkungsdauerkurven“ und entsprechende Histogramme angewendet wurden (MAREK et al. [1,2]). Das erste, als ResCom (Response Combination) bezeichnete SBRA-Programm deutete das Potential des entwickelten Verfahrens an. Das positive Echo der Projektanten, mit denen die Ergebnisse besprochen wurden, führte zur Anregung, das folgende M-Star-Programm auszuarbeiten, wodurch die Analyse einer breiten Skala einer größeren Anzahl zufällig veränderlicher, durch abgeschnittene Histogramme dargestellte Größen beinhaltender Gleichungen möglich geworden war. Das Programm erlaubte z. B. die Widerstandsfähigkeit eines hybriden Stahlstabes für die gewählte Wahrscheinlichkeit und die Lösung weiterer Beispiele festzulegen. Logischerweise folgte der erste Versuch, mit Hilfe des M-Star-Programms die Versagenswahrscheinlichkeit des Stahlstabes zu berechnen und unter Berücksichtigung mehrerer verschiedener statistisch unabhängiger Einwirkungen, der durch ein Histogramm dargestellten Stahl-Fließgrenzen und die Einführung der Streuung geometrischer Größen der

Tragfähigkeit zu ermitteln. Interesse an dieser sich entwickelnden probabilistischen Methode zeigte das AISC (American Institute of Steel Construction – Chicago), für das einige Studien über die Einflüsse der Kombination von Einwirkungseffekten auf die Tragfähigkeit und der Streuung von Fließgrenzen verschiedener Stahlklassen auf die Versagenswahrscheinlichkeit ausgearbeitet wurden. Es folgte die Ausarbeitung des Kapitels über die Sicherheitsauswertung von Stahlteilen im Buch von RAJ et al. [9].

Jedes gelöste Beispiel führte zu weiteren Anwendungen, was bereits 1991 die Einführung der Methode in den Unterricht an der Bauakultät der Universität SJSU in Kalifornien zur Folge hatte. Das lebhafte Interesse der Studenten war für das Forschungsteam eine neue Anregung. Eine wachsende Zahl publizierter Beispiele und ein sich ausbreitendes Potential dieser einfachen Simulationstechnik ausnützenden Methode veranlassten den Verlag CRC Press, Inc. (Florida), die erreichten Ergebnisse in Buchform herauszubringen und die SBRA-Methode (Simulation-Based Reliability Assessment) zu dokumentieren, s. MAREK et al. [1].

#### **1.4 Die Applikation der Strategie des „Mosaikbildes“ bei der Entwicklung der SBRA-Methode**

Die Simulationstechnik, zusammen mit der wachsenden Leistungsfähigkeit von PC, stellen den „Motor“ der Methode dar. Die Applikation der direkten Monte-Carlo-Methode erlaubte eine schnelle Verbreitung, angefangen mit der Analyse von Kombinationen der Einwirkungseffekte und der Hauptfälle der Widerstandsfähigkeit, bis hin zu den ersten Berechnungen der Versagenswahrscheinlichkeit, zum Wahrscheinlichkeitsausdruck von Kriterien der Stabilität, Ermüdung und des Sprödbruchs, usw., und zu weiteren Bestandteilen komplexer Zuverlässigkeitsbewertung, d. h. der Sicherheit, der Benutzbarkeit und der Dauerfestigkeit. Die Zuverlässigkeitsproblematik der Konstruktionen wird in der Vorstellung des Forschungsteams durch ein aus verschiedenfarbigen besser oder weniger gut ausgearbeiteten oder fehlenden Steinchen zusammengesetztes „Mosaikbild“ erfasst. Im Laufe von fünfzehn Jahren gehörte zur Hauptstrategie des Forschungsteams bei der Arbeit an der Entwicklung der SBRA-Methode, die fehlenden Teile des Mosaiks zu ergänzen und darauf zu achten, dass ein ungefähr gleiches Niveau einzelner Steinchen des Bildes erreicht werde, sowie auch einen ausgeglichenen Überblick sowohl über die Einzelheiten der Zuverlässigkeitsproblematik, als auch über die Zwischenbeziehungen einzelner Komponenten des Mosaikbildes zu erlangen. Die fortlaufende Bewertung des Bildes machte es leichter, sowohl die weniger ausgearbeiteten Bereiche, wie auch die eine erhöhte Aufmerksamkeit und Vervollkommnung erfordernden Probleme in Bezug auf die sich schnell vervollkommnende Rechentechnik und deren Anwendung in der Projektierungspraxis herauszufinden.

Von Anfang an war sich das Forschungsteam voll bewusst, bei seinem „Weg von unten“ keine ideelle „magische“ Methode zu schaffen, sondern durch gut verständliche und leicht verwendbare Mittel, Vorgänge, Beispiele und mit Hilfe des Mosaikbildes den Projektanten die Konzeption der Zuverlässigkeitsbewertung erfassbar zu machen und sie bei der Einführung der untraditionellen probabilistischen Konzeption in die Praxis zur aktiven Teilnahme anzuregen. Ohne eine qualitativ neue Denkweise des Projektanten, seine aktive Teilnahme, Initiative und Überzeugung, dass eine radikale Vervollkommnung sinnvoll sei, ist keine erfolgreiche Anwendung der dem Computer-Zeitalter entsprechenden Wahrscheinlichkeits-Verfahren und -Methoden zu erwarten, s. MAREK et al. [10].

## 2 Die SBRA-Methode

### 2.1 Die Grundlage der „Spielregeln“

Die Methode geht von folgenden drei Grundvoraussetzungen aus:

- (a) die in die Beurteilung der Zuverlässigkeit eingehenden Werte (input values) stellen zufällig veränderliche Größen dar, repräsentiert von allgemein nicht-parametrischer Verteilung (abgeschnittene Histogramme u. ä.),
- (b) die Analyse der Interaktion zufällig veränderlicher Größen im Rahmen der Funktion wird vom Projektanten durchgeführt, der die Simulationstechnik und den Computer anwendet, um die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  festzulegen,
- (c) der Zuverlässigkeitsnachweis wird durch den Vergleich der ausgerechneten Versagenswahrscheinlichkeit mit der z. B. in der Norm angegebenen Entwurfs-wahrscheinlichkeit geführt (s. MAREK et al. [1] und NORM [11]).

### 2.2 Zufällig veränderliche Größen und ihre Darstellung

Bei der Anwendung der Simulationstechnik ist es den bisherigen Erfahrungen zufolge von Vorteil, begrenzte (abgeschnittene) Histogramme und andere nicht-parametrische Ein- oder Mehrkomponenten-Verteilungen willkürlicher Form und Charakteristik anzuwenden. Einzelheiten über die Typen der Verteilung und ihre Einführung in die Berechnung sind im 2. Kapitel des Buches Tereco [10] und in den Kapiteln 16 und 17 der zweiten Ausgabe dieses Buches zu finden.

Z. B. können mechanische Materialeigenschaften, geometrische Charakteristiken und ihre Streuung, einzelne Typen der Belastung usw. darstellende Histogramme in eine zentrale, im Internet zugängliche Databasis erfasst werden. Diese kann Teil eines zukünftigen untraditionellen Normensystems werden, das u. a. Regeln einer Histogrammgestaltung für in der Databasis nicht angegebenen Fälle enthalten würde.

Auf Bild 1 sind ausgewählte Beispiele von Verteilungen aufgeführt, die in klassischen parametrischen Teilungen nicht dargestellt werden können:

(a) Nicht- parametrische Verteilungen:

- (a1) Diskret zusammenhängend, (a2) Abgeschnittene Verteilung, (a3) Gemischt, (a4) Zusammenhängend

(b) Durch ein Histogramm dargestellte Approximation

- (b1) Ursprüngliche Verteilung, (b2) Histogramm, (b3) Allgemeine diskrete Verteilung, (b4) Nach Teilen gleichmäßig (PWU – Piece-wise uniform)

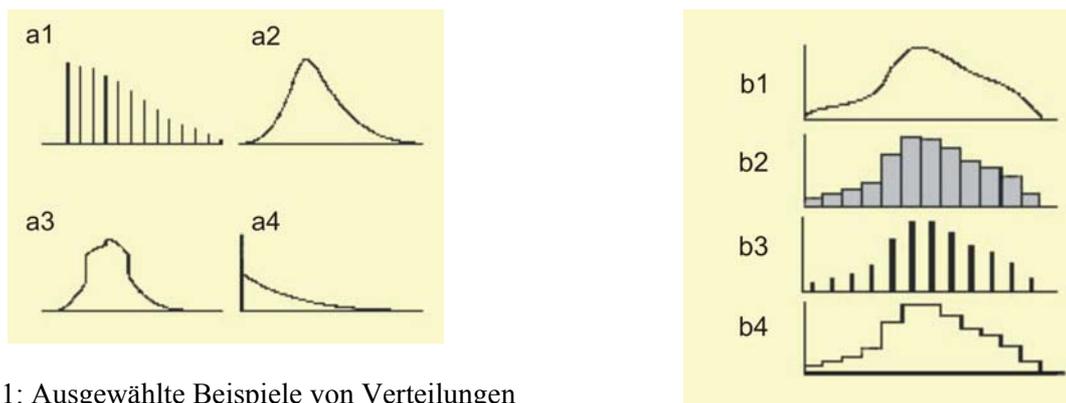


Abb. 1: Ausgewählte Beispiele von Verteilungen

## 2.3 Die Simulationstechnik

In der SBRA-Methode und in den entsprechenden Programmen wird bislang die direkte Monte-Carlo-Methode angewendet. Es ist bekannt, dass es viele vervollkommnete Simulationstechniken gibt (LHS, Importance Sampling, usw., s. RAJ [9]), welche die Anzahl notwendiger Simulationsschritte deutlich begrenzen und die Berechnung beschleunigen. Warum wird in der SBRA-Methode bislang die direkte Monte-Carlo-Simulation angewendet?

Es muss klargestellt werden, dass viele Projektanten von Tragwerken in ihrer Praxis noch nicht der Simulationsberechnung der Versagenswahrscheinlichkeit begegnet sind. Aus Erfahrungen in Seminaren für Projektanten und aus dem Unterricht von Studenten der Bau fakultäten geht hervor, dass die direkte Monte-Carlo-Methode und ihre Anwendung sehr schnell zu verstehen und anzuwenden ist. In Übereinstimmung mit der Strategie des „Mosaikbildes“ (s. 1.4) ist es beim jetzigen Stand der Entwicklung dieser Methode nicht nötig, hoch entwickelte Simulationstechniken einzuführen, solange alle anderen Teile des Mosaiks nicht auf ein ausgeglichenes Niveau vervollkommen werden und solange die Simulationstechnik und die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit für den Projektanten nicht etwas ganz Selbstverständliches sein werde. Es macht Freude sehen zu können, mit welchem Interesse und wie leicht die neue, in einer „Computer-Atmosphäre“ erzeugte Generation von Ingenieuren sich die in der SBRA-Methode angewendete Simulationstechnik aneignet. Die Zahl der in Wettbewerben, Fachzeitschriften und bei Verteidigungen von Diplomarbeiten erfolgreich präsentierten Studentenarbeiten steigt, es steigt auch die Zahl gewinnbringender, für die Weiterentwicklung des Zuverlässigkeitsnachweises in der nächsten Zeit richtungsweisender Dissertationen und Habilitationen.

Selbstverständlich ist es notwendig, künftig effektivere Simulations-„Motoren“ anzuwenden. Z. B. für die Beurteilung umfangreicher Konstruktionssysteme wird eine Anwendung von leistungsfähigeren Simulationstechniken erforderlich werden, s. Beispiele in zweiter Ausgabe des Buches Tereco [10].

## 2.4 Die Belastung und Analyse der Reaktion der Konstruktion auf die Belastung in der SBRA-Methode

Um Voraussetzungen für die Gestaltung einer voll probabilistischen Methode der Zuverlässigkeitsbeurteilung schaffen zu können, war es notwendig, die bislang angewendete Konzeption (z. B. in der TSBM-Methode, bei der die Belastung durch die Multiplikation des charakteristischen Wertes mit einem Beiwert definiert wird) zu verlassen und untraditionelle Charakteristiken einzelner Belastungen einzuführen, ähnlich wie einzelner Einwirkungs-

effekte (d.h. die Reaktion der Konstruktion auf die Belastung und Kombinationen der Einwirkungen). Einzelheiten sind z. B. in Büchern MAREK et al. [1], TERECO [10] und Fachzeitschriften, s. GRASSE [12] und MAREK et al. [13,14].

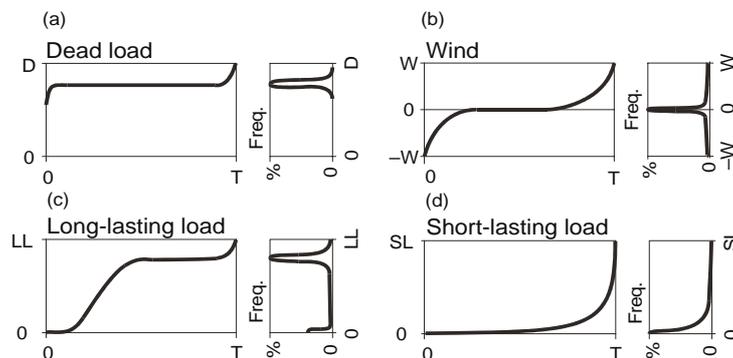


Abb. 2: Beispiele von Einwirkungsdauerkurven und entsprechender Histogramme. (a) ständige Einwirkung, (b) Windeinwirkung, (c) langzeitige Einwirkung, (d) kurzzeitige Einwirkung

Für die Analyse der Einwirkungskombinationen wird in Normalfällen in der SBRA-Methode der Zutritt „Arbitrary-Point-in-Time, APT“ angewendet. Die Ergebnisse der Lösung von Beispielen und aus parametrischen Studien deuten an, dass diese Konzeption zu zufriedenstellenden Ergebnissen führt, welche z. B. der Analyse von Kombinationen nach LRFD-AISC nahekommen. Bei der Analyse von Kombinationen der Einwirkungen, bei denen eine kurzzeitige außergewöhnliche Einwirkung überwiegt (eine Explosion, ein Hurrikan, ein Erdbeben u. ä.), ist es empfehlenswert, den Zutritt „Maximum-Load Effect, MLE“ (s. Chapter 19 bei Václavek, Li et al. in TERECO [10]) anzuwenden, der in der zweiten Ausgabe des Buches näher beschrieben wird. Nach MLE wird die Analyse der Kombination im Augenblick des Auftretens einer außergewöhnlichen Belastung durchgeführt, wobei die Kombinationen anderer Einwirkungseffekte nach APT durchgeführt werden. Es ist anzumerken, dass es bei dieser Lösung erforderlich ist, die ausgerechnete Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  mit der erheblich höheren Entwurfswahrscheinlichkeit  $P_d$  zu vergleichen, s. GALAMBOS et al. [15].

Übereinstimmend mit der Strategie des „Mosaikbildes“ des Zuverlässigkeitsnachweises wurden allmählich ebenfalls Mehrkomponenten- Histogramme (s. Bild 3) und Charakteristiken von Einwirkungskombinationen bei der Anwendung von Kriterien der Ermüdung, des Bruches und der Nutzungsfähigkeit eingeführt, s. Beispiele in den Büchern bei MAREK et al. [1,2] und TERECO [10].

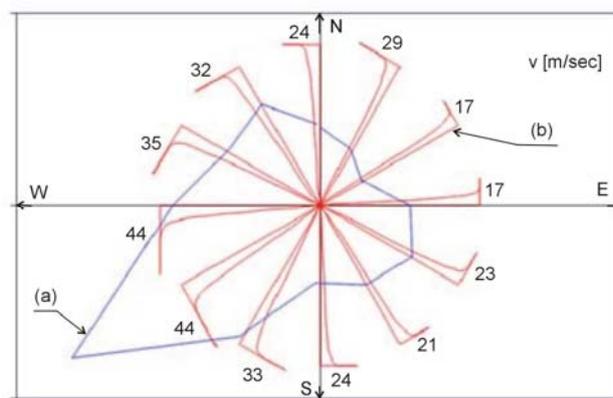


Abb. 3: Zwei-Komponentenbelastung: Windrosette (Dauer der Windrichtung und Dauer der Windgeschwindigkeit)

## 2.5 Referenzwerte

Grundvoraussetzung bei der Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit durch die Zuverlässigkeitsfunktion ist eine klare und vollständige Definition der Referenzwerte RV (Reference Value), auf die sich die Wahrscheinlichkeit der „Überschreitung“ bezieht. Der Ausdruck *Referenzwert* wurde im Buch Tereco [10] und bei dem COLLOQUIUM [8] verwendet, um Unklarheiten und Verwechslungen mit den in der Methode der Teilsicherheitsbeiwerte TSBM verwendeten Ausdrücken *Grenz-* oder *Endwerte* auszuschließen, denn dort können sich diese Ausdrücke z. B. auf die Tragfähigkeit bei voller Plastizierung beziehen (eine durch ein plastisches Gelenk des Stahlträgers definierte Tragfähigkeit u. a, s. NORM [7]).

Eine Versagenswahrscheinlichkeit kann sich auf die Tragsicherheit der Konstruktion beziehen, auf die Nutzungsfähigkeit (das Wohlbefinden des Menschen, die Funktion der Einrichtung, die Fehlerfreiheit von ergänzenden Komponenten, Wasserundurchlässigkeit u. ä.) und auf die Dauerfestigkeit (mit verschiedenen Formen der Schadensakkumulation). Aus dieser kurzen Übersicht geht hervor, dass die Referenzniveaus von verschiedenartigem Charakter, Qualität und Quantität sind. Mit Recht wurde im Jahre 2002 während des internationalen colloquiums in Prag große Aufmerksamkeit der Kategorisierung und der RV-Definition gewidmet, s. COLLOQUIUM [8].

In Anbetracht der Mannigfaltigkeit und Interaktion verschiedener zufällig veränderlicher Größen ist eine der Hauptaufgaben des Projektanten bei der Wahrscheinlichkeitsbewertung, den entsprechenden Referenzwert RV, einschließlich eventueller Besonderheiten (der Belastungsgeschwindigkeit, des Einflusses der Umgebungstemperatur usw.) für den konkreten Fall zu spezifizieren, was zum notwendigen Teil der „Spielregeln“ wird. Bei der Bearbeitung von hundertsechzig gelösten Beispielen in Tereco [10] mussten die Verfasser den bei der Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit angewendeten Referenzwert immer klar spezifizieren und begründen.

## 3 Beurteilung der Zuverlässigkeit durch die SBRA-Methode

### 3.1 Die Strategie der Beurteilung

Die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit sollte folgende Hauptschritte umfassen:

- Aufgabe: Vollständige Anfangsdaten, entscheidende Umstände und Bedingungen, das Ziel der Berechnung
- Die Belastung und ihre Einwirkung: Belastung, Wahl des Transformationsmodells für die Übertragung der Belastung auf den Einwirkungseffekt, Festlegung der Kombination von Einwirkungseffekten, Beachtung unterschiedlicher Bedingungen usw.
- Referenzwerte: Festlegung und Begründung des entscheidenden Referenzwertes
- Die Wahl des Kriteriums, in das die Einwirkungseffekte, der Referenzwert und eventuell der Zeitfaktor eingehen
- Die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit und der Vergleich dieses Wertes mit der Entwurfswahrscheinlichkeit

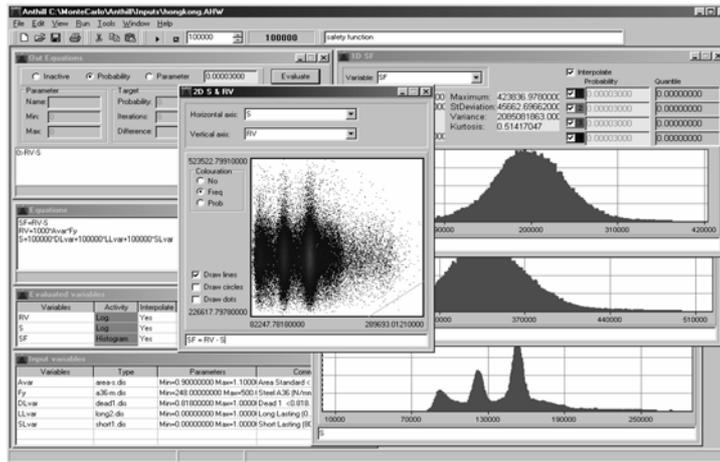


Abb. 4: Zeigt ein im Rahmen der SBRA angewendetes Hauptprogramm (Programm AntHill for Windows)

### 3.2 Bewertung der Sicherheit

Die Sicherheitsbewertung nach der im Abschnitt 3.1 angegebenen Strategie wird am folgenden Beispiel gezeigt (s. Bild 5).

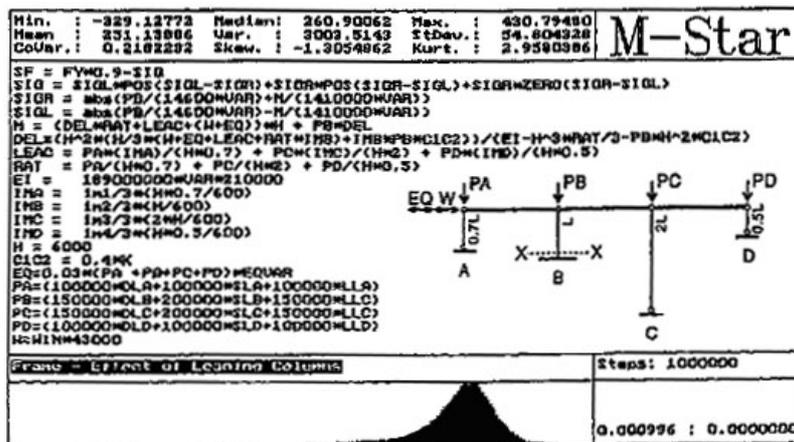


Abb. 5: Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit des Querschnittes X-X eines Stahlrahmens

Das Bild zeigt die Belastung eines statischen bestimmten 2D Rahmens, s. VÁCLAVEK ET. AL. [16]. Die Belastung erfolgt durch zwölf senkrechte und zwei waagerechte Kräfte. Alle Belastungen sind zufällig veränderlich, wechselseitig und statistisch unabhängig, mit Ausnahme waagerechter Kräfte infolge eines Erdbebens, die von der Größe der senkrechten Kräfte abhängig sind. Zur Berücksichtigung der Einspannung einer Stütze in das Fundament und der Wirkung der Anlehnung der Pendelstützen an die eingespannte Stütze ist es erforderlich, ein geeignetes, der Theorie zweiter Ordnung entsprechendes Modell auszuwählen. Die Voraussetzung elastischer und statischer Einwirkung (Reaktion auf die Belastung) ist gegeben. Den Referenzwert stellt die Fließgrenze des durch das Histogramm repräsentierten Stahles dar. Die Berechnung der Wahrscheinlichkeit durch das Programm M-Star besteht in der Zusammensetzung folgender 21 Zeilen. Durch die fünf niedrigsten Zeilen werden alle Belastungen definiert. Die Zeilen IMA bis IMD berücksichtigen die Streuung von zulässigen Montagetoleranzen. Die nächsten acht Zeilen beinhalten das Berechnungsmodell nach Theorie zweiter Ordnung für die Festlegung der kombinierten Spannung (Normalkraft

und Biegemoment) im Schnitt X-X, das die Reaktion auf alle Belastungen ausdrückt (s. VACLAVEK et al. [16]). Die oberste Zeile SF (Safety function) ist die durch die Differenz (Fließgrenze des Stahles) minus (Spannung infolge der Belastung in den Randfasern des Querschnittes X-X) repräsentierte Zuverlässigkeitsfunktion. Die Versagenswahrscheinlichkeit im Querschnitt X-X  $P_f = 0,000996$  wurde mit einer Million Simulationsschritten festgelegt. Einzelheiten sind in Tereco [10] zu finden, wo weitere Alternativen für Rahmen mit angelehnten Stützen, Ableitung des Transformationsmodells usw. angegeben sind.

### 3.3 Bewertung der Nutzungsfähigkeit

Bild 5 kann auch zum Erklären des Vorgangs der Bewertung der Nutzungsfähigkeit verwendet werden. Der Referenzwert soll z. B. durch eine zulässige waagerechte  $\bar{d}_{tol}$  Verschiebung des oberen Stützenkopfes (z. B. 30 mm) ausgedrückt werden. Alle Zeilen von der letzten unten bis zur Zeile  $\bar{d} =$  im Bild 5 bleiben unverändert. Die oberste Zeile repräsentiert die Zuverlässigkeitsfunktion  $FS = (30 - \bar{d})$ . Durch das Wiederholen der Simulationsschritte wird die Wahrscheinlichkeit des Überschreitens der zulässigen waagerechten Verschiebung 30 mm festgelegt s. VACLAVEK ET AL. [16]. Die resultierende Versagenswahrscheinlichkeit wird aus der Sicht der Nutzungsfähigkeit mit der Entwurfswahrscheinlichkeit verglichen, s. z.B. Anhang A zur NORM [11]. Weitere Beispiele enthalten die Bücher MAREK et al. [2] und Tereco [10].

### 3.4 Bewertung der Dauerfestigkeit

Zur Zeit wird immer größerer Nachdruck auf die Sicherstellung der Dauerfestigkeit von Konstruktionen und auf die Suche nach Mitteln zur Bewertung der Sicherheit im Laufe langzeitigen Betriebes gelegt. Auf Bild 6 wird die Anwendung der SBRA-Methode im Falle eines Stahlstabes im Laufe eines fünfzigjährigen Betriebes gezeigt. Der Stab ist wachsender Belastung und einer den Querschnitt schwächenden Korrosion ausgesetzt. Aus der Beziehung zwischen dem der Widerstandsstreuung entsprechenden und dem der Streuung von Kombinationen der Belastungseinwirkungseffekte entsprechenden „Strom der Punkte“ (Bild 6a) kann leicht die Versagenswahrscheinlichkeit als Zeitfunktion festgelegt werden, s. Bild 6b. Einzelheiten sind z. B. in Tereco [10].

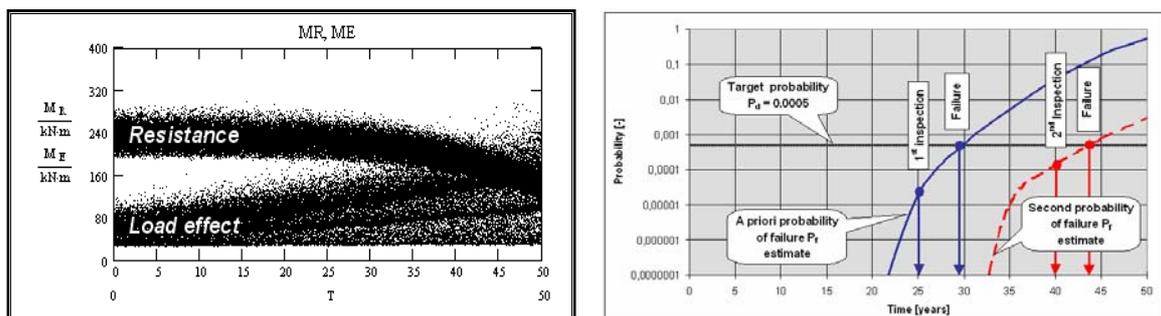


Abb. 6: Bewertung der Dauerfestigkeit eines der Korrosion ausgesetzten Stahlstabes

## 4 Von den Elementen und Komponenten zu den Konstruktionssystemen

Die Problematik der Verbreitung der Anwendung der SBRA-Methode auf Konstruktionssysteme (einschließlich vielfach statisch unbestimmter Konstruktionen) wird an einigen Beispielen bei PUSTKA [17] angedeutet. Die Weiterentwicklung der Rechentechnik und des damit zusammenhängenden mathematischen Apparates wird eine fortschreitende Verbreitung der Applikation von SBRA auf komplizierte Konstruktionen ermöglichen. Zunächst wird es jedoch erforderlich sein, besondere Aufmerksamkeit Einzelheiten der Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit in Bezug auf die komplexe Einwirkung des Systems zu widmen.

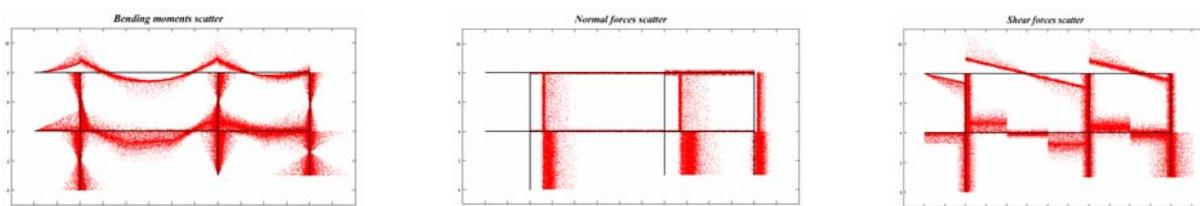


Abb. 7: Ein mit einer Kombination zufälliger variabler unkorrelierter Lasten belasteter 2D Rahmen

## 5 Ergänzende Anmerkungen

Die fünfzehnjährige Entwicklung der SBRA-Methode ist zur Zeit durch mehr als 300 Beiträge von 70 Autoren aus der Tschechischen Republik sowie auch aus dem Ausland dokumentiert worden (s. *Publications* auf der WEB-Seite <http://www.noise.cz/SBRA>). Das Interesse für die SBRA-Methode im Ausland wird auch durch die Besuche ausländischer Fachleute und die Langzeitarbeitsaufenthalte mancher von ihnen bei dem ÚTAM AV ČR Prag und bei der VŠB TU Ostrava bestätigt.

Zur Zeit werden die Möglichkeiten der Verbreitung der SBRA-Methode in Richtung auf das „Performance Design“ bei Beton- und „Composite“- Konstruktionen erforscht, s. TIKALSKY [18]. Bei dieser Anwendung der SBRA-Methode ist anstelle der Belastung durch Kräfte eine „Belastung“ durch chemische Einwirkung („Exposures“) gemeint, wobei zur Analyse von Zeiteinwirkungseffekten und Interaktionen zufällig veränderlicher Größen die SBRA-Methode angewendet wird.

## 6 Zusammenfassung und Schlusswort

Der Übergang vom Zeitalter einfacher Rechenhilfsmittel in das Zeitalter moderner Computer- und Information-Technologie wird die Weiterentwicklung der Bemessungsmethoden sowie auch des Zuverlässigkeitsnachweises zweifelsohne bedeutend beeinflussen. Neben hoch entwickelten analytischen Methoden wie FORM/SORM ergeben sich in Bezug auf die dramatische Computerentwicklung große Möglichkeiten für die Anwendung von Methoden, die auf der Ausnutzung der Simulationstechnik beruhen. Diese setzen im Vergleich zu den analytischen Methoden eine viel geringere theoretische Ausbildung der Projektanten voraus und sind deshalb vom Standpunkt der aktiven Teilnahme der Projektanten am Prozess der

Bewertung der Sicherheit, Nutzungsfähigkeit und Dauerfestigkeit der Konstruktionen anwendungsfreundlicher, durchschaubarer und leichter beherrschbar.

Im Beitrag wird die Weiterentwicklung und Anwendung der auf der Darstellung von Anfangsgrößen durch eine nicht-parametrische Verteilung, der Analyse der Zuverlässigkeitsfunktion durch den Projektanten mittels der auf der SBRA-Methode (Simulation-Based Reliability Assessment) basierenden Simulationstechnik und dem Vergleich der berechneten Versagenswahrscheinlichkeit mit der in der Norm angegebenen Entwurfswahrscheinlichkeit kurz zusammengefasst. Die SBRA-Methode soll dazu beitragen, den Projektanten die voll probabilistische Auffassung der Konzeption der Zuverlässigkeitsbewertung nahezubringen und die deterministische Denkweise durch die probabilistische abzulösen. Die schnelle Entwicklung von SBRA wird besonders durch das Interesse der kommenden Generation von Ingenieuren beschleunigt, wodurch die Angemessenheit der gewählten Richtung der Bewertung der Tragwerkszuverlässigkeit bestätigt wird. Überlegungen über die Form künftiger Normen und zusammenhängender Rechenhilfsmittel, ebenso wie über das Einführen der Projektanten in die Problematik probabilistischer Beurteilung gehören zu den spezifischen Aufgaben, denen eine vorrangige Aufmerksamkeit gewidmet werden sollte.

Zum Schluss soll betont werden, dass es die Projektanten sind, die zusammen mit den Ausführenden und weiteren Partnern die Konstruktionen gestalten. Deshalb müssen die Mittel, die ihnen zur Überprüfung der Zuverlässigkeit und Dauerfestigkeit des entworfenen Bauwerkes dienen sollen, einfach, verständlich, leicht beherrschbar und wirksam sein und den Bedürfnissen der Projektierungspraxis entsprechen. Wenn die auf der Simulationstechnik basierenden Methoden, zu denen SBRA gehört, diese Forderung erfüllen werden, wird der Projektant an der Einführung dieser qualitativ neuen Methoden in die Projektierungspraxis Interesse zeigen und zu ihrer Entwicklung beitragen. In diesem Sinne bemüht sich das SBRA Forschungsteam, zur Entwicklung des Zuverlässigkeitsnachweises beizutragen.

### **Danksagung**

Für die Einladung zum 1. Dresdner Probabilistik-Symposium wird der Fakultät Bauingenieurwesen der TU Dresden, der Grant Agenture der Tschechischen Republik, Prag, für die Unterstützung (Projekt No. 103/01/1410) und für wertvolle Ratschläge Dr.-Ing. P. Berger, Leipzig, gedankt.

## **7 Literatur**

- [1] Marek, P., Guštar, M. und Anagnos, T. (1995). Simulation-based Reliability Assessment for Structural Engineers. *CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida, U.S.A., ISBN 0-8493-8286-6*.
- [2] Marek, P., Guštar, M., and Bathon, L. Tragwerksbemessung. Von deterministischen zu probabilistischen Verfahren. ACADEMIA, Verlag der Akademie der Wissenschaften der Tschechischen Republik, Praha (1998). ISBN 80-902227-6-5 und 80-200-0706-7
- [3] Mrázik, A., und Križma, M. Probability-based design standards of structures (in English) *Structural Safety*, Vol. 19, No. 2, (1997), pp. 219-234, Elsevier.
- [4] Marek, P. (1983 and 1986). Grenzzustände der Matallkonstruktionen. VEB Verlag für Bauwesen, Berlin

- [5] Rackwitz R. (2000). Reliability Analysis - Past, Present and Future.. PMC 2000, Probabilistic Mechanics and Structural Reliability. University of Notre Dame, USA, July 24-26, 2000.
- [6] Schuëller, G. I., Spanos, P. D., Editors, Proceedings of MCS2000 – Monte Carlo, (2000)
- [7] AISC Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings, American Institute of Steel Construction, (1986 und 1993). Chicago
- [8] Colloquium Proceedings, Euro-SiBRAM'2002, Editors: Marek P., Haldar A., Guštar, M and Tikalsky P., Prague, June 24 – 26, 2002, Proceedings Vol. 1 and 2., ITAM CAS CZ (Prosecka 76, 190 00 Praha 9), ISBN 80-86246-15-9
- [9] Raj Sandrarajan C., Editor (1994). Probabilistic Structural Mechanics Handbook. Theory and Industrial Applications (in English) Chapman and Hall, New York.
- [10] TEREKO (TEaching RELiability COncEpts). Probabilistic Assessment of Structures using Monte Carlo Simulation. Background, Exercises, Software. Editors: Marek, P., Brozzetti, J. , Guštar, M., (and Tikalsky P. in the 2nd ed. 2003), 2001 und 2003. Institut für theoretische und angewandte Mechanik Akademie der Wissenschaften der Tschechischen Republik, Prosecka 76, 190 00 Prague 9, Czech Republic. Bemerkung: Resultat des Leonardo da Vinci Forschungsprojektes (1999-2000). Innovation in Teaching Reliability Concepts using Simulation (TERECO). *Proj. No. CZ/98/82502/PI/I.1.1.a/FPI. Participating Institutions from France, Portugal, Hungary, Lithuania and Czech Republic.*
- [11] Bemessung von Stahlkonstruktionen (Norme CSN 73 1401). (In Tschechisch). Der Tschechischer Normeninstitute (1966, 1976, 1984 and 1998). Praha.
- [12] Graße, W. (1995). Zur Kombination zeitveränderlicher Einwirkungen. *Stahlbau 64, Heft 8.*, Ernst & Sohn.
- [13] Marek, P., Guštar, M., Permaul, K. (1999). *Transition from Partial Factors Method to Simulation Based Reliability Assessment in Structural Design.* Journal: Probabilistic Engineering Mechanics 14 (1999), pp. 105-118, Elsevier Science Ltd. (in English).
- [14] Marek, P. und Guštar, M. (1999). Probabilistische Verfahren in der Bemessung von Stahltragwerken. *Stahlbau 68, Heft 1., S. 62 bis 69, Ernst & Sohn*
- [15] Galambos, T.V., Ellingwood, B., MacGregor, J.G., and Cornell, C.A., (1982), Probability Based Load Criteria: Assessment of Current Design Practice. Journal of the Structural Division ASCE, Vol. 108, No. ST5, pp. 959-977.
- [16] Václavek, L. and Marek, P. (2001), Probabilistic Reliability Assessment of Steel Frame with Leaning Columns. Computational Struct. Eng., An International Journal. Vol. 1, No. 2, pp. 97-106. Korea
- [17] Pustka, D.: Využití spolehlivostní metody SBRA při navrhování ocelových, betonových a ocelo-betonových konstrukcí. (Application of reliability method SBRA in design of steel, concrete and steel-concrete structures). Doctoral thesis (PhD.). VŠB - Technical University of Ostrava, Faculty of Civil Engineering, Department of Structural Mechanics, December 2002.
- [18] Tikalsky P. (2003). Durability and Performance-Based Design Using SBRA . Chapter No. 20 in textbook TEREKO [10].



# Das Antwort-Flächen-Verfahren

Manfred Curbach, Silvio Weiland  
Institut für Massivbau, Technische Universität Dresden

**Zusammenfassung:** Das Antwort-Flächen-Verfahren stellt eine Verbindung zwischen deterministischen Strukturanalysen und probabilistischen Analysemethoden dar. Im folgenden Beitrag werden die Methoden und Zusammenhänge genauer erläutert und mit 2 Beispielen unterlegt.

## 1 Einleitung

Der analytische Weg zur Bestimmung der Zuverlässigkeit ist auf sehr spezielle Anwendungen begrenzt. Gründe dafür liegen in der Komplexität der Aufgabenstellung. Schwierigkeiten bereiten oft die Bestimmung des Versagensbereiches, der Verteilungsdichtefunktionen und die Integration über die unregelmäßig berandeten Bereiche. Deswegen wurden verschiedene Verfahren entwickelt um mit den zur Verfügung stehenden Informationen das Zuverlässigkeitsproblem zu lösen. Weit verbreitet sind FORM und SORM, welche auf der geometrischen Interpretation des Sicherheitsindex beruhen. Für die zumeist komplexeren baupraktischen Aufgaben stößt man aber schnell an Anwendungsgrenzen. Die Integrationsgrenzen sind häufig sehr unregelmäßig oder die Grenzzustandsfunktionen lassen sich erst gar nicht geschlossen analytisch formulieren. Zudem sind die Zufallsgrößen oft auch untereinander korreliert. Zusätzliche mathematische Probleme bereitet die Lösung mehrdimensionaler Integrale, die in den meisten Fällen nicht in eine eindimensionale Aufgabe überführt werden können, und weder geschlossen noch numerisch berechnet werden können. Dafür werden oft statistische Simulationsverfahren (z.B. Monte-Carlo-Simulation) eingesetzt. Ein Bindeglied zwischen beiden Methoden ist das Antwort-Flächen-Verfahren. Mit Hilfe numerischer Versuche, wird näherungsweise eine Grenzzustandsfunktion bestimmt, die dann ausgewertet werden kann.

## 2 Antwort-Flächen-Verfahren

### 2.1 Idee und Methodik

Das Antwort-Flächen-Verfahren, oft auch als Response Surface Method (RSM) bekannt, ist eine Sammlung mathematischer und statistischer Methoden zur Beschreibung komplexer Systeme und Prozesse. Es ist also ein rein deterministisches Verfahren zur Lösung von Optimierungsproblemen mit unbekanntem bzw. komplexem analytischen

Zusammenhang zwischen Eingangsgrößen und Ergebnissen eines Systems (Systemantwort). Aus diesem diskreten (punktuell bekannten) Systemverhalten wird mit Hilfe von Näherungsansätzen und geeigneten Näherungsfunktionen ein funktionaler Zusammenhang zwischen den Eingangs- und Ausgangsparametern abgeleitet. Diese sogenannte Antwortfläche (Response Surface) kann in allgemeiner Form durch Gl. (1) dargestellt werden.

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{x}, \mathbf{p}) + \varepsilon \quad (1)$$

mit  $\mathbf{y}$  Systemantwort  
 $f(\mathbf{x}, \mathbf{p})$  Näherungsfunktion in Abhängigkeit der Systemvariablen  $\mathbf{x}$  und der Koeffizienten  $\mathbf{p}$   
 $\varepsilon$  Fehlerterm der Approximation zum tatsächlichen Systemverhalten

Die Koeffizienten  $\mathbf{p}$  der Näherungsfunktion werden nun mit Hilfe bekannter Punkte des Systemverhaltens angepasst. Der so entstandene funktionale Zusammenhang dient als Basis für weitere Untersuchungen, um auf einen Extrempunkt zu schließen. Ziel dieses Verfahrens ist es, das exakte, oft nicht modellierbare Systemverhalten  $\mathbf{y}$  durch eine äquivalente Berechnungsvorschrift  $\tilde{\mathbf{y}}$  zu ersetzen.

## 2.2 Anwendung zur Zuverlässigkeitsanalyse

Bei komplexen Berechnungsaufgaben stellt das Antwort-Flächen-Verfahren eine Verbindung zwischen deterministischen Strukturanalysen und probabilistischer Analysemethoden dar. Ziel ist es die Anzahl der meist sehr aufwendigen Strukturberechnungen zur Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit zu vermindern. Da die tatsächliche Grenzzustandsfunktion  $g(\mathbf{x})$  durch eine Näherungsfunktion  $\tilde{g}(\mathbf{x})$  ersetzt wird, sind nur noch so viele Punkte auf der Grenzzustandsfunktion zu berechnen, dass die Koeffizienten bestimmt werden können. Die Qualität der Näherungsfunktion kann über den Vergleich der Versagenswahrscheinlichkeit bzw. des Sicherheitsindex der exakten Grenzzustandsfunktion erfolgen.

Aus der Formulierung des Sicherheitsindex  $\beta$  nach Hashofer/Lind und der darauf basierenden FORM-Analyse, kann man die Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit als Optimierungsaufgabe mit Nebenbedingungen herleiten. Es wird ein Punkt  $\mathbf{x}^*$  auf der Grenzzustandsfunktion gesucht, der im standardisierten Normalraum den kürzesten Abstand zum Koordinatenursprung hat, und die Nebenbedingung  $g(\mathbf{x}^*) \leq 0$  erfüllt (vgl. Rackwitz [3]).

Daraus wird erkennbar, dass bei der Zuverlässigkeitsanalyse die rein deterministische Suche nach einer Grenzzustandsfunktion als Antwortfläche, also die globale Anpassung, nicht ausreichend ist. Zusätzlich zur deterministischen Anpassung der GZF muss über das probabilistische Modell also noch eine Anpassung an die Nebenbedingung  $\tilde{g}(\mathbf{x}) = 0$  vorgenommen werden. Damit wird die Näherungsfunktion in einem für die Zuverlässigkeitsanalyse wichtigen Bereich angepasst.

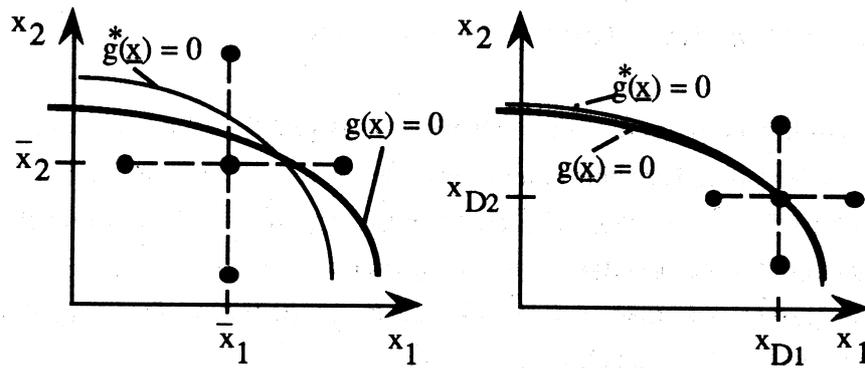


Abb. 1: Iterative Anpassung der Antwortfläche nach [2]

BUCHER und BOURGUND [4] haben deshalb eine iterative Anpassung der Antwortfläche vorgeschlagen (Abb. 1). Im ersten Schritt werden über festgelegte Suchpunkte die Koeffizienten einer Ansatzfunktion bestimmt.

Die Koordinaten jedes Suchpunktes stellen dabei eine Realisierung  $(x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jn})^T$  des Vektors der Basisvariablen dar. Mit diesem Eingabesatz erfolgt eine deterministische Strukturberechnung, z. B. mit FE-Methoden oder Auswertung eines komplexen Rechenschemas für jeden Suchpunkt. Man erhält die sogenannte zugehörige Systemantwort  $y(x)$  zu jedem Suchpunkt. Mit Hilfe dieser Ergebnisse wird unter Nutzung der Ansatzfunktion näherungsweise ein funktionaler Zusammenhang zwischen den Basisvariablen und dem Systemverhalten erstellt. Man erhält die sogenannte Antwortfläche  $\tilde{g}(x)$ , die exakt an die Suchpunkte angepasst wurde.

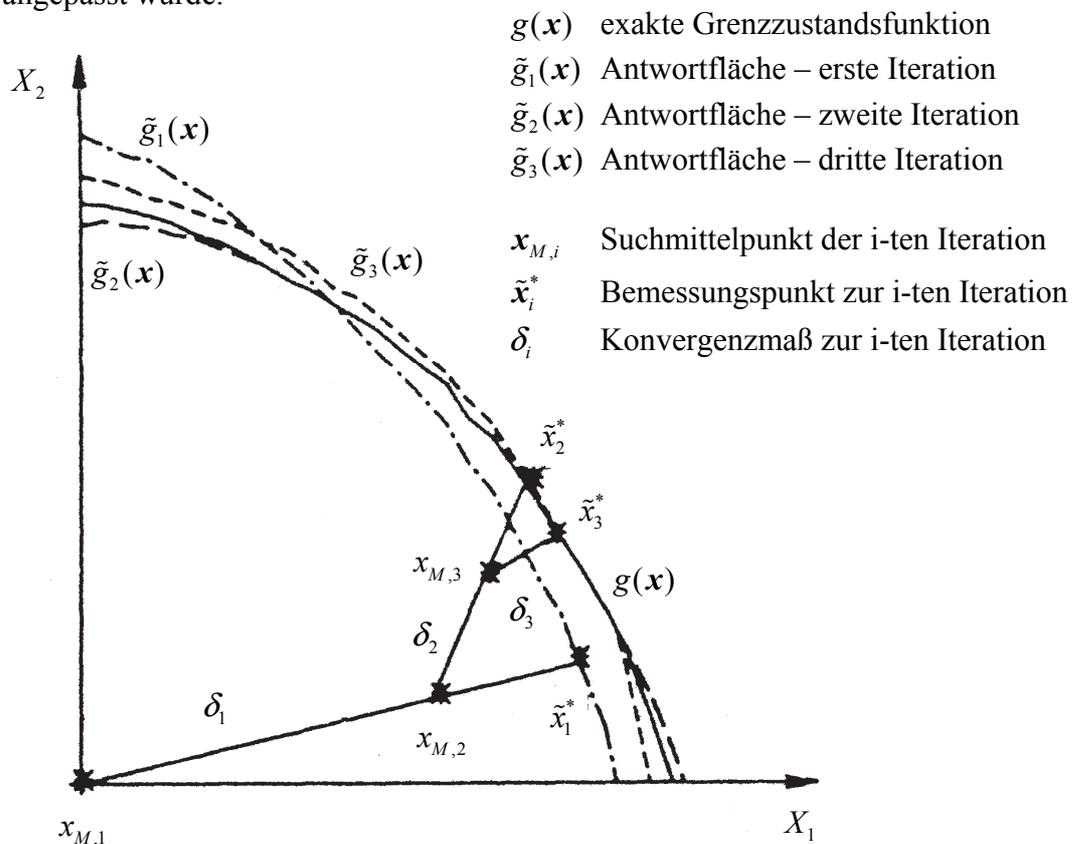


Abb. 2: Konvergenz und Iterationsschritte eines Zyklus nach [6]

In einem zweiten Schritt wird unter Nutzung der probabilistischen Informationen  $m_i$  und  $\sigma_i$  in einer FORM-Analyse der Punkt mit dem kürzesten Abstand zu den Mittelwerten, also der Bemessungspunkt  $\tilde{x}^*$ , auf der Näherungsfunktion  $\tilde{g}(\mathbf{x})$  gesucht. Mit dem Punkt  $\tilde{x}^*$  wird die deterministische Strukturberechnung wiederholt. Das Ergebnis ist die deterministische Systemantwort  $y(\tilde{x}^*)$  in dem Bemessungspunkt, mit der man die Güte der Näherungsfunktion über den Vergleich mit der Bedingung erhält.

Über diese probabilistischen Betrachtungen wird nun ein neuer Suchmittelpunkt  $\mathbf{x}_M$  für einen weiteren Suchzyklus festgelegt. Der neue Suchmittelpunkt soll möglichst nah an den vermuteten Versagensbereich gelegt werden. Der Vektor von  $\mathbf{m}$  nach  $\tilde{x}^*$  wird dabei als Suchstrahl benutzt, auf dem der neue Mittelpunkt liegen soll. Je nach Iterationsmethode und Dämpfung tastet man sich mehr oder weniger schnell an den Versagensbereich heran.

Die beiden zuvor beschriebenen Schritte bilden einen Zyklus des Antwort-Flächen-Verfahrens. In diesem Zyklus wird die deterministische Strukturberechnung also „Anzahl der Suchpunkte + 1“-mal ausgeführt.

In einem neuen Suchzyklus mit dem Mittelpunkt  $\mathbf{x}_M$  wird eine bessere Anpassung der Näherungsfunktion  $\tilde{g}(\mathbf{x})$  an die unbekannte GZF erwartet.

Ziel ist es nun, mit möglichst wenigen Zyklen die Grenzzustandsfunktion im Versagensbereich gut anzunähern. Dazu benötigt man ein Kriterium, mit dem dieses Ziel überprüft werden kann. Es muss also ähnlich der FORM die Konvergenz überprüft werden. Der Algorithmus von LIEBERWIRTH [13] benutzt als Konvergenzkriterium die Differenz des aktuellen zum vorhergehenden Zyklus des näherungsweise Bemessungspunktes und die Differenz der dazugehörigen Sicherheitsindizes.

Zur Erzeugung gut konditionierter Gleichungssysteme und um eine für die Anwendung notwendige Stabilität zu sichern kann der Algorithmus im normierten Raum erfolgen. Das wurde von RAJASHEKHAR und ELLINGWOOD [6] vorgeschlagen. Die Anwendung im Zuverlässigkeitsmodul von LIEBERWIRTH [13] kann das belegen. Die Konvergenz kann durch die Wahl eines Faktors  $h$  für das Eingabenetz der Suchpunkte, eines Dämpfungsfaktors für den Suchfortschritt und die Wahl der Iterationsmethode beeinflusst werden.

### **2.3 Zur Wahl einer Näherungsfunktion**

Ist das Tragverhalten in Abhängigkeit von den Basisvariablen  $X_1, X_2, \dots, X_n$  nicht genau bekannt, kann über den Ansatz einer Näherungsfunktion  $\tilde{g}(\mathbf{x})$  das prinzipielle Systemverhalten modelliert werden. Dazu wird die Näherungsfunktion mit Hilfe bekannter Punkte aus einem Experiment oder einer Strukturberechnung angepasst. Um eine gute Approximation zu erhalten, bedarf es einer sorgfältigen und bedachten Wahl einer Näherungsfunktion. Grundsätzlich muss die gewählte Funktion das Problem, zumindest für den signifikanten Bereich, abbilden können. Denkbar sind hier verschiedene Regressionsansätze, Langrange und Hermite Polynome, sowie andere Ansätze. Die Näherungsfunktion sollte aber auch analytisch und numerisch leicht handhabbar sein. Dafür scheinen polynomiale Ansätze verschiedener Ordnung am besten geeignet. In Tab. 1 sind gebräuchliche Ansätze mit der zugehörigen Anzahl der Freiwerte aufgeführt.

Tab. 1: Polynomiale Näherungsfunktionen und Anzahl der Freiwerte nach [13]

Näherungsfunktion		Anzahl der Freiwerte
$\tilde{g}(\mathbf{x})$		
Lineare Regressionsfunktion	$\tilde{g}(\mathbf{x}) = a + \sum_{i=1}^n b_i \cdot x_i$	$n + 1$
Vollständiges Polynom 2. Grades	$\tilde{g}(\mathbf{x}) = a + \sum_{i=1}^n b_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_i \cdot x_j$	$\frac{1}{2} \cdot (n + 1) \cdot (n + 2)$
Polynom 2. Grades ohne gemischte Glieder	$g(\mathbf{x}) = a + \sum_{i=1}^n b_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^n x_i^2$	$2n + 1$
Vollständiges Polynom 3. Grades	...	$\frac{1}{2} \cdot (2 + 3n + 3n^2)$
Polynom 3. Grades ohne gemischte Glieder	...	$3n + 1$
Vollständiges Polynom 4. Grades	...	$\frac{1}{2} \cdot (2 + 3n + 5n^2)$
Polynom 4. Grades ohne gemischte Glieder	...	$5n + 1$

Die Qualität der Näherung ist von dem Verlauf der Grenzzustandsfunktion im Bereich des Bemessungspunktes abhängig. Bei der Zuverlässigkeitsanalyse mittels Antwort-Flächen-Verfahren wird die Ansatzfunktion im Bemessungspunkt angepasst. Dort ist  $\tilde{g}(\mathbf{x}) = 0$ . Ansatzfunktionen höheren Grades sind für die Annäherung eines Grenzzustandes nicht notwendig, da alle Funktionen in einem begrenzten Bereich um  $\tilde{g}(\mathbf{x}) = 0$  durch Anpassung der Krümmung annähernd gleiche Funktionswerte besitzen können.

In [6] schlagen RAJASHEKHAR und ELLINGWOOD vor, daß der Grad des Polynoms möglichst kleiner oder gleich dem eigentlich unbekanntem Originalproblem ist. Es kann jedoch gezeigt werden, dass die Koeffizienten der Glieder höherer Ordnung bei der Anpassung der Antwortfläche (Response Surface) ungefähr gegen 0 tendieren. Dies kann dann eventuell zu schlecht konditionierten Gleichungssystemen zur Bestimmung der Koeffizienten führen. Erfolgt die Anpassung im Raum standardisierter normalverteilter Basisvariable, läuft der Algorithmus weitgehend stabil (vgl. [6]).

Möglicherweise erzeugen Polynome höheren Grades eine schlechte Anpassung in den Randbereichen, die nicht durch Experimente abgedeckt sind. Die Experimente (Suchpunkte) sollten so ausgewählt werden, dass sie mit hoher Wahrscheinlichkeit im interessierenden Bereich liegen. Damit wird erreicht, dass für den interessierenden Bereich eine gute Anpassung erfolgt. Eine größere Bedeutung hat die Anpassung der Randbereiche möglicherweise für Anwendungsfälle, wo durch die Näherungsfunktion mehrere Grenzzustände im Sinne eines Systemversagens approximiert werden (siehe Abb. 3).

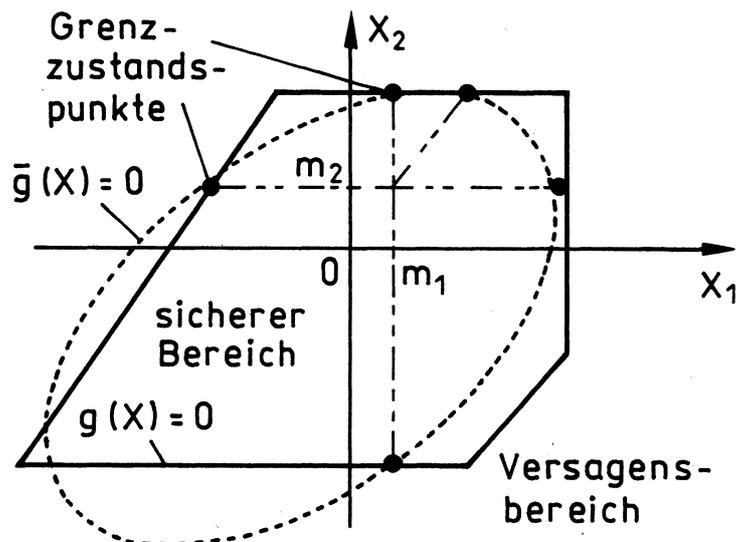


Abb. 3: Antwortfläche für mehrere Grenzzustände nach [8]

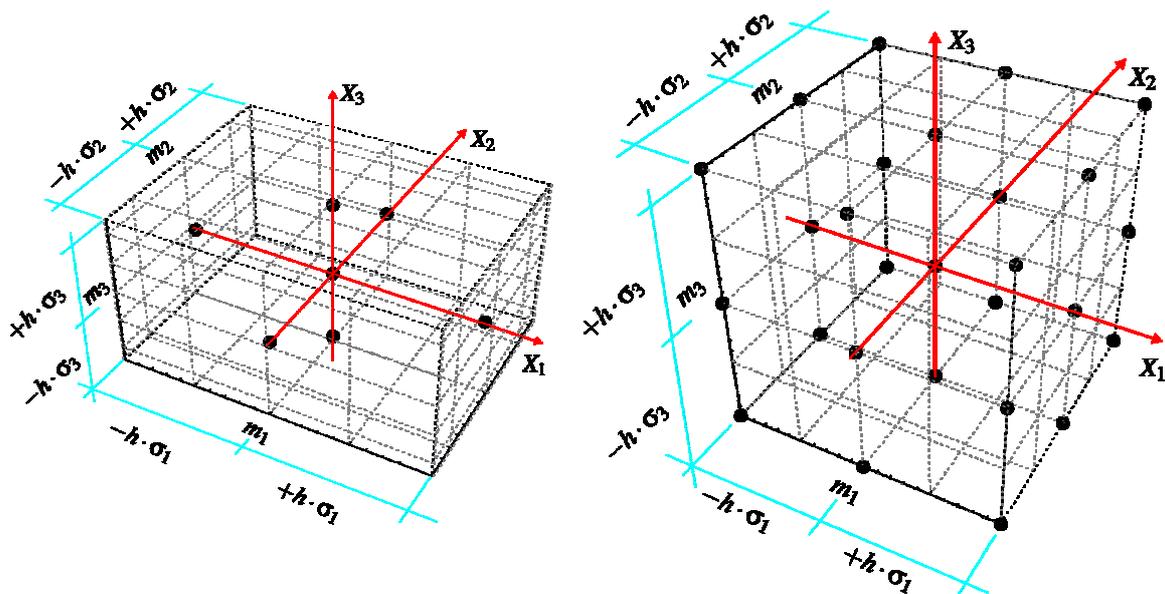
Bis zu einem bestimmten Grad verbessern höhergradige Ansätze die Anpassung der Näherungsfunktion. Diese Ansätze erfordern aber einen höheren Berechnungsaufwand, da mehr unbekannte Koeffizienten zu bestimmen sind und zusätzlich mehr numerische Experimente (z.B. FE-Strukturanalysen) notwendig werden. Zugleich werden die zu lösenden Gleichungssysteme größer.

BUCHER, ROOS und HÄFNER stellen in [9], [10] und [11] weitere Algorithmen zur lokalen Interpolation der Grenzzustandsfunktion durch Normalen-Hyperebenen, Sekanten-Hyperebenen bzw. mit gewichteten Radien vor.

## 2.4 Suchalgorithmen

Die gewählte Näherungsfunktion wird über die Bestimmung der Freiwerte angepasst. Die Systemidentifikation und Anpassung des Modells erfolgt anhand experimenteller Daten. Im diesem Fall werden numerische Experimentaldaten aus einer deterministischen Tragwerksberechnung ermittelt. Eine andere Möglichkeit wäre, zufällige Realisierungen der Basisvariablen zu erzeugen. Dies entspräche allerdings einer Anpassung in irgendeinem Bereich, und zur Bestimmung des Bemessungspunktes müsste in einen experimentell ungesicherten Bereich extrapoliert werden. Aussagen zur Qualität und Verbesserung der Näherungsfunktionen wären gänzlich unmöglich. Daher bedient man sich fester Suchansätze. Für  $n$ -Basisvariable werden in Anlehnung an [1] und [13] in Abb. 4 folgende Suchansätze formuliert.

Jeder Suchpunkt stellt eine deterministische Strukturberechnung dar. Zur Anpassung der Näherungsfunktion müssen mindestens so viele Suchpunkte (Strukturberechnungen) erzeugt werden wie die Anzahl der Freiwerte. Stehen mehr Suchpunkte zur Verfügung als zur Bestimmung der Koeffizienten benötigt werden, besteht die Möglichkeit der Anpassung über die Methode der minimalen Fehlerquadrate. RACKWITZ [3] schlägt weiterhin vor den Fehlerterm, so er zuverlässig ermittelt werden konnte, als zusätzliche i. d. R. normalverteilte Basisvariable in die Rechnung einzuführen, um den Fehler bei der Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit abzuschätzen.

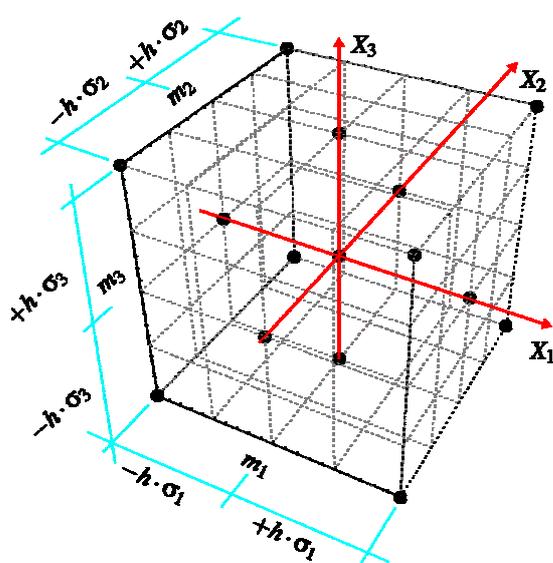


- (a) Kreuze im Raum  
Suchpunkte liegen im Abstand  $h \cdot \sigma_i$  um den Mittelpunkt auf den Koordinatenachsen

Anzahl Suchpunkte:  $2n+1$

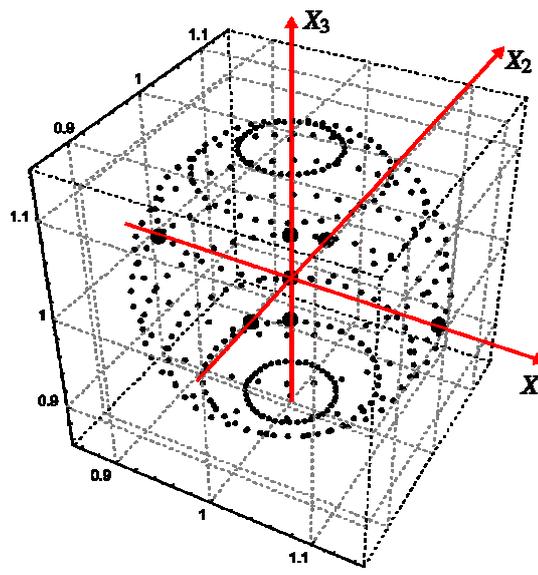
- (b) Netz in Quaderform  
Suchpunkte liegen im Mittelpunkt, auf den Koordinatenachsen, den Eckpunkten und den Kanten eines Quaders der Kantenlänge  $m_i$

Anzahl Suchpunkte:  $3^n$



- (c) Netz in reduzierter Quaderform  
Eingabernetz Quaderform, ohne Punkte auf den Kanten

Anzahl Suchpunkte:  $2^n+2n+1$



- (d) Sphärischer Ansatz  
Suchpunkte um Mittelpunkt auf den Koordinatenachsen sowie auf den Winkelhalbierenden der Achsen ( $45^\circ$ ) im Raum (im Bild nicht dargestellt)

Anzahl Suchpunkte:  $2^n+2n+1$

Abb. 4: Ansatzschema der Suchpunkte für 3 Basisvariable (Darstellung in normierter Form)

## 2.5 Anpassung der Antwortfläche

Über die Auswahl der Suchansätze wird die Anzahl der Strukturberechnungen zur Bestimmung der unbekanntenen Koeffizienten festgelegt. Nicht jeder Suchansatz ist für jedes Problem gleich gut geeignet. Beispielsweise hat der Suchansatz „Kreuze im Raum“ den Vorteil weniger Suchpunkte. Allerdings liegen die Suchpunkte entlang der Koordinatenachsen. Deswegen kann der Einfluss gemischter BV nur schlecht abgeschätzt werden. Die Konvergenz der Antwortflächen kann über die Suchansätze beeinflusst werden. Eine Möglichkeit ist der Faktor  $h$ . Darüber kann der Abstand der Suchpunkte um den Mittelpunkt verändert und damit der Such- und Anpassungsbereich angegeben werden. Es gilt, je kleiner der Bereich, desto besser ist die Anpassung der Näherungsfunktion in diesem Bereich. Eine allgemeingültige Regel kann nicht gegeben werden. KLINGMÜLLER und BOURGUND geben in [2] eine Abschätzung dieses Faktors über eine zu erwartende Versagenswahrscheinlichkeit an, siehe Gl. (2).

$$h = \Phi^{-1}(P_f) \quad (2)$$

Das erscheint sinnvoll, da der Versagensbereich, der durch den Sicherheitsindex  $\beta$  angegeben werden kann, im Suchbereich liegen sollte. Allerdings ist der Suchbereich auch vom Startpunkt abhängig. Beginnt man die Suche mit den Mittelwerten als Startpunkt, ist es sinnvoll, die Suche in einem grösseren Bereich  $h = 3 \dots 4$  zu beginnen, da im  $\pm 3\sigma$ -Bereich die Wahrscheinlichkeit am grössten ist, den richtigen Versagensbereich abzutasten. Erkennt man während der Suche eine Konvergenz, d. h. ändert sich der Bemessungspunkt nur noch wenig, sollte das Netz der Suchpunkte verfeinert werden. Dafür kann allerdings keine allgemeingültige Regel aufgestellt werden. Es kann jedoch gezeigt werden, dass eine Verfeinerung des Suchbereiches das Ergebnis der Antwortflächen verbessert. Unter Umständen kann es auch sinnvoll sein, für jede BV einen eigenen Suchbereich  $h_i$  anzugeben. Dafür sollten aber Informationen über das probabilistische Modell vorhanden sein. Kennt man die Lage des Versagensbereiches näherungsweise, sollte der Startwert des Suchmittelpunktes in die Nähe dieses Bereiches gesetzt und mit einem feinen Eingabernetz ( $h = 0.5 \dots 2$ ) gesucht werden. Das verbessert die Konvergenz. Zusätzlich werden weniger Zyklen und damit auch bedeutend weniger Strukturberechnungen benötigt. Ähnliche Auswirkungen können beobachtet werden, wenn als Startpunkt Fraktilewerte (vgl. [6]), z. B. 95 % Fraktile für Lasten und 5 % Fraktile für Widerstände, genutzt werden.

## 2.6 Berechnungsaufwand

Gegenüber den Simulationsmethoden stellt das Antwort-Flächen-Verfahren eine Möglichkeit dar, Zuverlässigkeitsanalysen auch für komplexe Tragstrukturen durchzuführen. Die Anzahl der deterministischen Strukturberechnung sinkt von  $10^6 \dots 10^8$  auf etwa  $10^1 \dots 10^2$ . Diese Zahl ist abhängig vom Konvergenzverhalten, von der Wahl der Konvergenzparameter und von der Anzahl der Basisvariablen (vgl. Tab. 2). Die Anzahl der Basisvariablen hat einen grossen Einfluss auf Effizienz und Stabilität des Ergebnisses. Man erkennt, dass für viele BV die meisten Suchansätze wegen des hohen Berechnungsaufwandes unbrauchbar werden und damit auch die Wahl der Ansatzfunktionen eingeschränkt wird. Weiterhin erkennt man an Tab. 2, dass nicht jeder Suchansatz ausreichend Punkte zur Bestimmung der Freiwerte liefert.

Tab. 2: Anzahl der Freiwerte bzw. Suchpunkte eines Iterationszyklus für n BV nach [13]

Näherungsfunktion $\tilde{g}(x)$	Anzahl der Basisvariablen							
	2	3	4	5	...	10	15	
Lineare Regressionsfunktion	Freiwerte/Parameter	3	4	5	6	...	11	16
Vollständiges Polynom 2. Grades		6	10	15	21	...	66	136
Polynom 2. Grades ohne gemischte Glieder		5	7	9	11	...	21	31
Vollständiges Polynom 3. Grades		10	19	31	46	...	166	361
Polynom 3. Grades ohne gemischte Glieder		7	10	13	16	...	31	46
Vollständiges Polynom 4. Grades		14	28	47	71	...	266	586
Polynom 4. Grades ohne gemischte Glieder		9	13	17	21	...	41	61
Suchansatz								
Kreuze im Raum	Suchpunkt	5	7	9	11	...	21	31
Netz in Quaderform		9	27	81	243	...	59049	$14 \cdot 10^6$
Reduzierte Quaderform		9	15	25	43	...	1045	32799
Netz als Ellipsoid		9	15	25	43	...	1045	32799

### 3 Beispiele

Verschiedene bewusst einfach gewählte Beispiele sollen im Folgenden die Anwendung des Antwort-Flächen-Verfahrens vorführen und theoretisch beschriebene Zusammenhänge mit Zahlen und Bildern verständlich machen.

Für weitere Anwendungsbeispiele zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit einfacher Strukturen, aber auch geometrisch und physikalisch nichtlinearer Strukturen sei auf die Literatur zum Antwort-Flächen-Verfahren, etwa in KLINGMÜLLER et al. [2], BUCHER [4], RAJASHEKHAR und ELLINGWOOD [6], verwiesen. In ROOS [9] sind u. a. eine physikalisch und geometrisch nichtlineare Schalenstruktur sowie ein strukturmechanisches Beispiel, das die Anwendungsmöglichkeit für eine reale Struktur mit wirklichkeitsnahen Annahmen für Einwirkungen und Widerstandsgrößen untersucht, beschrieben.

### 3.1 Stahlträger mit Drehfederauflager

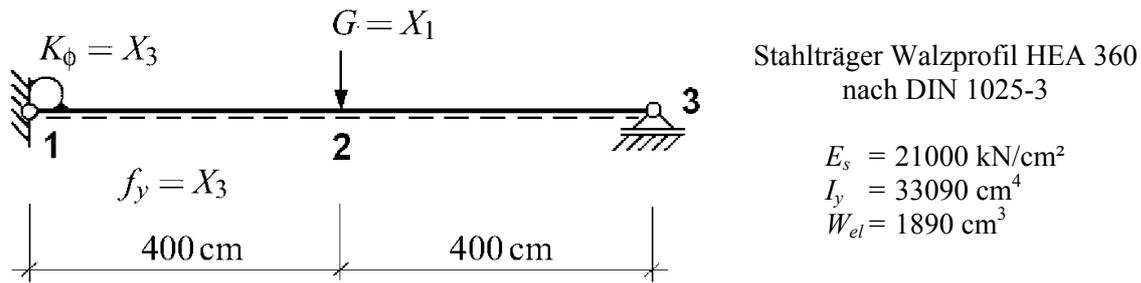


Abb. 5: Statisches System und Querschnittswerte

Das Tragwerk stammt aus einem Skript der TU Dresden von MÖLLER [14], S. 3/16. Daher sind sowohl GZF, Lösung der FORM und auch das exakte Ergebnis des maßgebenden Tragwerkpunktes bekannt. Für Punktversagen ist dieses statisch unbestimmte System ein Seriensystem. Es sind daher als mögliche Versagenspunkte die Stellen 1 und 2 zu untersuchen. Die Fließspannung  $f_y$  sei an allen Punkten gleich groß. Sie ist also voll korreliert ( $\rho = 1$ ) und kann daher für beide Nachweispunkte als eine Basisvariable modelliert werden.

Tab. 3: Statistische Kennzahlen des Stahlträgers

BV	Bezeichnung	$m$	$\sigma$	$\nu = \frac{\sigma}{m}$	Verteilungstyp
$X_1$	Belastung $G$	200 kN	30 kN	0,15	Normalverteilung
$X_2$	Fließspannung $f_y$	28,8 kN/cm <sup>2</sup>	2,64 kN/cm <sup>2</sup>	0,09	Normalverteilung
$X_3$	Federsteifigkeit $K_\phi$	$3,5 \cdot 10^7$ kNcm/rad	$0,5 \cdot 10^7$ kNcm/rad	0,14	Normalverteilung

Für diese Teilaufgabe wird  $K_\phi$  als zusätzliche Basisvariable eingeführt. Dadurch entstehen nichtlineare Grenzzustandsgleichungen, die exakt angegeben werden können.

$$g_1(\mathbf{x}) = -\frac{3 \cdot L^2}{4 \cdot W_{el} \cdot \left(4 \cdot L + \frac{12 \cdot E \cdot I_y}{X_3}\right)} \cdot X_1 + X_2 \quad (3)$$

$$g_2(\mathbf{x}) = -\frac{L}{2 \cdot W_{el}} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{L}{\frac{16}{3} \cdot L + \frac{16 \cdot E \cdot I_y}{X_3}}\right) \cdot X_1 + X_2 \quad (4)$$

Allerdings hängt die Nichtlinearität stark vom Einfluss der Basisvariable  $X_3$  ab. Dieser ist hier gering, könnte aber durch Ändern der Federsteifigkeit gesteigert werden. In MÖLLER [14] ist als FORM-Ergebnis für diese Teilaufgabe  $\beta_1 = 4.063$  und  $\beta_2 = 4.478$ . Die numerische Integration über den Versagensbereich ergibt  $P_f = 2.347 \cdot 10^{-5}$  bzw. folgt daraus der Sicherheitsindex  $\beta = 4.07$ . Da in diesem Beispiel nur schwache nichtlinearität vorhanden ist, konvergiert das Antwortflächenverfahren sowohl mit den linearen als auch

mit quadratischen und kubischen Näherungsfunktionen sehr gut;  $\beta_1 = 4,0641$ ,  $\beta_2 = 4,4808$ ,  $P_{f1} = 2,411 \cdot 10^{-5}$  und  $P_{f2} = 3,7176 \cdot 10^{-6}$

Tab. 4: Ergebnisse von FORM und SORM im Vergleich zum Antwortflächenverfahren

	FORM		SORM			Antwortfläche	
		Breitung	Cai	Koyluoglu	Tvedt	Linear	Quadr.
<b>Stelle 1</b>							
Versagenswkt. $P_f$	$2,423 \cdot 10^{-5}$	$2,485 \cdot 10^{-5}$	$2,363 \cdot 10^{-5}$	$4,779 \cdot 10^{-5}$	$2,528 \cdot 10^{-5}$	$2,528 \cdot 10^{-5}$	$2,411 \cdot 10^{-5}$
Sicherheitsindex $\beta$	4,063	4,057	4,069	3,902	4,053	4,0867	4,06414
<b>Stelle 2</b>							
Versagenswkt. $P_f$	$3,758 \cdot 10^{-6}$	$3,703 \cdot 10^{-6}$	$3,818 \cdot 10^{-6}$	$7,508 \cdot 10^{-6}$	$3,658 \cdot 10^{-6}$	$3,937 \cdot 10^{-6}$	$3,7498 \cdot 10^{-6}$
Sicherheitsindex $\beta$	4,479	4,482	4,475	4,484	4,484	4,4686	4,47899

Im Vergleich zur geschlossenen Lösung lauten die Näherungsfunktionen der Antwortfläche für:

### Lineares Polynom

Iterationsverlauf von  $\beta$  für 6 Zyklen

$$\beta_1 = \{4.08435, 4.08512, 4.08568, 4.08611, 4.08643, 4.08666\}$$

$$\beta_2 = \{4.47301, 4.47147, 4.47035, 4.46955, 4.46899, 4.4686\}$$

Antwortflächen

$$g_1(\mathbf{x}) = -1,71265 + 0,073864X_1 + 4,8486 \cdot 10^{-6}X_2 + 4,635 \cdot 10^{-8}X_3$$

$$g_2(\mathbf{x}) = 0,856323 + 0,06884X_1 - 2,42432 \cdot 10^{-6}X_2 - 2,31756 \cdot 10^{-8}X_3$$

### Polynom 2. Grades ohne gemischte Glieder

Iterationsverlauf von  $\beta$  für 7 Zyklen

$$\beta_1 = \{4.08169, 4.07535, 4.0711, 4.06825, 4.06632, 4.06502, 4.06414\}$$

$$\beta_2 = \{4.47001, 4.47329, 4.47547, 4.47692, 4.4779, 4.47855, 4.47899\}$$

Antwortflächen

$$g_1(\mathbf{x}) = 2,92 - 0,074X_1 + 4,6 \cdot 10^{-7}X_1^2 + X_2 + 5,40 \cdot 10^{-5}X_2^2 - 1,27 \cdot 10^{-7}X_3 + 1,18 \cdot 10^{-15}X_3^2$$

$$g_2(\mathbf{x}) = -1,46 - 0,0689X_1 - 2,3 \cdot 10^{-7}X_1^2 + 0,999X_2 + 2,701 \cdot 10^{-5}X_2^2 + 6,334 \cdot 10^{-8}X_3 - 5,896 \cdot 10^{-16}X_3^2$$

Im Vergleich zum linearen Polynom erkennt man, dass die Koeffizienten der quadratischen Terme gegen 0 gehen.

### 3.2 Eulerstab von Fiessler, Neumann, Rackwitz

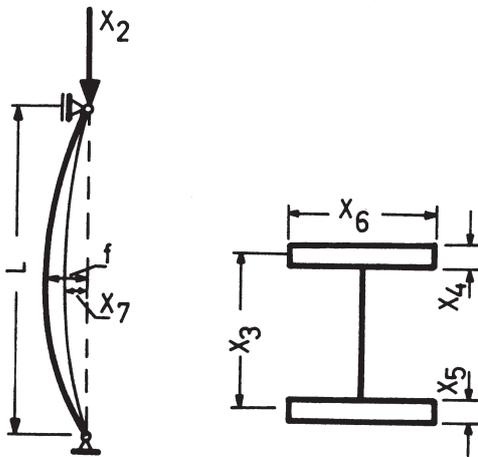


Abb. 6: Systemskizze

Dieses Beispiel von FIESSLER et al. [15] aus dem Jahre 1979 soll die Anwendung von SORM Methoden für stark nichtlineare Probleme zeigen. Es wird ein Druckstab mit vorgegebener geometrischer Imperfektion untersucht. Die Grenzzustandsgleichung kann für diesen Fall geschlossen in Gl. (5) formuliert werden.

Da in diesem Beispiel keine absoluten Vergleichsgrößen gegeben waren, sondern das Verhältnis zwischen Last und Schlankheit auf einen Sicherheitsindex von  $\beta = 3,434$  angepasst wurde, wurde mit der geschlossenen Lösung die Länge  $L=5$  m und die Last  $P=150$  kN gewählt.

$$g(\mathbf{x}) = X_1 - X_2 \cdot \left( \frac{1}{A} + \frac{f}{W} \right) \tag{5}$$

mit  $A = (X_4 + X_5) \cdot X_6$ ,  $A = (X_4 + X_5) \cdot X_3$ ,

$$f = X_7 / (1 - X_2 / P_E) \text{ und } P_E = X_8 \cdot (X_4 + X_5) \cdot (X_3 / 2)^2 \cdot (\pi / L)^2$$

Tab. 5: Statistische Kennzahlen des Beispiel Eulerstab nach FIESSLER

BV	Bezeichnung	$m$	$\sigma$	$\nu = \frac{\sigma}{m}$	Verteilungstyp
$X_1$	Fließgrenze $f_y$	32 kN/cm <sup>2</sup>	3 kN/cm <sup>2</sup>	0,094	Log-Normalverteilung
$X_2$	Belastung $P$	150 kN	22,5 kN	0,15	Gumbelverteilung
$X_3$	Profilhöhe	16 cm	1,5 cm	0,009	Normalverteilung
$X_4, X_5$	Flanshdicke	0,78 cm	0,04 cm	0,051	Log-Normalverteilung
$X_6$	Profilbreite	8,2 cm	0,08 cm	0,01	Normalverteilung
$X_7$	Imperfektion $f_0$	0	L/1770	-	Normalverteilung
$X_8$	E-Modul	21600 kN/cm <sup>2</sup>	500 kN/cm <sup>2</sup>	0,023	Normalverteilung

Tab. 6: Ergebnisse von FORM und SORM im Vergleich zum Antwortflächenverfahren

	FORM	SORM			Antwortfläche Quadr. Polynom	
	Breitung	Cai	Koyluoglu	Tvedt		
Versagenswkt. $P_f$		$3,0893 \cdot 10^{-4}$	$2,1608 \cdot 10^{-4}$	$4,7253 \cdot 10^{-4}$	$3,3499 \cdot 10^{-4}$	$6,692310^{-4}$
Sicherheitsindex $\beta$	3,4744	3,4237	3,5196	3,3064	3,4016	3,2076

Die Ergebnisse mit FORM und SORM Verfahren im Vergleich zum Antwort-Flächen-Verfahren sind in Tab. 6 dargestellt. Abb. 7 zeigt den Iterationsverlauf der Anpassung der Antwortfläche für ein quadratisches Polynom ohne gemischte Glieder. Nach 5 Zyklen erhält man einen über die Iteration von  $\beta = \{3,592; 4,0896; 3,8386; 3,2076\}$  den Sicherheitsindex  $\beta = 3,2076$ . Die Funktion der Antwortfläche lautet:

$$\begin{aligned}
 g(\mathbf{x}) = & -183,62 + X_1 + 10^{-16} X_1^2 + 0,829 X_2 - 0,0024 X_2^2 + 9,058 X_3 \\
 & - 0,34 X_3^2 + 17,95 X_4 - 12,65 X_4^2 - 17,95 X_5 - 12,65 X_5^2 + 4,446 X_6 \\
 & - 0,181 X_6^2 + 15,319 X_7 + 0,0004 X_7^2 + 0,0018 X_8 - 10^{-8} X_8^2
 \end{aligned} \quad (6)$$

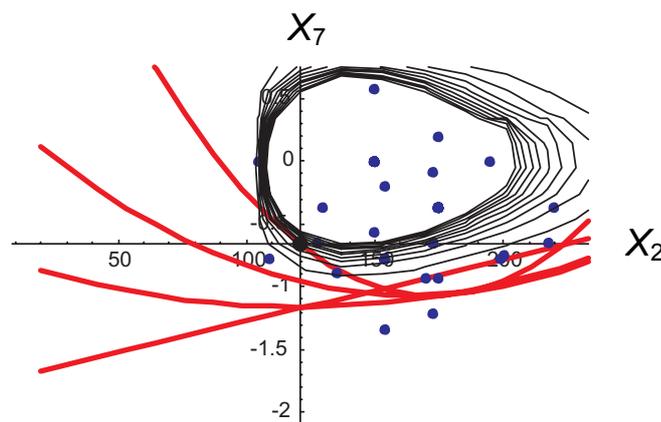


Abb. 7: Konvergenzverhalten und Anpassung der Antwortflächen

Aus den Wichtungsfaktoren  $\alpha = \{0,4413; 0,5061; -0,0467; -0,0122; -0,0122; 0,0200; 0,7317; -0,1042\}$  als zusätzliche probabilistische Informationen kann man folgern, dass nur  $X_1$ ,  $X_2$  und  $X_7$ , ggf  $X_8$  einen wesentlichen Einfluss haben. Im folgenden könnte man statt 8 Basisvariablen nur 3 bzw. 4 Basisvariable zur probabilistischen Analyse verwenden, was einen erheblich geringeren Rechenaufwand darstellt.

## 4 Schlußbemerkungen

Das Antwort-Flächen-Verfahren ist eine sehr effiziente Methode zur Zuverlässigkeitsanalyse komplexer Tragsysteme und für Zuverlässigkeitsprobleme mit mehreren Grenzzustandsfunktionen. Das Konvergenzverhalten ist allerdings problemabhängig und es kann keine allgemeingültige Aussage zur Konvergenz und zu Fehlern des Ergebnisses gemacht werden. Daher sollte das Antwort-Flächen-Verfahren mit einem zweiten Verfahren, etwa der Monte-Carlo-Simulation mit Important Sampling und/oder dem Direct Sampling, kombiniert werden. Kann die Konvergenz der Antwortfläche und das probabilistische Ergebnis bestätigt werden, kann die approximierte Grenzzustandsfunktion oder auch eine erneute Antwortflächenanalyse für weitere probabilistische Untersuchungen verwendet werden. Ist die Antwortfläche einmal bekannt, können weitere Untersuchungen, z.B. die Auswirkung von Systemveränderungen, mit nur sehr geringem zusätzlichen Aufwand durchgeführt werden.

Gegebener gegenüber den Simulationsmethoden können mit dem Antwort-Flächen-Verfahren zusätzliche probabilistische Informationen, z.B. der Bemessungspunkt  $\mathbf{x}^*$  und die Wichtungsfaktoren  $\boldsymbol{\alpha}$  der Basisvariablen gewonnen werden. Neben Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit können somit auch Sensitivitätsuntersuchungen durchgeführt werden. Beispielsweise ist oft Reduzierung der Anzahl der Basisvariablen durch Tastrechnungen möglich.

## 5 Literatur

- [1] Myers, Raymond H.; Montgomery, Douglas C.: *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*. New York: John Wiley & Sons, 1995
- [2] Klingmüller, O.; Bourgund, U.: *Sicherheit und Risiko im Konstruktiven Ingenieurbau*. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg, 1992
- [3] Rackwitz, R.: *Zuverlässigkeit und Lasten im Konstruktiven Ingenieurbau. Teil I: Zuverlässigkeitstheoretische Grundlagen*. TU München: Eigenverlag, 1993-2002. – Studienmaterial elektronisch erhältlich als PDF-Dokument unter [www.massivbau.bauwesen.tu-muenchen.de/index-d/lehre/vorlws2002.pdf](http://www.massivbau.bauwesen.tu-muenchen.de/index-d/lehre/vorlws2002.pdf)
- [4] Bucher, C.G.: A fast and efficient response surface approach for structural reliability Problems. In: *Structural Safety* 7 (1990), S. 57-66
- [5] Faravelli, L.: Response-Surface Approach for Reliability Analysis. In: *Journal of Engineering Mechanics* Vol. 115, No. 12 (1989), S. 2763-2781
- [6] Rajashekhar, M.R.; Ellingwood, B.R.: A new look at response surface approach for reliability analysis. In: *Structural Safety* 12 (1993), S. 205-220
- [7] Mehlhorn, G. (Hrsg.): *Der Ingenieurbau: Grundwissen*. Bd. 1: Mathematik, Technische Mechanik. Berlin: Ernst & Sohn, 1996
- [8] Mehlhorn, G. (Hrsg.): *Der Ingenieurbau: Grundwissen*. Band 8: Tragwerkszuverlässigkeit, Einwirkungen. Berlin: Ernst & Sohn, 1996
- [9] Roos, D.: *Approximation und Interpolation von Grenzzustandsfunktionen zur Sicherheitsbewertung nichtlinearer Finite-Elemente-Strukturen*. Bauhaus-Universität Weimar: Eigenverlag, 2002 – Dissertation
- [10] Häfner, S.: *Approximation von Grenzzustandsfunktionen nichtlinearer Tragwerke mit dem Antwortflächenverfahren unter Anwendung von SLANG*. Bauhaus-Universität Weimar: Eigenverlag, Oktober 1999 – Studienarbeit elektronisch erhältlich unter <http://www.uni-weimar.de/~haefner1/STUDIEN/STDSH1.pdf>
- [11] Häfner, S.: *Verbesserung der Antwortflächenverfahren durch Einführung einer adaptiven Richtungssuche und Vergleich mit Directional Sampling*. Bauhaus-Universität Weimar: Eigenverlag, Dezember 1999 – Studienarbeit elektronisch erhältlich unter <http://www.uni-weimar.de/~haefner1/STUDIEN/STDSH2.pdf>

- [12] Leihkauf, S.: FE-Programm-Algorithmus zur Dissertation Leihkauf. TU Dresden, Fakultät Bauingenieurwesen, Institut für Tragwerke und Baustoffe, Lehrstuhl für Stahlbau, 2001.
- [13] Lieberwirth, P.: Mathematica-Algorithmus und Dokumentation zur Zuverlässigkeit. TU Dresden, Fakultät Bauingenieurwesen, Institut für Tragwerke und Baustoffe, Lehrstuhl für Stahlbau, 2001.
- [14] Möller, Bernd u.a.: *Statik-Stochastik – Sicherheit und Zuverlässigkeit von Tragwerken*. Studienmaterial. 2. Auflage. TU Dresden, Fakultät Bauingenieurwesen, Institut für Baumechanik, Lehrstuhl für Statik, 1998.
- [15] Fiessler, B.; Neumann, H.-J.; Rackwitz, R.: Quadratic limit states in structural reliability. In: *Journal of the Engineering Mechanics Division* August (1979), S. 661-676



# Zur probabilistischen Beurteilung der Gebrauchstauglichkeit von Verbundträgern

Holger Flederer  
GMG Ingenieurpartnerschaft, Dresden

**Zusammenfassung:** Die Sicherung der Gebrauchstauglichkeit von Stahl-Verbund-Trägern erfordert u.a. Nachweise von Verformungen, Rissgrößen und Eigenfrequenzen. Selbst bei “perfekten” deterministischen Berechnungsmodellen müssen größere Abweichungen von den Rechenergebnissen erwartet werden, da die Eingangsgrößen wie Betonfestigkeiten, Kriechzahlen, Schwindmaße, Verbund- und Rissverhalten keine Festwerte, sondern Zufallsgrößen mit einem beachtlichen Streubereich sind. Es wird gezeigt, wie die deterministischen Berechnungen durch probabilistische Untersuchungen ergänzt werden können.

## 1 Einführung

### 1.1 Ausgangssituation

Im aktuellen Baugeschehen hat die Verbundbauweise insbesondere im Brückenbau beachtliche Bedeutung erlangt [1]. Große Spannweiten, geringes Eigengewicht, hoher Vorfertigungsgrad und vorteilhafte Bauverfahren ermöglichen oft wirtschaftliche Lösungen. Die Verbundbauweise anzuwenden bedeutet, über die Vorteile verschiedener Baustoffe bei der Gestaltung tragender Querschnitte zu verfügen. Zwangsläufig erwächst daraus die Notwendigkeit, auch die Eigenheiten dieser inhomogenen Querschnitte sowohl rechnerisch als auch konstruktiv zu beherrschen.

Zu den bekannten Problemfeldern der Berechnung und Anwendung von Trägern, welche aus Baustahlquerschnitten und über schubsteife Dübel angeschlossene bewehrte Betongurte bestehen, zählen:

- die Abhängigkeit des Verhaltens von Herstellungs- und Bauprozess, Belastung und Belastungsgeschichte sowie Umweltbedingungen;
- spezielles Querschnittstragverhalten infolge der Kopplung des (im Gebrauchslastbereich) elastischen Werkstoffs Stahl mit dem inhomogenen Stahlbetongurt, welcher zeitlich und physikalisch nichtlineare Eigenschaften einbringt;
- zusätzliche eigene Charakteristik der Kopplungselemente (Kopfbolzendübel, Perverbondleisten etc.);

- die Rissbildung im bewehrten Betongurt;
- das Kriechen und Schwinden des Betons;
- Zwangsbeanspruchungen aus abfließender Hydratationswärme im jungen Beton;
- die last- und zeitabhängige Charakteristik des Bewehrungsverbundes;
- spezielles Ermüdungsverhalten der Werkstoffpartner und der Kopplungsstellen.

Die Praxis zeigt, dass gegenwärtig der größte Teil von Schäden an Bauwerken – Verbundtragwerke eingeschlossen - nicht durch das Überschreiten der Tragfähigkeit, sondern durch inakzeptable Rissbreiten, Durchbiegungen und Schwingungen verursacht wird. Unpräzise oder gar falsche Aussagen in der Berechnung ziehen entweder unwirtschaftliche Konstruktionen oder aber hohe Sanierungskosten nach sich. Nicht zuletzt aus diesem Grund ist in der gegenwärtig intensiv voranschreitenden Normentwicklung der Trend zu verstärkten und verbesserten Regelungen für die Gewährleistung langfristig gebrauchstauglicher Bauwerke zu verzeichnen. Dies spiegelt sich deutlich in den aktuellsten Normen des Verbundbaus – DIN 18800, Teil 5, EC 4 sowie DIN Fachbericht 104 - wider.

## **1.2 Problemstellung**

Zur Einschätzung der Gebrauchstauglichkeit sind i.d.R. die aus der Tragfähigkeitsermittlung bekannten worst-case bzw. Sichere-Seite-Szenarien ungeeignet. Vielmehr interessieren oft Mittelwerte, das wahrscheinliche Verhalten bzw. realistische Bereiche der Strukturantwort bei Beanspruchung. Sind beispielsweise Werkstattüberhöhungen für Verbundträger vorherzubestimmen, macht es wenig Sinn, von extremen Beanspruchungssituationen auszugehen. So müssen Entwässerungsgefälle von Parkhausdecks oder Brückenträgergradienten im normalen Gebrauch funktional sein.

Im Rahmen der praktischen Bautätigkeit ist festzustellen, dass einerseits die Bautechnologien sowie Herstellungsverfahren für die Bauteile und Baustoffe in Verbindung mit der Forderung nach Aufwands- und Kostenminimierung am Bau zwangsläufig zufällige Abweichungen von den geplanten Abmessungen, Geometrien, Festigkeiten etc. nach sich ziehen, andererseits sind die zur rechnerischen Prognose bzw. Beurteilung verwendeten Modelle durch Unschärfen gekennzeichnet. Der Problematik realitätsnaher Berechnungsprognosen bzw. Nachweise kann man sich durch den Einsatz „exakterer“ Detailmodelle ebenso nähern wie durch Gesamtverfahren, welche dem realen Charakter der Einflussgrößen und deren komplexen Zusammenwirken Rechnung tragen. Folgerichtig gewinnen Berechnungsergebnisse an Aussagekraft, wenn der bekanntermaßen unscharfe Charakter vieler Einflussgrößen Berücksichtigung findet. Einigen Aspekten der Berechnung von Stahlverbundträgern unter dieser Zielstellung sowie der Beschreibung ausgewählter, für Stahlverbundträger typischer, streuender Einflussgrößen widmet sich der folgende Aufsatz.

### 1.3 Einführungsbeispiel: Vergleich rechnerischer und gemessener Durchbiegungen

Die angesprochenen Abweichungen zwischen Berechnung und realem Bauwerk sollen anhand eines Beispiels veranschaulicht werden. Es finden berechnete und während des Neubaus der Unionbrücke in Dresden-Radebeul geodätisch gemessene Durchbiegungen eines Hauptträgers Verwendung. Die Brücke wurde als mehrfeldriger Durchlaufträger mit 2stegigem Verbundquerschnitt (Bild 1) im Pilgerschrittverfahren ausgeführt. Messpunkte lagen in 2 Feldern an jeweils fünf Stützstellen. Relevante Bauzustände während der Herstellung der Fahrbahnplatte wurden erfasst. Die Berechnungen erfolgten an einem Stabmodell unter Anwendung des Gesamtquerschnittsverfahrens [2].

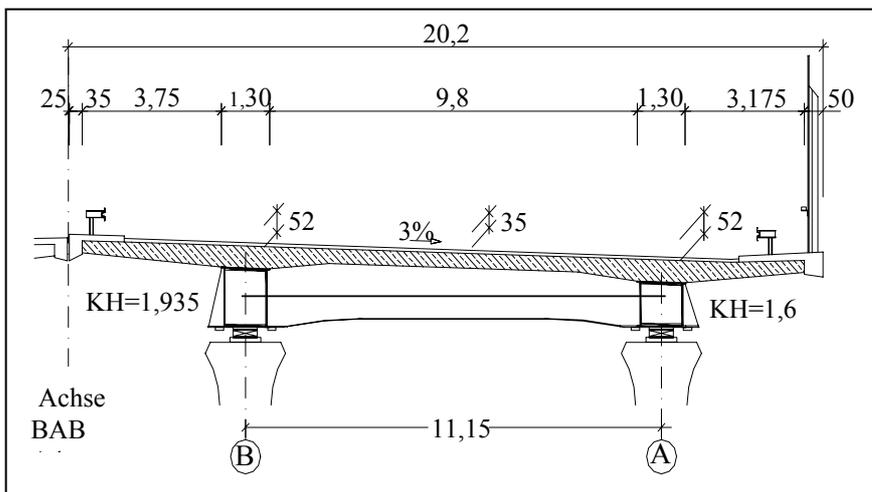


Bild 1: Querschnitt Unionbrücke Dresden-Radebeul

Wird die Differenz zwischen berechneter und gemessener Durchbiegung auf die Messgröße bezogen, kann ein relativer Prognosefehler

$$\Delta v_i = \frac{v_{i,mes} - v_{i,cal}}{v_{i,mes}}, \text{ mit } i: \text{ Index der Wertepaare} \tag{1}$$

ermittelt und statistisch ausgewertet werden. Wie in Bild 2 dargestellt, sind in dieser Auswertung Modell- und Messfehler sowie Streuungen enthalten. Die eingetragene Verteilungsdichtefunktion des relativen Prognosefehlers basiert auf der Annahme einer Gaußschen Normalverteilung. Der negative Mittelwert (tatsächlich gemessene Durchbiegungen sind kleiner als die berechneten) deutet auf einen systematischen Fehler hin.

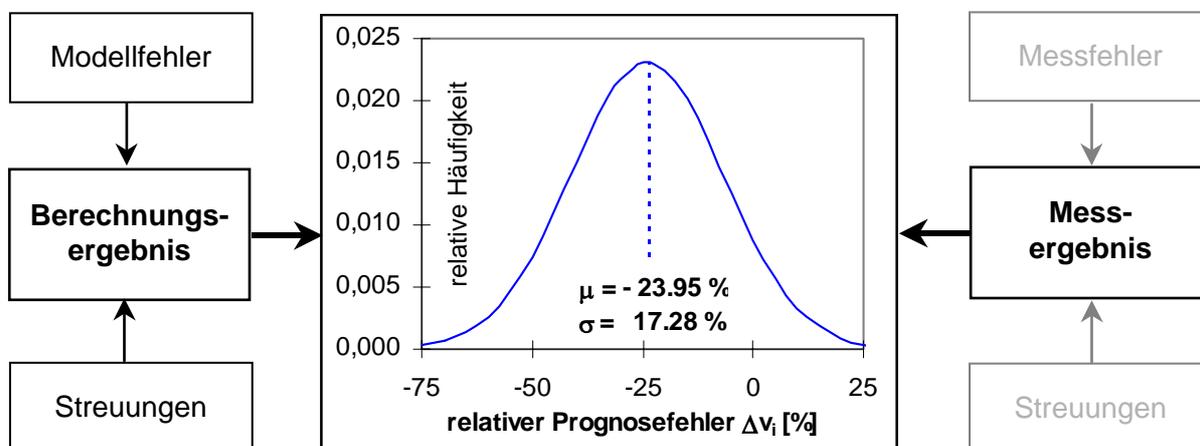


Bild 2: Abweichung zwischen Berechnungs- und Messwerten der Biegelinie des Hauptträgers

Da für die berücksichtigten Eigenlasten mit geringen Abweichungen zu rechnen ist, für die Betonkenngrößen mittlere Testwerte angesetzt wurden und Messfehler bzw. -streuungen vergleichsweise sehr klein sind (Standardabweichung der Messwerte  $< 1\text{mm}$ ) liegt ein systematisches Unterschätzen der Steifigkeiten im Rechenmodell nahe. Mögliche Ursachen bestehen in einer versteifenden Wirkung durch den Schalwagen, einer frühen Festigkeitsentwicklung und Gewölbeausbildung im jungen Beton sowie nicht erfassten räumlichen Trageffekten. Die großen Streuungen werden jedoch im wesentlichen durch zufällig variierende Materialparameter, Geometriewerte, Umgebungsbedingungen und Modellunschärfen verursacht.

## 2 Zum Berechnungsverfahren

### 2.1 Überblick über den Lösungsalgorithmus

Ein realitätsnahes Modell für Stahlverbundträger zur Einschätzung der Zuverlässigkeit bzgl. definierter Gebrauchstauglichkeitskriterien muss mindestens die Wechselwirkungen zwischen der im Bild 3 dargestellten Einflussparametern berücksichtigen [3]. Aus den teilweise nichtlinearen Abhängigkeiten, den Zeiteigenschaften von Beton sowie aus der komplexen Problemstellung ergibt sich eine vorteilhafte Anwendung einer stochastischen Simulationsmethode (z.B. der Monte-Carlo-Simulation) für die zuverlässigkeits-theoretische Bewertung. Folglich besteht der Lösungsalgorithmus aus zwei Komplexen.

- |  |  |   |
|--|--|---|
| <p><b>I) Mechanische Grundlösung (deterministisch)</b></p> | <p><b>II) Lösung unter Berücksichtigung streuender Größen (stochastisch)</b></p> <p>Beschreiben von unscharfen Eingangsdaten und Modelleigenschaften als Zufallsgrößen</p> | <p>Berechnung von Maßen der Zuverlässigkeit</p> |
|--|--|---|

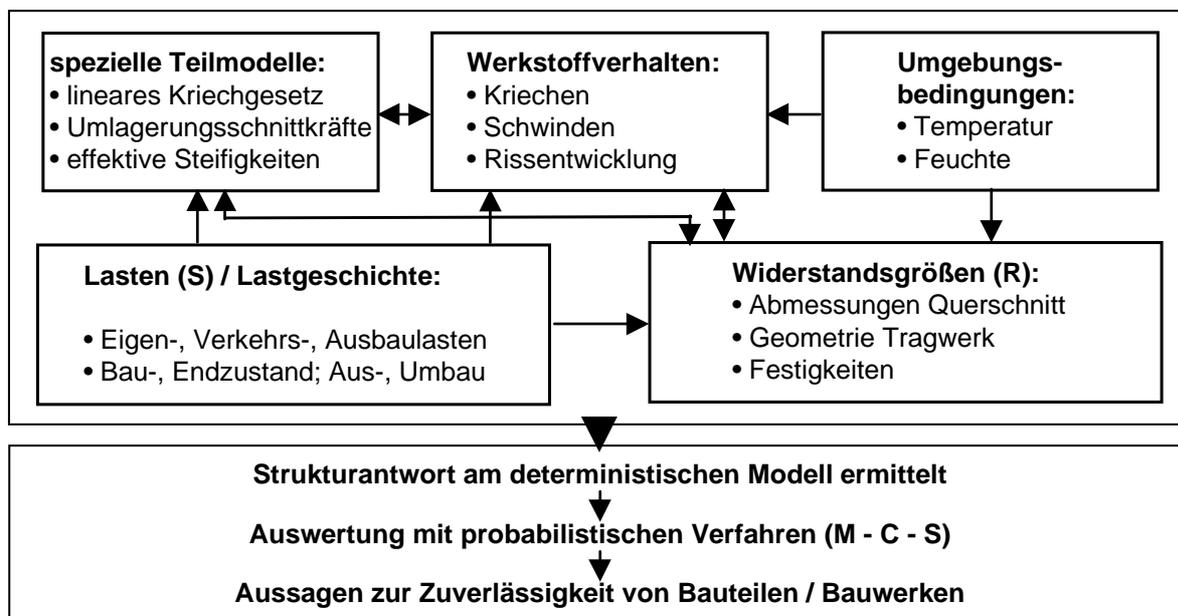


Bild 3: Überblick über Einflussgrößen und Ablauf der Berechnung

Die Verknüpfung der beiden Lösungskomplexe kann Bild 4 entnommen werden.  $N_{Sim}$  kennzeichnet die Gesamtanzahl der durchzuführenden Berechnungsdurchläufe, wobei  $n$  die Einzeldurchläufe von 1 bis  $N_{Sim}$  zählt (siehe auch Punkt 2.3.3).

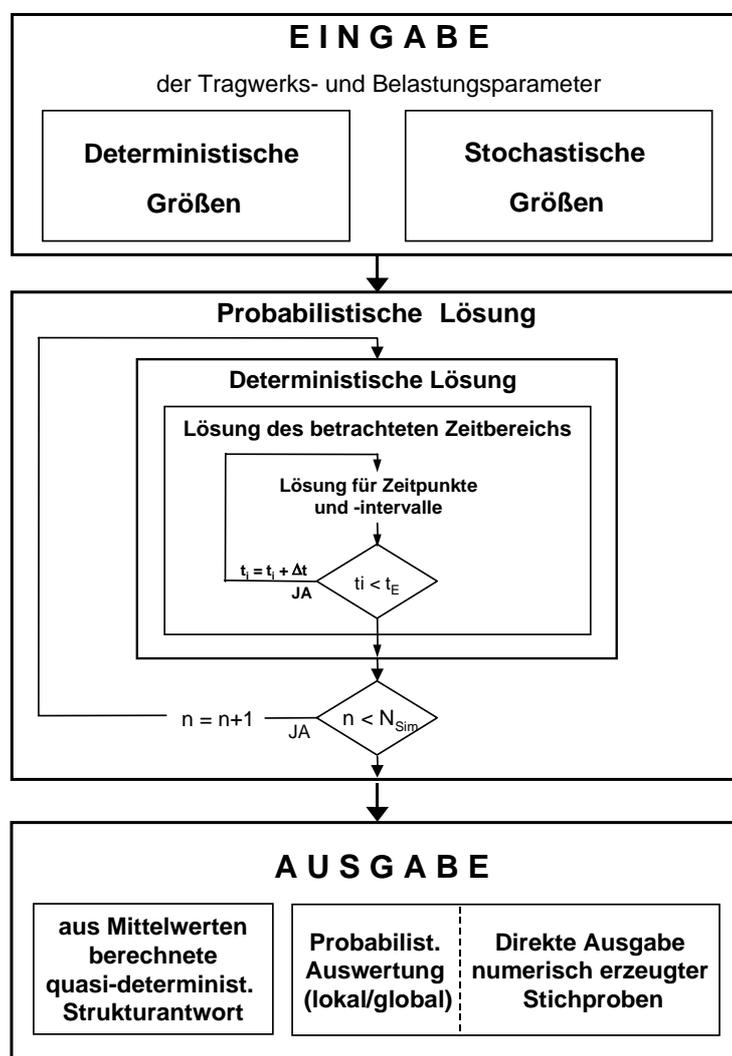


Bild 4: Verknüpfung des deterministischen und stochastischen Lösungskomplex

## 2.2 Zur mechanischen Grundlösung

Benötigt wird eine leistungsfähiger Lösungsalgorithmus, welcher maßgebende der besprochenen Effekte simulieren kann. Eine solche relativ komplexe, deterministische Grundlösung bildet das Tragverhalten als Zeitprozess ab und berücksichtigt physikalisch nichtlineares Verhalten. Zur Berechnung wird der interessierende Zeitbereich beispielsweise in Intervallen abgearbeitet. Herbeizuführen sind dann jeweils Lösungen für Zeitpunkte und für Zeitschritte (siehe auch Bild 4). In den die Zeitintervalle begrenzenden Zeitpunkten wird die statische Lösung für Last- bzw. Beanspruchungsänderungen sowie für Querschnittswert- bzw. Steifigkeitsänderungen ermittelt, für die zwischenliegenden Zeitinkremente die aus den (Lang-) Zeiteigenschaften resultierenden Änderungen des Strukturverhaltens. Die Lösung für den interessierenden Zeitbereich wird aus den Lösungen für Zeitpunkte und Zeitintervalle zusammengesetzt.

## 2.3 Zur Bestimmung der Zuverlässigkeit

Folgende einfache Grundregeln geben einen Überblick über die Auswirkungen zufällig streuender Größen in der baustatischen Berechnung.

- Mit wachsender Anzahl und Streuung der stochastischen Eingangsgrößen steigt die Streuung der Ergebnisse.
- Gelingt es, probabilistische Abhängigkeiten (Korrelationen) zu berücksichtigen, wächst die erzielbare Vorhersagegenauigkeit.
- Der Einfluss der stochastischen Modellierung der streuenden Eingangsgrößen (Festlegen des Verteilungstyps, Identifizieren der Parameter) ist bedeutend.

### 2.3.1 Grenzzustände

Im Rahmen der hier gezeigten stochastischen Modellierung verwendet man u.a. Grenzzustandsgleichungen (GZG)  $g(\underline{X}) \leq 0$  ( $\underline{X}$ : Vektor der verwendeten Streugrößen), welche für die Gebrauchstauglichkeitskriterien eine fiktive Grenze zwischen sicheren bzw. akzeptablen und unsicheren bzw. inakzeptablen Zuständen markieren. Für die vorliegende Zielstellung können in Anlehnung an die geforderten Nachweise in der Normung folgende Grenzzustandsgleichungen aufgestellt werden (die speziellen Streugrößen sind in den GZG mit  $\bar{\dots}$  gekennzeichnet).

- Nachweis der Betondruckspannungen  $\sigma_c$

$$g_1(\underline{X}, t) = 1/\gamma \cdot \bar{f}_c(t) - \bar{\sigma}_c(t) \quad \text{für } t < 28d \quad (2)$$

$$g_1(\underline{X}, t) = 1/\gamma \cdot \bar{f}_c - \bar{\sigma}_c(t) \quad \text{für } t \geq 28d \quad (3)$$

- Nachweis der Spannungen im Betonstahl  $\sigma_s$

$$g_2(\underline{X}, t) = \bar{f}_{sy} - \bar{\sigma}_s(t) \quad (4)$$

- Nachweis der Spannungen im Baustahl  $\sigma_a$

$$g_3(\underline{X}, t) = \bar{f}_y - \bar{\sigma}_y(t) \quad (5)$$

- Beschränkung der Rissbreiten  $w$

$$g_4(\underline{X}, t) = w_{zul} - \bar{w}(t), \quad w_{zul} = 0,2 \dots 0,3 \text{ mm} \quad (6)$$

- Begrenzung der Durchbiegungen  $v$

$$g_5(\underline{X}, t) = v_{zul} - \bar{v}(t), \quad \text{z.B. } v_{zul} = 1/250 \quad (7)$$

- Grenzwert der Eigenfrequenz  $f_E$

$$g_6(\underline{X}, t) = \bar{f}_{zul} - \bar{f}_E(t), \quad \text{z.B. } \bar{f}_{zul} = 5, 10 \dots \text{ Hz bzw.} \quad (8)$$

$$g_6(\underline{X}, t) = \bar{f}_G - \bar{f}_E(t)$$

(Hochabstimmung:  $g_6(\underline{X}, t) \geq 0$ ; Tiefabstimmung:  $g_6(\underline{X}, t) \leq 0$ )

### 2.3.2 Ausgewählte Streuergößen für Verbundträger

Ein Grundproblem der nichtdeterministischen Berechnungen besteht im Beschreiben der Eingangsgrößen. Zur stochastischen Modellierung werden die streuenden Zufallsgrößen  $X$  durch den Erwartungswert  $\mu_X$ , die Standardabweichung  $\sigma_X$  sowie einen Typ der Verteilungsfunktion  $F_X(x)$  definiert. Die Verteilungsparameter gewinnt man i.d.R. aus Stichproben (Tests, Messungen, Datensammlungen, siehe dazu [4]).

Typische Beispiele zufällig streuender Eingangsgrößen sind die Festigkeiten der Baustoffe. Aufgrund der begrenzten Leistungsfähigkeit der eingesetzten (Ingenieur-) Modelle müssen Unschärfen für die Abhängigkeiten zwischen den verwendeten Kennwerten und den abgeleiteten Größen in Kauf genommen werden. Beträchtliche Modellunsicherheiten sind z.B. für die üblichen Kriech- und Schwindgesetze bekannt. Dagegen dürfen Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen nicht unscharf formuliert werden. Maßgeblich prägen die folgenden Gruppen das streuende Gebrauchsverhalten der Verbundträger; exemplarisch werden ausgewählte Basisvariable vorgestellt.

#### In-situ-Eigenschaften der Baustoffe

Sowohl die Zug- und Druckfestigkeiten als auch die E-Module von Beton, Bau- und Bewehrungsstahl streuen (Bild 5, [5] 6, [1]). Resultierend aus der Materialstruktur und der Herstellung weist der Beton i.d.R. breitere Streuungen seiner Eigenschaften als Stahl auf.

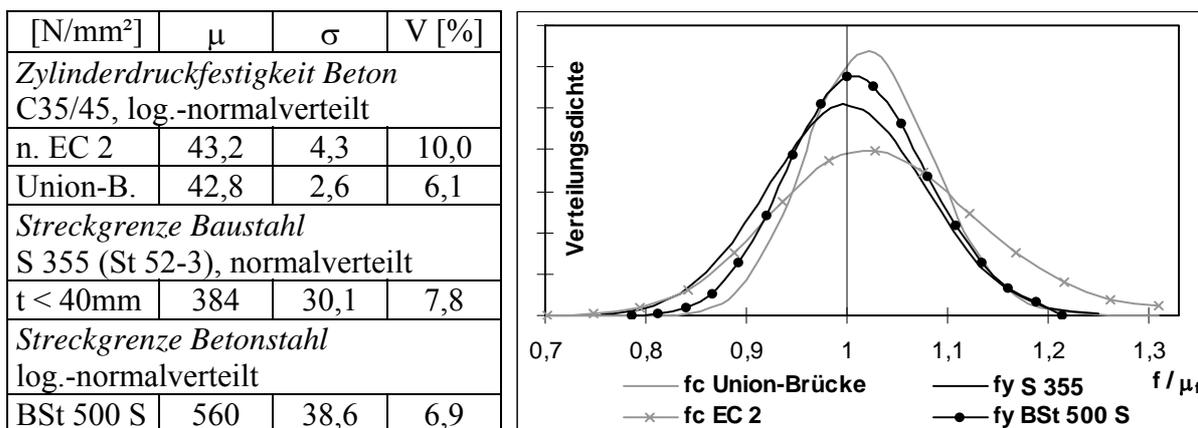


Bild 5: Basisvariablen für Festigkeitskenngrößen – auf Mittelwerte normiert

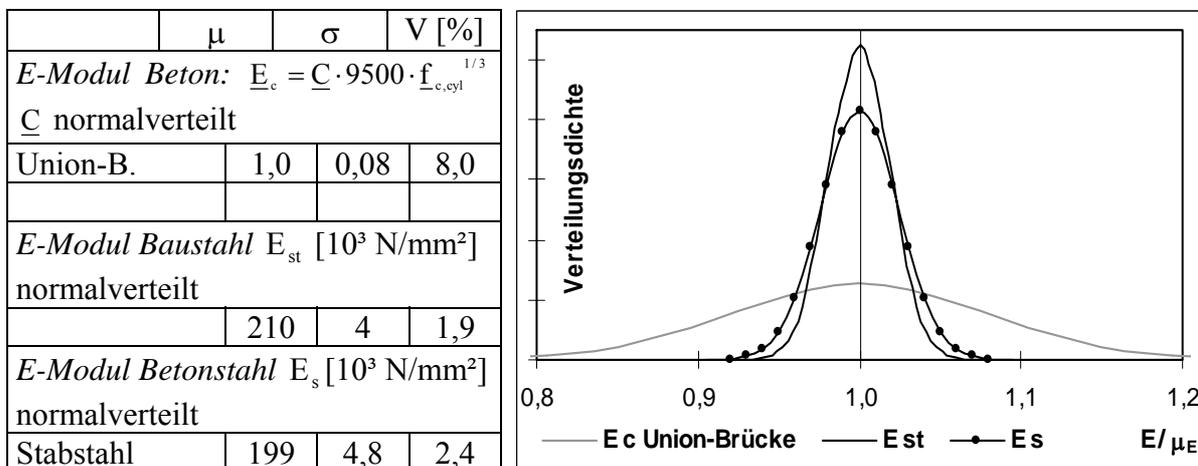


Bild 6: Basisvariablen für E-Module – auf Mittelwerte normiert

Weitere unscharfe Abhängigkeiten sind u.a. zwischen der Druckfestigkeit des Betons und seiner Zug- bzw. Biegezugfestigkeit zu beachten (siehe [6]).

### Umgebungsbedingungen (Feuchte, Temperatur)

Insbesondere die Umgebungsfeuchte ist für die Entwicklung der Schwindverformungen von größerer Bedeutung. Die exemplarisch in Bild 7 dargestellten Verteilungsdichtefunktionen relativer Luftfeuchten aus dem Raum Chemnitz machen deutlich, dass der übliche Ansatz (jahrelang) konstanter mittlerer Werte als sehr grobe Näherung betrachtet werden muss. Im angegebenen Beispiel wurde zum Beschreiben der relativen Luftfeuchte eine Betaverteilung gewählt, um den physikalischen Randbedingungen (Obergrenze <100%, Untergrenze >30%) Rechnung zu tragen [3].

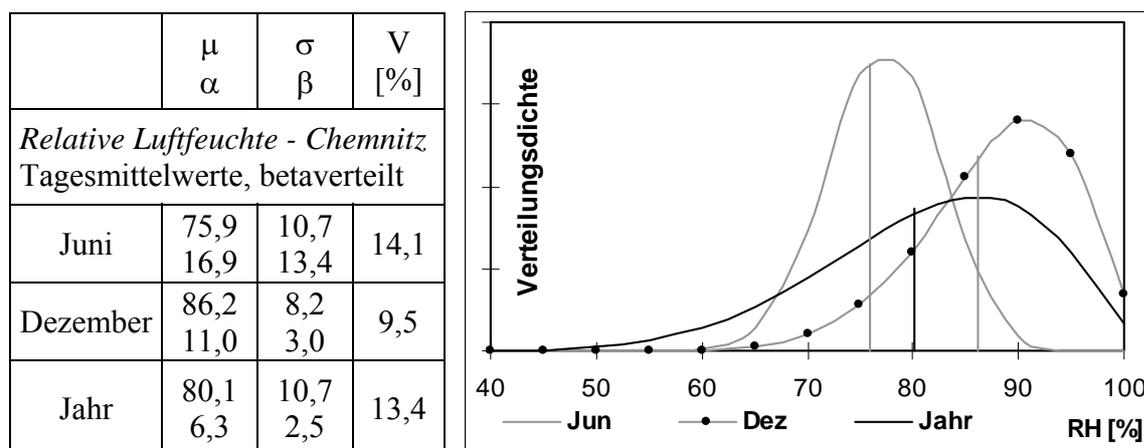


Bild 7: Verteilungen der Tagesmittelwerte relativer Luftfeuchten im Raum Chemnitz

### Zeitverhalten des Betons (Kriechen, Schwinden, Zwang aus Hydratationswärme)

Es wurde bereits angedeutet, dass Kriech- und Schwinderscheinungen durch große Streuungen gekennzeichnet sind. Stochastische Materialeigenschaften und -strukturen, Modellunschärfen sowie zufällig variierende Umgebungseinflüsse überlagern sich. In den normverankerten Modellen (siehe EC 2, CEB / FIP - Codes) werden pauschale Variationskoeffizienten von 20 - 25% für Kriechvorhersagen sowie 30 - 35% für die Schwindmaße angegeben [7]. Ähnliche Größenordnungen sind für Zwangseinflüsse aus abfließender Hydratationswärme zu erwarten.

Die Dehnungen infolge des Betonkriechens und -schwindens betrachtet man üblicher Weise als deterministisch unabhängig und im statistischen Sinne unkorreliert. Tatsächlich handelt es sich aber um korrelierte Zufallsprozesse; d.h., die statistischen Parameter sind zeitabhängig (siehe Bild 8). Bereits ein vereinfachtes Modell (siehe [3]) ermöglicht es, die streuenden Kenngrößen sowie den Einfluss des Betonierzeitpunktes auch hinsichtlich der Umgebungsbedingungen und die Zeitabhängigkeit der Streuungen einzubeziehen. Man bedient sich eines zusätzlichen Faktors  $F$ , welcher zeitabhängig die Modellstreuungen einbringt.

$$X_{\varphi/\varepsilon}(t) = X_{\varphi/\varepsilon}(t) \cdot F_{\varphi/\varepsilon}(t) \quad (9)$$

mit  $X_{\varphi/\varepsilon}(t) = f(X_{f_{cm}}, X_{RH}, X_{ho})$ , Streugrößen Kriechzahl / Schwindmaß (nach beliebigem Rechenmodell, z.B. CEB/FIP, EC2) als Funktion der Basisvariablen Betonfestigkeit  $X_{f_{cm}}$ ; zeitabhängige Luftfeuchte  $X_{RH}$  und wirksame Höhe  $X_{ho}$ ;

$F_{\phi/\varepsilon} = \log.$  - normalverteilt  $\{\mu = 1; \sigma = V_{\phi/\varepsilon}(t)\}$ , zeitabhängiger Modellfehler

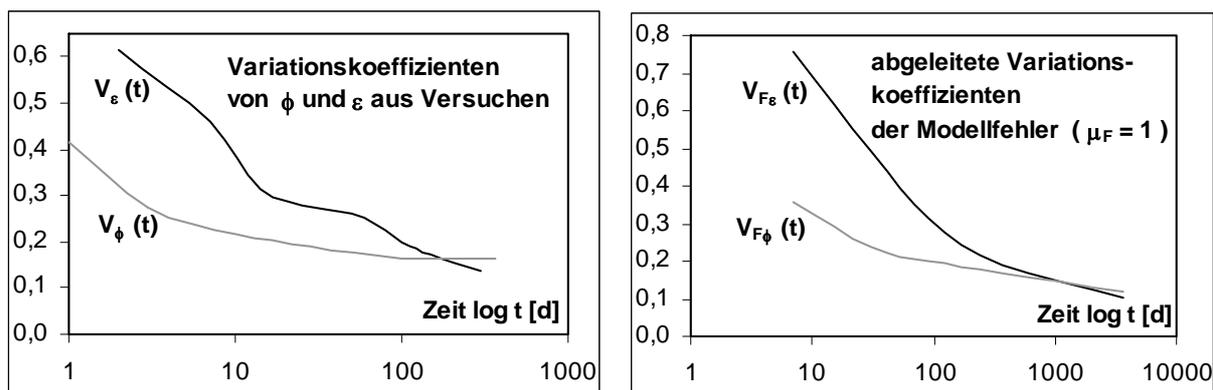


Bild 8: Zeitabhängiger Variationskoeffizient für Kriech- bzw. Schwindverformungen

### Bewehrungsverbund

Neben den bisher beurteilten Materialkennwerten sind die wirksamen Zugfestigkeiten und die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen der Bewehrungsstähle im Beton zentrale Größen der Rissentwicklung im Stahlbetongurt. Für die übliche Gleichung

$$\tau_c = A \cdot f_{cm} \cdot s^N \quad \tau_c : \text{Verbundspannung, } s: \text{ Schlupf} \quad (10)$$

sind der Literatur Versuchsauswertungen für die Verbundparameter A und N zu entnehmen [8]. Mit Normalverteilungen, welche Variationskoeffizienten zwischen 16 und 21%. Aufweisen, können die Streuungen dieser Parameter beschrieben werden.

### Geometriedaten

Prinzipiell kann ein vergleichsweise untergeordneter Einfluss der Streuung geometrischer Abmessungen eingeschätzt werden. Stellvertretend werden an dieser Stelle Kenngrößen für Blech- und Betongurtdicken sowie die Lage der Bewehrung bezüglich der Gurt-schwerachse angegeben [5, 9].

	$\mu$	V
<i>Betonplattendicke, normalverteilt</i>		
$100 < d_p \text{ [mm]} < 2000$	Nennmaß	$4,75/d + 0,0025$
<i>Stahlblechdicke, normalverteilt</i>		
$t < 40 \text{ mm}$	Nennmaß	0,03
<i>Bewehrungslage, normalverteilt</i>		
$100 < d_p \text{ [mm]} < 2000$	Nennmaß	0,05...0,10

### Lastgröße, -anordnung, -abfolge

Lasten sind bis auf Eigenlasten und Vorspannkkräfte stark streuende Zufallsgrößen. Bei starker Zeitabhängigkeit, wie z.B. bei Verkehrs- und Windlasten, spricht man wiederum von Lastprozessen. Im Rahmen dieses Beitrages soll auf die Problematik nicht näher eingegangen werden.

### 2.3.3 Berechnung von Zuverlässigkeitsmaßen

Im Unterschied zum klassischen Nachweis wird hier die Wahrscheinlichkeit für das Einhalten eines Grenzkriteriums anhand einer Grenzzustandsgleichung bewertet. Kann eine vorgeschriebene Mindestüberlebenswahrscheinlichkeit, d.h. Mindestsicherheit bestimmt werden, gilt der Nachweis als erbracht. Konventionen für den Nachweis der Tragsicherheit und Gebrauchstauglichkeit, gestützt auf Versagenswahrscheinlichkeiten, sind z.B. im Eurocode 0 [10] zu finden. Im Ingenieurbau wird mittlerweile der Sicherheitsindex  $\beta$  als ein der Überlebenswahrscheinlichkeit äquivalentes operatives Sicherheitsmaß verwendet (siehe Tabelle 1).

	Bezugszeitraum			
	Lebensdauer		1 Jahr	
Grenz-zustand	Sicherheits-index $\beta$	Versagens-wkt. $P_f$	Sicherheits-index $\beta$	Versagens-wkt. $P_f$
T	3,8	$7,23 \cdot 10^{-5}$	4,7	$1,30 \cdot 10^{-6}$
G	1,5	$6,68 \cdot 10^{-2}$	3,0 2,9	$1,34 \cdot 10^{-3}$ $1,86 \cdot 10^{-3}$

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f)$$

Tabelle 1:  
Im Eurocode geforderte Sicherheitsindizes u. Versagenswahrscheinlichkeiten

Durch eine ausreichende Anzahl an Berechnungsdurchläufen mit zufällig generierter Eingangsdatensätze erzeugt man Stichproben der zufälligen Strukturantwort. Diese Stichproben können statistisch ausgewertet und selbst als streuende Variable weiterverwendet werden. Parallel erfolgt die Auswertung der GZG hinsichtlich ihrer zugeordneten Überschreitungswahrscheinlichkeit  $P_{\bar{0}}$ .

$$P_{\bar{0}} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n I[g(x_i)], \text{ mit der Zählfunktion } I[g(\underline{X})] = \begin{cases} 1, & \text{wenn } g(\underline{X}) \leq 0 \\ 0, & \text{wenn } g(\underline{X}) > 0 \end{cases} \quad (11)$$

Die erforderliche Anzahl Simulationsrechnungen hängt von der zu berechnenden Wahrscheinlichkeit einschließlich eines tolerierten Fehlers ab [11]; nicht von der Anzahl enthaltener Basisvariablen.

$$\text{erf. } n_{\text{sim}} = \frac{1}{1 - P_{\varepsilon}} \cdot \frac{P_{\bar{0}} \cdot (1 - P_{\bar{0}})}{\varepsilon^2} \quad (12)$$

$\varepsilon$  : tolerierter Ergebnisfehler (=Vertrauensbereich);  $P_{\varepsilon}$  : Vertrauensniveau

Für die ins Auge gefassten Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit werden relativ große Überschreitungswahrscheinlichkeiten toleriert; deshalb sind bereits mit weniger als 50000 Simulationsrechnungen befriedigende Ergebnisse zu erwarten.

Bsp.:  $P_{\bar{0}} \leq 6,68 \cdot 10^{-2}$  lt. EC 0 für Bezugszeit Lebensdauer; daraus ergibt sich z.B. mit

$$\text{Fehler } \varepsilon \leq 0,1 \cdot P_{\bar{0}} \quad \text{Fehlerwkt. } P_{\varepsilon} \geq 95,5\% \quad \rightarrow \quad \text{erf. } n_{\text{sim}} \approx 31050.$$

### 3 Anwendungsbeispiele

#### 3.1 Durchbiegungen eines Einfeldträgers

Am Beispiel eines einfachen Einfeldträgers mit Eigenlastverbund werden die Auswirkungen der Berücksichtigung der Lastfolge sowie der Reduzierung der Streuung der Eingangsgrößen demonstriert. Der Träger wird alternativ durch eine ständige Last  $g_1$  oder eine Abfolge zweier Lasten  $g_2 + g_3$  beansprucht, wobei die Summe der Lastfolge 2+3 gleich der ständigen Last 1 ist.

- System und Belastung



Lastfolge  $g_1$  von  $t=10d$  bis  $\infty$  **oder**  $g_2$  von  $t=10d$  bis  $\infty$  und  $g_3$  von  $t=100d$  bis  $\infty$

- Eingangsgrößen

Deterministische: Abmessungen des Querschnitts und statischen Systems

Stochastische: Lasten, Kriech- u. Schwindmaß, E-Module,

Annahme: alle Größen logarithmisch-normalverteilt,

Fall 1: „volle“ Streuung ( $V = 10\%$ ), Fall 2: „halbe“ Streuung ( $V = 5\%$ )

- Ausgewählte Ergebnisse

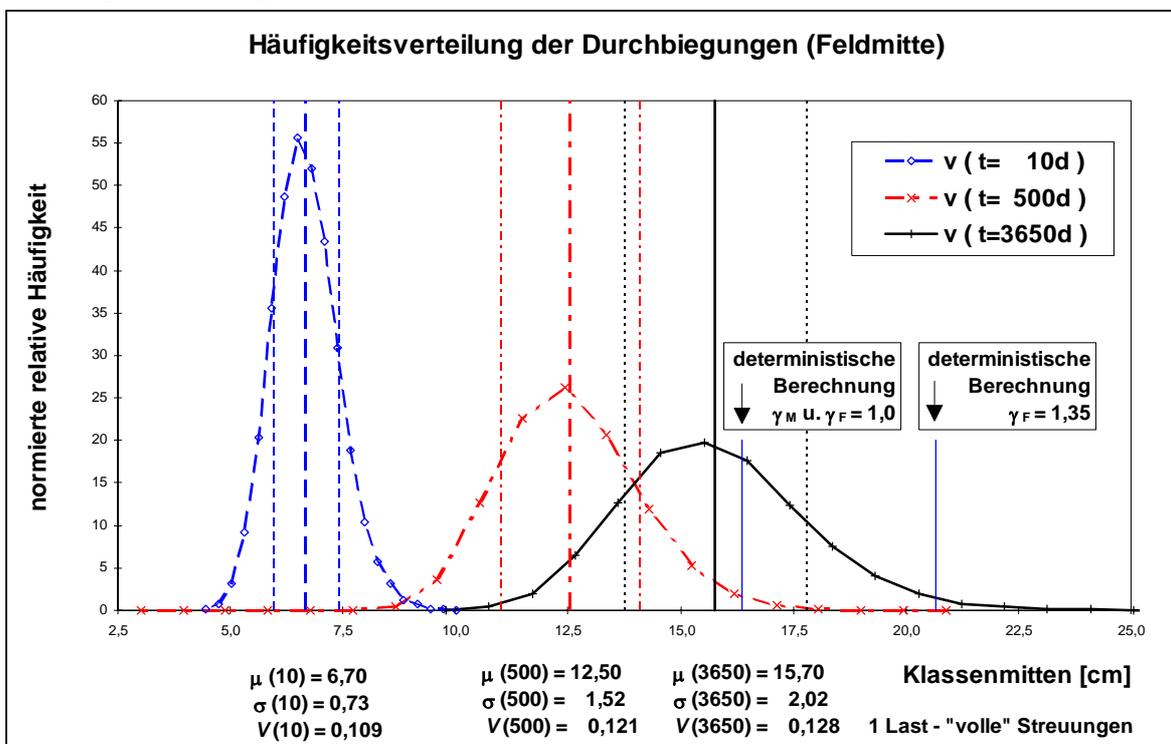


Bild 9: Streuende Durchbiegungen in Feldmitte,  $g_1$  und große Streuungen

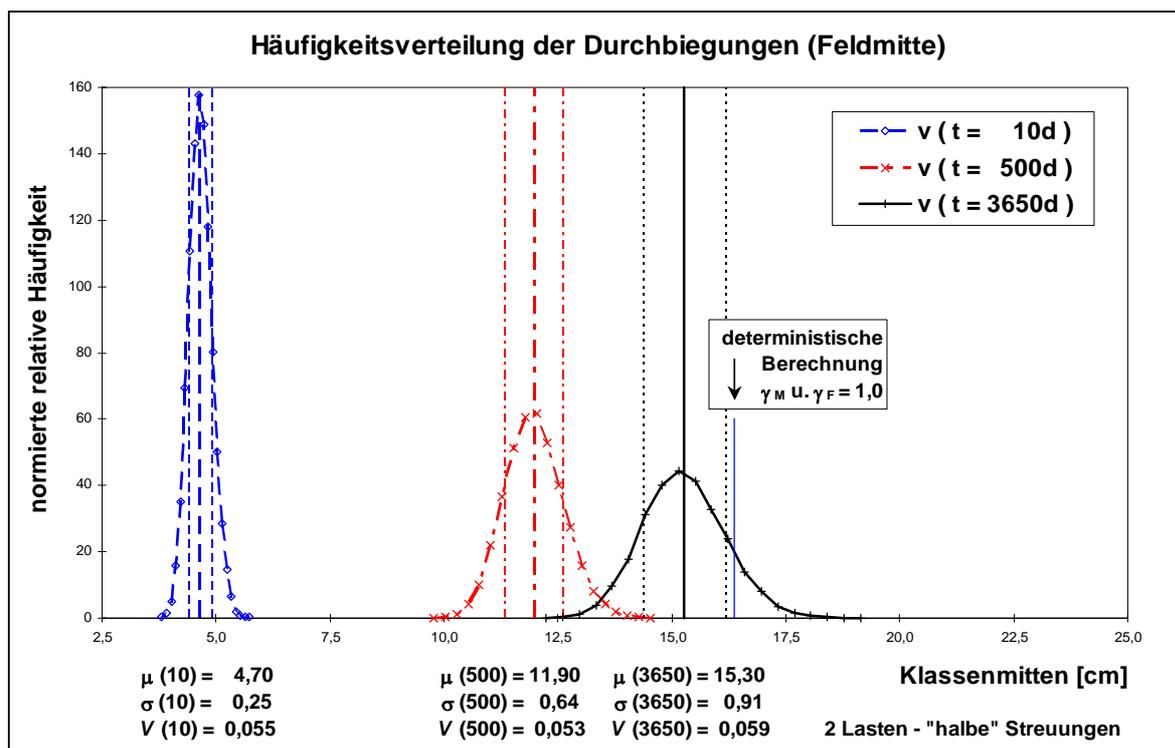


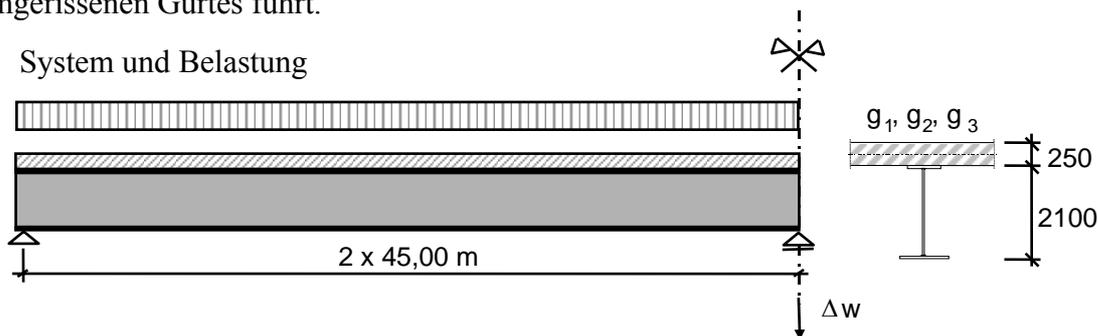
Bild 10: Streuende Durchbiegungen in Feldmitte,  $g_2 + g_3$  und reduzierte Streuungen

In den Bildern 9 und 10 werden die streuenden Durchbiegungen unter Einwirkung einer Last und stark streuenden Eingangsgrößen denen unter Einwirkung einer Lastfolge und nur halb so stark streuenden Eingangsgrößen gegenübergestellt. Die sich mit der Zeit einstellenden mittleren Durchbiegungen unterscheiden sich auf Grund der Lastfolgeberücksichtigung. Von größerer Bedeutung sind die Unterschiede infolge verschieden stark streuender Eingangsgrößen. So beträgt die Überschreitungswahrscheinlichkeit für den Grenzwert  $L/250$  in Variante 1  $P_U = 1,274 \cdot 10^{-1}$  (unzulässig), in Variante 2  $P_U = 1,504 \cdot 10^{-3}$  (zulässig). Der unter 1,0fachen Lasten deterministisch ermittelte Wert entspricht in Variante 1 dem 63%-Fraktile, in Variante 2 dem 88%-Fraktile. Gelingt es demnach, z.B. durch eine gute Bauüberwachung die Streuung der Materialkenngrößen sowie genauere Analysen die Streuung der zu erwartenden Lasten zu verringern, reduzieren sich die in Betracht zu ziehenden Durchbiegungstreuungen.

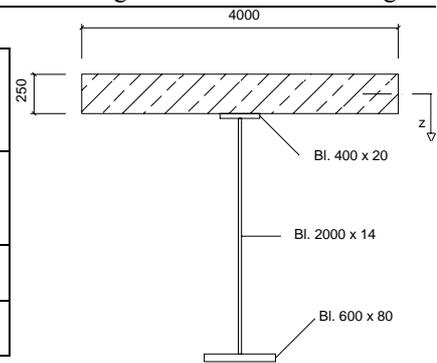
### 3.2 Beurteilung einer planmäßigen Lagersenkung

Zur Verhinderung der Bildung von Rissen im Innenstützenbereich des dargestellten Verbundträgers wird eine Lagersenkung von 25 cm angewendet. Im Berechnungsbeispiel soll beurteilt werden, wie zuverlässig diese Maßnahme zu dem gewünschten Effekt eines ungerissenen Gurtes führt.

- System und Belastung



Zeit t [d]	Lastart	det. Nennwert [kN/m]	$\mu / V$ [kN/m]	Stützensenkung
14	Eigenlast $g_1$	30	28,6 / 0,05	$\Delta w = 25$ cm
31	Ausbaulast $g_2$	20	18,5 / 0,05	
40	Nutzlast $g_3$	20	11,4 / 0,40	



Die statistischen Parameter der angegebenen Lasten wurden unter der Annahme bestimmt, dass sie Normalverteilungen gehorchen und ihr deterministischer Nennwert einem 95%-Fraktile entspricht. Die Lasten  $g_1$  und  $g_2$  repräsentieren ständige Lasten mit geringen Streuungen; die veränderliche Last  $g_3$  weist einen entsprechend größeren Variationskoeffizienten auf.

- Eingangsgrößen

Deterministische: Abmessungen des Querschnitts und statischen Systems

Stochastische: Lasten, Festigkeiten, E-Module, Luftfeuchte, Bewehrungslage, Modellfehler für Schwinden, Kriechen, Verbundspannungs-Schlupf-Gesetz, wirksame Biegezugfestigkeit

- Ausgewählte Ergebnisse

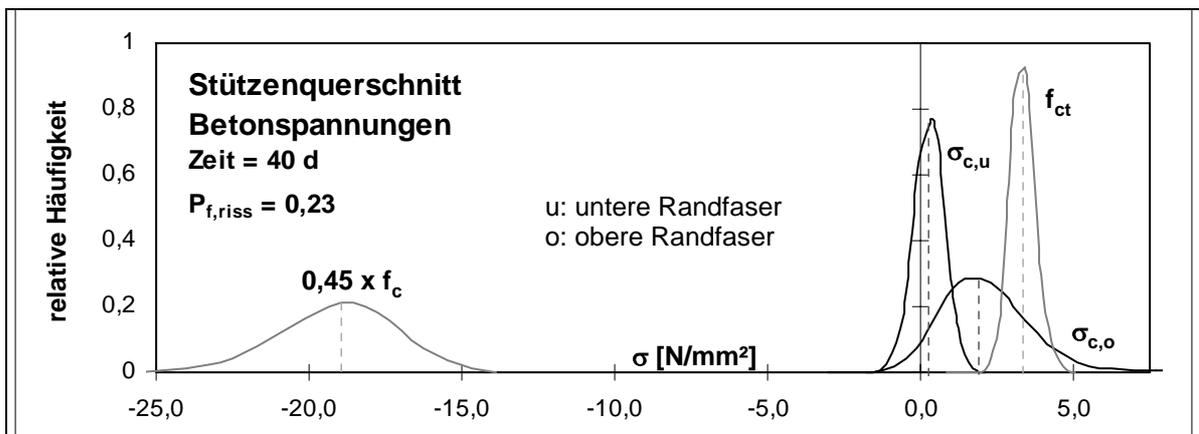


Bild 11: Streuende Randspannungen des Betongurts

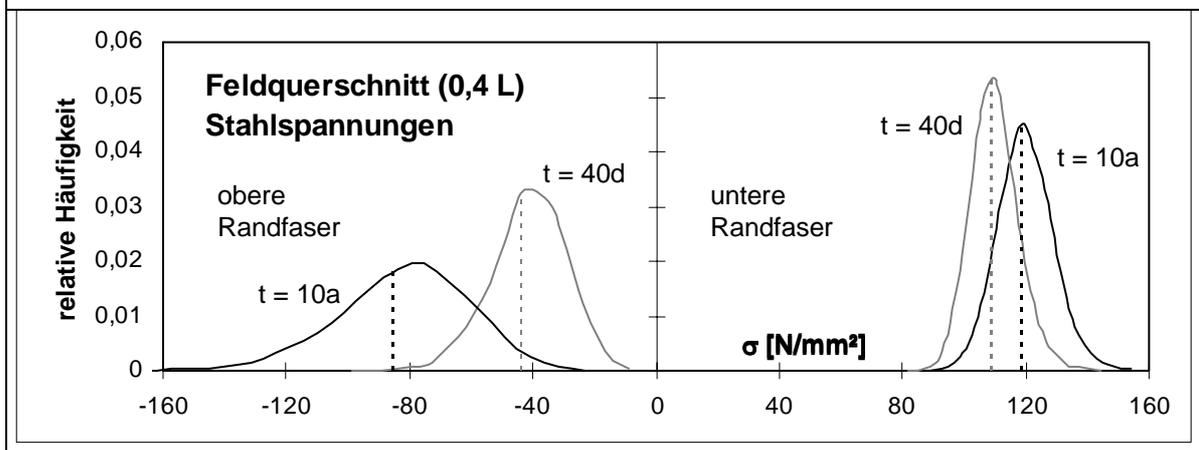


Bild 12: Streuende Randspannungen des Stahlträgers

Führt man eine deterministische Berechnung mit mittleren Werkstoffkenngrößen durch, kann die planmäßige Wirkung – ein ungerissener Betongurt über der Innenstütze - der Maßnahme Lagersenkung bestätigt werden (siehe Mittelwerte der Zugfestigkeit und Randzugspannung im Betongurt – Abbildung Betonspannungen). Die probabilistische Betrachtung liefert jedoch die beachtliche Wahrscheinlichkeit  $P_{\text{riss}} = 0,23$  für Rissbildungen im Gurt. Abgesehen von den ohnehin schwer kalkulierbaren Schwind- und Zwangsrissen kann demnach auch rechnerisch kein definitiv ungerissener Gurt im Bereich des Zwischenlagers prognostiziert werden. Aus der Abbildung der Randspannungen des Stahlträgers sind die Umlagerungen auf den Stahlquerschnitt aus Rissbildung und Langzeitverhalten des Betons ersichtlich.

## 4 Schluss

Drei abschließende Bemerkungen sollen den praktischen Nutzen der Berücksichtigung streuender Größen in der Verbundträgerberechnung zusammenfassen.

- Auf der Basis scharfer Werte kann das Gebrauchsverhalten nur unzureichend wiedergegeben werden.

Strenge Vorhersagen von Verformungen, Rissbildern, Eigenfrequenzen usw. sind dementsprechend illusorisch. Einhergehend mit immer exakteren Berechnungsmodellen erscheint daher die Bewertung der errechneten Größen (z.B. durch Wahrscheinlichkeiten) zweckmäßig.

- Die probabilistischen Betrachtungen sind nicht als Ersatz für die klassischen Bemessungsverfahren anzusehen.

Vielmehr können klassisch bemessene Bauwerke auf Zuverlässigkeitsdefizite und unnötig hohe, d.h. in beiden Fällen unwirtschaftliche Sicherheiten überprüft werden. Außerdem ist es möglich, für auszuführende Bauwerke „neuralgische Punkte“ zu ermitteln, welche dann einer aufwendigeren Planung bzw. verschärften (Bau-)Überwachung zu unterziehen sind.

- Kenntnisse über den stochastischen Charakter vieler Berechnungsgrößen können hilfreich sein, die Äquivalenz zwischen Modellierungsaufwand, Problemstellung und Eingangsdaten zu wahren.

Die Wahl geeigneter Berechnungsmodelle und -verfahren ist mehr denn je als eine Ingenieuraufgabe in der Planung herauszustellen. U.a. im Hinblick auf die gezeigten Streueinflüsse ist demnach von Fall zu Fall abzuwägen, mit welcher Art der Berechnung sinnvoller Informationsgewinn erzielt werden kann.

## 5 Literatur

- [1] Kuhlmann, Svensson, Saul, Muess, Ladberg: *Ingenieure bauen mit Stahl*, Information über neuzeitliches Bauen, Deutscher Stahlbau-Verband 1996
- [2] Körlin, R.: *Auswertung und rechnerischer Vergleich an der Unionbrücke Dresden-Radebeul gemessener, zeitabhängiger Durchbiegungen und Materialdehnungen*, Diplomarbeit TU Dresden, Fakultät Bauingenieurwesen, LS für Stahlbau, 1999
- [3] Flederer, H.: *Beitrag zur Berechnung von Stahlverbundträgern im Gebrauchszustand unter Berücksichtigung stochastischer Größen*, Schriftenreihe des Instituts für Tragwerke und Baustoffe der TU Dresden, Heft 20, Dissertation, 2002
- [4] Fischer, L.: *Sicherheitskonzept für neue Normen – Teil 3: Statistische Auswertung von Stichproben im eindimensionalen Fall*; Bautechnik 76 – Heft 2 1999, S. 167-176, Verlag Ernst & Sohn
- [5] Spaethe, G.: *Die Zuverlässigkeit tragender Baukonstruktionen*, Springer-Verlag 1992
- [6] Heilmann, H.G.: *Beziehungen zwischen Zug- und Druckfestigkeit des Betons*; Beton 2 (1969), Heft 2, S. 68-70
- [7] CEB: *Evaluation of the time dependent behaviour of concrete*, CEB-Bulletin No 199, Lausanne 1990
- [8] Rohling, Annette: *Zum Einfluß des Verbundkriechens auf die Rißbreitenentwicklung sowie auf die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen*, TU Braunschweig, FB Bauingenieur- und Vermessungswesen - Dissertation 1987
- [9] Östlund, L.: *Estimation of  $\gamma$ -Values. An Application of probabilistic method*, in: *Reliability of Concrete Structures*; CEB Bulletin d'Information No 202 S.51, Lausanne, 07/1991
- [10] Eurocode 0 (EN 1990): Grundlagen der Tragwerksplanung; Anhang C: *Grundlagen für die Bemessung mit Teilsicherheitsbeiwerten und die Zuverlässigkeitsanalyse*; CEN, Brüssel 02/2000
- [11] Sobol, I.M.: *Die Monte-Carlo-Methode*; VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1971



# Ein Beitrag zur Wind- und Schneelastmodellierung

Dipl.-Ing. Peter Lieberwirth  
Lehrstuhl für Stahlbau, Technische Universität Dresden

**Zusammenfassung:** Dieser Beitrag behandelt an den Beispielen Spitzenwindgeschwindigkeit und Schneedeckenwasseräquivalent mögliche Vorgehensweisen, wie sich aus Stichprobendaten statistische Verteilungsansätze ableiten lassen. Für das semiprobabilistische Nachweiskonzept ist ein Bezug zwischen Extremwertverteilung und Normgrundwert von besonderer Bedeutung. Abschließend werden mögliche Auswirkungen klimatischer Veränderungen kurz besprochen.

## 1 Einleitung

Im folgenden Beitrag werden einige Aspekte vorgestellt, die bei der statistischen Bewertung ausgewählter klimabedingter Einwirkungen Anwendung finden. Die Ausführungen konzentrieren sich auf Windgeschwindigkeitsmessungen und Grundsneelastordinatenwerte.

Charakteristika beider Größen sind die beachtlichen Streubreiten langjähriger Stichproben und die Möglichkeit, dass ein langfristiger (klimatischer) Trend wirkt. Dabei zeichnen sich insbesondere die Schneelastordinaten an vielen Standorten durch besondere Datenarmut aus, die eine statistische Bewertung erheblich erschwert.

Eine Grundvoraussetzung, um die für Bauwerksbemessungen erforderlichen Extremwertbereiche beschreiben zu können, sind ausreichend lange ununterbrochene Beobachtungszeiträume. Sämtliche Stichprobenelemente müssen nach gleichen Kriterien bestimmt worden sein, d.h. einer Grundgesamtheit angehören.

## 2 Grundsätzliches zu Windgeschwindigkeitswerten

### 2.1 Kurzcharakteristik ausgewählter Windphänomene

Der natürliche Windströmung ist charakterisiert durch eine Abfolge komplexer, zufälliger und korrelierter Prozesse, die in Bezug auf Bauwerkseinwirkung und -interaktion ein sehr umfangreiches Fachgebiet darstellen (einen einführenden Überblick bietet [13]). Besonderheiten im Leistungsspektrum des fluktuierenden Windes lassen sich über die Spektraldichtefunktion darstellen (VAN DER HOVEN 1957). Zwischen zwei Maxima bei etwa 4 Tagen (= typische Durchzugsperiode größerer Tiefdruckgebiete) und 1 Minute ist die spek-

trale Lücke angeordnet, sie trennt innerhalb des Windlastprozesses den makro- vom mikrometeorologischen Bereich (=Turbulenz).

Als Windböe bezeichnet man das 2...5 s – Mittel der Windgeschwindigkeit. Europaweit hat sich das 10-min-Mittel weitestgehend als normative Referenzgröße durchgesetzt (Anemometermessung 10 m über dem Boden in Geländekategorie II). Nach Untersuchungen zur Starkwindstruktur von SCHROERS/LÖSSLEIN/ZILCH [18] lässt sich der mittlere Böenfaktor  $G$  im ebenem, offenen Gelände darstellen durch:

$$G(t,10\text{ min},z) = t^{0,00035} z e^{-0,002z} (1,58 - 0,096 \ln(t)) \quad (1)$$

mit  $1\text{ s} \leq t \leq 300\text{ s}$  (Mittelungszeitraum)

$8\text{ m} \leq z \leq 80\text{ m}$  (Höhe über Gelände)

Nach Glg. (1) würde man 10 m über dem Boden für die 3s-Böe einen Erhöhungsfaktor von 1,45 erhalten. Diese Umrechnung ist als mittlerer Zusammenhang zu interpretieren – Einzelwerte können durchaus abweichen.

Das Windklima Deutschlands ist vor allem durch folgende Großwetter-Phänomene geprägt:

- Auertropische Zyklone (resp. Tiefdruckfrontensystem), in besonders starker Ausprägung als „Sturmtief“ bezeichnet
- Gewitterstürme mit konvektiven Ursachen, man unterscheidet Wärmegewitter und Frontengewitter
- Schwerkraftwind (typischer Vertreter: Föhn) an der Leeseite von Gebirgszügen

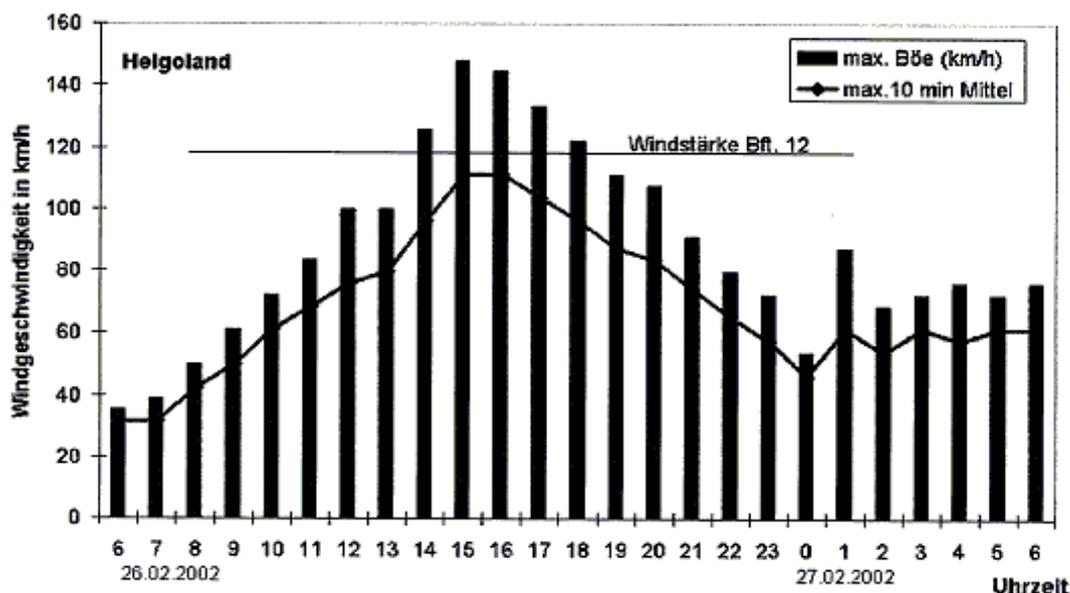


Abb. 1 : Windgeschwindigkeits-Zeit-Verlauf des Orkantiefs „Anna“ auf Helgoland im Februar 2002; Böenfaktor des höchsten Mittelwertes ca. 1,30 (Quelle: Deutscher Wetterdienst [12])

Sturmtiefs erzeugen die höchsten mittleren Windgeschwindigkeiten bei mäßigen Böenfaktoren. Orkane mit Windgeschwindigkeiten  $\geq$  Bft 12 (32,7 m/s) sind in Mitteleuropa relativ selten, liefern jedoch die größten Absolutwerte (Abb. 1).

Typisch für das westeuropäische Windklima ist seine ausgeprägte Saisonalität, wobei im Frühjahr und Spätherbst Schwerpunkte der Sturmaktivität liegen (siehe Abb. 2). Manchmal treten um die Zeit des Jahreswechsels Gruppen aus mehreren aufeinanderfolgenden Orkantiefs („Wintersturmserien“ 1990, 1999) auf. Ein Beispiel für den typischen Jahresgang (Periodizität) der Tagesspitzenwerte der Windgeschwindigkeit zeigt Abb. 2.

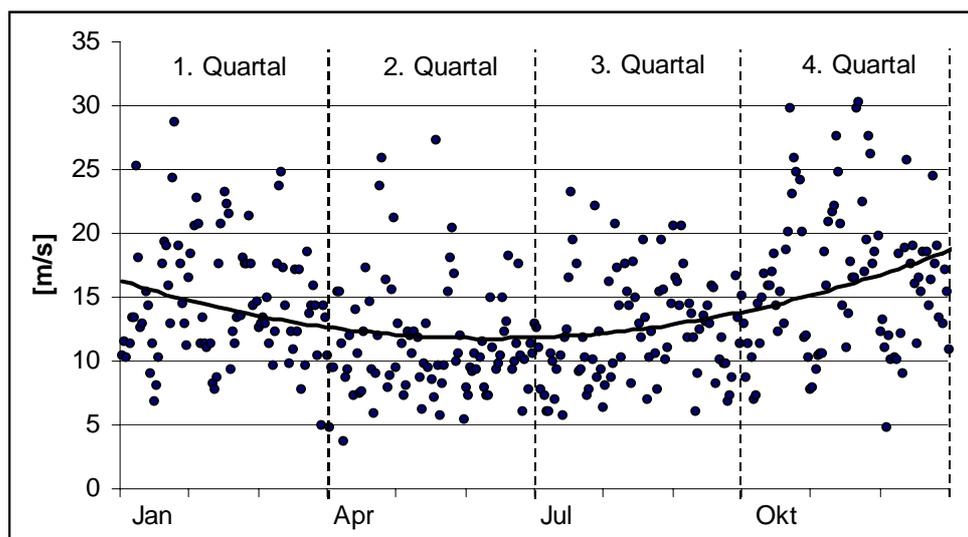


Abb. 2 : Typischer Jahresgang der Tagesmaxima (Station Helgoland) für das Jahr 1971

Gewitter entstehen vor allem durch starke Konvektion auf lokal begrenztem Raum. Die auftretenden Starkwinde (Geschwindigkeiten über 10 m/s) sind von kurzer Dauer, der Böenfaktor kann jedoch außerordentlich hoch ausfallen (Werte von 1,55...1,65).

Schwerkraftwinde sind eine durch die Geländetopografie bedingte lokale Wettererscheinung (Fallwind auf der Leeseite von Gebirgszügen) mit meist relativ konstanter Windgeschwindigkeit. Föhnerscheinungen verbunden mit typischen Wolkenbildern (an der Vorderseite eines Tiefdruckgebietes) zählen beispielsweise zu den sichersten Hilfsmitteln kurzfristiger lokaler Wetterprognosen.

Auf der Basis mittlerer Windgeschwindigkeiten können Richtungsabhängigkeiten des lokalen Windklimas identifiziert werden (empirische Windrosen). Eine direkte Verwendung solcher Abhängigkeiten im bemessungswirksamen Starkwindbereich ist ohne detaillierte Kenntnis lokaler Windklimata nicht angebracht.

## 2.2 Referenzwerte der Windgeschwindigkeit, Modelle zur Extremwertstatistik

Die neue entwurfslebensdauerorientierte Lastnorm DIN 1055-4 [4] definiert charakteristische Referenzgeschwindigkeitswerte als mittlere 50-Jahreswerte (98%-Fraktile) der Jahresextremwertverteilung innerhalb der entsprechenden Windlastzone.

Die Windlastzonenkarte für Deutschland befindet sich noch in einer Überarbeitungsphase. Einen aktuellen Vorschlag von KASPERSKI [11] zeigt Abb. 3 im Vergleich zum EC1.

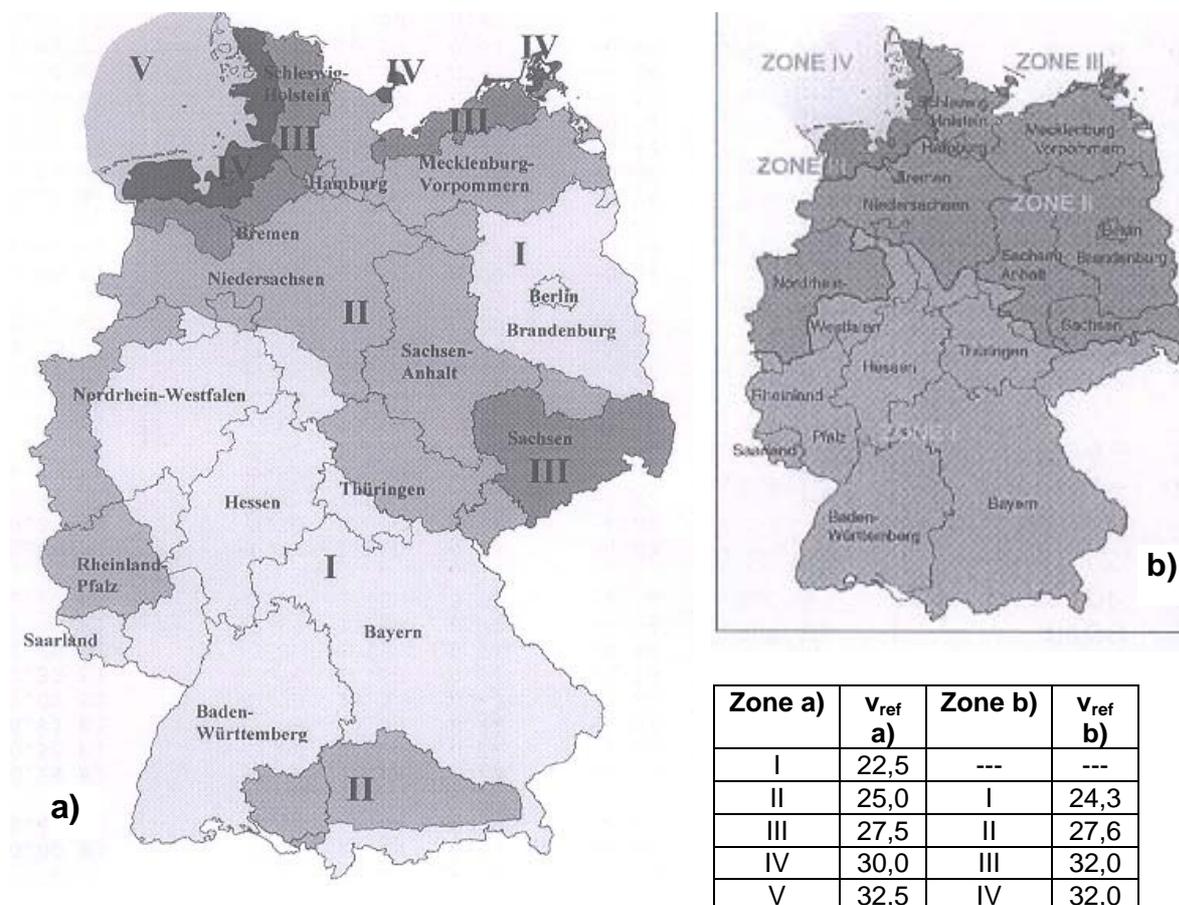


Abb. 3 : Vorschlag nach KASPERSKI - a) - für neue Windlastzonenkarte 2002 im Vergleich zur ursprünglichen Einstufung des EC1, Part 2-4 - b); v<sub>ref</sub> [m/s]

Führt man Sicherheitsnachweise nach Level-2- und 3-Methoden werden konkrete Verteilungsansätze für Extremwindgeschwindigkeiten benötigt, wobei Verteilungstyp und Streuungsparameter das Berechnungsergebnis außerordentlich beeinflussen können.

Für Momentanwerte der Windgeschwindigkeit eignet sich die PARETO-Verteilung (GPD), siehe KASPERSKI [10], HECKERT/SIMIU/WHALEN [7], CHENG/YEUNG [2]. Ohne Darstellung weiterer Ableitungen kann man die großen Windgeschwindigkeiten  $w$  oberhalb eines bestimmten Schwellenwertes (üblicherweise 10...15 m/s) als Realisierungen eines POISON-Prozesses auffassen. Dessen Amplitudenverteilung wiederum genüge einer verallgemeinerten Extremwertverteilung  $GEV(w)$  mit 3 freien Parametern  $k$ ,  $a$ ,  $b$  (siehe Glg.2).

$$GEV(w) = \exp \left[ - \left( 1 + \frac{k(w-a)}{b} \right)^{-1/k} \right] \quad (2)$$

In Abhängigkeit des maßgebenden PARETO-Parameters  $k$  favorisiert man heute (standortabhängig) zwei asymptotische Extremwertverteilungen für Windgeschwindigkeitswerte:

- $k = 0$ : Typ I der Größtwerte (GUMBEL-Verteilung), 2 Parameter

- $k < 0$ : Typ III der Größtwerte (Reversed- WEIBULL-Verteilung ), 3 Parameter

Untersuchungen zu geeigneten Verteilungen an außereuropäischen Gebieten (Amerika, Asien) sind nur dann als Vergleich geeignet, wenn sie ein ähnliches Windklima aufweisen. Für Windstatistiken, die von tropischen Zyklonen, Tornados oder anderen Phänomenen beeinflusst werden trifft dies nicht zu.

WEIBULL-Ansätze werden vom Ingenieur meist mit dem nach unten begrenzten Typ III der Kleinstwerte assoziiert (z.B. WEIBULL-Analyse als klassisches Lebensdauerdiagramm), wegen der mathematischen Ähnlichkeit beider Verteilungen verwendet man beim Größtwertansatz das Präfix „Reversed“. Ausgehend von dem Gedanken, dass natürliche Windphänomene obere Grenzwerte besitzen, bereitet deren zahlenmäßige Bestimmung allerdings oft erhebliche Schwierigkeiten. Man orientiert sich an:

- physikalischen Obergrenzen (bedingt durch atmosphärische Reibung);
- größten Messwerten innerhalb langjähriger Beobachtungsreihen.

Interessant ist die Tatsache, dass in den letzten 30 Jahren an fast allen Standorten in Deutschland mindestens einmal Orkanwindstärke erreicht wurde. Die Auftretenswahrscheinlichkeit von Starkwind ist zwar an windreichen Standorten signifikant höher (z.B. Nordseeküstenbereich), jedoch unterscheiden sich die langjährig gemessenen absoluten Größtwerte aller Gebiete untereinander wenig. Beispielsweise wurden während der Wintersturmserie 1999 die höchsten lokalen Böenspitzen mit 70 m/s in SW-Deutschland gemessen.

Als gemessene Maxima findet man in der Literatur 56,4 m/s für das 1h-Mittel, einen Minutenwert von 74,7 m/s und 94 m/s als 3s-Böenspitze für Sturmtiefs. Im außereuropäischen Vergleich dazu liegen stärkste Tornados mit bis zu 135 m/s bereits nahe am physikalisch möglichen in der unteren Troposphäre.

Je größer man die Obergrenze im Typ III - Verteilungsmodell wählt, desto mehr nähert man sich dem Kriterium  $k=0$  in Glg. (2) – und gelangt zur vergleichsweise konservativen GUMBEL-Verteilung mit beidseitig unbegrenzten Definitionsbereich. Trotz zeitweiser Kritik ist dieser Ansatz sinnvoll, und er wird deshalb in der Fachwelt auch weiter verwendet (man findet ihn u.a. auch im JCSS-Probabilistic Model Code [9]).

Für eine vernünftige Quantifizierung der Verteilungsparameter von Jahresextremwerten an einem speziellen Standort benötigt man – bei allen Möglichkeiten, die verfeinerte statistische Bewertungsverfahren heute bieten – in jedem Fall einen ausreichend großen Stichprobenumfang von mehreren Jahrzehnten ununterbrochener Messung.

### 2.3 Beispiel zur statistischen Bewertung an einem Standort

Streng betrachtet müsste für jedes Windphänomen im Beobachtungszeitraum eine separate Statistik angefertigt werden. Zur Trennung benötigt man zeitparallele Messwerte von Böenspitze und 10-min-Mittelwert. Um den Aufwand zu begrenzen rechnet man normalerweise die Gewitterböen in äquivalente 10-min-Mittel um und bewertet die Gesamtstichprobe. Da die Tagesextremwerte innerhalb eines Tiefdruckgebietes über 3-4 Tage abhängige Messwerte liefern, werden die kleinsten Mittelungsintervalle für Extrem-

wertstatistiken auf etwa 1 Woche festgelegt. Ausgewählte Ergebnisse der meteorologischen Station Helgoland (deutsche Nordseeküste) zeigen Abb. 4, Abb. 5.

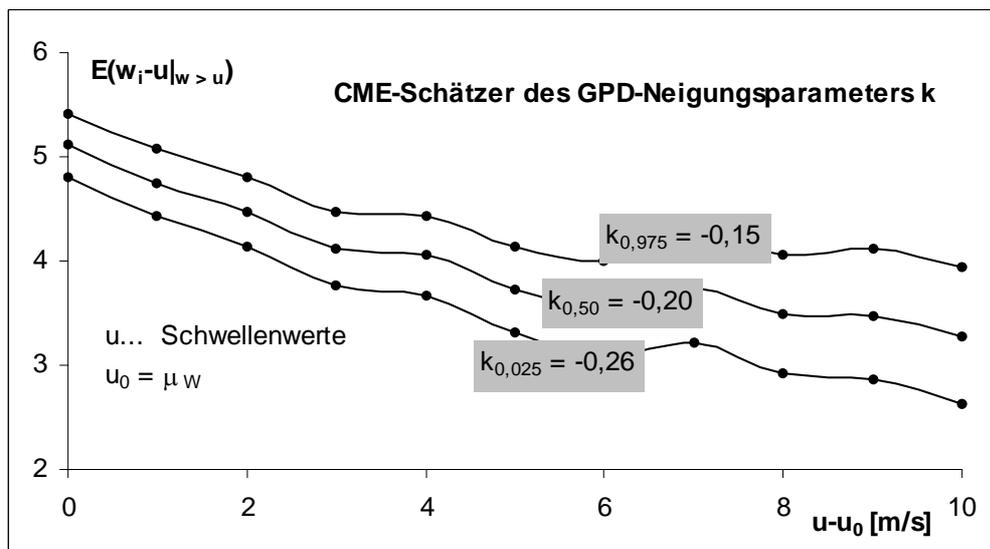


Abb. 4 : Bestimmung des GPD-Neigungsparameters k mit Fehlerstreuband (Konfidenzniveau  $1 - \alpha = 0,95$ ) für die Wochenextremwerte der Station Helgoland mit der Methode der bedingten mittlere Überschreitungen (CME)

Aus Abb.4 folgt unter Berücksichtigung der Feststellungen zu Glg.(2) der Ansatz einer Reversed-WEIBULL-Verteilung. Abb. 5 zeigt den gemeinsamen Eintrag der empirischen Verteilung des Datensatzes und der drei möglichen Extremwertverteilungstypen im GUMBEL-Papier (auch als PARETO-Plot bezeichnet).

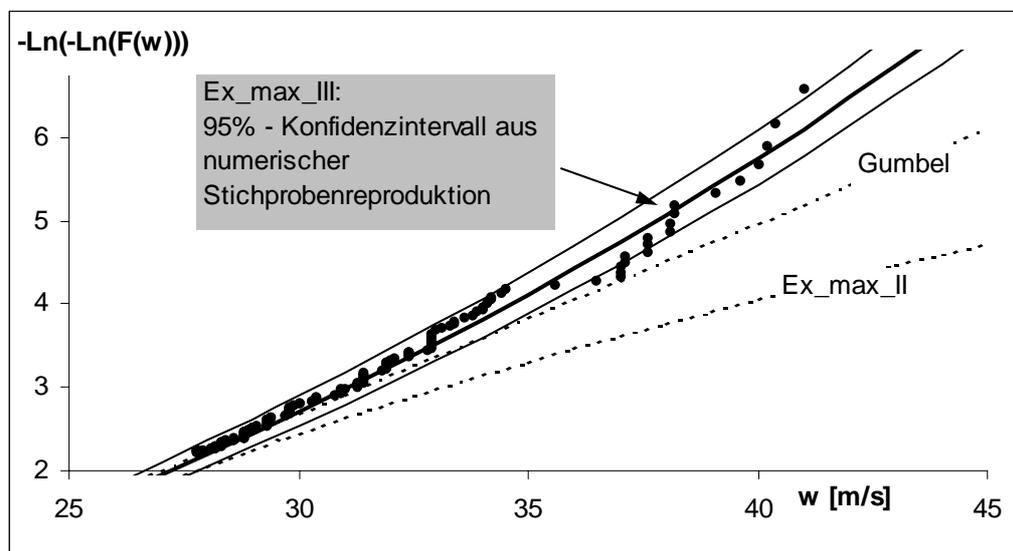


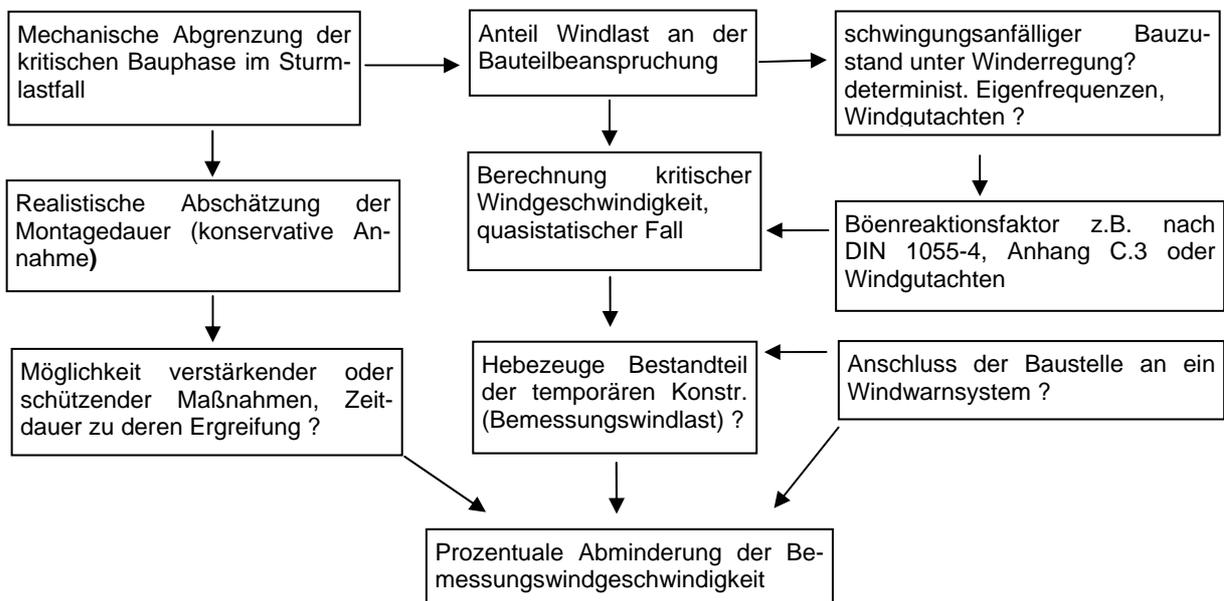
Abb. 5 : PARETO-Plot der Extremwertverteilungstypen I, II, III der Größtwerte und empirische Verteilungsfunktion der Stichprobe der Wochenextremwerte der Station Helgoland

Parameterschätzer des Verteilungsmodells gewinnt man am einfachsten durch Verwendung empirischer Stichprobenmomente. Erfahrungen zeigen aber, dass so geschätzte obere Endwerte des Typ-III-Modells bei nachfolgender Plausibilitätskontrolle meist als zu klein bewertet werden müssen (sehr unsicherer Schätzer). Vernünftig ist es, die in Abschnitt 2.2 erwähnten größten regionalen Geschwindigkeitswerte zu verwenden.

Im Beispiel ergeben sich die Verteilungsparameter aus der Fehlerquadratmethode (d.h. Minimierung der Summe der Abstandskvadrat zwischen diskreter empirischer Verteilung und Modellansatz). Klassenbildungen sollte man meiden, denn insbesondere im interessanten (datenarmen) oberen Wertebereich kann es dadurch zu erheblichen Verfälschungen kommen. Abb. 5 zeigt den in diesem Fall recht konservativen Charakter der Gumbelgeraden. Es wird aber auch deutlich, dass grafische Darstellungen unerlässliche Hilfsmittel der Statistik sind.

## 2.4 Grundsätzliches zur Bewertung kritischer Bauzustände

Baupraktische Aufgaben können zu der Problematik führen, dass die normative Standsicherheit im Endzustand für volle Normlast ohne weiteres gegeben ist, jedoch kritische Bauphasen durchlaufen werden. Als Beispiele sollen hier – ohne weiterführende Erläuterungen – das Trockenbauverfahren überirdischer kreiszylindrischen Flachdachtanks aus dünnen Stahlblechen oder die Montage der Bogenbinder des Dachtragwerkes am neuen Zentralstadion in Leipzig genannt werden. Bei der Beurteilung rechnerischer Windlastreduzierungen wird man im Einzelfall in etwa so vorgehen, wie es das folgende Schema zeigt:



Nach realistischer Einschätzung der Dauer kritischer Bauphasen und der Berücksichtigung möglicher Schadensfolgen wird man sich hinsichtlich Lastreduktion entscheiden:

- Statistische Abminderung des normativen (charakteristischen) Windlastwertes bei Akzeptanz des Rest-Überschreitungsrisikos – diese Variante ist bei untergeordneten Bauwerken mit geringen Schadensfolgen durchaus vertretbar.

- Abminderung der Normlast wie vor unter der Bedingung, dass die Konstruktion im Notfall gesichert werden kann (Beachte das Aufwand-Nutzen-Verhältnis!)

Derartige temporäre Sicherungskonstruktionen müssen kurzfristig (d.h. innerhalb weniger Stunden) und ohne aufwändige Hilfsmittel auf der Baustelle montierbar sein. Darüber hinaus ist tragwerksspezifisch zu klären, ob Böenspitzen oder Geschwindigkeitsmittel bemesungsrelevant für die Montagestatik werden (lokale Stabilitätsprobleme).

Nach Meinung des Verfassers sind statistische Abminderungen unbedenklich, sofern stärkende / schützende Maßnahmen den o.g. Forderungen entsprechen (sie können allerdings – wie im Großbehälterbau – recht kostenintensiv werden).

Als Orientierung sind in Abb. 6 auf Geschwindigkeitsbasis die Verhältnisse zwischen 50-Jahreswert und kürzeren Wiederkehrperioden im Vergleich zur zulässigen Abminderung nach E DIN 1055-4 [4] (die Norm verwendet den 2-Jahreswert) für eine Reihe deutscher Messstationen dargestellt (eigene Untersuchungsergebnisse). Für Bauzustände von Brückenbauwerken ist nach Teil 8 [6] der künftigen Norm die Abminderung auf etwa  $0,9 \cdot v_{ref}$  nach unten begrenzt.

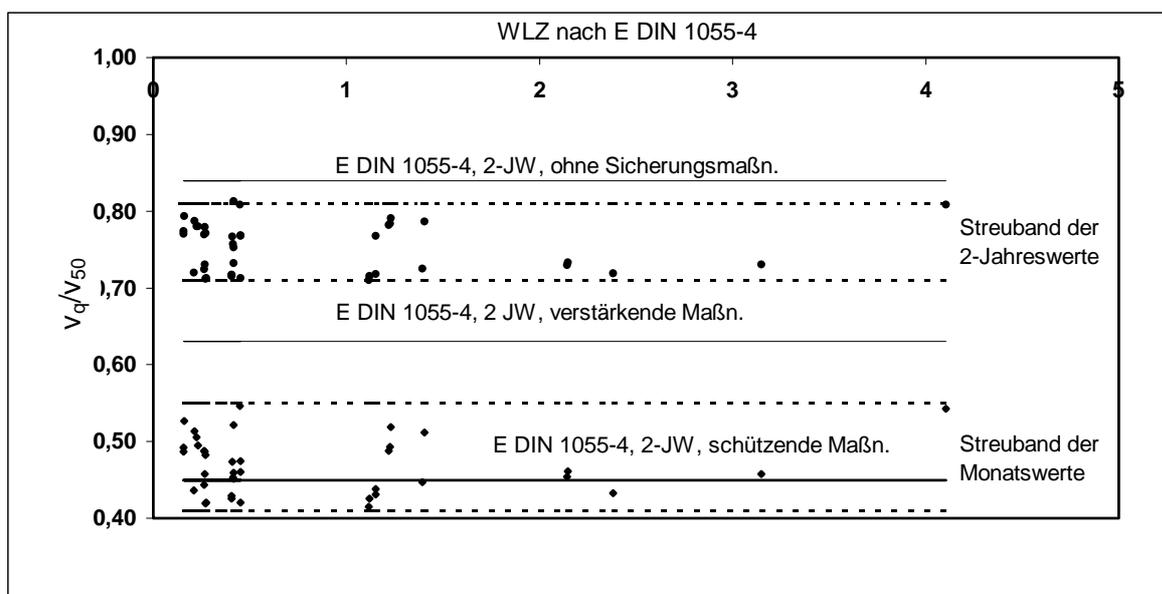


Abb. 6 : Verhältnis Fraktile zu mittlerem 50-Jahreswert der Windspitzengeschwindigkeit im Vergleich zur neuen Lastnorm DIN 1055-4 an 40 Messstationen

Die Grafik macht deutlich, dass Präventivmaßnahmen so auszulegen sind, dass mit ihnen die Konstruktion mindestens den gleichen Widerstand gegenüber Windbeanspruchung erhält wie nach Norm ohne Sicherungsvorkehrungen gefordert wird.

### 3 Grundschnelasten am Boden

Während die langjährig gültige DIN 1055-5 (6.75) [3] Regelschnelasten auf Dächern definierte, bezieht sich  $s_k$  (50-Jahreswert) nach E DIN 1055-5 [5] auf die Grundschnelast am Boden. Die in der Realität ausgesprochen klimaabhängigen Akkumulations- und Ablationsprozesse der Schneedeckenlage auf Dächern ist u.a. von Parametern wie Dachform, -neigung, Oberflächen- und Lufttemperatur sowie lokalen Windverhältnissen (Wirbelbildungen etc.) abhängig. Gerade die Schneesackbildung ist bei zahlreichen Projekten ein wichtiges Thema (z.B. Anbau einer Produktionshalle an ein niedrigeres bestehendes Gebäude). Da unmöglich alle Einflüsse mit vernünftigem Aufwand berücksichtigt werden können, rechnet man mit Umlagerungsfaktoren ( $\mu_i * C_e * C_t$ ) Grenzwerte für äquivalente Dachschnelasten aus. Für diese Beiwerte existieren in der Fachliteratur auch statistische Anhaltswerte. Für weiterführende Spezialgebiete, wie das außerordentliche Wasserspeichervermögen größerer Schneedecken (in der Natur eine positive Eigenschaft, bei Bauwerken aber lasterhöhend) wird auf die Fachliteratur verwiesen (O'ROURKE [16]).

#### 3.1 Schneehöhenmessung oder Wasseräquivalent ?

Üblicherweise werden Schneedeckenmessungen heute auf einer möglichst ungestörten, repräsentativen ebenen Fläche vorgenommen. Da man mit alleiniger Registrierung von Tageswerten der Schneehöhe im Sinne einer Belastung nichts anfangen kann, wurden theoretische Näherungsansätze für mittlere Schneedichtewertfunktionen aufgestellt (siehe bei SPAETHE [20]). Abb. 7 vergleicht Messwerte mit einer deterministischen Näherungsformel.

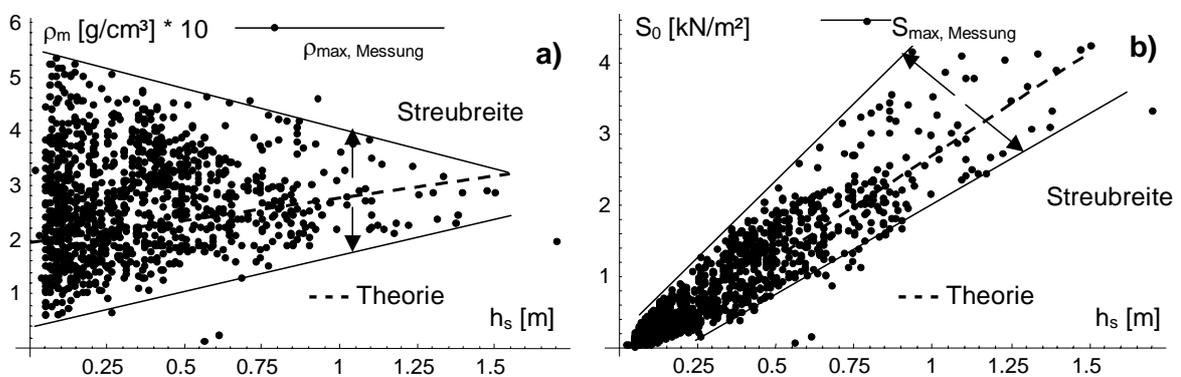


Abb. 7 : Mittlere Schneedichte  $\rho_m$  und Schneelastwert  $S_0$  in Abhängigkeit von der gemessenen Schneehöhe  $h_s$  für einen Standort im Mittelgebirge und Vergleich mit theoretischem Ansatz aus MEHLHORN [13]

Aus dem Produkt von  $h_s$  und der Zufallsgröße  $\rho_m$  (= Lineartransformation von  $\rho_m$ ) resultiert eine sehr fehleranfällige Abschätzung hoher Lastwerte  $S_0$ . Ursache dafür ist die mit steigendem  $h_s$  überproportional wachsende Varianz von  $S_0$  (Abb. 7b) gegenüber der sich unterproportional verringernden Streubreite von  $\rho_m$  (Abb. 7a). Bei Wasseräquivalenten gibt es diese Schwierigkeit nicht, jedoch erfassen hier die Messwertreihen höchstens die letzten 30...50 Jahre (d.h. die teilweise über 100 Jahre zurückreichenden Schneehöhenmes-

sungen sind bei größerem Genauigkeitsanspruch nicht geeignet – jedoch sehr nützlich bei der Bewertung seltener Extremereignisse, siehe folgendes Kapitel).

### 3.2 Modellierungsmöglichkeit

Die Schneedeckenlage im Tiefland und unteren Bergland ist innerhalb des Winters durch einzelne getrennte Perioden gekennzeichnet, dazwischen liegen längere Lastpausen (Abb. 8). Die (für bautechnische Belange relevanten) maximalen Amplituden des Wasseräquivalentes der einzelnen Zyklen sind dann statistisch unabhängig voneinander.

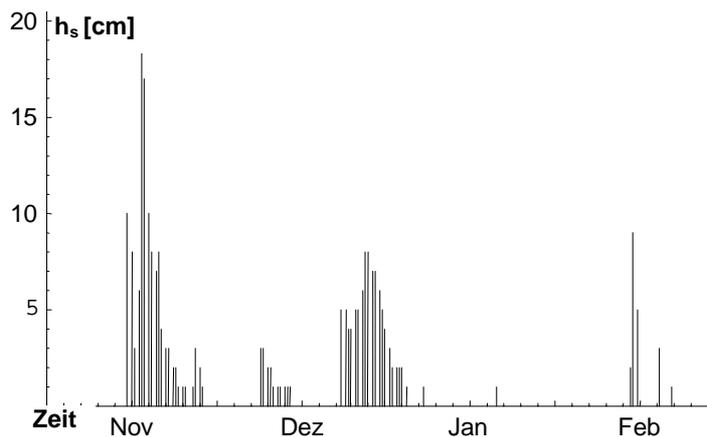


Abb. 8 : Typischer Schneehöhen – Zeit – Verlauf innerhalb einer Winterperiode im gemäßigten Klima Süddeutschlands

Idealisiert man diesen realen Lastverlauf durch einen diskreten Zufallsprozess, ist die mittlere Wahrscheinlichkeit  $q$  für Lasteinwirkung bestimmt durch das Verhältnis zwischen Tagen mit Schnee und dem Gesamtbeobachtungszeitraum.

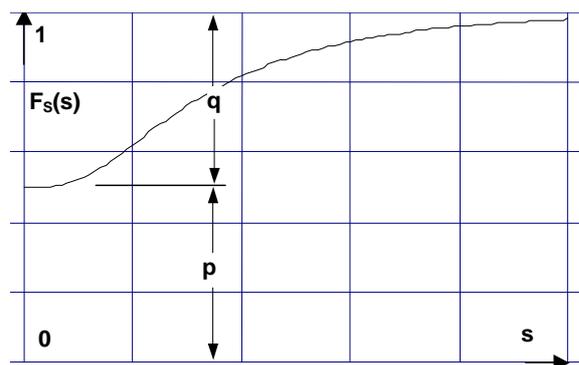


Abb. 9 : Prinzipdarstellung einer Mischverteilung der Momentanwerte im Bereich  $s > 0$

Die Mischverteilung der Momentanwerte (Abb. 9) hat folgende Eigenschaften:

$$F_s(s) = \begin{cases} 0 & s < 0 \\ p & s = 0 \\ p + q F_{\tilde{s}}(s) & s > 0 \end{cases} \quad (3)$$

Die Amplitudenverteilung in Glg. (3) lässt sich aus geeigneten Parameterschätzungen bestimmen. Wegen  $p \gg q$  und in Anbetracht der jahreszeitlichen Abhängigkeit werden üblicherweise Extremwertstatistiken der Jahreswerte durchgeführt (an schneereichen Standorten kann man jedoch auch Glg. (3) direkt verwenden).

Umfangreiche Untersuchungen für Deutschland erfolgten in Vorbereitung der neuen DIN 1055-5 durch SOUKHOV [19], wobei die Extremwertverteilungstypen I, III sowie die logarithmische Normalverteilung (unterer Endwert „0“) favorisiert wurden. PLATHE [17] verweist auf die mögliche Eignung der Gammaverteilung, die bei hydrologischen Größen viel Verwendung findet. Aufgrund des Klimaeinflusses sind Untersuchungen von OTSTAVNOV [14] für Russland oder O'ROURKE [15] für Nordamerika nur mittelbar für Vergleichszwecke geeignet.

Datenarmut ist der Hauptgrund dafür, dass man bei vielen Messstationen auf die Gumbelverteilung zurückgreifen muss, 3-parametrische Ansätze mit oberem Endwert lassen sich mit einer akzeptablen Irrtumswahrscheinlichkeit nicht schätzen (es sei denn, man gibt einen höchsten Schneegrundlastwert vor).

Abschließend soll das Teilproblem von Einzelereignissen im Beobachtungszeitraum kurz besprochen werden, die weit „aus dem üblichen Rahmen“ nach oben abweichen (häufig nach mehreren schneearmen Jahren). Diese Stichprobeninhomogenität ist im norddeutschen Tiefland sehr charakteristisch (Abb. 10).

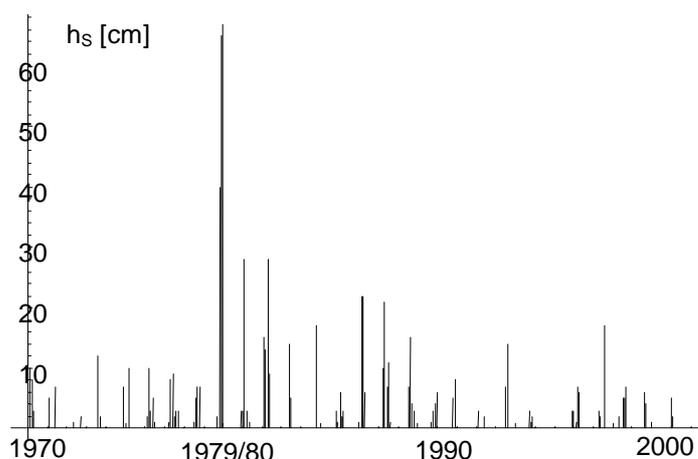


Abb. 10 : Monatsextrema der Schneehöhen in Hamburg über 30 Jahre

Lagen solche Ereignisse in der Nähe oder sogar über dem Normwert (= mittlerer 50-Jahreswert), folgte eine Fachdiskussion über Konsequenzen für die Normung (z.B. Winter 1979/80 und 80/81). Das Auftreten solcher extremen Schneelagen im Tiefland ist an spezielle, außerordentlich seltene Wetterlagen gekoppelt. Konsultiert man an dieser Stelle sehr langjährige Schneehöhenmessungen ist zu erkennen, dass die statistische Wiederkehrperiode dieser Extreme offenbar außerordentlich hoch ( $> 50$  Jahre) ist und nur „zufällig“ ein solcher Wert gerade in den Beobachtungszeitraum von 30 Jahren fiel.

Die Schneelastzonenkarte der neuen DIN (Abb. 11) sei abschließend dargestellt.

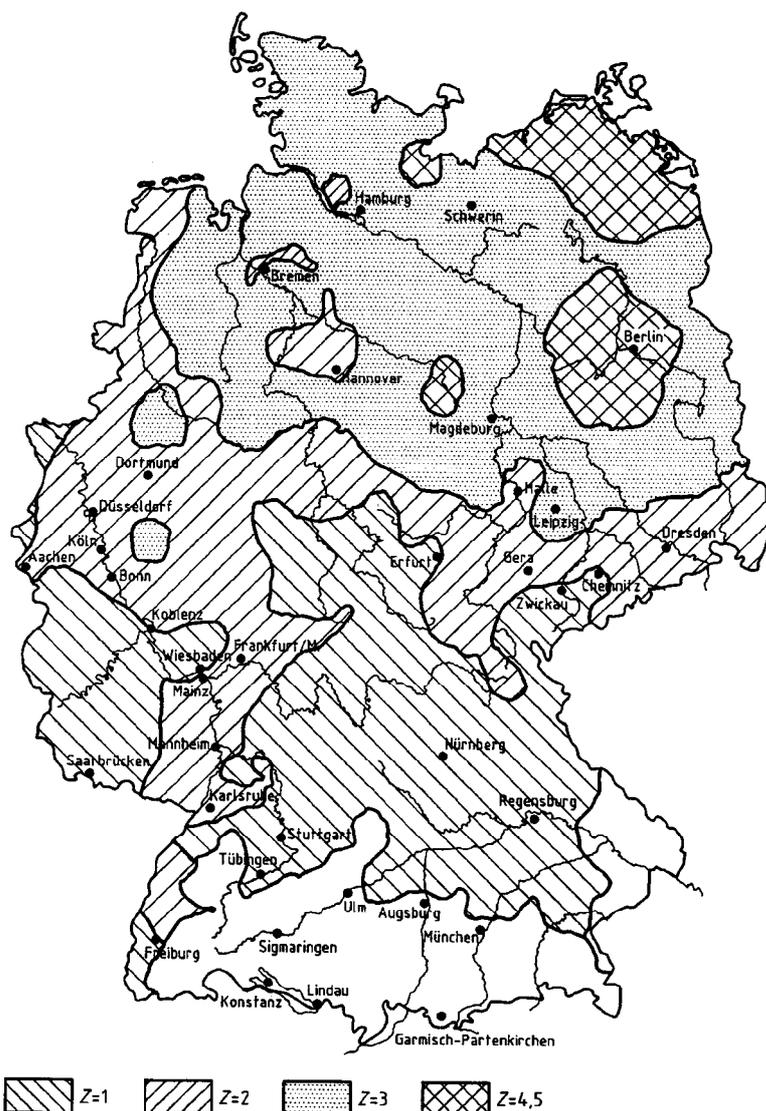


Abb. 11 : Schneelastzonen nach E DIN 1055-5 [5] ohne Detailkarte für Süddeutschland

$$s_k = (0,13 + 0,264(Z - 0,5)) \left[ 1 + \left( \frac{H_{S \text{ tan dort}}}{256} \right)^2 \right] \quad [kN / m^2] \quad (4)$$

Die neuen Grundwerte  $s_k$  liegen im Vergleich zur alten DIN meist deutlich höher. Dies relativiert sich infolge notwendiger Umrechnung auf Dachschneelasten. Für ein flaches Kaldach ohne weitere Besonderheiten erhält man an vielen Standorten ungefähr den gleichen Belastungswert wie vorher. Die neue Norm bietet jedoch durch den Umrechnungsprozess einige wesentliche Möglichkeiten zur besseren Differenzierung der Schneelastannahmen an Gebäuden und ist ein deutlicher Fortschritt gegenüber dem alten Konzept.

## 4 Klimatische Trends und mögliche Auswirkungen

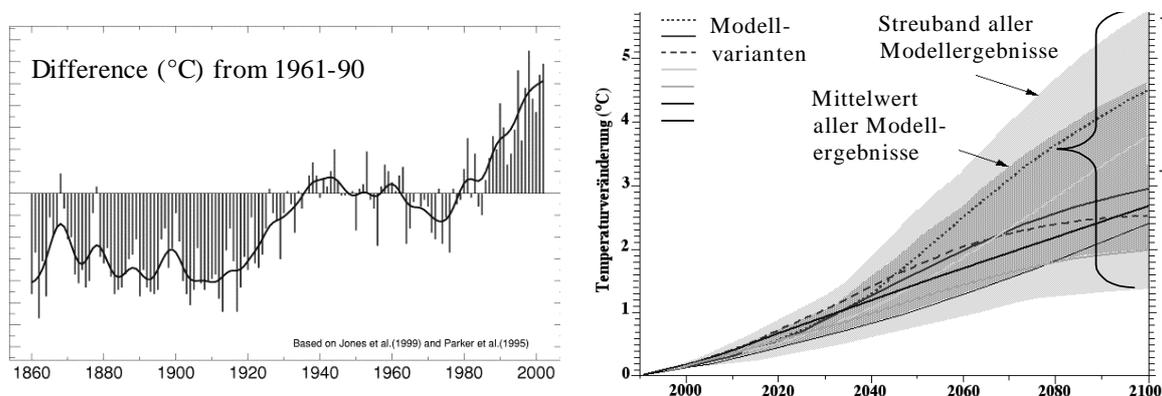
Häufigkeit und Stärke meteorologischer Komplexvorgänge unterliegen langfristigen Trends, deren Ursache vor allem in Klimaschwankungen begründet liegt. Die Instationarität solcher Prozesse ist mit jetzigem Wissensstand geschlossen nicht fassbar.

Neben der rein statistischen Bewertung langjähriger Messwertreihen sind deshalb Zusatzinformationen hilfreich, die in Prognoseform die weitere (absehbare) Entwicklung beschreiben (z.B. Veröffentlichungen des Deutschen Wetterdienstes).

Ausgewählte Ergebnisse der Klimaforschung für die nahe Zukunft können für den Ingenieur wichtige Orientierungen sein. Den aktuellen Wissenstand dokumentieren die im 4-Jahres-Zyklus erscheinenden IPCC-Berichte [8], die durch internationale Expertengremien verfasst werden.

In der Fachwelt herrscht weitgehende Übereinstimmung, dass ein Klimawandel bereits stattfindet – kontrovers werden lediglich dessen anthropogener Anteil und die Quantität künftiger Auswirkungen diskutiert. Die sichersten Tendaussagen können derzeit zu großräumigen mittleren Temperaturniveaus getroffen werden. Man kann diese mit modernen Methoden über 100.000 Jahre zurückverfolgen (z.B. Analyse von Eiskernbohrungen, siehe hierzu Veröffentlichungen des AWI Bremerhaven [1]).

Der Positivtrend der bodennahen Lufttemperatur der letzten Jahrzehnte in Mitteleuropa wird sich aller Voraussicht nach weiter fortsetzen, siehe Abb. 12.



(a) Änderung bodennaher Lufttemperatur der nördlichen Hemisphäre 1860 – 2002 nach [8] bezogen auf das Niveau 1961-90

(b) Streuung der Prognosen für 1990-2100 auf Basis unterschiedlicher Modellanalysen nach [8]

Abb. 12 : Gemessene Mittlere Temperaturänderungen der Nordhemisphäre und Prognosen

Weniger eindeutig (weil viel schwieriger zu treffen) sind äquivalente Angaben über die Zunahme bestimmter Wettersysteme, deren Auswirkungen die Belastungssituation von Bauwerken beeinflussen. Die Sturmaktivität in Europa lässt sich anhand von Messungen nur bis etwa 1950 lückenlos zurückverfolgen. Zwei spezielle Bewertungskriterien für Trendanalysen werden im folgenden gezeigt:

- Sturmhäufigkeit innerhalb eines Jahres (Abb. 13)
- Intensität der Sturmtiefs (Abb. 14)

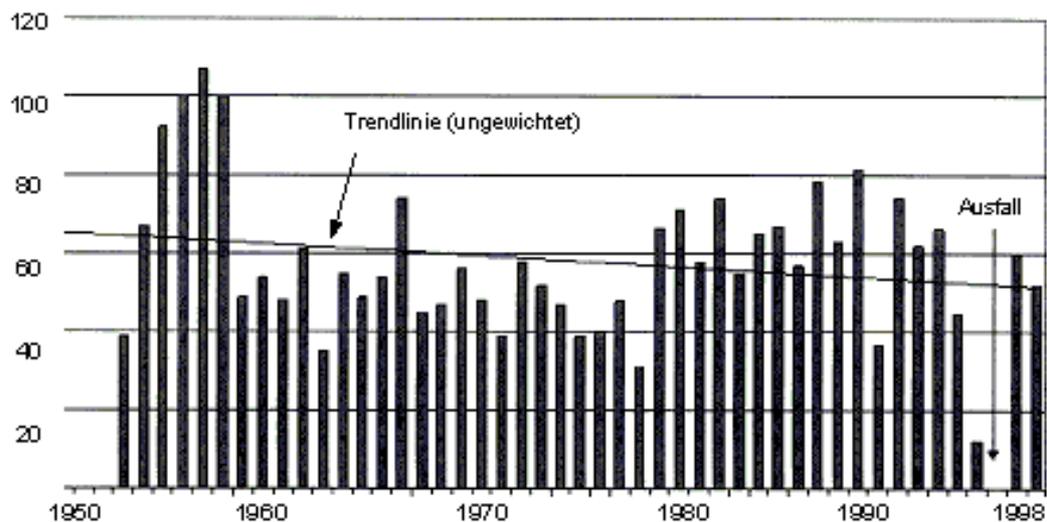


Abb. 13 : Anzahl Tage im Jahr mit Böenspitze  $\geq 8$  Bft (...m/s) in Bremerhaven nach LEFEBVRE [12] im Zeitraum 1950-1998

Erstaunlicherweise zeigt die Sturmhäufigkeit ein Maximum in den 50iger Jahren und keine Zunahme nach 1990. Eine gegensätzliche Entwicklung zeigt die Zahl starker Sturmtiefs (meteorologisches Kriterium sind Kerndrücke  $\leq 950$  hPa). Mit den in der Grafik noch fehlenden Extremereignissen 1999-2002 setzt sich hier ein Positivtrend fort (Abb. 14).

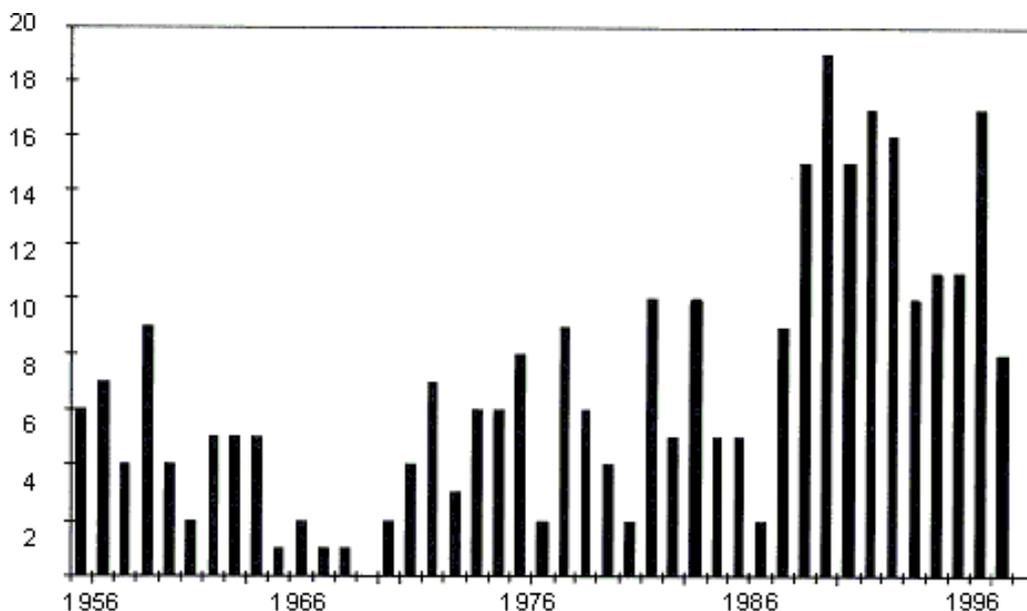


Abb. 14 : Jährliche Anzahl Tiefdruckgebiete über dem Nordatlantik mit Kerndruck  $\leq 950$  hPa nach LEFEBVRE [12] im Zeitraum 1956-1998

Bei der Interpretation derartiger Statistiken gibt es aktuell noch keine Einigkeit innerhalb der Fachwelt, da man einerseits wie gezeigt teilweise gegensätzliche Entwicklungen fest-

stellt und andererseits das Zeitfenster der Messungen deutlich zu klein ist, um kurzperiodische „Schwingungen“ im Windklimasystem von längerfristigen Entwicklungen zu trennen.

Im IPCC-Bericht werden für das europäische Windklima folgende Entwicklungen prognostiziert:

- Zunahme großer Sturmtiefs im Winter, abnehmende Zahl schwacher Zyklonen
- Vermehrte Sturmaktivität mit Starkwind über dem Atlantik und Westeuropa

Die für bautechnische Belange maßgebenden Absolutwerte höchster Windgeschwindigkeiten könnten bei Eintreffen dieser Vorhersage mittelfristig leicht ansteigen. Als Konsequenz müssten dann die regionalen Verteilungsmodelle der Windspitzengeschwindigkeiten modifiziert und möglicherweise normative charakteristische Werte nach oben korrigiert werden (erste Vorschläge hierzu gibt es von KASPERSKI [10]).

Aus analogen Überlegungen zur klimatischen Abhängigkeit von mittleren Schneehöhen könnte man folgern, dass diese mit steigenden Jahresmitteltemperaturen in unseren Breiten tendenziell abnehmen würden. Die in Kapitel 3.2 am Beispiel erläuterte charakteristische Stichprobeninhomogenität der Grundsneelast verbietet jedoch geradezu einen „leichtfertigen“ Umgang mit dieser Größe. Zum Erreichen einer bemessungsrelevanten Dachschneelast bedarf es vor allem einer ungünstigen Kombination von Starkschneefall und dabei herrschenden Windverhältnissen – derartige Konstellationen sind auch in einem „milden mitteleuropäischen Winter“ jederzeit möglich.

## 5 Literatur

- [1] Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung: *Zweijahresbericht 1998/1999*, veröffentlicht unter [www.awi-bremerhaven.de](http://www.awi-bremerhaven.de), 2000
- [2] Cheng E., Yeung C.: Generalized extreme gust wind speeds distributions, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 90 (2002) 1657-1669
- [3] DIN 1055-5: Schneelast und Eislast für Bauten (6.75) A1 (4.94)
- [4] E DIN 1055-4: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 4: Windlasten (Entwurf 2001)
- [5] E DIN 1055-5: Lastannahmen für Bauten, Verkehrslasten – Teil 5: Schnee- und Eislast (Entwurf März 2001)
- [6] E DIN 1055-8: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 8: Einwirkungen während der Bauausführung (Entwurf September 2000)
- [7] Heckert N.A., Simiu E., Whalen T.: Estimates of hurricane wind speeds by “peaks over threshold” method, *Journ. Of Struct. Engineering*, April 1998, S.445 – 449
- [8] IPCC 2001: *Climate Change 2001: The Scientific Basis*, Cambridge and New York 2001, veröffentlicht unter [www.grida.no/climate/ipcc\\_tar/wg1/index.htm](http://www.grida.no/climate/ipcc_tar/wg1/index.htm), 2003
- [9] JCSS: Probabilistic Model Code, Part 2 (2001) – Load Models, veröffentlicht unter [www.jcss.ethz.ch](http://www.jcss.ethz.ch)
- [10] Kasperski M.: Festlegung und Normung von Entwurfswindlasten, Januar 2000, Hab. Ruhr-Uni Bochum

- [11] Kasperski, M.: A new wind zone map of Germany, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 90 (2002) 1271-1287
- [12] Lefebvre Ch.: Häufigkeit von Stürmen im Nordatlantik, Deutscher Wetterdienst, Abteilung Klima und Umwelt, veröffentlicht unter [www.dwd.de/de/Funde/Klima/KLIS-/prod/spezial/sturm/index.htm](http://www.dwd.de/de/Funde/Klima/KLIS-/prod/spezial/sturm/index.htm)
- [13] Mehlhorn G.: Der Ingenieurbau, Band 8 – Tragwerkszuverlässigkeit und Einwirkungen, Abschnitt Windlasten, S. 165 – 242, Abschnitt Schneelasten S. 293-304, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1997
- [14] Otstavnov V.: “Elaboration of draft map for snow loads in russia”, Research Report 16-13-135/96, CNIISK, Moskau, 1996
- [15] O’Rourke M., Auren M.: Snow loads on gable roofs, Journ. Of Struct. Engineering, Dezember 1997, S.1645 – 1651
- [16] O’Rourke M., Downey C.: Rain-on-snow surcharge for roof design, Journ. Of Struct. Engineering, Januar 2001, S.74 – 79
- [17] Plathe E.J.: „Statistik und angewandte Wahrscheinlichkeitslehre für Bauingenieure“, Verlag Ernst & Sohn, Berlin 1993
- [18] Schroers H., Lösslein H., Zilch K.: Untersuchung der Windstruktur bei Starkwind und Sturm, Meteorologische Rundschau 42, 202-212 (Oktober 1990)
- [19] Soukhov, D.: The Probability Distribution Function for Snow Load in Germany, Leipzig Annual civil Engineering Report, No. 3, Leipzig 1998
- [20] Spaethe G.: Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen, 2.Aufl., Springer-Verlag, Berlin 1992

# Der Fraktilwert von Rissbreitenberechnungsmodellen (und andere Mysterien)

Lars Eckfeldt

Institut für Massivbau, Technische Universität Dresden

**Zusammenfassung:** Der charakteristische oder der sog. Maximalwert der Rissbreite stellt einen Fraktilwert da, der jedoch in den bisherigen Veröffentlichungen zur aktuellen Normung weitgehend unbeleuchtet bleibt. Es wird gezeigt, dass der derzeitige Kenntnisstand ausreicht, um recht zutreffende Aussagen über eine wahrscheinliche Rissentwicklung vornehmen zu können. Im Umfeld dieses Berechnungsansatzes bestehen jedoch viele „Fussfallen“, so dass auch mit sehr verfeinerten, statistisch hinterlegten und aufwendigen Berechnungsansätzen große Fehlerquellen bestehen bleiben können.

## 1 Einleitung

Die Sicherstellung einer bestimmten Rissbreite nimmt innerhalb der Gebrauchstauglichkeitsnachweise eine Schlüsselstellung ein. Zu große Rissbreiten erhöhen die Gefahr der fortgesetzten Stahlschädigung durch Korrosion, sind ein Eingangstor für progressive Schädigungen der Betondeckung, beeinträchtigen die Oberflächenqualität des Bauteils und behindern die Möglichkeit der Rissheilung bei zeitweisem Wasserdurchfluss. Bei Biegesystemen wird zusätzlich in der Regel die Gesamtdehnung erhöht und es besteht die Möglichkeit, dass die Randverformung der Druckzone in den Bereich progressiver Kriech-Verformungen hineinwächst. Damit ist eine möglichst präzise Vorhersage der Rissentwicklung und der Verbundsituation in der Nachbarschaft eines Rissufers essentiell für die Beschreibung von Gebrauchszuständen.

### 1.1 Performance - Begriff

Mit der Neueinführung der neuen DIN 1045-1 (7.01) werden im Kapitel 11 Verfahren zur Sicherung der Rissbreite angeboten, die sich nicht nur optisch deutlich von der Vorgehensweise nach DIN 1045 (7.88) und Heft 400 des DAfStb [20] unterscheiden. Im Wesentlichen wird heute das Berechnungsmodell des CEB-Model Code 1990 [4] verwendet.

Da innereuropäisch eine Vielzahl von Modellen diskutiert wird, stellt sich automatisch die Frage nach der Performance des vorliegenden, bereits normativen Modells.

Bekanntermaßen werden die Mindestbewehrungsgrade der DIN 1045-1 (7.01) als relativ gering im Vergleich mit den europäischen und internationalen Mitbewerbern angesehen.

Performance bedeutet also, wie materialeffektiv oder intensiv eine bestimmte Zielrissbreite erreicht werden kann und welche Überschreitungen bzw. Modellungenauigkeiten zugelassen werden, ohne das Ziel einer definierten Lebensdauer zu verlassen.

Entscheidende Hilfsmittel zur Einschätzung der Performance ist der Vergleich der Überschreitungswahrscheinlichkeiten und der durch das Berechnungsziel einer Grenzzrissbreite  $w_{lim}$ ,  $w_k$ ,  $w_{max}$  abbildbaren Fraktilwerte. Im Mittelpunkt der Fragestellung wird also stehen müssen, welche (Teil-)Sicherheit gegen das Eintreten übergroßer Rissbreiten besteht. Da die Rissbreiten bis zu einem gewissen Grad auch einen halbzufälligen Charakter haben, insbesondere bei Einzelrissbreiten und Rissabstände betreffend, ist neben dem Verständnis für die Verbundmechanismen eine statistische Bewertung unumgänglich.

Exakt zu dem vorliegenden Konzept sind statistische Bewertungen noch rar oder aber aus anderen Zusammenhängen, zum Teil auch streitbar, erzeugt worden, so dass eine umfassendere Bewertung aussteht. Die vorliegende Veröffentlichung möchte dem Konzept ein statistisches Gesicht geben, um dem in der Regel noch distanzierten Nutzer der DIN 1045-1 (7.01) die Möglichkeit der eigenen Bewertung und Sensibilisierung für die Anwendbarkeit des Rechenmodells zu eröffnen.

## **2 Hintergrund des Rissbreitenberechnungs- Konzeptes nach DIN 1045-1**

### **2.1 Verbundmechanismen zwischen zwei Rissen – Verbundpotential**

Die Rissbildung lässt sich aus grundlegenden Kenntnissen über die Verbundwirkung zwischen Stahl und High-Bond-Bars (üblicher gerippter Stabstahl) erklären.

Für die Ausbildung eines Risses sind Dehnungsunterschiede zwischen Beton und dem gezogenen Stahl verantwortlich, die sich aus der Reaktion auf eine aufgezwungene Verformung oder die Reaktion auf eine Einwirkung ergeben. Wird die lokale Zugfestigkeitsgrenze des weniger elastischen Materials Beton überschritten, bildet sich ein Riss. In diesem ist die notwendige Dehnung des Zuggliedes infolge der Belastung des Bewehrungsstahls mit einer Kraft  $F_s$  soweit einstellbar, wie in den beiderseits des Risses anschließenden Verbundzonen verankert werden kann, ohne wieder eine lokale Risschnittgröße zu erreichen.

Die Verbundkraftübertragung lässt sich am besten mit einer sinnvollen Kombination aus dem Modell lokaler Risse entlang der Übertragungslänge nach Goto (siehe auch [22], [17]) in Kombination mit sog. Tepfers- Zugringen [10] zeigen. Mit beiden ist der Verbundwiderstand der Betondeckung in der effektiven Betonfläche  $A_{ct,eff}$  zu erklären.

Die lokalen und sehr kleinen Verbundrisse nach Goto ermöglichen, eine insgesamt verträgliche Verbundsituation zwischen den Mittelpunkten zweier Risse, auch wenn lokal durch das geringere Dehnungspotential des Betons gegenüber dem Stahl über weite Teile der Übertragungslänge diese Verträglichkeit nicht besteht. Ist inklusive des über einen

Verbundriss überbrückten Dehnungsunterschiedes innerhalb eines Rippenabstandes  $c_r$  der Dehnungsunterschied zwischen Stahl und Beton wieder ausgeglichen, spricht man von „starrem“ Verbund.

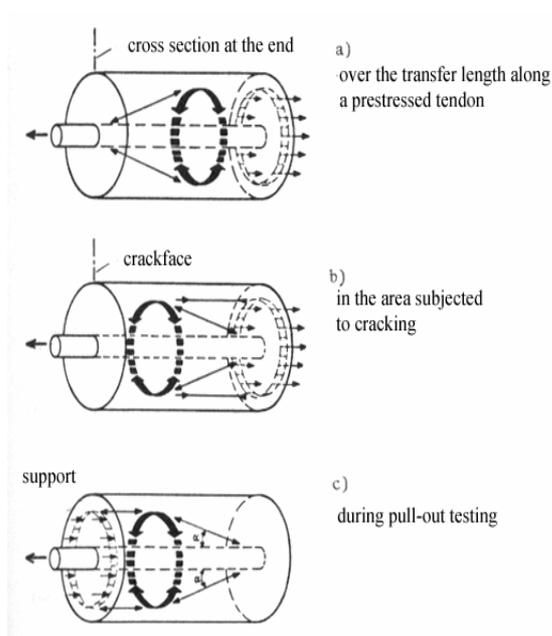


Abb. 1 Tepfers Zugring in verschiedenen Situationen

(nach [16])

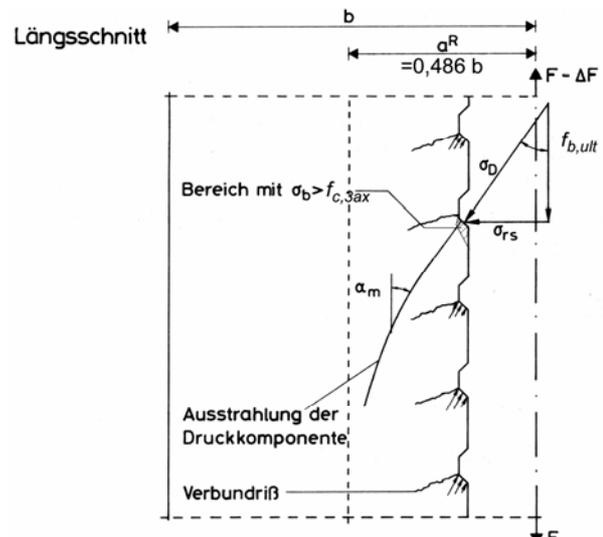


Abb. 2 Verbundrisse entlang des Bewehrungsstahls

(entnommen [17])

Verhindern große Verformungen vor den Rippen ein Einstellen dieser Teilkompatibilität, ist eine, bis auf eine kleine Verformungsdifferenz  $\Delta(\varepsilon_s - \varepsilon_c)$  aus der dem Geometrie-potential entsprechenden lokalen Reaktion, nahezu ungehinderte Stahldehnung möglich. In diesem Bereich ist die Verbundsteifigkeit gering und der Verbund wird dort als sog. „weicher“ Verbund bezeichnet. Bis auf lokale Spannungspitzen ist über weite Teile dieses Bereiches die Verbundspannung konstant, bis der von Rippe zu Rippe konstante Stahldehnungsabbau  $\Delta(\varepsilon_s - \varepsilon_c)$  in größerem Abstand von der Trennrissöffnung weg die Einstellung eines starren Verbundes mit weiterem Verbundspannungsabbau ermöglicht.

Der Ausbruchkegel an der Rissfront dagegen haftet in der Regel dem Stahl an und ist zumindest formal ein Bereich „starren“ Verbundes. Trotzdem ist der Riss zwischen dem anschließenden Verbundbereich und Ausbruchkegel so klein, dass eine theoretische Möglichkeit der Zugspannungsübertragung unter Gebrauchslasten aufzeigbar ist, eine Mitwirkung dieses Bereiches bei der Aufnahme von Zugkräften also nicht ohne weiteres ausgeschlossen werden darf. Abb. 3 zeigt die grundlegenden Zusammenhänge bei der Mitwirkung des Betons zwischen zwei Rissen anhand des Bereiches bzw. Abstandes zwischen zwei Einzelrissen. In der mittleren Zone kann sich theoretisch ein sekundärer Riss ausbilden, wenn die aus der Mitwirkung auf Zug resultierende Betonzugspannung  $\sigma_{ct}$  die lokale Zugfestigkeit  $f_{ct,eff}(x)$  an dieser Stelle erreicht.

Die Verbundsituation ist damit abhängig von lokalen Entwicklungen und Verteilungen der Betonfestigkeit auch hinsichtlich Zeit, Dauerbeanspruchung und Exposition zur Umwelt. Insofern kann eine, auf eine bestimmte Betonfestigkeit fixierte Berechnung an langen

Verbundlängen nur das geometrische Potential einer Verbundsituation bzw. dieser Verbundlänge widerspiegeln. Das geometrische Potential ergibt sich aus der Anordnungsmöglichkeit einer sich systematisch ergebenden Kette hintereinander geschalteter, diskretisierter Tepferszugringe, die eine lokale Zugkomponente des Betons aus Gleichgewichtsannahmen erzeugen und weitgehend plastisch zu einer globalen Beanspruchung aufbauen. (Abb. 3) Die Abb. 4 zeigt das Ergebnis eines Versuches die Verbundsituation durch eine FEM- Berechnung abzubilden.

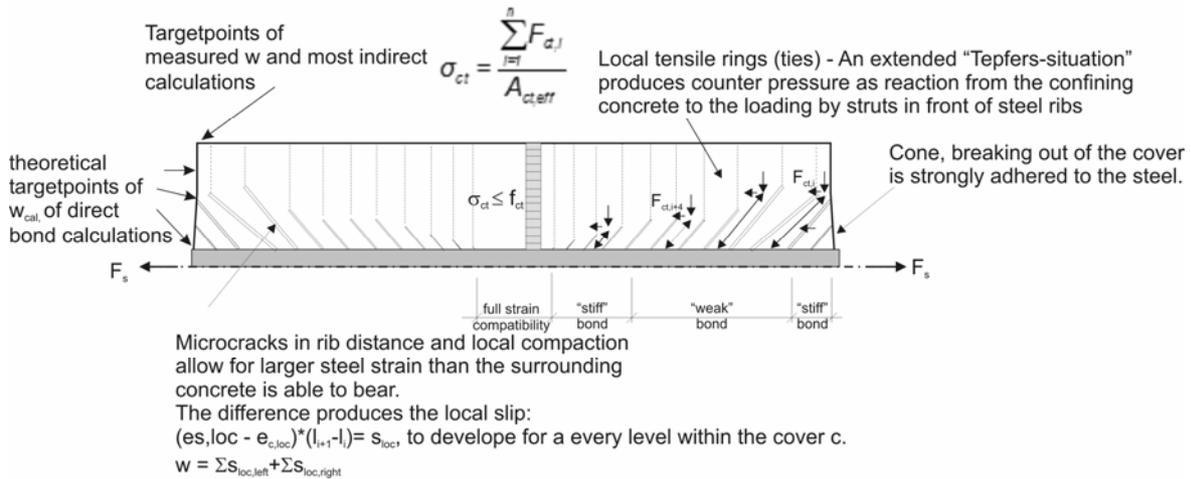


Abb. 3 Schematische Darstellung der Verbundwirkung zwischen zwei Einzerrissen

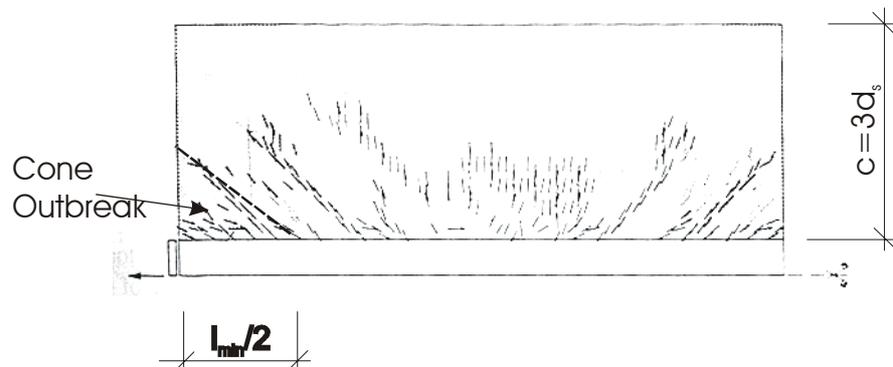


Abb. 4 Ergebnis einer FEM-Berechnung über die Verbundlänge zwischen zwei Einzerrissen nach Rots (entnommen [9])

In der Regel ist der Aufbau eines räumlichen Systems von Tepfers-Zugringen sehr aufwendig und nur begrenzt automatisierbar, da sehr viele, zum Teil noch nicht restlos erforschte Parameter zu berücksichtigen sind (z.B. die Stützwinkel  $\alpha$  vor den Rippen oder das lokale Materialverhalten unter hohen Spannungen).

Oft wird daher versucht, diesen Aufwand durch die Auswertung von vermeintlich signifikanten Reaktionen wie Verbundspannung und Schlupf aus Versuchen an Testkörpern zu minimieren. Dabei werden diese Ergebnisse auf reale Verbundsituationen übertragen.

Die behelfsmäßige Erfassung der Verbundsituationen mit Ergebnissen aus Versuchen an kurzen Verbundlängen (mit Hilfe sog. Pull-Out-Körper),  $l_b \sim 2 \varnothing_s$ , insbesondere die Orientierung an so ermittelten Verbundspannung – Schlupf - Beziehungen der Form:

$$\tau = f_b = C \cdot s^n$$

Gleichung 1

wird dabei häufig verwendet.

Ein solches Vorgehen bleibt in der Regel widersprüchlich, da die in der realen langen Verbundsituation ( $l_b > 5 \varnothing_s$ ) abweichenden geometrischen Größenverhältnisse der Zugringe über weite Bereiche nicht den Aufbau eines Betonwiderstandes wie bei den bekannten Versuchskörpern ermöglichen. Dazu ist der Einfluss streuender Betoneigenschaften erschwert. Gute Ergebnisse konnten dagegen erzielt werden, wenn diese Beziehungen aus adäquaten Bauteilversuchen erzielt worden sind, z.B. Versuche zur Übertragungslänge von Spanngliedern im sofortigen Verbund. [23]

Daher zeigen Ergebnisse an gerippten Bewehrungsstäben, die auf konstante Verbundspannungen gestützt werden, (z.B. auf mittleren, an langen Verbundlängen ermittelte), oft sehr brauchbare und realitätsnahe Ergebnisse. Dabei sehen die zugehörigen Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen auf den ersten Blick weitgehend banal aus. (siehe Abb. 5)

$$\tau = f_b = \frac{F_s}{\pi \cdot \varnothing_s \cdot l_b} = const., (l_b \text{ und } s \text{ sind variabel})$$

Gleichung 2

Das plastische Materialverhalten des Betons und das, durch die geometrischen Grenzen eingeschränkte Verbundpotential der Betondeckung werden dabei besser wiedergespiegelt. Dies gilt insbesondere für Verbundbereiche, die weich sind und im abgeschlossenen Rissbildliegen oder lange Verbundlängen bei Einzelrissbildung in Verbindung mit großen Betondeckungen. Die Gleichung 1 eignet sich dagegen besonders für die Beschreibung von No-high-bond Situationen und Bereiche, in denen die Ausbildung diskreter, durch kleine Verbundrisse getrennter Teilabschnitte nicht sehr wahrscheinlich ist (z.B. bei der Übertragung von Spannkraften in die Betondeckung bei Vorspannung im Verbund unter der Verwendung von Spannritzern und bei der Übertragung von Druckspannungen).

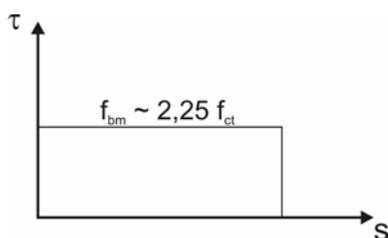


Abb. 5 Vereinfachte Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung für plastische Modelle mit der mittleren Verbundfestigkeit

Die nachfolgenden Abbildungen zeigen, dass ein präziser Aufbau einer miteinander durch Zugspannungsübertragung korrespondierenden Zugringkette möglich ist. Der Aufbau gelingt für die Einzelrissbildung als auch abgeschlossene Rissbildung und kann helfen, Lösungen eines Verbundproblems langer Verbundlängen ( $l_b > 5 \varnothing_s$ ) herbeizuführen. Dabei können sowohl Eigenschaften eines entfestigenden Betons zwischen Stahl und äußerem elastischem Zugring berücksichtigt werden, als auch Zugkriecheffekte und das Absinken der Betonzugfestigkeit unter Dauerlast. Dauerlast ist letztendlich zumindest durch eine kontinuierliche Schwindverkürzung bei Bauteilen mit Kontakt zur Umgebungsluft meistens vorhanden.

Strain for steel and cover calculated over a transfer length  $L_{pos}$ , taken from a geometric approach  $d_s=22\text{mm}$ ,  $c=3d_s$ , residual strength  $f_{ctm,d} = 0,77 f_{ctm}$  due to creep

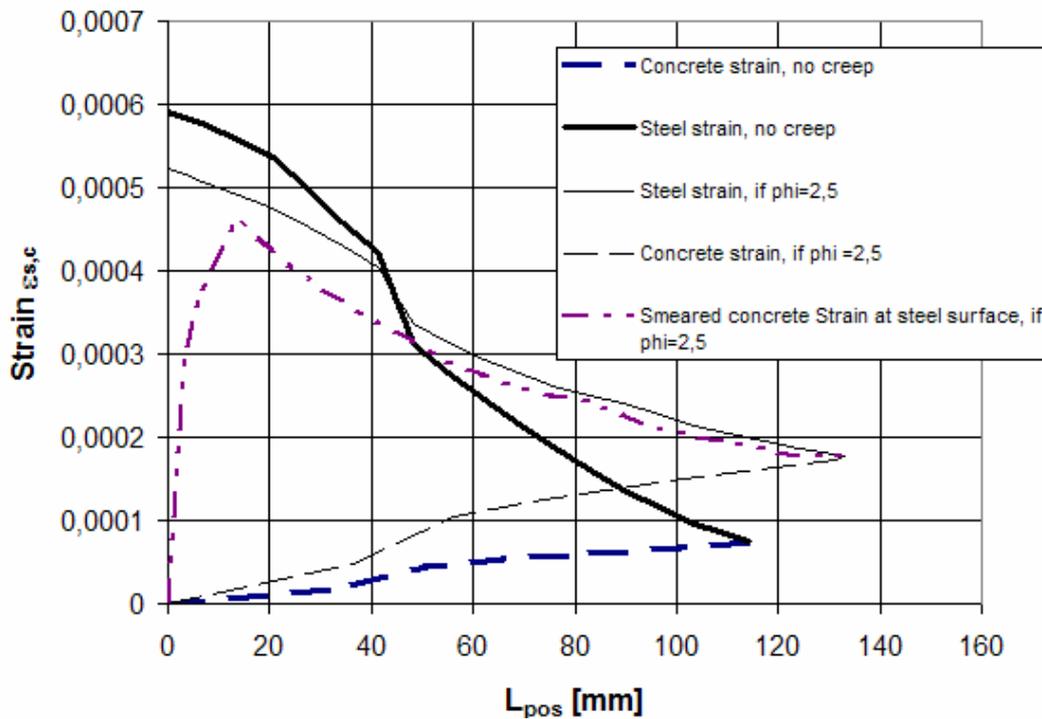


Abb. 6 Dehnungsentwicklung entlang der Übertragungslänge basierend auf der Risschnittgröße als eingeleitete Zugkraft  $F_s$ .

Die Veränderung der Zugfestigkeit unter Zug-Dauerbelastung wurde in Abhängigkeit von der Kriechzahl  $\phi(\Delta t)$  unter Annahme einer linearen Kriechentwicklung exakt ermittelt.

Bond stress  $f_b(\text{N/mm}^2) = f(L_{pos})$  ( $d_s = 22 \text{ mm}$ ,  $c = 3 d_s$ )

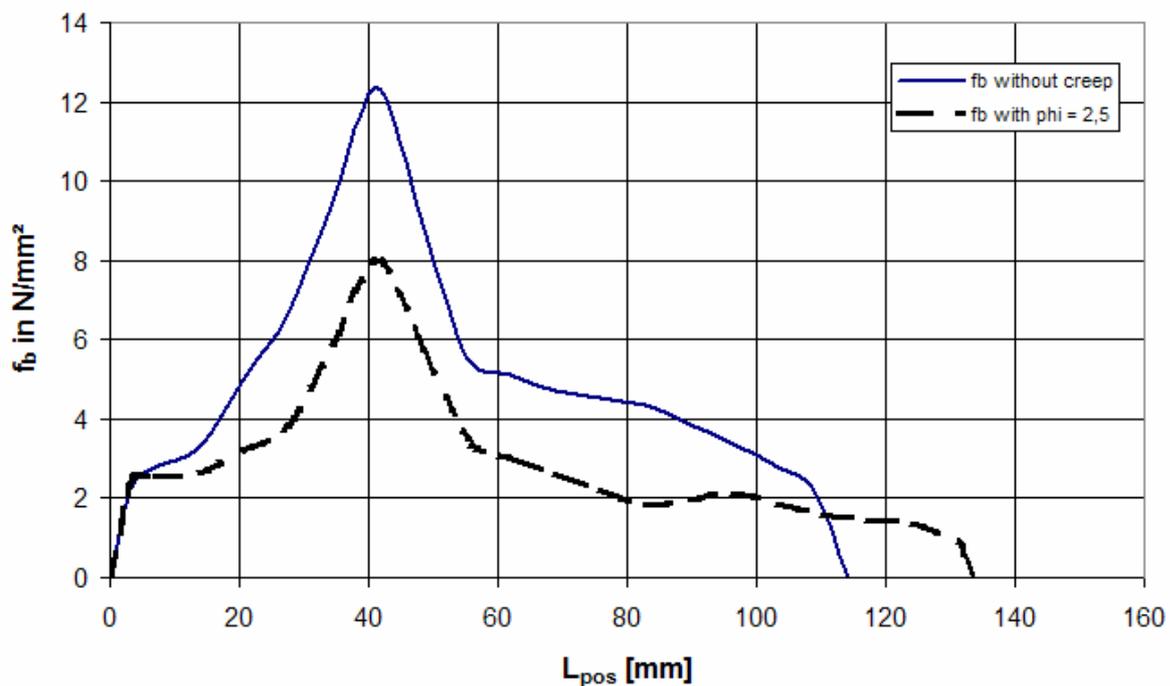


Abb. 7 Theoretische Verbundspannungsentwicklung zu Abb. 6

Bei sehr langen Verbundlängen wird die geometrische Abhängigkeit noch etwas deutlicher sichtbar, denn über längere Bereiche ist kaum eine Veränderung der Verbundspannung möglich. Mangels eingeschränkter Dehnungsverträglichkeit an der Stahloberfläche kann sich hier die Stahldehnung nur über eine konstante Differenz  $\Delta(\varepsilon_s - \varepsilon_c)$  von Rippe zu Rippe abbauen, was auch über weite Strecken zu einem linearen Stahldehnungsabfall führt.

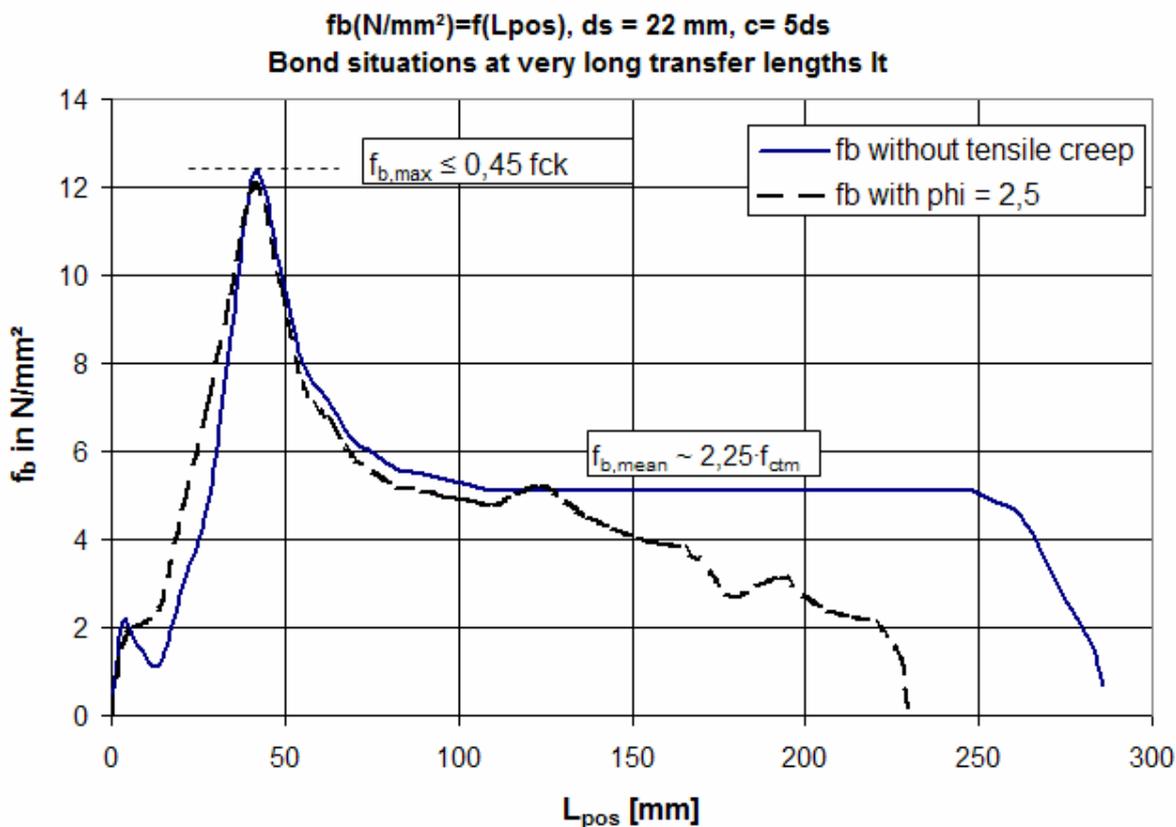


Abb. 8 Verbundsituation an sehr langen Verbundlängen

Man bezeichnet die gezeigten, möglichen Verbundspannungsentwicklungen auch deshalb als (Verankerungs-) Potential einer Betonumgebung, weil hier vom Eintreten eines Verbundspannungsmaximums ausgegangen wird, wenn sich ein genügend breiter „Tepfers-Zugring“ am Rissufer finden lässt. Als Grenze für dieses Verbundspannungsmaximum wird hier nach Huang/ Magnusson/ Engström [15]  $\tau_{max} = f_{b,max} = 0,45 \cdot f_{ck}$  für möglich gehalten. Alle anderen Zugring-Abschnitte ergeben sich darauf aufbauend und übergeben die bewehrungsparallele Zugkomponente zur Herstellung des lokalen Gleichgewichts. (siehe Abb. 3)

Eine höhere Belastung eines lokalen Ringes würde unweigerlich zu dessen Versagen durch Überschreitung der letztmöglichen Gleichgewichtslage innerhalb des Zugrings zwischen Belastung und tangenalem Verformungswiderstand gegen die Dehnung führen. Mit dieser Annahme lässt sich systematisch die theoretische z-Komponente der Länge der Verbundrisse in die Betondeckung hinein auffinden. Radiale Risse, am Stab beginnend, schieben diese Gleichgewichtslage immer weiter vom Bewehrungsstab weg. Längsrisse in der Betondeckung, die bis zur Oberfläche durchlaufen, sind die unweigerliche Folge der Überschreitung von  $f_{b,max}$ . Natürlich wird unter Dauerstandsbelastung die genannte Grenze für  $f_{b,max}$  abgesenkt, da die Größe der Zugringe praktisch aus der Erstbelastung „eingefroren“ ist. Passt man jedoch auch für Kurzzeitbelastung die Grenze an geringere obere Grenzwerte an, verlängert sich automatisch die Übertragungslänge für die

Verankerung einer Risschnittgröße. Dies darf jedoch einer Beliebigkeit in der Anwendung dieses Zusammenhanges nicht Tür und Tor öffnen, denn zumindest der Mittelwert der Verbundspannung  $f_{bm}$  sollte über die Länge zwischen Riss und Einleitungspunkt bzw. zwischen zwei Rissen wie folgt eintreten, wenn man die mögliche Verteilung der Betonzugfestigkeit zwischen  $f_{ct,0.05}$  und  $f_{ct,0.95}$  berücksichtigt:

$$1,6f_{ctm} < f_{bm} < 2,9f_{ctm}; f_{bm} \approx 2,25f_{ctm} \quad \text{Gleichung 3}$$

Dabei ist bereits ab dem Überschreiten der mittleren Verbundfestigkeit  $f_{bm}$  entsprechend davon auszugehen, dass  $f_{b,max}$  in Teilbereichen erreicht oder überschritten wurde und damit Längsrisse in den rissnahen Bereichen der Verbund- bzw. Verankerungszone wahrscheinlich sind. In der logischen Konsequenz wird der Verankerungsnachweis nach DIN 1045-1, 12.5, (Gl.139) auf  $f_b = 2,25 f_{ct}$  aufgebaut. Der Nachweis muss allerdings auf der sicheren Seite liegend als „Stütze“ der Tragfähigkeit auf den unteren Fraktilwert der Zugfestigkeit  $f_{ct,0.05}$  abgesetzt werden. Verankerungsnachweise in der DIN 1045-1 sichern also mit einem Faktor von  $\gamma_c/0,7$  gegen das Auftreten von Verbund- und Verankerung gefährdenden Längsrissen in der Betondeckung.

Unter Erhöhung der Stahlspannung auf Werte  $200 \text{ N/mm}^2$  oberhalb der Risschnittgröße verändert sich diese Verbundspannungsentwicklung wie folgt:

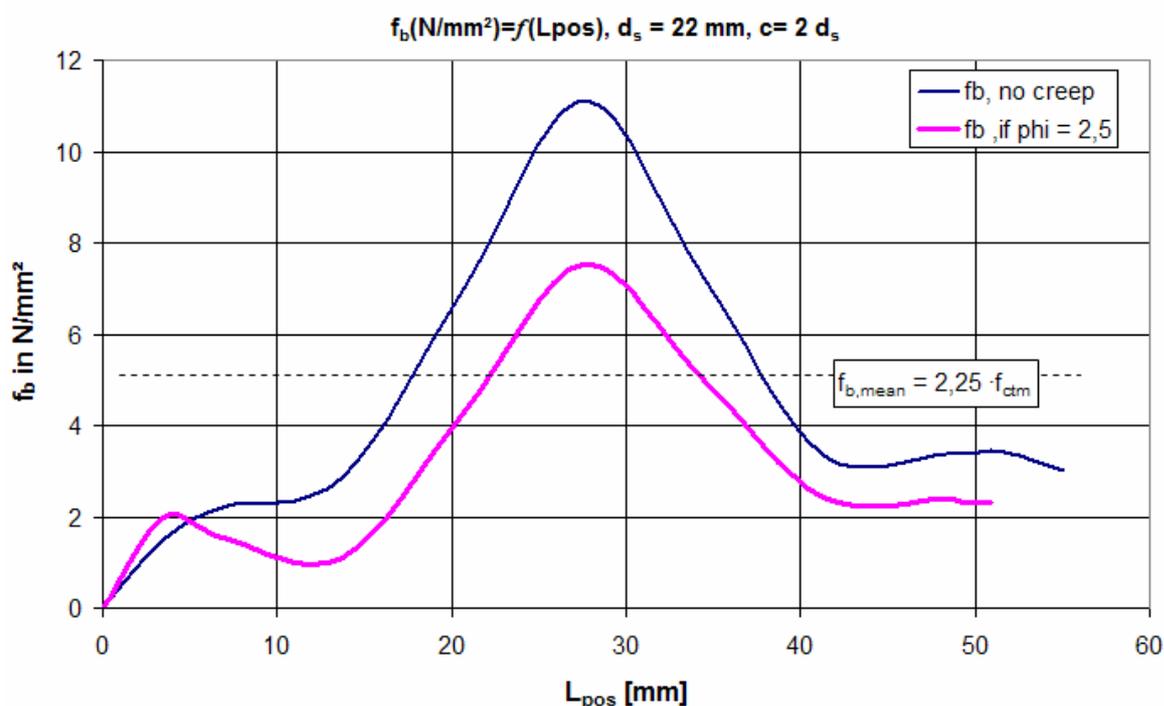


Abb. 9 Verbundspannungsentwicklung für ein Verbundsystem mit hohem effektiven Bewehrungsgrad  $eff \rho$  in einem abgeschlossenen Rissbild

## 2.2 Einzelrissbildung und abgeschlossene Rissbildung

Es ist aus Abb. 9 zu ersehen, dass dort nicht mehr die volle Kraft  $F_s$  verankert werden kann und damit auch keine Verbundspannungsrückführung auf 0 erfolgt. Die relative Ungleichmäßigkeit der Verbundspannungsverteilung ist hier durch die relativ kleine Betondeckung und den damit sehr begrenzten Betonwiderstand bedingt. Zusätzlich kann

die Annahme der Zone des Ausbruchkegels und der Zone des starren Verbundes manipuliert werden, um ein bestimmten, auch in der Realität so eintretenden Effekt der Spannungsumlagerung zum Verankerungspunkt hin abbilden zu können. Auch bei höheren Betonfestigkeiten als der mittleren Zugfestigkeit  $f_{ctm}$  ist eine Einzelrissbildung unter Nutzung aller internen Umlagerungsmöglichkeiten nur bis zum 1,3 .. (1,5) fachen der mittleren Risschnittgröße  $F_{cr}$  zu erwarten, oberhalb wird mit Sicherheit eine abgeschlossene Rissbildung eintreten.

Die auf die mittlere Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  abgestimmte Risschnittgröße ist also zur Beurteilung von Risszuständen notwendigerweise zu ermitteln und lässt sich wie folgt entwickeln:

$$F_s = F_{cr} = A_{ct,eff} \cdot f_{ctm} \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot eff \rho] \quad \text{Gleichung 4}$$

mit:

$$eff \rho = \frac{A_s}{A_{ct,eff}}, \quad \alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm(t)}}$$

Beim Aufbau der Risschnittgröße wird sichtbar, dass nicht nur die Rissspannung  $\sigma_{ct} = f_{ct}$  aufgebaut wird, sondern auch die dazu notwendige Dehnung erzeugt werden muss. Der kontinuierliche Aufbau dieser Komponente ist Abb. 3 zu entnehmen.

Die in Gleichung 4 definierte Risschnittgröße ist für den normalen Verbundfall bereits eine obere Abschätzung, da die Einzelrissbildung oft an einer lokalen Fehlstelle beginnen wird. Diese korrespondiert eher mit einem lokal geringeren Wert der Betonzugfestigkeit  $f_{ct}(x; x \rightarrow \text{Position entlang der Stabachse})$  korrespondiert.

Es ist nicht auszuschließen, dass es über die Risschnittgröße hinaus zu einer fortgesetzten Lasteinleitung in das Verbundsystem kommt. Dies erfolgt in der Regel durch eine weitere Aktivierung der Stahldehnung im Riss, wogegen in den angrenzenden Bereichen die Dehnung im Beton natürlich behindert wird. Im einfachsten Fall ist eine externe Belastung dafür notwendig, die auch eine Vergleichsmöglichkeit mit  $F_{cr}$  beinhaltet. Jedoch auch Eigenspannungen oder aufgezwungene Verformungen können zur Steigerung der Stahldehnung im Riss führen.

Ein Beispiel dafür ist der Spannungszuwachs im Bewehrungsstahl infolge Schwinden des oberflächennahen Betons bei Exposition zur Umwelt:

$$\sigma_{s+cs}(t) = \frac{\sigma_s}{E_s} + |\varepsilon_{cs}(t)| \cdot E_s \quad \text{Gleichung 5}$$

Ähnlich verhält es sich auch mit dem Einfluss einer Dauerlast auf ein Biegebauteil.

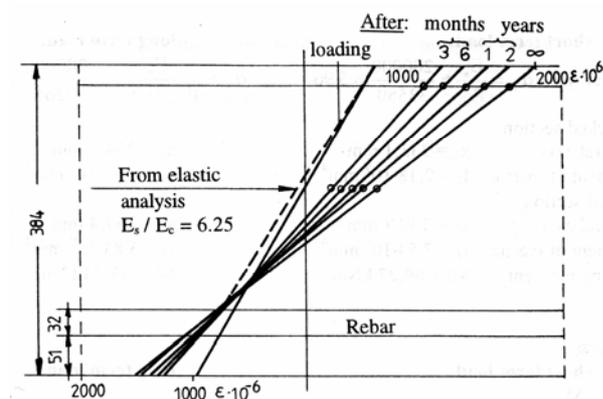


Abb. 10 Stauchungszuwachs in der Druckzone durch Kriechen unter einer konstanten Dauerlast (beispielsweise der Risschnittgröße) erzwingt den Dehnungszuwachs des Bewehrungsstahls

(Für einen Beton ~ C30/37, nach Stevens [24])

Diese Eigenspannungen sind also in der Lage, eine abgeschlossene Rissbildung auch ohne zusätzliche externe Belastung zu erzeugen, wenn ausreichend Zeit zur Verfügung steht.

Es hält sich entsprechend Abb. 10 hartnäckig die Auffassung das Kriechen bzw. eine Dauerbelastung grundsätzlich zu einer Rissöffnungsvergrößerung führt. Insbesondere für Zugglieder ist dies jedoch nicht ohne weiteres richtig. Der Dehnungszuwachs des Betons infolge Zugkriechen kann insbesondere für einen erst entstehenden Riss eine verkleinerte Rissbreite zur Folge haben. Allerdings wird durch die Absenkung der Risschnittgröße nach Abb. 6 auch ein Riss wahrscheinlicher. Dies ist insbesondere der Grund, weshalb für die meisten Bauteile der Nachweis einer Mindestbewehrung für eine definierte Erstrisschnittgröße gefordert wird, da man davon ausgehen kann, dass ein Riss in der Regel unter Berücksichtigung des Dauerlasteinflusses eintreten wird. Letztendlich bewirkt das Einlegen von Bewehrungsstahl an sich bereits genug Verformungsbehinderung in der Betonzugzone für eine wahrscheinliche Rissbildung infolge behinderte Eigenspannungen in  $A_{c(t),eff}$ , auch ohne externe Belastung.

$$F_{cr,1st} = A_{ct} \cdot k \cdot k_c \cdot f_{ctm}(t)$$

Gleichung 6

mit

- $A_{ct}$  Höhe der Zugzone im Zustand I
- $k$  berücksichtigt den Einfluss einer sekundären Rissbildung
- $k_c$  berücksichtigt den Einfluß der Veränderung des Hebelarms und einer bestimmten Völligkeit der Zugspannungsverteilung im Schnitt

Man kann an Außenbauteilen den Einfluss der beschriebenen Langzeiteffekte infolge Exposition zu Umweltbedingungen erkennen, wenn man beispielsweise bei Bodenplatten oder Stützwänden beobachtet, dass sich über Jahre ein oft fein verteiltes Oberflächenrissbild herausbildet, obwohl im Ausgangszustand oft sogar Rissefreiheit vorlag.

Das Auftreten des sekundären Risses zwischen zwei Einzelrissen entlastet das Verbundsystem und halbiert damit die Risslänge. Die Folge ist eine feinere Rissverteilung. Ist die abzusichernde Schnittgröße bekannt und daraus Rissbildung zu erwarten, sollte daher das Bemessungsziel immer die Erzwingung einer abgeschlossenen Rissbildung sein.

Abgeschlossene Rissbildung erzwingt eine Veränderung der Dehnungsbeziehungen entlang der Verbundlänge, da zumindest einseitig ein neuer Gleichgewichtspunkt der

Dehnungsverträglichkeit innerhalb des Verbundsystems in der nun noch zur Verfügung stehenden Verbundlänge gesucht, aber in der Regel nicht gefunden wird. Der genaue Ablauf der Rissbildung ist schematisch zur Verdeutlichung dieser Umlagerungsprozesse in den nachfolgenden beiden Abbildungen zu erkennen.

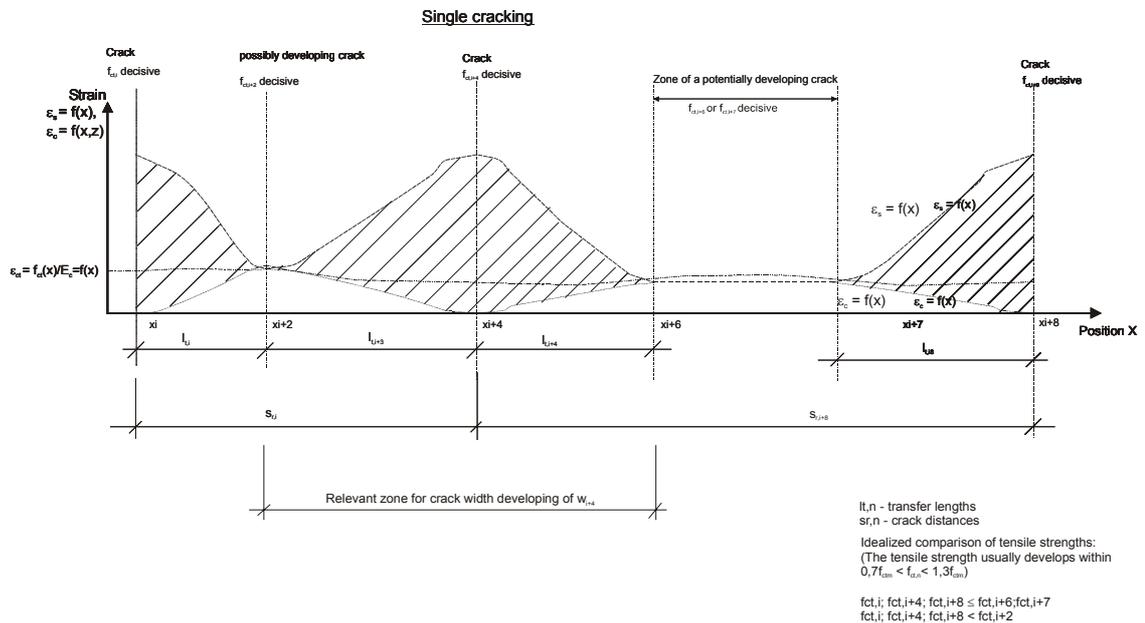


Abb. 11 Beispielhafte Dehnungsentwicklung für einen Bauteilabschnitt, der einer Einzelrissbildung unterliegt

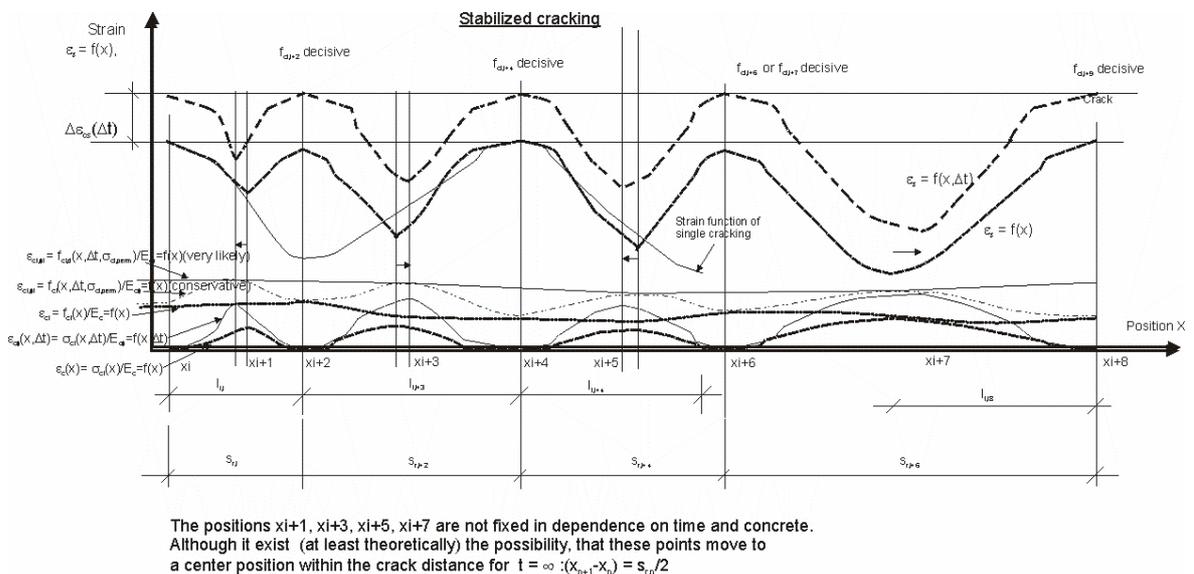


Abb. 12 Beispielhafte Dehnungsentwicklung für den Übergang zur abgeschlossenen Rissbildung und der weiteren Entwicklung unter Dauerlasteinfluss.

Das Fehlen jeglicher Symmetrie und ein gewisses ungleichmäßiges Eintreten der Dehnungsänderungen  $\Delta\epsilon$  im Verlauf von  $x$  sind beabsichtigt, um die Komplexität des Rissprozesses sichtbar zu machen und Vergleichsmöglichkeiten mit Berechnungsergebnissen zu geben.

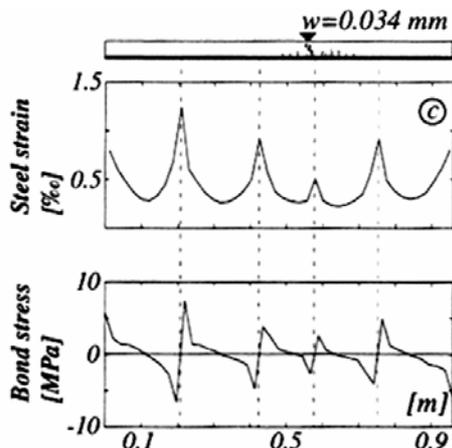


Abb. 13 System von Einzelrissen, berechnet für ein Zugglied (entnommen Noghabai [13])

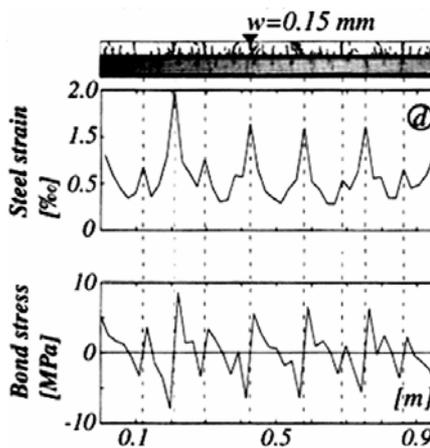


Abb. 14 Entwicklung eines abgeschlossenen Rissbildes für das gleiche System (entnommen Noghabai [13])

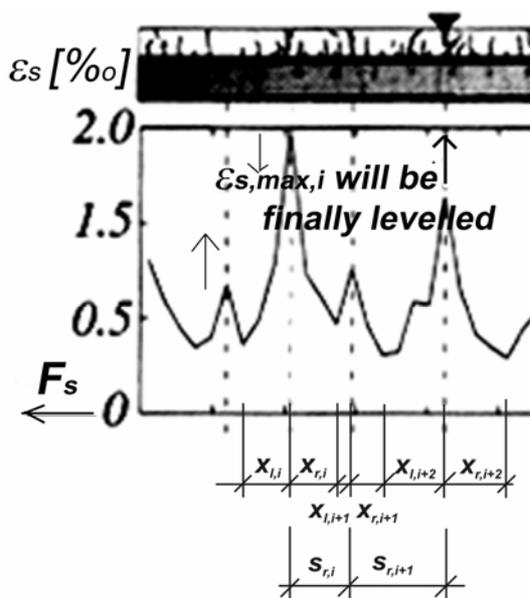


Abb. 15 Unter Dauerstandsbelastung erfolgt in der Regel ein Dehnungsausgleich.

Die ungleichmäßige Verteilung der Dehnungsspitzen ist durch die unterschiedlichen Rissgrößen bedingt. Wird global mit einer Zugspannungsübertragung über Rissöffnungen gerechnet, muss davon ausgegangen werden, dass auch der Beton einen Teil der Zugspannungen im Zugglied bei sehr kleinen Rissen ( $w \leq 0,15 \text{ mm}$ ) direkt übertragen kann. An diesen Rissen wird die Stahlspannung  $\sigma_{sr}$  im Riss erwartungsgemäß kleiner eintreten, als wenn sie ausschließlich für die Kraftübertragung über den Riss zuständig wäre.

Die Verteilung der Zugfestigkeit entlang der Achse des Bewehrungsstahls ist also von erheblicher Bedeutung für den Rissort. Nach der Bildung der zweiten Rissserie (Teilungen der Einzelrissabstände) ist der Aufbau einer weiteren Risschnittgröße zwischen zwei Rissen unter statischen Lasten nahezu undenkbar, auch wenn lokale Umlagerungen zum Gleichgewichtspunkt hin (also dem lokalen Minimum der Stahldehnungsfunktion) bei dauernder Belastung zwischen zwei Rissen auch eine Steigerung der Zugbelastung des Betons fördern können.

Nur unter spezifischen Schädigungen des Betons eines Zuggliedes unter Ermüdungsbelastung ist zumindest theoretisch eine so hohe Auflösung des Betongefüges (also eine Absenkung der Zugfestigkeit) denkbar, dass eine neue Rissspannung im Verbundbereich aufgebaut werden könnte. Andererseits ist jedoch auch hier der Verbundmechanismus in der Nähe der Stahloberfläche und vor den Rippen zumindest bei normalfesten Betonen noch viel stärker geschädigt, so dass der Abfall der

Verbundfestigkeit den Aufbau dieser theoretisch möglichen Risschnittgröße innerhalb der Verbundlänge verhindert. Bei HPC sind die Betondruckstreben jedoch oft dauerhafter, so dass das skizzierte Szenario eines späten Aufbaus einer Risschnittgröße nach der zweiten Rissbildung nicht völlig ausgeschlossen werden kann. Zudem tritt das Ermüdungsversagen auf Zug schneller ein als das Druckstrebenversagen. Es fehlen jedoch Beobachtungen, zudem verteilt dieser Effekt die Rissbreiten noch feiner und wäre als vorteilhaft einzuordnen. In allen Fällen einer anhaltenden Verformungszunahme oder Dauerbelastung ist für die Verbundfestigkeit letztendlich die Dauerstandzugfestigkeit des Betons  $f_{ctm(d)}$  maßgebend. Anhaltspunkte zu deren Auffindung bei Zugkriechen werden durch Kordina u.a. [8] gegeben.

Die auch in der abgeschlossenen Rissbildung mögliche Übertragung von Spannungen aus dem Stahl in den Beton führt zu einem Abbau der Dehnung des Stahls gegenüber der Dehnung im Riss  $\varepsilon_{s,r}$  und damit der entscheidenden Dehnungsdifferenz zwischen Stahl und Betondehnung. Diese Dehnungsreduktion entspricht einem Steifigkeitszuwachs des gesamten Bauteils, der die Verformung gegenüber einem „nackten“ Stahl-Zugglied verringert. Der Effekt wird deshalb Tension-Stiffening-Effekt genannt und ist direkt aus der Dehnungskurven wie Abb. 12 ableitbar, indem man Mittelwerte der Dehnungen ermittelt und mit den diskreten Werten im Riss  $\varepsilon_{s,r}$  vergleicht.

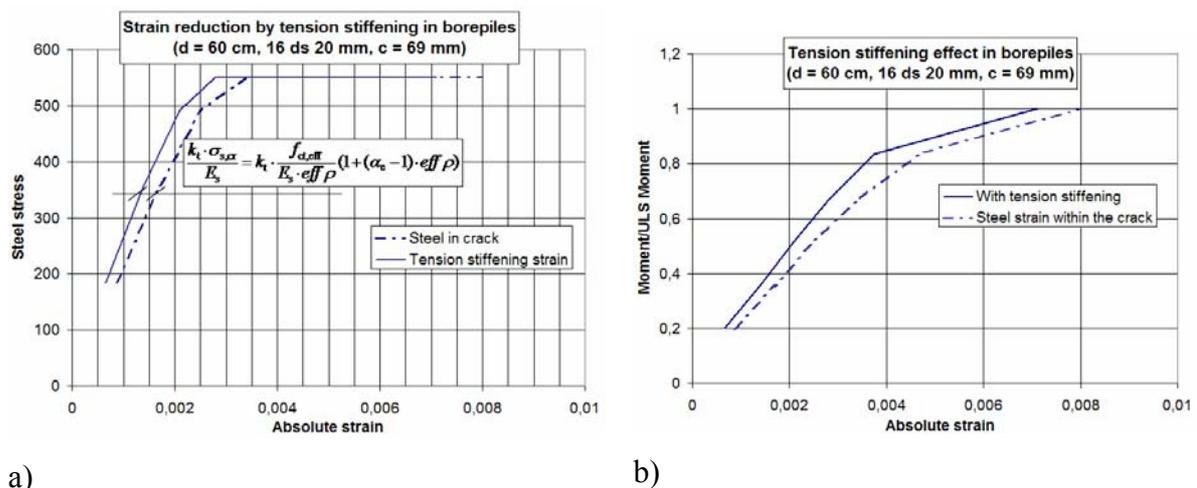


Abb. 16 a) und b) Auswirkungen des Tension-Stiffening-Effektes bei Biegebauteilen auf die mittlere Stahldehnung und den Lastabtrag

Es besteht also die Möglichkeit, eine Bemessung oder Nachrechnung auf ein ideales Zugglied zu beschränken, dass sich unter der gegebenen Belastung bei größerer Steifigkeit weniger verformt. Dabei müssen zumeist jedoch zwei Kompromisse geschlossen werden:

a) das Verbund-Zugglied wird mit einer über den Riss „verschmierten“ Dehnung genutzt

$$\varepsilon_{s,\text{mean,smeared}} < \varepsilon_{s,r}$$

b) Es kann Probleme mit der Bernoulli-Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte geben, wenn vorhandene Messwerte für eine Nachrechnung benutzt werden. Alternativ können mit dieser theoretischen Grundlage und zusätzlichen Messwerten einer Druckzonen-Stauchung  $\Delta\varepsilon_{c2}$  Stahldehnungswerte im Riss bestimmt werden. Mit den separat aufgenommenen Messwerten der Zugzone wird dann eine Anpassung auf das verschmierte Tension-Stiffening-System erreicht. Eine freie Iteration der Nulllinienlage

auf Basis vorhandener oder vorgegebener Dehnwerte von Druck- und Zugzone kann ebenfalls befriedigende und schnell verfügbare Ergebnisse bei der Rückrechnung von Verformungen ergeben. Man verabschiedet sich dann aber vom einfachen Bernoulli-Ansatz für die Schnittebene an der Rissposition für den Zustand II, wenn der Steifigkeitsunterschied zum „nackten“ Bewehrungsstahl in einem einfachen Berechnungssystem nicht beachtet wird. Damit unterliegt man hinsichtlich der zu erwartenden Druckzonenhöhe der Verpflichtung, fortlaufend deren Plausibilität nachzuweisen.

### 2.3 Das Grundgesetz der Rissbildung

Die vorangegangenen Absätze haben gezeigt, dass durch den Aufbau des Verbundes die Dehnung des Stahles aus dem Riss  $\varepsilon_{sr}$  bis zu einem gewissen Grad abgesenkt wird, parallel wird der Beton auf Zug zunehmend aktiviert und belastet. Es lassen sich also für den Bereich zwischen zwei Rissen ortsabhängige Dehnungsfunktionswerte für Stahl und Beton ( $\varepsilon_s(x); \varepsilon_{ct}(x)$ ) in ihren jeweiligen Bezugsebenen finden. (siehe Abb. 11, Abb. 12) Die Integration über die Differenzfunktion zwischen beiden Dehnungsfunktionen ergibt nicht den Schlupf  $s$ , sondern direkt die Rissbreite auf dem Niveau der Bezugsebene der Betondehnungsfunktion. „Echter“ Schlupf zwischen Stahl und Beton ergibt sich dann, wenn als Bezugsebene der Betondehnung die Bewehrungsstahloberfläche gewählt wird.

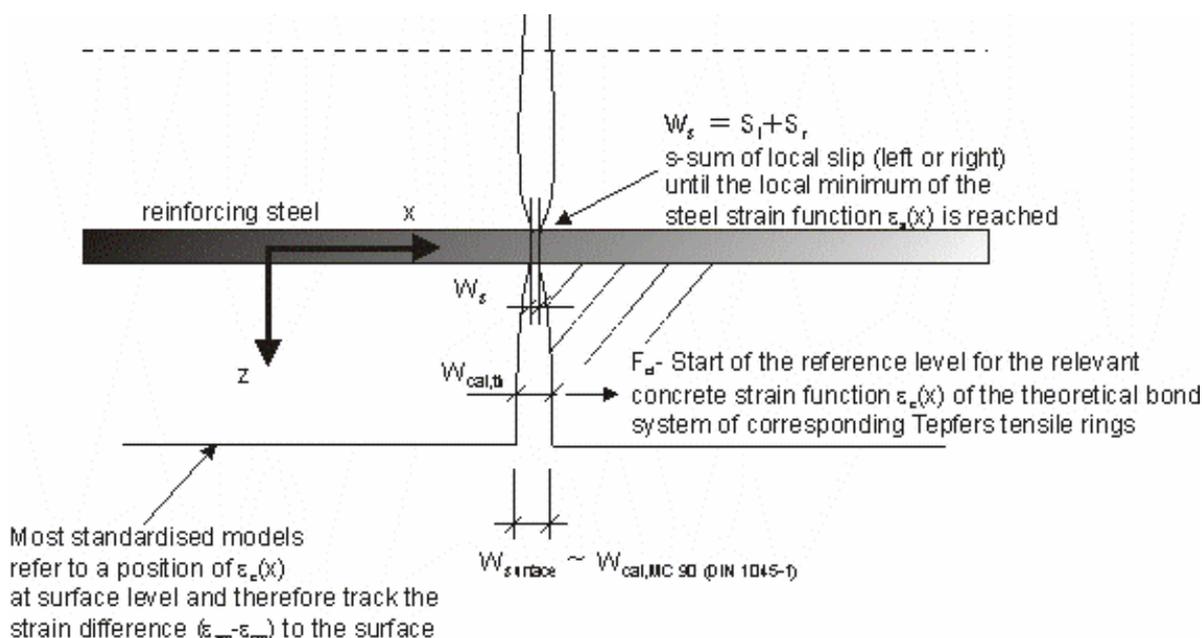


Abb. 17 Dehnungsentwicklung über die Höhe der effektiv beeinflussten Zugzone in Erweiterung des Bild 1, Heft 525, S.190 [19]

In dem besprochenen Berechnungssystem zur Ermittlung möglicher Verbundspannungsverteilungen  $f_b(x)$  sind aber immer noch eine Reihe von Unsicherheiten vorhanden. Beispielsweise ist zumindest zeigbar, dass über große Bereiche der Verbundlänge auch starrer Verbund möglich sein kann (weitgehende Dehnungsverträglichkeit auch an der Stahloberfläche). Dieser Fall ist zwar weniger wahrscheinlich, aber insbesondere für die Verformungen unter Langzeitbeanspruchung, zumindest theoretisch, möglich. Dies führt zu einer deutlichen Reduktion von  $w_s$  gegenüber Berechnungen, die wie in Abb. 3 auf größeren Zonen weichen Verbundes beruhen. Dieser

genannte Effekt des fast vollständig „starrten Verbundes“ über große Teile der Verbundlänge ist typisch für kleine Rissbreiten ( $w_{\text{surface}} < 0,1..0,15$  mm), festgestellt an der Bauteiloberfläche. In jedem Fall ist auch dies ein Grund für große Streuungen von Versuchs- gegenüber Rechenwerten bei kleinen Rissbreiten. Bei großen Stahldehnungen sind große Bereiche starren Verbundes weitgehend ausgeschlossen, da Dehnungsverträglichkeit bei so hohen Stahldehnungen auch mit größeren Verbundrissen nicht herzustellen ist.

Der Zusammenhang zwischen den Rissbreiten  $w$  an den drei verschiedenen Orten im Schnitt lässt sich theoretisch aus einer Parabel ableiten:

$$w_{\text{surface}} = \frac{w_{\text{cal,th}} - w_s}{1 - \frac{(c-z)^2}{c^2}} + w_s \quad \text{Gleichung 7}$$

mit

$y$  – vertikale Berechnungsposition für  $w_{\text{cal,th}}$

Die sich aus einer Rückrechnung mit einer Oberflächenrissbreite ergebenden sehr kleinen Risse an der Stahloberfläche sind so unter anderem auch in Edvardsen [3] veröffentlicht und in der Praxis nachgewiesen worden.

Gemeinsam an der Berechnung aller möglichen Rissorte ist, dass die so zu ermittelnde, auf ein bestimmtes Niveau bezogene Rissbreite jeweils durch die Integration über die Differenzfunktion bestimmt wird.

$$\Delta\varepsilon(x, y = \text{const}) = \varepsilon_s(x) - \varepsilon_{ct}(x, y = \text{const}) \quad \text{Gleichung 8}$$

Dabei sind die Grenzen des bestimmten Integrals die Positionen  $x_{i-1}$ ,  $x_{i+2}$  der links und rechts von einer Rissposition  $x_i$  liegenden lokalen Minima der Stahldehnungsfunktion. Die Gesamtlänge des verformten Systems ist mit dem bestimmten Integral über die Stahldehnungsfunktion  $\varepsilon_s(x)$  vom Anfangs- zum Endpunkt des Systems zu finden. Ein Bezug zur Bauteiloberfläche ist herzustellen. Werden bei Rückrechnungen die Dehnungen auf der Bauteiloberseite abgenommen ist bei Biegesystemen unter Umständen noch eine Dehnungskorrektur zwischen der Ebene des Stahls und der für die Oberflächenrissbreite wichtigen Randfaser vorzunehmen.

$$\frac{(h - x^{\text{II}})}{(d - x^{\text{II}})} \cdot \varepsilon_s(x) = \varepsilon_{\text{boundary fibre}}(x) \quad \text{Gleichung 9}$$

mit  $x^{\text{II}}$  - Druckzonenhöhe im Zustand II

Da die Modelle zur Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons aber oft an unbereinigten „verschmierten“ Dehnungsmessungen an der Zugseite von Biegebalken kalibriert worden sind, ist dieser Effekt, zumindest für die Bemessungsprobleme des üblichen Hochbaus, wahrscheinlich bereits in den Normansätzen enthalten.

Mit diesen Überlegungen und dem Bezug zu (Abb. 11, Abb. 12) lässt sich folgende grundlegende Beziehung für die Ermittlung der Rissbreite in einem bestimmten Verbundbereich wie folgt aufbauen:

$$w_{xi} = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} [\varepsilon_s(x) - \varepsilon_{ct}(x)] dx \quad \text{Gleichung 10}$$

mit folgenden Funktionsabhängigkeiten bei monotoner (Dauer-)Belastung (static fatigue)

$$\varepsilon_s(x) = f[t; \sigma_{s,perm}, \Delta t; \Delta \varepsilon_{c2}(\Delta t)]$$

$$\varepsilon_{ct}(x) = f[(y, z); t; \sigma_{s,perm}, \Delta t]$$

und mit folgenden Funktionsabhängigkeiten bei wiederholter Belastung (fatigue)

$$\varepsilon_s(x) = f[t; n_k, 2\sigma_{sA}; \sigma_{sm}; \Delta \varepsilon_{c2}(n_k)]$$

$$\varepsilon_{ct}(x) = f[(y, z); t; n_k, 2\sigma_{sA}, \sigma_{sm};]$$

Natürlich bestehen für  $\varepsilon_s(x)$ ,  $\varepsilon_{ct}(x)$  auch die Abhängigkeiten zu den "üblichen Verdächtigen":

- Geometrie der widerstehenden Betonfläche  $A_{ct(t),eff}$ , da sie die Risschnittgröße bestimmt
- Festigkeit des widerstehenden Betons ( $f_{ct} = f(t)$ ) in zwei Raumrichtungen
- $A_s, \varnothing_s$ .

Die Dehnungsfunktionen und das bestimmte Integral über die Differenzenfunktion sind zeitlich veränderlich und vom untersuchten Zeitpunkt  $t$  und der Dauer der Lasteinwirkung  $\Delta t$  abhängig. Bei wiederholter Belastung wird dieser Effekt durch das Paar  $(n_k; 2\sigma_{sA,k})$  mit signifikanten Bezug zu einer bestimmten Mittelspannung  $\sigma_{sm}$  ausgedrückt. Diese können mit typischen Schädigungsverläufen, zum Beispiel einer Verformungszunahme verglichen werden. Aus Vergleichen mit typischen Lebensdauerlinien können Erwartungswerte für die Reduktion der Zugfestigkeit infolge des statischen oder Ermüdungskriechens abgeleitet werden.

Im Einzelnen verzweigen die Funktionsabhängigkeiten für die Bestimmung der Differenzenfunktion nach Gleichung 10 also nachfolgend weiter, wobei die Bezeichnungen so angelegt sind, dass eine Verbindung zu den in Abb. 11, Abb. 12 dargestellten, schematischen Dehnungsverläufen herstellbar ist.

- $\varepsilon_s(x)$  Stetige Funktion der Betonstahldehnung entlang der Stabachse
- $\varepsilon_{ct}(x)$  Auf ein bestimmtes Abstandsniveau zur Stabachse bezogene Dehnungsfunktion des Betons, die mit dem Zielpunkt in der Rissfront/ am Rissufer (Fragestellung nach  $w_{xi}(y,z)$ ) korrespondiert.

## Funktionsparameter

$t$	Zeitpunkt der Untersuchung
$\Delta t$	Dauer einer Lasteinwirkung $\sigma_{s,perm}$
$n_k$	Lastwechselzahl mit schädigungsäquivalenten Schwingspiel $2\sigma_{sA}; \sigma_{sm}$
$(y, z)$	Koordinaten in der virtuellen Rissfront/-uferebene Der Ursprung des rechtshändigen Koordinatensystems liegt auf der Stahlposition. Es gilt: $-s/2 \leq y \leq s/2$ , $s$ ist der Abstand zum benachbarten Stab $-m \cdot d_1 \leq z \leq d_1$ , bezogen auf die effektive Betonzugzone $A_{c,eff}$
$\Delta \varepsilon_{c2}(t \text{ oder } n)$	Verformungsänderung der Betondruckzone bei Biegesystemen

Extremalargumente und Koordinaten der Funktionen  $\varepsilon_s(x), \varepsilon_{ct}(x)$ 

$x_{i-1}, x_i, x_{i+1}$	3 aufeinanderfolgende Punkte $x_n$ entlang der Stablänge für die gilt: $\varepsilon_s'(x_n) = f'(x_n) = 0$ und $x_{i-1} < x_i < x_{i+1}$
$x_{i-1}, x_{i+1}$	2 aufeinanderfolgende Punkte $x_n$ entlang der Stablänge für die gilt: $\varepsilon_s''(x_n) = f''(x_n) > 0$
$(y, z)$	Koordinaten in der virtuellen Rissfront/-uferebene Der Ursprung des rechtshändigen Koordinatensystems liegt auf der Stahlposition. Es gilt: $-s/2 \leq y \leq s/2$ , $s$ ist der Abstand zum benachbarten Stab $-m \cdot d_1 \leq z \leq d_1$ , bezogen auf die effektive Betonzugzone $A_{c,eff}$

Insofern wird deutlich, dass eine Fülle von Parametern die lokale Entwicklung der Rissbreite  $w$  bestimmt, die jedoch kaum detailliert in einem Bemessungsmodell zusammengefasst werden können.

In den verfügbaren Normenvorschlägen muss also zwangsläufig eine gewisse Beschränkung auf die wichtigsten Einflüsse erfolgen, andere Einflüsse werden mit einer pauschalen Annahme in der Dehnungsdifferenz für das grös üblicher Bemessungsfälle abgetan.

### 3 Das Bemessungsmodell der DIN 1045-1 (Model Code 1990) und mögliche Erweiterungen

#### 3.1 Prinzipieller Aufbau aktueller Berechnungsmodelle

Die Aufstellung eines Modells für die Bemessung einer Rissbreite geht einher mit der Entscheidung für eine zu erwartende oder zu erzwingende Art der Rissbildung. Prinzipiell sind Modelle für Einzelrissbildung als auch für die abgeschlossene Rissbildung denkbar. Um die Vorteile einer abgeschlossenen Rissbildung nutzen zu können, muss das Konstruktionsziel die Erzwingung einer abgeschlossenen Rissbildung sein. Kann unter

Gebrauchseinwirkungen nicht schon nachgewiesen werden das  $1,3 \cdot F_{cr}$  erreicht wird, ist zumindest im Langzeitkontext für übliche Bemessungsfälle davon auszugehen, dass auch aus einer Einzelrissituation ein abgeschlossenes Rissbild entstehen kann.

Für die Fälle, unter denen unter äußeren Lasten das Erreichen der Risschnittgröße nicht gesichert ist, muss auch im Hinblick auf Betoneigenspannungen davon ausgegangen werden, dass irgendwo die Bildung eines Erstrisses stattfinden wird, wobei in „*worst-case-scenarios*“ oft davon ausgegangen wird, dass es zu einer abgeschlossenen Rissbildung zumeist nicht kommt.

Um schnelle Berechnungen führen zu können, wird das Grundgesetz Gleichung 10 deutlich vereinfacht. Die Differenzenfunktion wird durch einen Vergleich der Mittelwerte von Stahl- und Betondehnung abgebildet und mit einem Wirkungsbereich, also einer vorbestimmten Länge multipliziert. Für die Betondehnung wird dabei eine Annahme für die Dehnung an der Bauteiloberfläche getroffen.

Für Einzelrissbildung ergibt sich deshalb allgemein:

$$w_i = (l_{t,i-1} + l_{t,i}) \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad \text{Gleichung 11}$$

mit  $l_{t,i-1}, l_{t,i}$  Übertragungslängen links und rechts eines Risses  $i$

$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$  Dehnungsdifferenz über den Bereich beider Übertragungslängen

Benötigt wird also der Bereich (Wirkungs- oder Verankerungsbereich), der von zwei Seiten notwendig ist, um über die Verbundspannung die Belastung in den Beton einzutragen.

Die Rissbreitenberechnung hier, wird in der Regel durch die Anforderungen an die Mindestbewehrung ersetzt. Insofern steht die abgeschlossene Rissbildung im Focus, die für extern belastete Stahlbetonteile auch das Bemessungsziel sein sollte.

Aus Abb. 12, Abb. 14 wird erkennbar, dass der Ort der lokalen Minima der Dehnungsfunktionen nicht die Mitte zwischen zwei Rissen treffen muss. Im Mittel über alle Rissabstände im Bereich der Rissbildung wird aber der Abstand zwischen zwei Rissabstandsmitten den Wirkungsbereich markieren. Aufgrund der Einfachheit und der Gleichheit des Wertes kann als Wirkungsbereich auch der einfache mittlere Rissabstand  $s_{r,m}/2 + s_{r,m}/2 = s_{r,m}$  angenommen werden.

So ergibt sich für abgeschlossene Rissbildung:

$$w_m = s_{rm} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad \text{Gleichung 12}$$

Die Differenzenfunktion im Bereich abgeschlossener Rissbildung wird dann wie folgt aufgebaut:

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\sigma_s - k_t(\sigma_s; t) \cdot \sigma_{s,cr}}{E_s} = \frac{\sigma_s - k_t(\sigma_s; t) \cdot \frac{f_{ctm,d}(t)}{eff \cdot \rho} (1 + (\alpha_e - 1) \cdot eff \cdot \rho)}{E_s} \quad \text{Gleichung 13}$$

mit  $k_t$  – Parameter, der den teilweisen Aufbau einer Risschnittgröße in der Betonumgebung, also der Mitwirkung des Betons beschreibt. Dieser Parameter ist abhängig von der Dauer der Belastung und deren Höhe und wahrscheinlich auch von Bewehrungsgrad und von der Länge der Verbundbereiches als potentielle Umlagerungszone. (siehe Abb. 11 a))

### 3.2 Zu lösende Probleme bei der Modellbildung

Zumeist ist jedoch das Bemessungsziel nicht die mittlere Rissbreite, die relativ sicher vorhersagbar ist, sondern das Ziel ist, gegen eine Rissbreite  $w_{lim}$  zu sichern, die in der Praxis gerade oder gar nicht erreicht werden darf. Insofern ist die Bemessung für sog. „Maximal“-Werte der Rissbreite oder charakteristische Werte üblich, die in bestimmten Grundgesamtheiten von Mittelwerten, gegen maximale Rissbreiten oder obere Fraktilwerte der mittleren Rissbreite mit einem definiert erzeugten Fraktil sichern.

Ersatzweise kann die größte Rissbreite mit dem größten Rissabstand in Verbindung gebracht werden, wobei natürlich der Abstand zwischen den Minima der Dehnungsfunktionen größer als dieser sein kann. Unter andauernder Belastung verliert sich jedoch dieser unterschied durch lokale Umlagerungen. Somit ergibt sich in Anlehnung an Gleichung 13:

$$w_k = s_{r,k} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad \text{Gleichung 14}$$

oder

$$w_{max} = s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm}^* - \varepsilon_{cm}^*)$$

$$\text{mit } (\varepsilon_{sm}^* - \varepsilon_{cm}^*) \leq (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

Modelle haben also die Aufgabe, je nach Zielgröße  $w_{lim}$  und zugelassener Überschreitungshäufigkeit einen oberen Fraktilwert der Risseite oder ein (nahezu) absolutes Maximum treffsicher zu erzeugen.

Es ist klar, dass ein sehr großer Rissabstand  $s_{r,k}$  oder  $s_{r,max}$  einen Übergang zur Einzelrissbildung markieren kann und damit leicht aufzufinden ist. Es ist bekannt, dass der Rissabstand bei Einzelrissbildung jedoch einen stark zufälligen Charakter hat und damit auch unsignifikant groß werden kann. Daher ist davon auszugehen, dass gegenüber der, auf ein Verankerungspotential abgesetzten Berechnung mit einem begrenzten Wert  $s_{r,k}$  und  $(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$  für einen beliebigen Rissabstand  $s_{r,max}$  die vorzugebende Dehnungsdifferenz unter Umständen zu senken ist. (siehe auch rechte Seite von Abb. 11).

Zwischen einem  $w_{k,95\%}$  -Wert einer mittleren Rissbreite und dem auffindbaren maximalen Wert einer Rissbreite im Bauteil wird üblicherweise ein Unterschied  $w_{max} / w_{k,95\%} = 1,2$  gesehen. Nach eigenen Erfahrungen mit vorhandenen Datensätzen ist  $w_{max}$  mit  $w_{max} / w_{k,95\%} = 0,8 \dots 1,28$  aufzufinden unter Annahme von Zielrissbreiten  $w_{lim} = 0,2 \text{ mm}; 0,3 \text{ mm}$ .

Mit den genannten Faktoren kann für die Nutzung in Gleichung 14 folgender Zusammenhang ergänzt werden.

$$s_{r(max)} = w_{max} / w_{k,95\%} \cdot s_{r,k}$$

Gleichung 15

Ein ähnliches Justieren kann für eine unterschiedliche Beurteilung der Rissbreitenentwicklung an Balken und Dehnkörpern sinnvoll sein. Lt den Diagrammen in Schießl [20] lässt sich zumindest ein Unterschiedsfaktor von 1,0 .. 1,2 zeigen. Hier gibt es aber auf der Balkenseite größere Unsicherheiten in der Bestimmung der Stahlspannung und es bleibt fraglich inwieweit in Datensätzen die Dehnungskorrektur nach Gleichung 8 durchgeführt wurde.

Das Bemessungsmodell nach MC 90 und DIN 1045-1 macht diese Unterscheidung zwischen Dehnkörpern und Balken nicht, in älteren Modellen des EC2 und dem Modell nach Schießl ([20], DAfStb-Heft 400) kann dieser Unterschied nahezu den Faktor 1,8 .. 2 annehmen.

In Bereichen einer Einzelrissbildung ist das Vorgehen mit Rissabständen  $s_r$ , die aus der abgeschlossenen Rissbildung abgeleitet werden, zu hinterfragen. Prinzipiell kann es in einem Bemessungsmodell einen stetigen Übergang zwischen  $s_{r, stabilised}$  und  $s_{r, single}$  geben. Das heißt vom größten Rissabstand einer abgeschlossenen Rissbildung wird angenommen, dass er dem Abstand von zwei Einzelrissen entspricht, wenn die zugehörigen Übertragungslängen im Verankerungspunkt der Stahlkraft direkt aneinander stoßen. Allerdings kann es sein, dass auch entsprechend dem oben gesagten, die zweite zum nicht betrachteten Rissufer gehörende Übertragungslänge größer als die Abbildungsmöglichkeit durch  $l_{t,i} = s_{r,k} - l_{t,i-1}$  ist.

Stoßen zwei Übertragungslängen  $l_{t,n}$  mittig aneinander, ergibt sich theoretisch der zugehörige Rissabstand mit:

$$s_{r, single\ crack} = l_{t,i} + l_{t,i+1}$$

Gleichung 16

Auf der anderen Seite kann man auch phänomenologisch vorgehen und erkennen dass sich bei der Veränderung von der Einzelrissbildung zur abgeschlossenen Rissbildung, der neue Riss sich zwischen zwei Einzelrissen bildet.

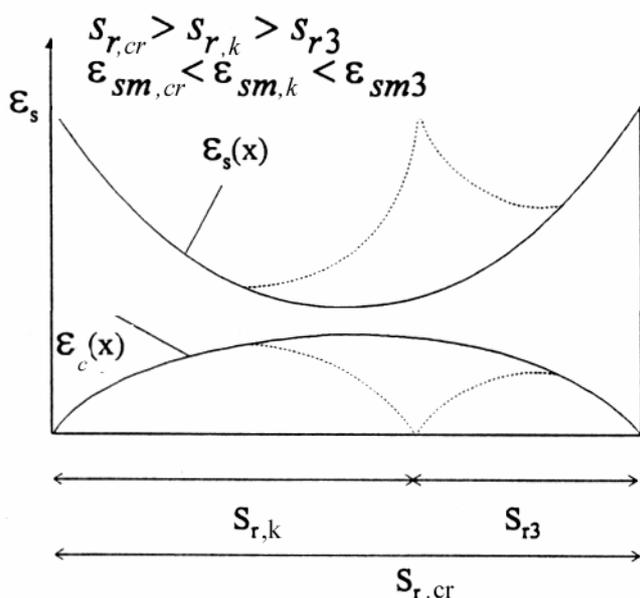


Abb. 18 Bildung eines neuen Risses beim Übergang zum abgeschlossenen Rissbild

Damit lässt sich ein oberer Grenzwert für Rissabstände der Einzelrissbildung, in denen noch an jedem Ort  $x$  eine Dehnungsdifferenz vorhanden ist, bilden.

$$s_{r,\text{sup}} = s_{r,k} + s_{rm} \geq s_{r\text{single}} \quad \text{Gleichung 17}$$

Noch größere Abstände von Einzelrissen sind definitiv möglich, jedoch ist dann über größere Abschnitte keine Dehnungsdifferenz zwischen Stahl und Beton vorhanden, so dass eine Anpassung des Rechenmodells durch Absenkung von der mittleren Dehnungsdifferenz unter das übliche Maß nach Gleichung 13 erfolgen muss.

### 3.3 Aktuelle Modelle des MC 90, der DIN 1045-1 und prEN 1992-1-1 (stage 49) im Vergleich ihres formalen Aufbaus

Der folgende Vergleich wird für sog. High-Bond-Bars, also gerippte Bewehrungsstähle geführt.

Mittelwerte der Rissbreite  $w_m$  eines Bauteils lassen sich wie folgt ermitteln:

MC 90  
(DIN 1045-1):  
(Biegung, Zug)

$$w_m = \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,\text{eff}}}{\text{eff } \rho} \cdot [1 + \alpha_e \cdot \text{eff } \rho]}{4,5 \cdot \text{eff } \rho} \cdot \frac{\varnothing_s}{E_s} \quad \text{Gleichung 18}$$

$$\text{mit } k_t = 0,6 \text{ (short-time loading)}$$

$$k_t = 0,4 \text{ (long-time loading)}$$

prEN 1992-1-1,  
für Biegung:

$$w_m = \left( 2c + 0,25 \cdot 0,5 \cdot 0,8 \cdot \frac{\varnothing_s}{\text{eff } \rho} \right) \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,\text{eff}}}{\text{eff } \rho} \cdot [1 + \alpha_e \cdot \text{eff } \rho]}{E_s}$$

$$\Rightarrow = \left( 2c + \frac{\varnothing_s}{10 \cdot \text{eff } \rho} \right) \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,\text{eff}}}{\text{eff } \rho} \cdot [1 + \alpha_e \cdot \text{eff } \rho]}{E_s} \quad \text{Gleichung 19}$$

prEN 1992-1-1,  
für Zug:

$$w_m = \left( 2c + 0,25 \cdot 1,0 \cdot 0,8 \cdot \frac{\varnothing_s}{\text{eff } \rho} \right) \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,\text{eff}}}{\text{eff } \rho} \cdot [1 + \alpha_e \cdot \text{eff } \rho]}{E_s}$$

$$\Rightarrow = \left( 2c + \frac{\varnothing_s}{5 \cdot \text{eff } \rho} \right) \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,\text{eff}}}{\text{eff } \rho} \cdot [1 + \alpha_e \cdot \text{eff } \rho]}{E_s} \quad \text{Gleichung 20}$$

Das additive Glied  $2c$  stellt in den prEN 1992-1-1 Vorschlägen die fehlende Mitwirkung eines Ausbruchkegels an der Verbundwirkung des Betons dar, der bis zur Betondeckung unter  $\sim 45^\circ$  durchdringt. (Abb. 19) Im MC 90, DIN 1045-1 wird angenommen, dass diese Zone wenn auch vermindert mitwirkt. Zu dem wird der Ausbreitungswinkel zur Oberfläche laufend größer, so dass ein Abzugswert  $2c$  überzogen zu sein scheint. Detaillierte Verbundrechnungen und Praxiserfahrungen bestätigen das (siehe Abb. 7)

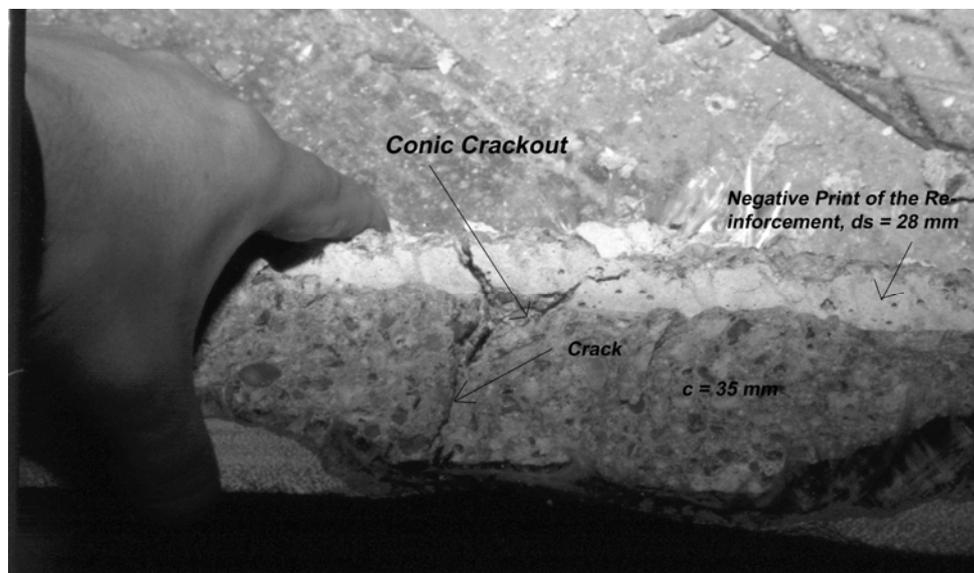


Abb. 19 Ausbruchkegel vor einem Rissufer

Der charakteristische Wert der Rissbreite  $w_k$  wird nach DIN-1045-1, MC 90 über einen großen Wert des Rissabstandes im abgeschlossenen Rissbild hergestellt. Für diesen gibt es zwei Interpretationsmöglichkeiten.

Steuerungselement ist eine reduzierte Verbundspannung über einen an sich mittleren Rissabstand, da in der Regel ein kleiner und ein großer Rissabstand aufeinander folgen (im Mittel  $s_{rm}$ ) und einen Riss erzeugen.

Entsprechend dem oben Berichteten zu den zu einem Riss links- und rechts dazu gehörigen Wirkungsbereichen für eine Rissbreite, könnte man sich aber auch vorstellen, dass zwei große Risse aneinander stoßen. Der Einzelrissabstand wird dabei jeweils im Verhältnis  $1,25 \cdot s_{rm}$  zu  $0,75 \cdot s_{rm}$  geteilt. Das entstehende Rissbild wird mit der mittleren Verbundspannung belastet.

Formal ist  $s_{r,max}$  ein hoher charakteristischer Wert ( $s_{r,k}$ ) von Rissabständen eines abgeschlossenen Rissbildes. Bezieht man die an den Enden eines Rissbildes oft vereinzelt stehende Einzelrisse ein (z.B. bei einem Balken), lässt sich mit der genannten Formel nicht mehr als ein 75 - 80 % Fraktil aller Rissbreiten abbilden.

Die Formel für diesen Zusammenhang ist nach DIN 1045-1 und mit einer von  $\frac{f_{b,mean}}{f_{b,min}} = \frac{2,25 f_{ct,eff}}{1,8 f_{ct,eff}}$  reduzierten Verbundspannung (jedoch  $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{ct}} \rightarrow$  ersetzt mit  $(\alpha_e - 1)$ ):

DIN 1045-1:

(Biegung, Zug)

$$w_k = \frac{\varnothing_s}{3,6 \cdot \text{eff } \rho} \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\text{eff } \rho} \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \text{eff } \rho]}{E_s}$$

$$\Rightarrow = 1,25 \cdot s_{rm} \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\text{eff } \rho} \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \text{eff } \rho]}{E_s}$$

Gleichung 21

Lt. ModelCode 1990 [4] soll sich mit diesem Modell ein 75%-Fraktilwert der Rissbreite abbilden lassen. Der prEN 1992-1-1 kennt für diese Formel keine Entsprechung.

Rissbildung in ausschließlich zugbelasteten Stahlbetonbauteilen tritt oft durch Zwang oder zumindest relativ langsam ein. In diesen Fällen scheint es ratsam, die verlängerte Einleitungslänge unter Dauerlasteinfluss zu berücksichtigen (siehe Abb. 7). Damit wird Gleichung 21 wie folgt verändert und findet ein fast identisches Ergebnis  $w$  wie der prEN 1992-1-1 (stage 49) Ansatz für Biegebauteile, insbesondere im Übergang zur Einzelrissbreite:

Improved

MC 90,

DIN 1045-1:

(Zug- Zwang)

$$w_{(max)} = 1,2 \cdot \frac{\varnothing_s}{3,6 \cdot \text{eff } \rho} \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\text{eff } \rho} \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \text{eff } \rho]}{E_s}$$

Gleichung 22

prEN 1992-1-1,

Biegung

$$w_k = 1,7 \cdot \left( 2c + \frac{\varnothing_s}{10 \cdot \text{eff } \rho} \right) \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\text{eff } \rho} \cdot [1 + \alpha_e \cdot \text{eff } \rho]}{E_s}$$

$$\Rightarrow = \left( 3,4c + \frac{\varnothing_s}{5,88 \cdot \text{eff } \rho} \right) \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\text{eff } \rho} \cdot [1 + \alpha_e \cdot \text{eff } \rho]}{E_s}$$

Gleichung 23

Zur Sicherung gegen einen hohen Maximalwert, kann der in Gleichung 17 gezeigte Zusammenhang genutzt werden. Man nimmt also an, dass der gesamte Bereich zweier nebeneinander liegender Einzelrissabstände durch Dehnungsunterschiede zwischen Stahl- und Beton gekennzeichnet ist. Als ein notwendiges jedoch nicht hinreichendes Kriterium für das mögliche Eintreffen dieses Risszustandes wird die feststellung der Gültigkeit der folgenden Beziehung gehalten:

$$F_s < 1,3 F_{cr}$$

Der Ansatz für zentrische Zugglieder nach prEN 1992-1-1, allerdings unabhängig von der Größe der eingetragenen Kraft, führt zu einem ähnlich hohem Wert für  $w$  im Verhältnis zu zu einem Ausgangspunkt  $w_m$ .

DIN 1045-1:

 (Maximum,  
langsam ent-  
wickelnder  
Einzelriss)

$$w_{\max} = (s_{rk} + s_{rm}) \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{eff \rho} \cdot [1 + \alpha_e \cdot eff \rho]}{E_s}$$

Gleichung 24

$$\Rightarrow = \left( \frac{\varnothing_s}{1,8 \cdot 3,6 \cdot eff \rho} \right) \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{eff \rho} \cdot [1 + \alpha_e \cdot eff \rho]}{E_s}$$

prEN 1992-1-1,

Reiner Zug:

$$w_k = 1,7 \cdot \left( 2c + \frac{\varnothing_s}{5 \cdot eff \rho} \right) \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{eff \rho} \cdot [1 + \alpha_e \cdot eff \rho]}{E_s}$$

Gleichung 25

$$\Rightarrow = \left( 3,4c + \frac{\varnothing_s}{2,94 \cdot eff \rho} \right) \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{eff \rho} \cdot [1 + \alpha_e \cdot eff \rho]}{E_s}$$

Der in Heft 400 [20] beschriebene, ähnlich lautende Ansatz hatte den Anspruch mit 90% Sicherheit zu gewährleisten, dass kein  $w_{k,95\%}$ - Wert diese Grenze überschreitet.

Zu beachten ist, dass für alle Ansätze korrekterweise folgende Ersetzung erfolgen müsste:

$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{ct}(t)} \rightarrow (\alpha_e - 1)$ . Alle nachfolgenden Vergleiche sind unter Veränderung dieser

Ungenauigkeit geführt worden.

Für folgende Kombination in Tabelle 1 sind mangels exakter Literaturangaben oder erheblicher Zweifel zu prüfen:

- Welcher Fraktilwert durch den jeweils bezeichneten charakteristischen bzw. Rechenwert der Rissbreite abgebildet wurde?
- Gegen welche Überschreitung, welcher Ansatz mit seinem jeweiligen Sicherheitsfeature sichert?
- Welche Folgerungen für die Anwendung des DIN 1045-1 Ansatzes bei der Rissbreitenbeschränkung sich aus diesen Einschätzungen ergeben?

Zusammengefasst werden folgende Ansätze in geprüft:

1	MC 90; DIN 1045-1 (Gleichung 21)	
2	DIN 1045-1 verbessert, $s_{rk}$ um Faktor 1,2 erhöht (Gleichung 22)	Ähnlich: prEN 1992-1-1, Biegung (Gleichung 23)
3	DIN 1045-1 (Maximum?), $s_{rk}$ um Faktor 1,8 erhöht (Gleichung 24)	Ähnlich: prEN 1992-1-1, Reiner Zug (Gleichung 25)

Tabelle 1 Zusammenfassung der Ansätze

Nachfolgende Diagramme zeigen an exemplarisch geprüften Durchmessern  $\varnothing_s$  12 mm die annähernde Übereinstimmung der jeweiligen einer Zeile in Tabelle 1 zugeordneten Ansätze. Die Diagramme beruhen zu Teilen auf der veröffentlichten Datenbasis des *Supporting Document* des prEN 1992-1-1 für Gebrauchstauglichkeit [11], auf veröffentlichten Daten von Noghabai ( $\varnothing_s$  16 mm) [13] und auf Daten, die aus Bohrpahlversuchen und anderen Versuchen an der TU Dresden [2] stammen. Die eingezeichneten Transferlängen sind für alle Diagramme gleich und haben keinen definierten Bezug zu den Steuerungsdurchmessern für die Funktionskurven.

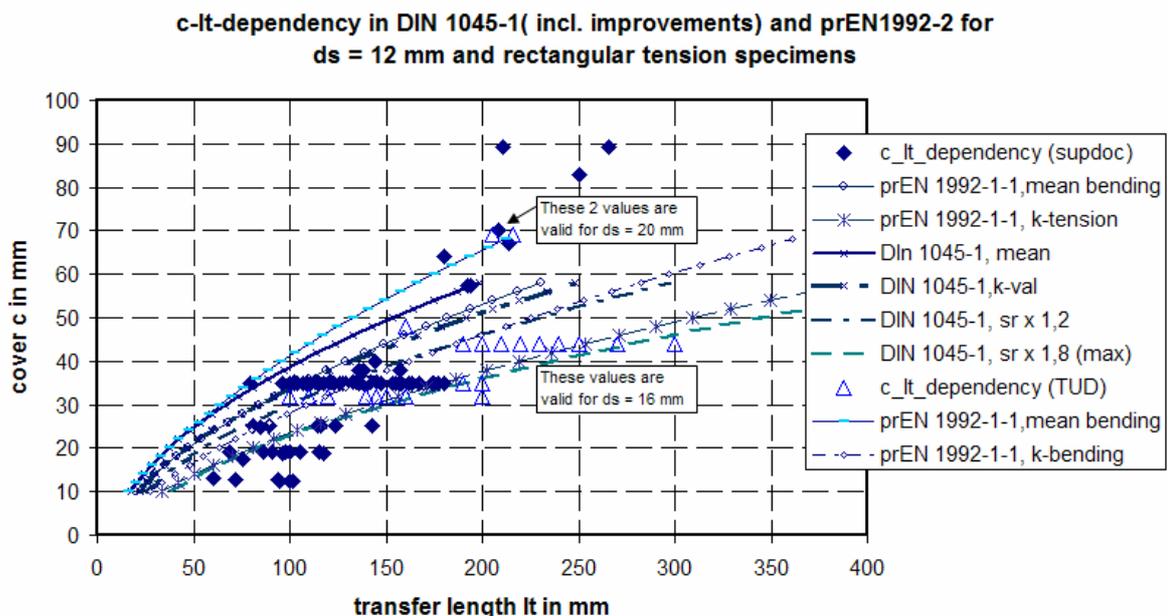


Abb. 20 Modellvergleich für  $\varnothing_s = 12$  mm

Die Überprüfungen für  $\varnothing_s = 16$  mm und 20 mm ergaben geringfügig steilere Kurven, aber unveränderte Korrelation der beschriebenen Ansätze.

Die Mittelwert-Ansätze (Biegung) und die Ansätze mit Maximal-Anspruch begrenzen im Wesentlichen das Streufeld der Übertragungslängen  $l_t$ . Offenbar gibt es auch eine Tendenz, dass bei größeren Durchmessern und relativ kleinen Bewehrungsgraden eher kleine Übertragungslängen  $l_t$  auftreten. Für die Modellbewertung bedeutet es, dass nur die Maximal-Ansätze Gleichung 24 und 25 in der Lage sind überhaupt gegen eine Einzelrissbreite zu sichern. Sicherheit gibt es aber für viele Punkte trotzdem nicht. Dies ist aber möglicherweise unproblematisch da, da bei großen Rissabständen die zu erwartende Dehnungsdifferenz ( $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ ) nach unten korrigiert werden muss, was einen Ausgleich schafft. Zudem ist unwahrscheinlich, dass zwei große Einzelrissbreiten nebeneinander liegen, was Voraussetzung für die Bildung von  $s_{r,max} = 2 l_t$  wäre.

Unterhalb von  $c = 30$  mm haben auch die vermeintlich sicheren Ansätze Grenzen und erfassen die Übertragungslängen nur noch ungenügend. Jedoch wird nach MC 90 [4] immerhin ein 75% Fraktilwert abgebildet, so dass die korrekte Erfassung der Einzelrissbreite bzw. der Übertragungslänge offenbar keine unbedingte Signifikanz für das Auffinden großer Rissbreiten in einem Bauteil zu hat. Es muss jedoch mit Unsicherheiten in der Aussage für kleine Verbundlängen und Rissbreiten gerechnet werden.

Die Aussagen zu den abgesicherten Fraktilwerten sind also mit geeigneten Datenbanken zu überprüfen.

### 3.4 Überprüfung der Ansätze mit Rissdatenbanken

Geeignete Datenbanken zur Untersuchung von Berechnungsmodellen enthalten im Idealfall eine Fülle von Parametern, die die Rissentwicklung begleiten können wie z.B. Geometrieverhältnisse, Stahlspannungen etc., weitere sind in Abschnitt 2.3 aufgeführt worden. Für die Untersuchung von Standardfällen werden jedoch meist einfache Zusammenstellungen von experimentell ermittelten Rissbreiten und berechneten Rissbreiten verwendet und auf Modellabweichungen hin untersucht. Diese sind im Quotienten  $w_{\text{cal}}/w_{\text{exp}}$  sichtbar und lassen sich mit auf die Auswirkungen eines Modellfehlers und die verbessernde Wirkung von Teilsicherheitsbeiwerten untersuchen.

Es gibt mehrere Versuche auch gezielt mit Datenbanken charakteristischer Werte zu arbeiten. Dort ist aber mit größerer Wahrscheinlichkeit zu erwarten, dass einfache Normalverteilungsansätze nicht unbedingt zutreffen müssen, sondern andere Verteilungstypen vorgefunden werden. Insofern ist die Untersuchung mit Mittelwert-Datenbanken weitaus effektiver.

Im vorliegenden Fall werden zwei Datensätze von Rissbreiten untersucht. Der erste Datensatz ist der von Corres-Peiretti im *Supporting Document* in einem Diagramm veröffentlichte (MC 90-Werte entsprechen DIN 1045-1 Mittelwerten). Dieser hat den Nachteil, dass die Mittelwerte erzeugt worden sind aus größeren Werten  $w_k$ . Jedoch wurde die angenommene Normalverteilung in dem beschriebenen Dokument für den vorliegenden Datensatz geprüft. Hinzu gefügt wurde eine größere Datenbank die aus von König/Fehling [21] veröffentlichten Diagrammen stammt. Die Daten wurden 1988 mit den ähnlichen Rissbreitenabstands- und Dehnungszusammenhängen aufgebaut, wie sie in MC 90, DIN 1045-1 verwendet werden. Allein der Rissabstand erfordert eine kleine Korrektur und damit  $w_{\text{cal}}$  wegen  $w_{\text{cal,m}}/s_{r,m} = \text{konstant}$  (Gleichung 26). Alle Berechnungswerte wurden zur völligen Anpassung durch 1,03 dividiert, was dem Mittelwert des nachfolgenden Quotienten entspricht.

$$\frac{s_{\text{m}}\text{-Fehling}}{s_{\text{m}}\text{-MC 90 (DIN 1045-1)}} = \frac{30 + \frac{\varnothing_s}{5 \cdot \text{eff } \rho}}{\frac{\varnothing_s}{4,5 \cdot \text{eff } \rho}} \quad \text{Gleichung 26}$$

Der Vorteil der Fehling-Datenbank besteht darin, dass im größeren Rahmen auch Rissbreiten  $w > 0,3$  mm und echte Mittelwerte zu Verfügung stehen ( $n = 227$ ). Andererseits ist ab Rissbreiten von 0,4 mm und höher auch mit höheren Modellfehlern in den  $w_{\text{cal}}$ -Werten zu rechnen, da eine eventuell bereits fließende Bewehrung in den Berechnungsmodellen nicht berücksichtigt wird.

Integriert man die inelastischen Verformungen in die Dehnungsdifferenz des Berechnungsmodells, sind prinzipiell natürlich auch sichere Annahmen über die Rissentwicklung jenseits des Grenzzustandes der Gebrauchstauglichkeit möglich.

$$(\varepsilon_{\text{sm}} - \varepsilon_{\text{cm}}) = \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{\text{ct,eff}}}{\text{eff } \rho} [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \text{eff } \rho]}{E_s} + \Delta \varepsilon_{s,p1,m} \quad \text{Gleichung 27}$$

mit  $\Delta\varepsilon_{s,pl,m}$  - verbleibende durchschnittliche, inelastische Dehnung über den zu einem gerissenen Bereich gehörenden Abstand zweier Dehnungsminima.

In der Fehling Datenbank sind Biegebauteile und Zugglieder häufig durchmisch, für den Corres- Peiretti - Datensatz sind dazu keine Angaben vorhanden. Alle Daten wurden den Diagrammen der Veröffentlichungen entnommen.

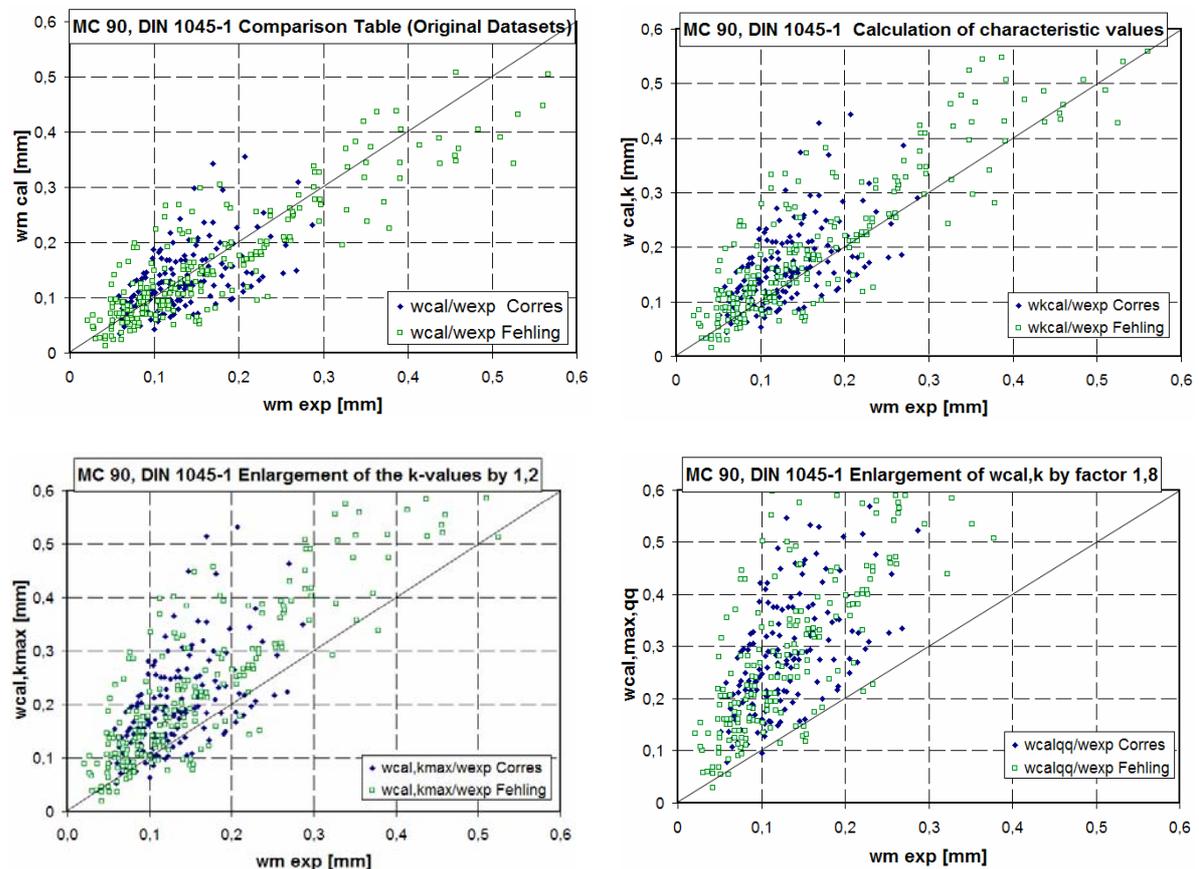


Abb. 21 Angeordnet sind die Datensätze beginnend mit der Mittelwert  $w_{cal,m}/w_{m,exp}$ -Kombination oben links um die Auswirkung der Verbesserung der Modellperformance entsprechend Tabelle 1 auf die Datenwolke erkennen zu können

Die Abbildung eines berechneten Zielwertes gegen den Mittelwert eines Experimentes in der Form  $\frac{w_{cal}}{w_{m,exp}} = \frac{w_{lim}}{w_{m,exp}} = \delta$  entspricht praktisch der Abbildung einer Modellsicherheit.

Besonders für den Berechnungsansatz 1, Tabelle 1, also das gültige Modell nach DIN 1045-1 scheint sich auf den ersten Blick keine gute Performance zu ergeben. Nur die Modellansätze 3, Tabelle 1, für die Sicherung gegen Maxima scheinen auch in der Lage zu sein, das Problem mit kleinen Rissbreiten zu lösen - allerdings mit offenbar zuviel Sicherheit bei Rissbreiten  $w_{lim} \geq 0,2$  mm.

Die Gesamtheit der Werte  $\delta$  lässt sich dann statistisch bewerten und es ist abzuleiten, gegen welchen Fraktilwert einer mittleren Rissbreite welcher Berechnungswert bzw. welches Sicherungselement sichert. Das Ergebnis enthält nachfolgende Tabelle:

$q = \frac{w_{\text{cal,mean}}}{w_{\text{m,exp}}}$	Prüfung des gesamten Datensatz Fehling			Prüfung des gesamten Datensatz Corres-Peiretti		
	$\mu_r$ (mean)	$\sigma(q)$	Abgeb. Fraktil von $w_{\text{m,exp}}$ [%]	$\mu_r$ (mean)	$\sigma(q)$	Abgeb. Fraktil von $w_{\text{m,exp}}$ [%]
Menge q	1,06	<b>0,47</b>		1,05	<b>0,37</b>	
<b>DIN 1045-1 (Tabelle 1, Z.1)</b>	<b>1,32</b>		<b>75,15</b>	<b>1,31</b>		<b>79,62</b>
DIN 1045-1 x 1,2 (Tabelle 1, Z.2)	1,58		89,26	1,57		93,68
DIN 1045-1 x 1,8 (Tabelle 1, Z.3)	2,38		99,83	2,36		99,99

Tabelle 2 Ergebnisse der Fraktilwert-Untersuchung über den jeweiligen gesamten Datensatz

Entsprechend dem zu Abb. 20 gesagten und den relativ groben Ergebnissen scheint zur Bewertung des Ansatzes nach DIN 1045-1 eine genauere Untersuchung einzelner Berechnungsklassen entsprechend möglicher Zielbereiche von  $w_{\text{lim}}$  sinnvoll.

Zielwerte  $w_{\text{lim}}$  sind in Abhängigkeit von der geforderten Anforderungsklassen nach Tabelle 18, 19 der DIN 1045-1 zu wählen.

### 3.5 Untersuchung von Berechnungsklassen

#### 3.5.1 Prüfung auf dem allgemeinen (maximal erwarteten) Berechnungsniveau

Folgende Berechnungsklassen berechneter Zielwerte  $w_{\text{lim}} = w_{\text{cal,model,Tabelle 1}}$  sind deshalb getrennt zu untersuchen. Diese stimmen mit den für die in üblichen Bemessungsproblemen wichtigen Berechnungszielen 0,2 und 0,3 mm überein.

	<b>Klasse 1,</b> $w_{\text{lim}} = 0,1 \text{ mm}$	<b>Klasse 2,</b> $w_{\text{lim}} = 0,2 \text{ mm}$	<b>Klasse 3,</b> $w_{\text{lim}} = 0,3 \text{ mm}$
Untersucht: $w_{\text{cal,model}}$	0,05..0,15 mm	0,15..0,25 mm	0,25..0,35 mm

Tabelle 3 Berechnungsklassen

Die Klassenuntersuchung beruht also auf aufsteigend sortierten Werten der berechneten Rissbreite  $w_{\text{cal,model}}$  je nach gewählten Model, also inklusive Teilsicherheit entsprechend Zeile 1-3, Tabelle 1. Demzufolge wird je nach Modell und Klassenkombination ein unterschiedlicher Datensatz von Mittelwert-Kombinationen  $q = w_{\text{cal,m}}/w_{\text{mexp}}$  angesprochen. Das ist auch an den zugehörigen Standardabweichungen  $\sigma(q)$  sichtbar. Das Ergebnis

verbessert sich deutlich in den Berechnungsklassen 2 und 3, für die das Berechnungsmodell nach DIN 1045-1 auch aufgestellt worden ist. Bekanntermaßen erfordert die Bemessung in den Bereich von Klasse 1 hinein ohnehin Sondermaßnahmen und eine höhere Sorgfalt.

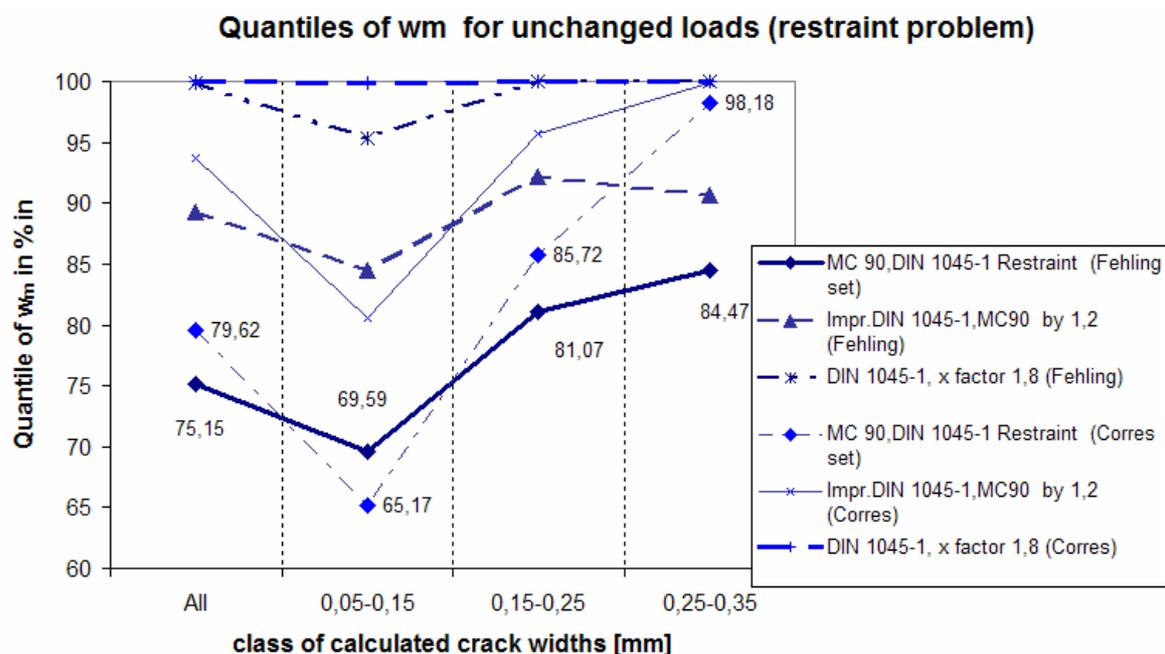


Abb. 22 Fraktilwerte der Berechnungsmodelle für eine Zielrissbreite bei vollem Lastniveau (z.B. bei Rissbildung ausschließlich infolge Zwängungen)

$\sigma(q)$ Fehling/ $\sigma(q)$ Corres $q = w_{cal,m}/w_{m,exp}$	<b>DIN 1045-1 (Tabelle 1, Z.1)</b>	DIN 1045-1 x 1,2 (Tabelle 1, Z.2)	DIN 1045-1 x 1,8 (Tabelle 1, Z.3)
0,05..0,15 mm	0,44/0,29	0,47/0,26	0,49/0,20
0,15..0,25 mm	<b>0,57/0,36</b>	0,49/0,33	0,40/0,30
0,25..0,35 mm	<b>0,47/0,31</b>	0,56/0,31	0,45/0,34

Tabelle 4 Standardabweichungen  $\sigma(q)$  für die berechneten Rissbreitenklassen

Die Ergebnisse der bisherigen Prüfungen zeigen, dass sich mit dem Modell nach DIN 1045-1 bereits akzeptable Ergebnisse für Zielrissbreiten 0,2 mm und 0,3 mm erreichen lassen. Allerdings geht man in der Bewertung der Modelle immer noch davon aus, dass sich die Lastgröße aus dem Experiment so auch in der Realität wieder findet. Dies ist aber nur bei Zwangsproblemen der Fall, wo man für die Berechnung der Mindestbewehrung davon ausgeht, dass eine bestimmte, beispielsweise Erstschnittgröße definitiv eintritt.

### 3.5.2 Prüfung der Modelle mit realistischen, randomisierten Ansatzwerten

Bewertet man direkte Einwirkungen wie externe Lasten, hat man die Situation, dass man mit einer Lastkombination des Grenzzustandes der Gebrauchstauglichkeit rechnet, die einer Kombination der Eigenlast  $G_k$  mit der veränderlichen Einwirkung  $Q_k$  entspricht.

Jedoch nur  $G_k$  ist ein Mittelwert und streut nur in geringen Grenzen (Auf 1 bezogenes Streumaß:  $< 0,1..0,15$ ). Damit lässt sich  $G_k$  gut mit der Datensatz-Auswertung in Verbindung bringen. Die veränderliche Last  $Q_k$  dagegen stellt einen 98% Fraktile dar und streut mit  $\sigma_{q,r} = \sigma_q/Q_k$  von  $0,2 .. 0,5$ . Mit einem Kombinationsfaktor  $\psi$  wird besonders bei der quasi-ständigen Einwirkungskombination bereits etwas von der Schärfe des Ansatzes einer vollen 98% - Fraktile einer veränderlichen Einwirkung  $Q$  genommen. Offenbar ist jedoch zwischen den Modellen und der Belastungsrealität mehr Sicherheit vorhanden, als es der Bezug auf das volle Lastniveau widerspiegelt. Eine Nachrechnung zum Nachweis dieses Umstandes darf jedoch nicht mit einem zusätzlichen, pauschalisierten Sicherheitsfaktor erfolgen, sondern muss den zufälligen Charakter des Lasteintritts widerspiegeln.

Damit für alle Modelle die gleichen Ausgangsbedingungen herrschen, wurde in einer Simulation die experimentell ermittelten mittleren Rissbreiten mit einem zufällig erzeugten Multiplikator randomisiert. Dieser Multiplikator  $X_{cal}$  kann wie folgt erzeugt werden:

Es wird eine typische Zusammensetzung von Eigen- und veränderlichen Lasten sowie deren Streuung  $\sigma_{E,r}$  als relativen Bezug zu 1 vorgewählt, da aus den Datensätzen die zugehörigen Lastgrößen oder Stahlspannungen nicht bekannt sind.

#### Schritt 1: Berechnungsvorgaben

-Vorgabe der Lastanteile mit dem Bildungsgesetz

$r_{Gk} + r_{Qk} = 1$ , unter der Annahme:

$G_k$  – Mittelwert (50%-Fraktile)

$Q_k$  – 98% – Fraktile

$$\begin{pmatrix} \text{"System"} \\ r_g \\ r_q \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \text{Footbridge} \\ 0,5 \\ 0,5 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \text{Railwaybridge} \\ 0,6 \\ 0,4 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \text{Roadbridge} \\ 0,7 \\ 0,3 \end{pmatrix} \quad \text{Gleichung 28}$$

mit  $r_{g,q}$  - relative Anteile an der Gesamtlast 1

- Vorgabe des relativen Streubereiches  $\sigma_{g,q,r}$

$$\sigma_{g,r} \rightarrow 0,05..0,15$$

$$\sigma_{q,r} \rightarrow 0,20..0,50$$

- Vorgabe des Kombinationsfaktors der veränderlichen Last  $\psi$

für die relevante Kombination im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

#### Schritt 2: Erzeugung der Streuung

$$x_{\sigma_g} = \text{normalverteilte Zufallszahl1} \cdot 2 \cdot \sigma_{g,r}$$

$$x_{\sigma_q} = \text{normalverteilte Zufallszahl2} \cdot 2 \cdot \sigma_{q,r}$$

(normalverteilte Zufallszahlen werden so generiert, dass gilt:

Gleichung 29

2%-Fraktile  $\leq$  normalverteilte Zufallszahl  $i \leq$  98%-Fraktile

[z.B: Mittelwert: 0,5; Standardabweichung 0,25])

Schritt 3: Erzeugung der randomisierten relativen Gesamtlast

$$\text{Zufällige relative Last} = r_{Gk} \cdot x_{\sigma_g} + \frac{\psi}{(1 + 2,05 \cdot \sigma_g)} \cdot r_{Qk} \cdot x_{\sigma_q} \quad \text{Gleichung 30}$$

Schritt 4: Korrekturfaktor  $X_{cal}$  für die Modifikation von  $w_{m,exp}$

$$X_{cal} = \frac{r_{Gk} \cdot x_{\sigma_g} + \frac{\psi}{(1 + 2,05 \cdot \sigma_g)} \cdot r_{Qk} \cdot x_{\sigma_q}}{r_{Gk} + r_{Qk} \cdot \psi} \quad \text{Gleichung 31}$$

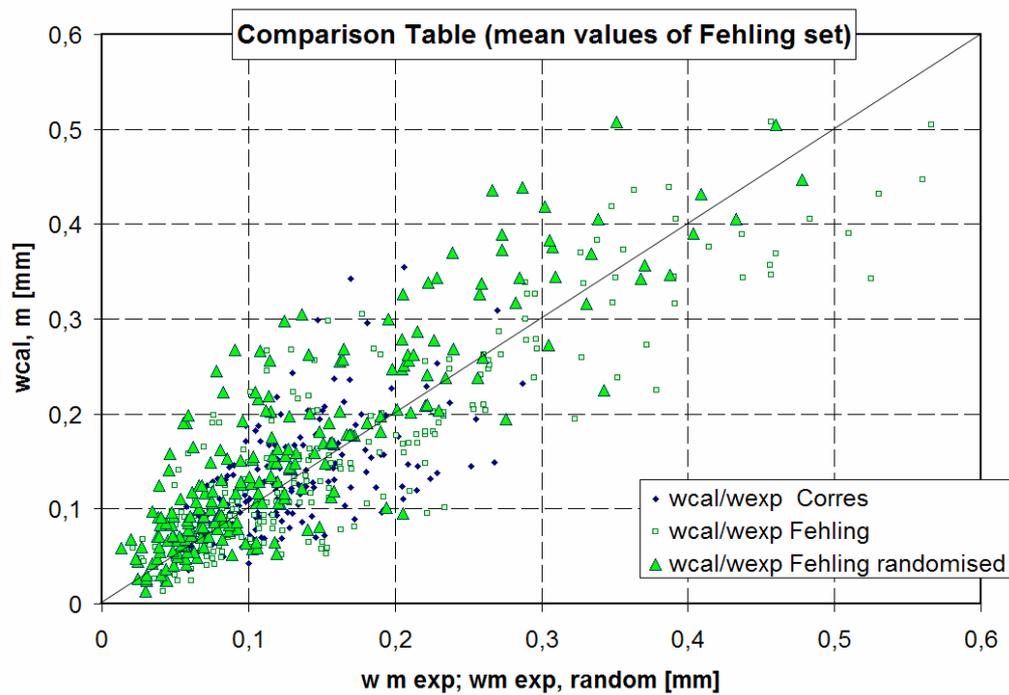


Abb. 23 Diagramm mit zusätzlich randomisierten Mittelwerten des Fehling-Datensatzes („Footbridge-System“ siehe nachfolgende Abbildung,  $\psi$  wurde 0,8 angenommen.)

Nachfolgendes Diagramm zeigt das Ergebnis von Prüfungen des Datensatzes Fehling mit dieser Methode.

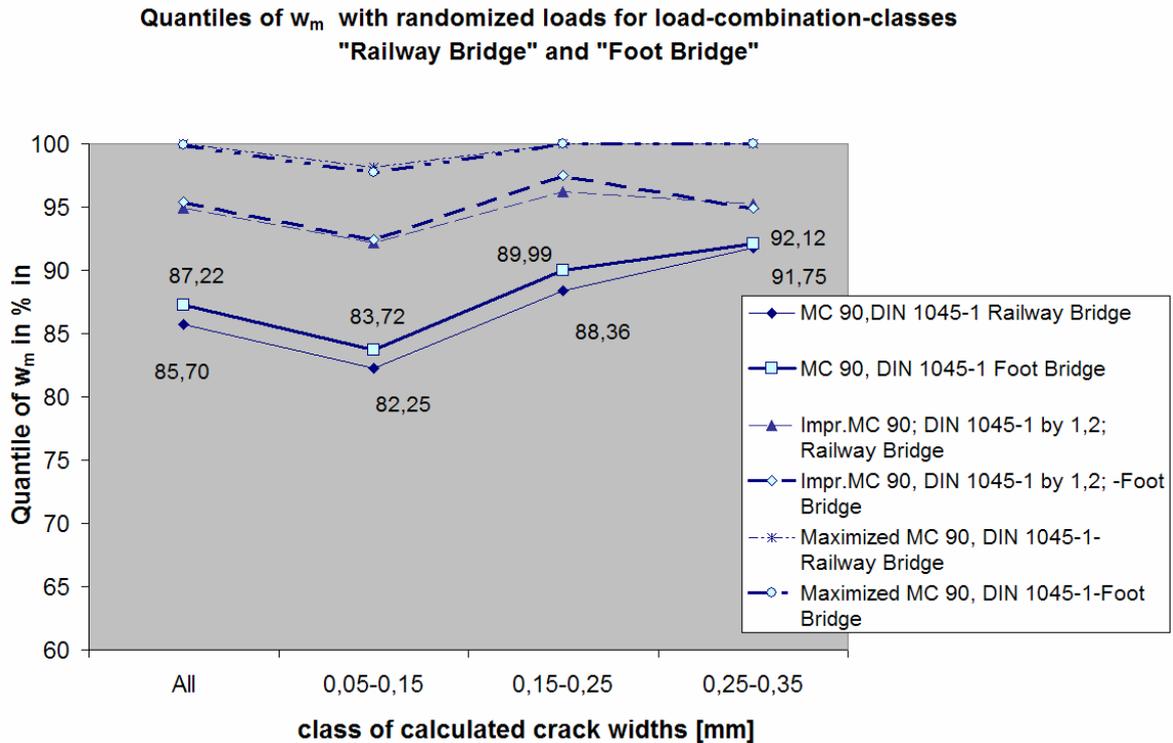


Abb. 24 Realistische Modellperformance bei Berechnungen mit dem DIN 1045-1 Modell

(Lastkombinationssystem "Railway Bridge":  $G_k$  ist 60% ;  $Q_k$  ist 40% der Volllast; [ $r_g + r_q = 0,6 + 0,4 = 1$ ]; Last variiert in folgenden Grenzen [ $\sigma_{g,r}; \sigma_{q,r}$ ] = [ $\pm 0,1; \pm 0,3$ ])

(Lastkombinationssystem "Foot Bridge":  $G_k$  ist 50% ;  $Q_k$  ist 50% der Volllast; [ $r_g + r_q = 0,5 + 0,5 = 1$ ]; Last variiert in folgenden Grenzen [ $\sigma_{g,r}; \sigma_{q,r}$ ] = [ $\pm 0,1; \pm 0,5$ ])

### Grenzwerte und deren Überschreitungshäufigkeiten

Besonders für ausgeglichene Lastverhältnisse zwischen Eigenlasten und veränderlichen Einwirkungen sind im Vergleich Realität – Modell bei berechenbaren, extern erzeugten Schnittgrößen sind für das unveränderte DIN 1045-1 Berechnungsmodell für den Rechenwert der Rissbreite  $w_k$  eine gute Performance für  $w_{lim} = (0,2; 0,3)$  mm zu erwarten.

Ein entscheidender Vergleichspunkt ist bei der Untersuchung von Überschreitungen charakteristischer Werte natürlich der Vergleich mit den Grenzen  $w_{fill}$  für das Verpressen auf der Baustelle. Hier galt bisher:

$w_{lim}$ [mm]	0,10	0,20	0,30
$w_{fill}$ [mm]	0,15	0,25	(0,36)

Tabelle 5 Übliche Grenzen, ab denen Füllen der Risse notwendig wird (nach [25])

Daher sind für die Beurteilung der Sicherheit der drei Modelle auch folgende Punkte wichtig:

- Wo liegt der zu dem jeweiligen Datenbereich gehörende  $w_{95\%}$ -Wert ?
- Wo liegt der zu dem jeweiligen Datenbereich gehörende  $w_{max}$ -Wert ?

- c) Mit welcher Häufigkeit wird  $w_{95\%}$  überschritten ?
- d) Mit welcher Häufigkeit wird  $w_{lim}$  überschritten ?
- e) Mit welcher Häufigkeit wird  $w_{fill}$  überschritten ?

Die zugehörige Untersuchung kann mit zwei Methoden geführt werden. Man kann einerseits akzeptieren, dass es für die hohen Abweichungen in einer Datenklasse wenig systematische Gründe gibt. D.h., wenn in einer Klasse  $w_{k,cal} = 0,05..0,15$  mm beispielsweise ein Wertepaar  $w_{k,cal}; w_{m,exp}$  (0,11;0,19) auftritt, akzeptiert man ein hohes Zufallsmoment und hält alle Werte  $w_{m,exp}$  in dieser Klasse als Absolutwerte auch für die Kombination ausschließlich mit  $w_{k,cal} = w_{lim} = 0,1$  mm möglich. Mit diesem Ansatz sind relativ zutreffende und sehr konservative Antworten für die Fragen a) -e) ermittelbar. Beispielhaft sind die Ergebnisse mit randomisierten mittleren Testrissbreiten für die „Footbridge“-Kombination aufgetragen. (Abb. 25, Abb. 26 zeigen Ergebnisse dieses Vorgehens)

Auf der anderen Seite können die Überschreitungen der Berechnungswerte auch ganz systematisch erfolgen und es kann mithilfe des minimalen Modellsicherheit  $\delta_{min} = q_{min} \cdot \gamma_w$  in dieser Klasse ein Bezug zu der Zielrissbreite hergestellt werden. Der Maximalwert  $w_{max}$  wird also über einen relativen Bezug hergestellt: (siehe auch Abb. 27)

$$w_{max} = \frac{w_{lim}}{\mu(\delta)_{class,model}} \cdot \max \left( \frac{w_{m,exp}}{w_{cal,m}} \right)$$

Gleichung 32

mit  $\delta = \frac{w_{cal,model}}{w_{m,exp}}$  und  $\mu$ -Mittelwert der Modellsicherheit einer Klasse

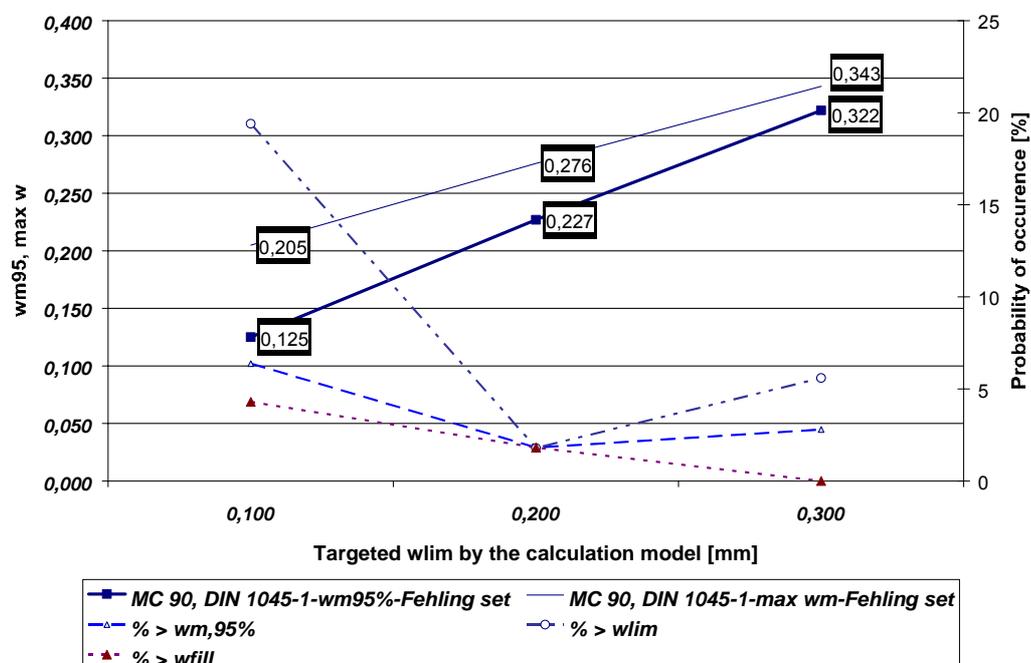


Abb. 25 Performance des DIN 1045-1 Modells zur Berechnung der charakteristischen Rissbreite unter Ansatz einer 50/50 Lastteilung zwischen charakteristischen Werten der Eigenlast und veränderlicher Einwirkung (Arbeit mit Absolutwerten  $w$ )

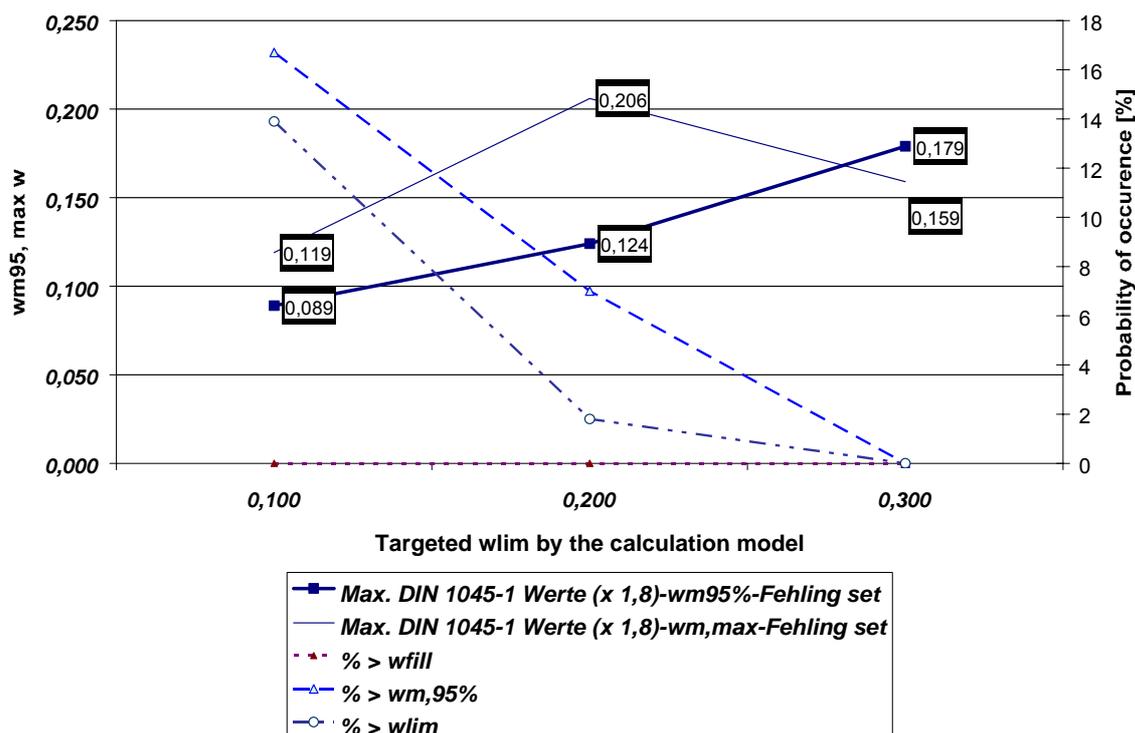


Abb. 26 Performance des mit 1,8 multiplizierten Ergebnisses des DIN 1045-1 Modells zur Sicherung gegen  $w_{lim}$  unter Ansatz einer 50/50 Lastteilung zwischen charakteristischen Werten der Eigenlast und veränderlicher Einwirkung (Arbeit mit Absolutwerten  $w$ )

Welche Informationen sind den Diagrammen, z.B. Abb. 25, Abb. 26 zu entnehmen?

- Beispiel:

Aus den Anforderungsklassen ergibt sich die Forderung nach  $w_{lim} = 0,2$  mm, d.h. es wird für den Rechenwert der Rissbreite  $w_k = 0,2$  mm bemessen und die Bewehrung konzipiert. Die Berechnung bezieht sich auf ein System der Lastkombination, die die als Diagramm-Bedingung genannten Eigenschaften trägt. Die Kombination entspricht etwa einer quasi-ständigen Kombination mit einer Haupteinwirkung.

Der Erwartungswert des 95 % -Fraktilwertes der zur Datenklasse  $w_k = 0,15..0,25$  mm zugehörigen Mittelwerte  $w_{m,exp,random}$  wird hier für die Klasse  $w_{lim} = 0,2$  mm abgelesen und beträgt  $w_{m,95\%} = 0,227$  mm. Die Datensätze zeigen, dass das Modell DIN 1045-1, 11.2.4 sichert, dass wirklich nur etwa 2% aller aufgenommenen mittleren Rissbreiten diesen Wert überschreiten. Entsprechend den Daten ist aber in der genannten Klasse mit einem Maximalwert  $w_{m,max} = 0,276$  mm  $> w_{lim} = 0,2$  mm zu rechnen. Genau 2% aller aufgenommenen Rissbreiten sind so groß, dass sie verpresst werden müssen. Der Zielwert  $w_{lim}$  (Rechenwert der Rissbreite  $w_k$ ) wird mit einer Wahrscheinlichkeit von  $\sim 5,5$  % überschritten.

Ist man mit der Performance noch nicht zufrieden, kann man eine Sicherung gegen einen Wert der Rissbreite  $w_{lim} = w_k \cdot 1,8 = 0,2$  mm anstreben. Im Ergebnis ist der 95%-Fraktil der randomisierten Rissbreiten bei  $w_{m,95\%} = 0,124$  mm zu erwarten. Der Maximalwert der aufgenommenen mittleren Rissbreiten wird diesen Wert mit möglicherweise  $w_{m,max} = 0,206$  mm übertreffen und damit sogar  $w_{lim}$  leicht überschreiten. Die charakteristische Rissbreite  $w_{m,95\%}$  wird mehrfach überschritten, was aber aufgrund des kleinen  $w_{max}$  Wertes unerheblich ist. Verpressungen werden nicht notwendig. Das Berechnungssystem mit einem um den Faktor 1,8 erhöhten Teilsicherheitsbeiwert schießt für  $w_{lim} = 0,2$  mm also weit über das Ziel hinaus. Das Ergebnis ist natürlich in der Variante mit

maximalem Teilsicherheitsbeiwert deutlich verbessert, wird aber wegen  $w/\varnothing_s = \text{const.}$  nur mit einem um den Faktor 1,8 zu verkleinernden Stahldurchmesser  $\varnothing_s$  und deutlich zu verringernden Stababstand  $s$  erreicht. Selbst hier ist jedoch bei einem hohen Einfluss des Zufalls noch nicht gesichert, dass  $w_{\text{lim}}$  unterhalb des Grenz- oder Zielwertes 0,2 mm bleibt.

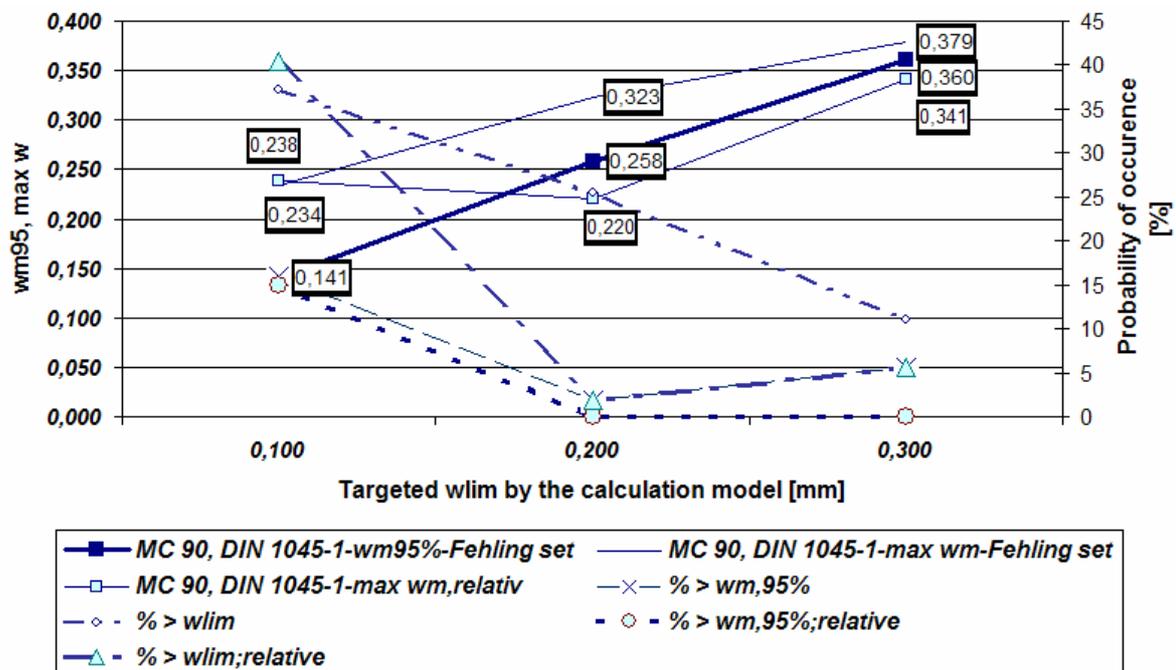


Abb. 27 Performance des DIN 1045-1 Modells ohne randomisierte Mittelwerte mit einem aus bezogenen Modellsicherheiten der Klasse erzeugten  $w_{\text{max}}$  Wert nach Gleichung 32 und aus der Gesamtheit der Modellsicherheiten erzeugten Überschreitungshäufigkeiten

Vorher wurde ein Vergleich der absoluten  $w_{m,\text{exp}}$  Werte einer Klasse mit dem  $w_{m,95\%}$ -Wert dieser Klasse durchgeführt. In dem zu Abb. 27 gehörenden Verfahren wird dagegen nach Überschreitungshäufigkeiten der einzelnen Modellabweichungen gegenüber dem zu  $w_{m,95\%}$  gehörenden Modellfehler gesucht. Der  $w_{m,95\%}$ -Wert ist für beide Verfahren identisch ermittelt worden.

Es wird deutlich sichtbar, wie die Verarbeitung eines maximalen Modellfehlers einer Klasse als Relativbezug zu  $w_{\text{lim}}$  zu einer wesentlich unproblematischeren Erwartungswert für  $w_{\text{max}}$  führt und für die Klassen  $w_{\text{lim}} = 0,2; 0,3$  mm eine deutliche Absenkung der Überschreitungshäufigkeiten bringt. Die Verschiebung der Modell- Ungenauigkeiten auf die Klassenmitte bringt in den Berechnungsklassen 2 und 3 eine Absenkung des Erwartungswertes für  $w_{\text{max}}$  unter das  $w_{m,95\%}$ -Niveau. Das Verfahren ist formal korrekt, die Ergebnisse werden aber, da das Zufallsmoment stark ausgeblendet wird, eine eher optimistische Annahme darstellen.

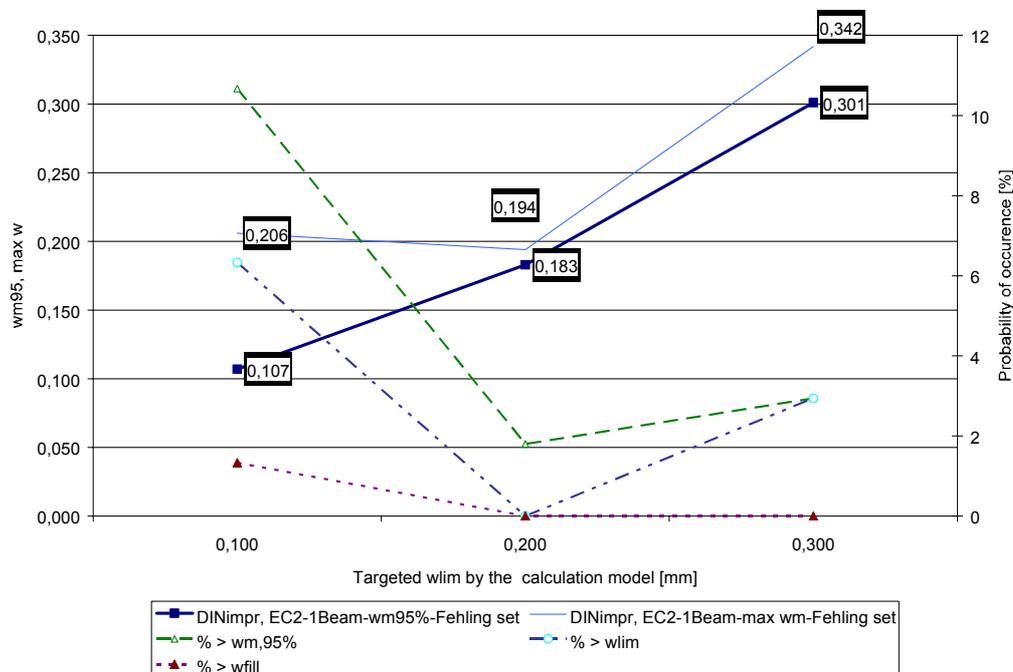
Für  $w_{\text{lim}} = 0,1$  mm wird die Situation nicht verbessert. Das unterstreicht, dass die Modell(un)sicherheit in dieser Klasse durch stark zufällige Einflüsse geprägt ist.

### 3.6 Folgerungen für Rissbreitenberechnungen aus den statistischen Prüfungen

Die Modellperformance des Rissbreitenmodells nach DIN 1045-1 und MC 90 ist für die Berechnungsklassen 2 und 3, also  $w_{\text{lim}} = 0,2$  bzw.  $0,3$  mm weitaus besser als ein 75% - Fraktil. Die Ergebnisse liegen je nach Prüfungsmethode und zu erwartenden

Einwirkungskombinationen zwischen 80 und 90%. Es scheint vorteilhaft zu sein, bei der Bemessung von Zuggliedern aus Stahl- und Spannbeton auf ein  $w_{lim} = 0,2$  mm eine Erhöhung des Rechenwertes der Rissbreite um den Faktor 1,2 zu berücksichtigen.

Nachfolgendes Diagramm zeigt die Auswirkungen einer solchen Absicherung auf die Ausgangswerte der Abb. 25:



Versuche einer Sicherung gegen weit höhere Fraktilwerte in den Berechnungsklassen (erreichbar über eine Erhöhung des Rechenwertes mit dem Faktor 1,8), führen in der Regel zu wenig effektiven Lösungen. Würde man beispielsweise eine auf der Basis des DIN-Modells berechnete Bewehrungslösung  $\varnothing_s 12$ ,  $s = 150$  mm dahingehend modifizieren wollen, wäre das Ergebnis  $\sim \varnothing_{eq} 7$ ,  $s = 50$  mm. *Übliche Lösungen im Brückenbau wären damit gefährdet!*

Dagegen bekommen Stahlbetonkonstruktionen mit sehr hohen Anforderungen an die Rissbreitenbeschränkung ( $w_{lim} \leq 0,15$  mm) Probleme, wenn sie mit dem DIN-Modell berechnet werden. Die Überschreitungshäufigkeiten sind einfach zu hoch. Es ist zudem meist nicht möglich, auf das Eintreffen von geringeren Einwirkungen als rechnerisch angesetzt zu vertrauen, da Risse in dieser Klasse zumeist aus nicht berücksichtigten Zwangsspannungen, insbesondere bei Zuggliedern, aufgebaut werden. Letztendlich wird mit der Mindestbewehrung gegen eine Risschnittgröße bewehrt, wie auch immer sie eintritt. Damit wird kein Spielraum gelassen, um vom Zufall zu profitieren.

Es ist zudem davon auszugehen, dass ein bestimmter Anteil der Risse in dieser Klasse 0,1 mm immer Einzelrisse bleiben werden und damit durch das DIN-Modell für abgeschlossene Rissbildung nur schwer erfasst werden können. Der Berechnungsvorschlag für Einzelrisse nach Heft 525 [19] wird hier nur unter bestimmten Voraussetzungen weiterhelfen, da er zu optimistisch sein kann, wenn der Riss bei der angestrebten Zielrissbreite von 0,1 mm nicht bereits im frühen Betonalter erreicht wurde. Gründe für die Abweichungen vom Berechnungsmodell enthält u.a. Kapitel 2.3.

Theoretisch besteht natürlich auch hier die Chance, Gleichung 24 zu nutzen, aber der Mindestbewehrungsgrad wäre für eine Realisierung noch viel zu hoch. Hier hilft nur auf eine Rissbildung mit Frühzwang zu hoffen und das eingesetzte Material auf dieses Ziel hin zu optimieren. Nur in diesem Fall darf mit einem um 50% verminderten Wert für  $f_{ct,eff}$  gerechnet werden. Ein Dehnungsunterschied ist dann mit  $(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) = 0,4 \sigma_{s,cr}/E_s$  über einen Wirkungsbereich von  $s_{r,cr} = s_{rk} + s_{rm}$  anzunehmen, da Dauerlasteinflüsse noch fehlen. Die Kriecheigenschaften des jungen Betons helfen zusätzlich die Rissbreite klein zu halten.

Tritt der Riss dann früh ein, muss zumindest für die zu sichernde Rissbreite  $w_{lim} = 0,1$  mm der Nachweis mit einer berechneten Dehnungsdifferenz  $(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \geq 0,6 \sigma_s/E_s$  für  $s_r = s_{rk}$  zusätzlich geführt werden. Damit besteht auch Sicherheit gegen spätere Zwängungen und Eigenspannungen unter Annahme voller Zugfestigkeit  $f_{ct,eff} \geq f_{ctm, 28d}$  entlang des verbleibenden Rissabstandes  $s_{rk}$ .

Dieser Nachweis wird dann auch maßgebend gegenüber dem vorhergehenden Ergebnis aus früher Rissbildung. Prinzipiell ist damit wieder der Berechnungsvorschlag von Heft 525 [19] hergestellt, aber eben nur wenn gesichert wird, dass der Riss ohne Verlust der Betonqualität !! früh eintreten wird. Gelingt dies nicht, stehen die Verpressarbeiten unweigerlich auf der Tagesordnung. Das nachfolgende Diagramm verdeutlicht den Zusammenhang.

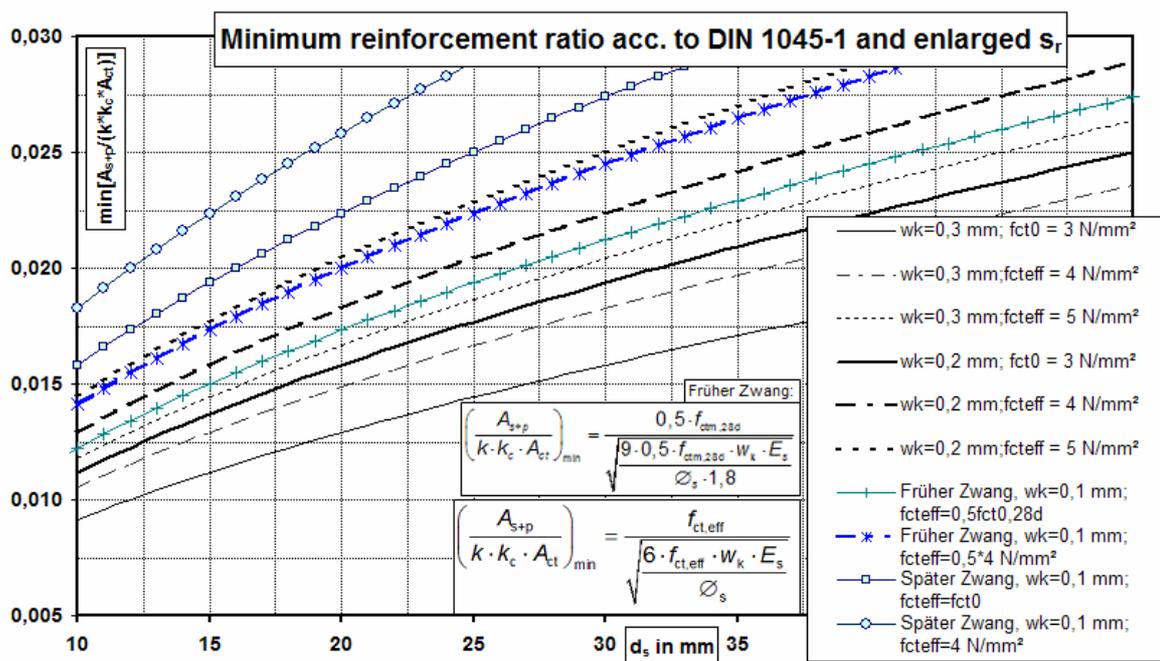


Abb. 28 Veränderter Ansatz für die Mindestbewehrung ( $\min$   $eff$   $\rho$ ) nach DIN 1045-1, 11.2.2. Integriert: Mögliche Nutzung des günstigen Einflusses einer frühen Rissentwicklung

Die Stahlspannung  $\sigma_s$  ergibt sich aus den Materialbedingungen bei Erstrissbildung und dem Ziel der Sicherung der Grenzzrissbreite automatisch und braucht nicht weiter verfolgt zu werden. Der „erlaubte“ Bereich der bezogenen Bewehrungsmenge befindet sich o b e r h a l b der jeweiligen Kurve.

Kommentare zur Behandlung und Evaluierung von Eigenspannungen und Beton in frühem Betonalter finden sich in [27], [28], [29].

Wird der zeitliche Bezug des wahrscheinlichen Risseintritts geändert und allgemein als  $f_{ct,eff} = f_{ct}(t)$  eingeführt, lässt sich für eine frühe Rissentwicklung bei:

$f_{ct}(t) < f_{ctm,28d}$  und  $t < 28 d$  wie folgt entwickeln:

Früher Zwang (Dehnungsdifferenz mit  $0,4 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}$  angesetzt):

$$\text{Mindestbewehrung: } \min \text{ eff } \rho = \left( \frac{A_{s+p}}{k \cdot k_c \cdot A_{ct}} \right) = \frac{f_{ct}(t)}{\sqrt{\frac{9 \cdot f_{ct}(t) \cdot w_k \cdot E_s}{\varnothing_s \cdot corfac1}}} \quad \text{Gleichung 33}$$

mit

$$corfac1 \rightarrow \left( \begin{array}{l} 1,0 \Rightarrow \text{allgemein: DIN 1045-1} \\ 1,2 \Rightarrow \text{empfohlen: Zugglieder mit } w_k = 0,2 \text{ mm} \\ \leq 1,8 \Rightarrow \text{empfohlen: } w_k \leq 0,15 \text{ mm} \end{array} \right)$$

Bei Rissbildung nach  $t \geq 28 d$  ergibt sich abweichend:

Späterer Zwang (Dehnungsdifferenz mit  $0,6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}$  angesetzt):

$$\min \text{ eff } \rho = \left( \frac{A_{s+p}}{k \cdot k_c \cdot A_{ct}} \right) = \frac{f_{ct}(t)}{\sqrt{\frac{6 \cdot f_{ct}(t) \cdot w_k \cdot E_s}{\varnothing_s \cdot corfac2}}} \quad \text{Gleichung 34}$$

mit

$$corfac2 \rightarrow \left( \begin{array}{l} 1,0 \Rightarrow \text{streng nach DIN 1045-1} \\ 1,2 \Rightarrow \text{empfohlen: Zugglieder mit } w_k = 0,2 \text{ mm} \\ \leq 1,8 \Rightarrow \text{empfohlen: } w_k \leq 0,15 \text{ mm} \end{array} \right)$$

Da die Ansätze in Abb. 28 wie auch zur Bestimmung der Stabdurchmessertabelle in DIN 1045-1 ohne Berücksichtigung des Dehnungsaufbaus bei Einzelrissbildung hergeleitet sind, existiert folgende theoretische Modellabweichung aus der vereinfachten Annahme der Rissspannungen:

$$\text{vereinfacht: } \sigma_s = \frac{f_{ct}(t) = f_{ct,eff}}{\text{eff } \rho} \sim \sigma_{sR}$$

$$\text{exakt: } \sigma_{sR} = \frac{f_{ct}(t) = f_{ct,eff}}{\text{eff } \rho} \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \text{eff } \rho]$$

$$\delta = \left[ \frac{\left( \frac{1}{\min, \text{eff } \rho_{\text{simpl.method(Abb.28, DIN 1045-1)}} + \frac{E_s}{E_{ct(t)}} - 1 \right)}{\left( \frac{1}{\min, \text{eff } \rho_{\text{exact}}} + \frac{E_s}{E_{ct(t)}} - 1 \right)} \right]^2 \quad \text{Gleichung 35}$$

### 3.7 Sicherheitsindex $\beta$ - die „ultima ratio“ ?

Aufgrund der Schwierigkeiten, einem Modell einen Fraktilwert und damit eine gewisse Sicherheit gegen die Überschreitung eines gewählten Grenzwertes zuzuweisen, scheinen Fragen nach einer Aussageverbesserung durch die Feststellung eines Sicherheitsindex  $\beta$  sinnvoll. Auch für die Bewertung der Modellqualität hinsichtlich der Sicherung gegen sehr kleine Rissbreiten könnten Untersuchungen zur Ermittlung eines Sicherheitsindex  $\beta$  weitere Informationen geben.

Beispielsweise fordern Vorschriften für die Sicherung der Funktionalität des Bauteils oder Bauwerks im Gebrauchszustand die Einhaltung eines Sicherheitsindex  $\beta$  für den Bezugszeitraum eines Jahres wie folgt:

	Sicherheitsklassen		
	1	2	3
$\beta$ für Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (auch Rissbildung und Schwingungsanfälligkeit)	2,5	3,0	3,5
Operative Versagenswahrscheinlichkeiten $P_f$ (hier Überschreitungswahrscheinlichkeiten des Grenzwertes)	$5,8 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$2,4 \cdot 10^{-4}$

Tabelle 6 Zusammenhang von Sicherheitsindex und Versagenswahrscheinlichkeit für Gebrauchszustände entsprechend der Vorschrift [18]

Ein anderes Modell zur Berechnung der Rissbreite untersuchend, gibt es bereits beispielhafte Aussagen von Visman/Zilch [26] für ein  $w_{lim} = 0,3$  mm. Hier wurde der Sicherheitsindex für einen statisch unbestimmt gelagerten Balken als sehr streuend, aber noch weitgehend sicher, aufgefunden.

Zu beachten ist jedoch, dass mit den gestiegenen Anforderungen an die Dauerhaftigkeit die Betondeckung  $c$  unter ähnlichem Vorsatz der Sicherung einer hohen Lebensdauer angehoben wurde, insbesondere für zugbeanspruchte Bauteile wie Bodenplatten oder Wandabschnitte eine sog. „Weißen“ Wanne. Das erschwert gleichzeitig jedoch die Absicherung der zu erwartenden Risse gegen eine definierte Zielrissbreite. Eine Korrelation der zutreffenden Grenzzustandsgleichungen zur Sicherung der Funktionalität über eine vorgegebene Lebensdauer ist also aufgrund dieser Widersprüchlichkeit wahrscheinlich nur schwer zu erreichen und es wird aus den vorhandenen Angaben nicht klar, ob eine solche Korrelation mit den durch die Norm gegebenen Angaben und Modellen auch für  $w_{lim} \leq 0,2$  mm gezeigt werden kann. Insbesondere für  $w_{lim} = 0,1$  mm wird auch bei Anwendung des sicheren Vorgehens nach Tabelle 1, Z.3 mit Nachweisschwierigkeiten gerechnet, die ja durch die Erfahrungen in der Praxis bestätigt werden (hohe Eintrittswahrscheinlichkeiten von Überschreitungen).

Insgesamt reichen die in den beiden untersuchten Datensätzen vorhandenen Informationen nicht aus, um eine Auswertung mit dem Ziel der Errechnung und Prüfung eines Sicherheitsindex  $\beta$  durchführen zu können.

## **4 Reale Rissformen in Versuch und Praxis. Grenzen der Möglichkeiten von Messung und Berechnung**

### **4.1 Allgemeines**

Es verbleibt die in der Überschrift gestellte Frage zu beantworten, was für ein Riss überhaupt berechnet wurde und inwieweit Vergleichsmöglichkeiten von Berechnungsergebnissen mit Rissen auf der Baustelle bestehen. Die Frage klingt absurd, ist aber von einiger Wichtigkeit. Naturgemäß ist der rissbreitenbeschränkende Stahl in seiner unmittelbaren Umgebung wirksamer als in der Mitte zwischen zwei Stababständen. Oberhalb eines Stababstandes von  $s = 5 \cdot (c + \varnothing_s / 2)$  ist immer mit größeren lokalen Rissbreiten zu rechnen, so dass für die Berechnung der anzusetzende Rissabstand zu erhöhen ist.

Der berechnete Riss  $w_{\text{cal,m}}$  kann dagegen einen Mittelwert über den Bereich  $\leq 5 \cdot (c + \varnothing_s / 2)$  abbilden. Die lokal und diskret messbaren Rissabstände  $w_{\text{loc}}$  streuen in diesem Bereich unter Umständen erheblich. D.h. auch, dass zum Beispiel für ein lokal eng begrenztes Maximum  $w_{\text{max,loc}}$  gelten kann:  $w_{\text{max,loc}} > w_{\text{max,erwartet}}$ . Nachfolgendes Bild zeigt die Streuungen von  $w_{\text{loc}}$  über die Risslänge.

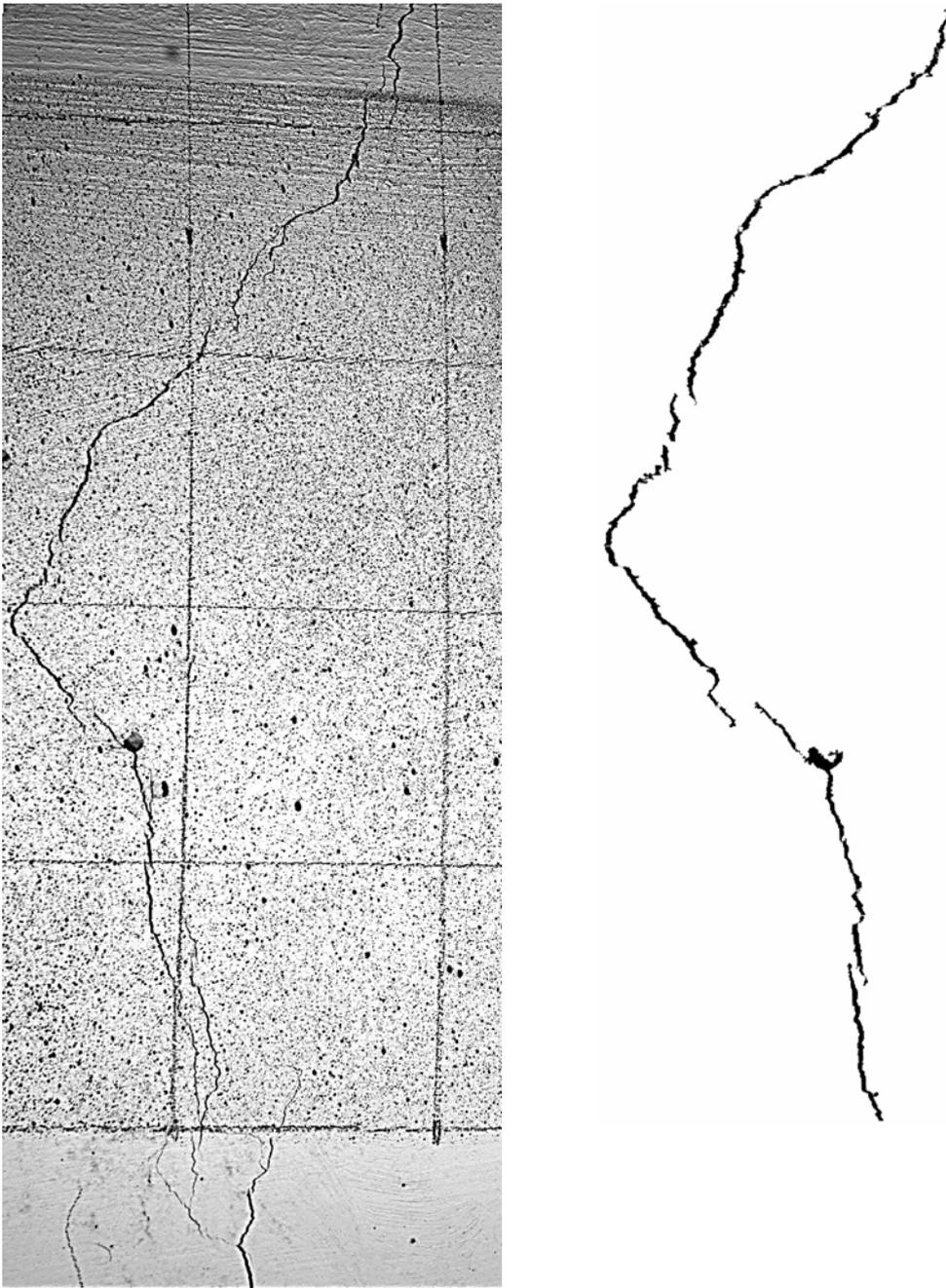


Abb. 29a) und b) Ausprägung eines Risses in einem auf Biegung belasteten Bohrpfahl, der die Eigenschaften eines charakteristischen Wertes  $w_k$  und  $s_{r,k}$  für diesen Versuch trägt [5]

Damit sollte eine Argumentation um möglicherweise festgestellte Überschreitungen von Grenzwerten  $w_{lim}$  sich nie auf einzelne, wenige Messungen an lokalen Entartungen eines Risses entzünden. Der Konstrukteur hat nur eine Chance gegen den Mittelwert der Rissbreite über eine bestimmte Risslänge zu sichern, einzelne lokale Entartungen können dabei nicht berechnet werden.

Berechenbar ist die mittlere Rissbreite  $w_{cal}$  auch über die Auswertung des Verhältnisses der Fläche der Oberflächen-Rissprojektion zu der festgestellten Risslänge.

$$w_{cal} = w_{cal,surface} = \frac{1}{S} \cdot \int_{l=0}^{l=s} w_{local}(l) dl = \frac{A_{w,surface}}{S_{tot}}$$

mit	$A_{w,surface}$	Fläche, die der Riss an der Bauteiloberfläche einnimmt	Gleichung 36
	$w_{local}$	Kontinuierlich, lokal und parallel zur Bewehrung aufgenommene Rissbreite	

Es ist nicht einfach, die Oberflächen-Rissfläche aufzunehmen. Diskrete Messungen, z.B. mit Risslupen, in einem festgelegten Abstand sind eine Möglichkeit, führen aber aufgrund der sehr begrenzten Messgenauigkeit ( $\sigma \sim 0,05$  mm) zu sehr groben und wenig befriedigenden Ergebnissen. Immerhin mögen solche Ergebnisse ausreichend sein, um über die Notwendigkeit des Verpressens von größeren Rissen Aussagen zu treffen.

Man könnte die entsprechend um etwa 0,05 mm gegenüber  $w_{lim}$  hochgesetzten Verpressgrenzen auch so interpretieren, dass sie eine gewisse Toleranz gegen die Überbewertung vereinzelter, lokal begrenzter Überschreitungen von  $w_{lim}$  bieten.

## 4.2 Möglichkeiten fotogrammetrischer Auswertungen mit einfachen Mitteln

Genauere Antworten zu einer vorhandenen oder eingetretenen mittleren Rissbreite kann die fotogrammetrische Auswertung von Rissfotografien geben. Wichtige Voraussetzung für das Gelingen sind Skalierbarkeit der Rissaufnahme und ein hohe Farbtreue bzw. Graustufen- und Helligkeitstreue sowie eine hohe Auflösung der Fotografien. Im Wesentlichen läuft die Lösung auf eine Pixelzählung gleichfarbiger Pixel hinaus, wobei dem einzelnen Pixel ein Flächenwert entsprechend der Auflösung zugewiesen wird. Diese Arbeit kann mit moderner Fotosoftware problemlos erledigt werden. Bei kleinen Rissbreiten bleibt dieses Vorgehen problematisch, da der Riss sich oft vollständig im Subpixelbereich bleibt. Leider betrifft das zumeist die Rissgrößen die für die Gebrauchstauglichkeit interessant sind. Auf Fotos ist das daran zu erkennen, dass die Zoomgrenzen erreicht sind und der Riss zunehmend durch Grau- anstelle von Schwarzwerten bei Schwarz-Weiss-Bildern dargestellt wird. Hier kann eine Prognose über die Rissfläche nach Gleichung 36 nur durch eine Interpolation über die Farbwerte zwischen dem Rissbereich und der Umgebung geschehen.

Die Auswertung kann folgender einfacher Sequenz folgen:

Schritt 0: Anfertigung einer hochauflösenden Aufnahme des zu untersuchenden Risses nach Auftragung von exakten Bezugspunkten in Rissnähe für eine spätere Skalierung

Schritt 1: Erzeugung eines Bildes mit 256 Graustufen und Skalierung; Feststellung des Flächenäquivalents eines Pixels  $A_{w,pixel}$  (255- weiß)

Schritt 2: Ausschneiden des Risses, Lagerung in einem neuen Bild mit weißem Hintergrund und Feststellung des durchschnittlichen Farbwertes der ausgeschnittenen Rissfläche  $C_{v,riss}$ ; Ermittlung der Gesamtzahl nichtweißer Pixel  $N_p$

Schritt 3: Subjektive Festlegung eines oberen Dunkelwertes  $Cv_{cor} > 0$ , der die Akzeptanz eines Pixels als vollen Bestandteil von  $A_{w,surface}$  rechtfertigt, entsprechend den Kontrasten und Helligkeiten des Fotos. (z.B. 55)

Schritt 4: Ausschneiden der Rissumgebung aus dem Original, Lagerung in einem dritten Bild mit weißem Hintergrund und Feststellung ihres durchschnittlichen Farbwertes  $Cv_{environ}$

Schritt 5: Korrektur der Farbwerte:

$$\begin{aligned} Cv_{riss,cor} &= Cv_{riss} - Cv_{cor} \\ Cv_{environ,cor} &= Cv_{environ} - Cv_{cor} \end{aligned} \quad \text{Gleichung 37}$$

Schritt 6: Interpolation

$$\begin{aligned} \text{linear:} \quad A_{w,surf} &= N_p \cdot \frac{Cv_{environ,cor} - Cv_{riss,cor}}{Cv_{riss,cor}} \cdot A_{w,1Pixel} \\ \text{quadratisch:} \quad A_{w,surf} &= N_p \cdot \left( \frac{Cv_{environ,cor} - Cv_{riss,cor}}{Cv_{riss,cor}} \right)^2 \cdot A_{w,1Pixel} \end{aligned} \quad \text{Gleichung 38}$$

Die Nutzung des linearen Zusammenhanges ist bereits oft zielführend. Eine Art Standardabweichung der Messung ergibt sich durch Probleme der Rissextraktion aus dem Originalfoto und den daran anschließenden Versuchen der Auswertung. Streuungen von 0,05 mm sind auch hier möglich, im Mittel sind jedoch sehr genaue Werte  $w_m$  zu erreichen.

Starrkörperverschiebungen und Verschiebungen in die Bildebene hinein können mit diesem sehr vereinfachten Verfahren nicht erfasst werden.

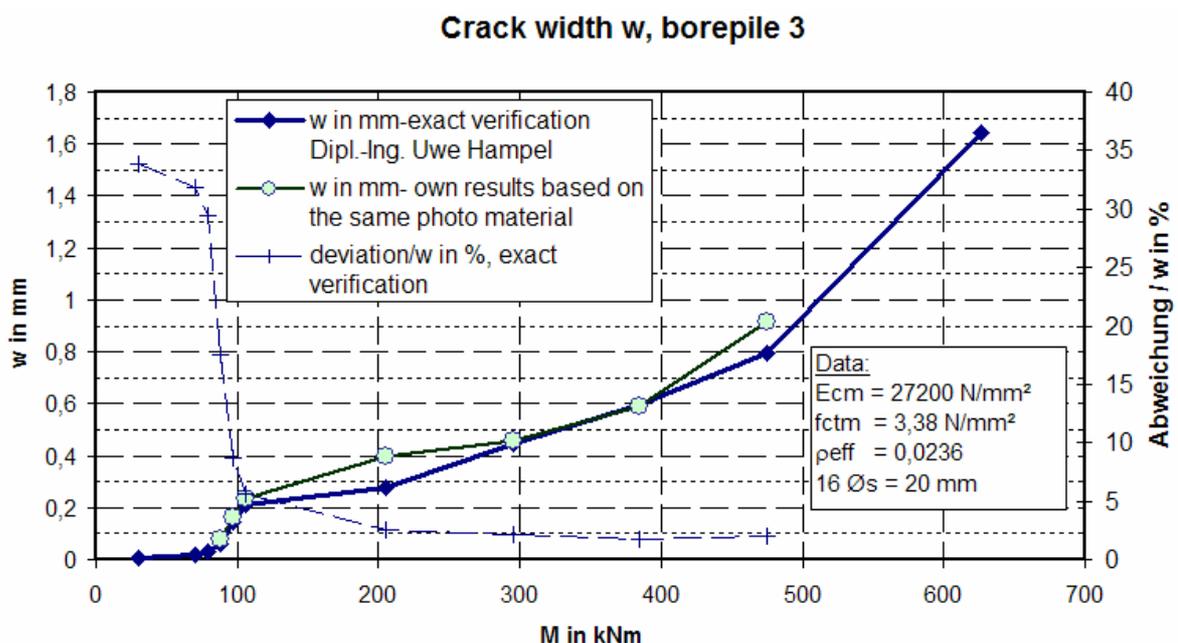


Abb. 30 Ergebnisse einer Auswertung einer Serie von Rissfotos mit dem vereinfachten Verfahren und einer exakten fotogrammetrischen Auswertung im Vergleich

Diesem einfachen Ansatz steht natürlich die Genauigkeit einer genauen Fotogrammetrie gegenüber, deren Wert vor allem in der geringen Standardabweichung der Messung zu finden ist. Im vorliegenden Beispiel lag die exakte Auswertung einer Messung an der TU Dresden von Dipl.- Ing. Uwe Hampel, Fakultät Geodäsie vor, die Gebrauchstauglichkeitsversuche an Bohrpfählen begleitete. Die hier erzielten Genauigkeiten übertrafen die Messmöglichkeiten einer Versuchsbegleitung mit 200 mm langen IWA auf der Zugseite bei weitem.

## 5 Folgerung: Seien Sie tolerant!

Selbst ein wie auch immer berechneter  $w_{\max}$  – Wert ist, kann über die Risslänge gesehen wiederum nur einen mittleren Wert abbilden. Einzelne in Einzelmessungen (z.B. mit der Risslupe) lokal festgestellte Extrema sind daher durch mögliche Berechnungen kaum abbildbar. Dazu kommt bei kleinen Rissbreiten ein hohes Moment des Zufalls hinzu. Erwartungswerte für eine mittlere Rissbreite sind zumeist weitaus zutreffender ermittelbar.

Bereits Jungwirth [30] hat deshalb auf akzeptable Toleranzen zwischen berechneten Grenzwerten und maximal feststellbaren Werten der Rissbreite hingewiesen, deren Grenzen ursprünglich im Zusammenhang mit einer (verbundgefährdenden) Längsrisbildung standen. Auf die neue DIN 1045-1 umgesetzt, würde sich folgende Tabelle ergeben:

Anforderungsklassen	Zulässige Rissbreite $w_k$ (~ 80-%-Fraktil)	max. zulässige Einzelwerte bei geringer Überschreitungshäufigkeit nach [13]
E (sehr geringe Längsrisbildung)	0,3 (0,35)	0,36 ... 0,42 (< 0,5 als Grenzwert des GZG)
B, C, D (geringe Längsrisbildung)	0,2 (0,25)	0,24 ... 0,3
A (Haarrisse, nach Sondermaßnahmen)	0,10 (0,15)	0,12 ... 0,18

Tabelle 7 Vorschlag für die Definition eines Zusammenhanges zwischen charakteristischer Rissbreite und maximal tolerierter Rissbreite- Werte, sinngemäß nach [30]

In der Orientierung an der Längsrisbildung bleibt der Bezug zu einem durch das Rissbreitenmodell beschriebenen Verbundspannungspotential erhalten. Es bleibt zu beachten, dass jeder Versuch, anstelle von  $w_k$  ein ähnlich großes  $w_{\max}$  als Berechnungsziel zu formulieren, zu einer Absenkung des Rechenwertes  $w_k$  führen muss. Dieses dann notwendige  $w_k$  würde damit weit unter den zulässigen Werten liegen müssen. Die Bewehrungsmenge zur Beschränkung der mittleren Rissbreite insbesondere bei Spannbetonbauteilen würde demnach deutlich erhöht werden. In der Folge sind höhere Materialkosten, ein weitaus höherer Arbeitswand und Probleme mit der Betonqualität zu erwarten.

In europäischen Normungsentwürfen ist deshalb bereits folgender Satz als eine Art *Opener* den Nachweisen der Beschränkung der Rissbreite vorangestellt.

*“A limiting calculated crack width,  $w_{max}$ , taking into account of the proposed function and nature of the structure and the costs of limiting cracking, should be established”*. – etwa: *“Eine Grenzzrissbreite  $w_{max}$  ist in der Regel zu etablieren, die die angestrebte Funktion und Natur des Bauwerks sowie die Kosten für die Rissbreitenbeschränkung (auf diese Rissbreite !- Anm. des Verfassers) berücksichtigt.“*

Desgleichen wird in den aktuellen europäischen Betonbaunormentwürfen auf den stark zufälligen Charakter des Eintretens von Rissbreiten hingewiesen.

Da also auch die Kosten betrachtet werden sollen, kann also die ökonomisch fragwürdige Beschränkung der Rissbreite auf ein absolutes Maximum kaum gefordert werden. D.h. jeder gewählte Wert „ $w_{max}$ “ oder  $w_k$  wird zwar ein relativ selten erreichter Wert sein, der aber möglicherweise vereinzelt als überschritten aufgefunden werden wird. Diese einzelnen Überschreitungen sind für Veränderungen gegenüber einer prognostizierten Verformung relativ ungefährlich, solange kein Stahlfließen beliebige Verformungszustände ermöglicht. Weitere Gefahren können durch erleichterte Stahlkorrosion oder durchfließende Flüssigkeiten entstehen. Für die Gefahr durch Stahlkorrosion sind aber nicht die Oberflächenrissbreiten, sondern die Rissbreiten an der Risswurzel sowie die Stahldurchmesser entscheidend. Es gilt dabei, je größer der Durchmesser, desto geringer die potentielle Gefährdung durch den korrosionsbedingten Querschnittsverlust.

Hinsichtlich der Gefahren durch durchfließende Wasser ist Folgendes zu bedenken. Die Durchflussgefährdung durch Wasser besteht nur, solange wie Rissheilung ausgeschlossen wird. In neuen technischen Regeln für Wasserbauten werden aufgrund der Ergebnisse aus [31] eine Rissbreitenbegrenzung auf  $w_{k,cal} = 0,25$  mm für ausreichend gehalten, eine Rissheilung im gegebenen Fall immer noch zuzulassen.

Kritischer für die Veränderung von Verformungszuständen über größere Bauteilabschnitte sind Modellunsicherheiten bei der Bestimmung der mittleren Rissbreite. Da die effektive Zugzone als Zugstab angesetzt wird, gibt es jedoch auch Situationen in Verbindung mit großen Krümmungen, in denen zweifelhaft ist, inwieweit die Mittelwerte der Rissbreite sicher abgebildet werden. Beispielsweise bei dünnen Biegebauteilen mit kleiner Betondeckung werden die Rissabstände deutlich überschätzt. Demzufolge werden Zwängungen gut abgebaut und größere Risse sicher ausgeschlossen, in der Durchbiegung sind aber deutliche Abweichungen zu erwarten. Für Ingenieurbauteile mit größeren Betondeckungen und relativ hohen Druckzonen erzielt man in der Anwendung dagegen oft sehr zutreffende Werte in der Mittelwertbestimmung hinsichtlich Rissabständen, als auch Rissbreiten.

Aufgrund des vorhandenen Wissenstandes kann aber auch insbesondere für die Bauteile mit großen Biegeverformungen festgestellt werden, dass der Rechenwert der Rissbreite ein hohes Maß an Modellsicherheit gegenüber der wahrscheinlich eintretenden Rissbreite bietet.

## 6 Literatur

- [1] prEN 1992-1-1, Eurocode 2: Design of Concrete Structures- Part 1: General Rules and Rules for Buildings. CEN, November 2002
- [2] Curbach, M. et al.: Ermittlung des Rissverhaltens von Ortbetonpfählen. Abschlussbericht, Technische Universität Dresden, Lehrstuhl für Massivbau, Mai 2003
- [3] Edvardsen, K. C.: Wasserdurchlässigkeit und Selbstheilung von Trennrissen in Beton. Heft 455 des DAfStb, Beuth-Verlag, Berlin, 1996
- [4] Bulletin d'information No. 213: CEB-FIP Model Code 1990. Lausanne, 1993
- [5] DIN 1045: Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung. Ausgabe Juli 1988, Beuth Bauverlag Berlin, 1989
- [6] DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Ausgabe Juli 2001
- [7] König, N; Tue, N.: Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rissbreitenbeschränkung im Stahlbetonbau und Spannbetonbau. Heft 466 des DAfStb, Beuth-Verlag, Berlin, 1996
- [8] Kordina, K.; Schubert, L.; Troitzsch, U.: Kriechen von Beton unter Zugbeanspruchung. Heft 498 des DAfStb, Beuth-Verlag, Berlin, 2000
- [9] Rots, J. G.: Simulation of Bond and Anchorage: Usefulness of Softening Fracture Mechanics. From: Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete. Edited by A. Carpintieri, Elsevier Science Publishers, London · New York, 1992
- [10] Tepfers, R.: A Theory of Bond Applied to Overlapped Tensile Reinforcement Splices for Deformed Bars. Publication 73:2, Division of Concrete Structures. Chalmers University of Technology, Göteborg, 1973
- [11] Corres Peiretti, H.: Serviceability Limit State. Supporting Document for Section 7 (Crack control) of EN 1992-1, 2001, not published yet
- [12] CEB Bulletin 242: Ductility of Reinforced Concrete Structures. Synthesis Report and Individual Contributions, Task Group 2.2, Lausanne 1998
- [13] Noghabai, K.: Reinforced Concrete Elements under Combined Loading and Environmental Exposure: Survey on Degradation Processes and Experimental Study. Research Report, Lulea Tekniska Universitet, 2001
- [14] Kordina, K.; Schubert, L.; Troitzsch, U.: Kriechen von Beton unter Zugbeanspruchung. Heft 498 des DAfStb. Beuth-Verlag, Berlin 2000

- 
- [15] Huang, Z.; Engström, B.; Magnusson, J.: Experimental and Analytical Studies of the Bond Behaviour of Deformed Bars in High Strength Concrete. Fourth International Symposium at the Utilization of High Strength /High Performance Concrete, Vol. 3, Laboratoires des Ponts et Chaussées, Paris, 1996
- [16] Trost, H. et al.: Teilweise Vorspannung. Verbundfestigkeit von Spanngliedern und ihre Bedeutung für Rissbildung und Rissbreitenbeschränkung. Heft 310 des DAfStb. Verlag Ernst & Sohn, Berlin 1980
- [17] Rostasy, F.S. und Scheuermann, J.: Verbundverhalten einbetonierten Betonrippenstahls bei extrem tiefer Temperatur, Heft 380 des DAfStb, Berlin: Ernst & Sohn 1987
- [18] DIN: Grundlagen zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen. DIN, Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag, Köln 1981
- [19] Curbach, M.; Tue, N.; Eckfeldt, L.; Speck, K.: Beitrag: Zum Nachweis der Rissbreitenbeschränkung gemäß DIN 1045-1. Aus: Erläuterungen zu DIN 1045-1. Teil 2. Heft 525 des DAfStb, Beuth Verlag, Berlin 2003, S. 190 ff.
- [20] Schießl, P.: Grundlagen der Neuregelung zur Beschränkung der Rissbreite. Heft 400 des DAfStb, Beuth Verlag, Berlin 1989
- [21] König, G.; Fehling, E.: Zur Rissbreitenbeschränkung im Stahlbetonbau. Aus Zeitschrift: Beton- und Stahlbetonbau. 1988, Heft 6 und 7. Verlag Ernst & Sohn, Berlin 1988
- [22] Eligehausen, R., Popow, E. P. und Bertero, V. V.: Local Bond Stress-Slip Relationships of Deformed Bars under Generalized Excitations, Report No. UCB/EERC-83/23 Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, Oktober 1983
- [23] Bruggeling, A.S.G.: Übertragen der Vorspannung mittels Verbund, Beton- und Stahlbetonbau, Heft 3/2001; Verlag Ernst & Sohn, Berlin 2001
- [24] Stevens, R.F.: Deflection of reinforced concrete beams. Proceedings, Institution of Civil Engineers (London), Part 2, Research and Theory, Sept., S. 207-224
- [25] DBV-Merkblatt: Füllen von Rissen. Anwendung von Reaktionsharzen im Betonbau. Deutscher Betonverein, Berlin 1987
- [26] Vismann, U.;Zilch, K.: Non-linear analysis and safety evaluation by finite-element-reliability method. In: CEB Bulletin d'information No. 229: New developments in non-linea analysis methods. CEB, Lausanne 1995
- [27] Bergner, H.: Rissbreitenbeschränkung zwangbeanspruchter Bauteile aus hochfestem Normalbeton. Heft 482 des DAfStb, Beuth Verlag, Berlin 1997
- [28] Rostasy, F.S.; Krauß, M.: Frühe Risse in massigen Betonbauteilen – Ingenieurmodelle für die Planung von Gegenmaßnahmen. Heft 520 des DAfStb, Beuth Verlag, Berlin 2001

- [29] Paas, U.: Mindestbewehrung für verformungsbehinderte Betonbauteile im jungen Alter. Heft 489 des DAfStb, Beuth Verlag, Berlin 1998
- [30] Jungwirth, D.: Begrenzung der Rissbreite im Stahl- und Spannbetonbau. Beton- und Stahlbetonbau 7/1985, S. 178 ff.
- [31] Edvardsen, K. C.: Wasserdurchlässigkeit und Selbstheilung von Trennrissen in Beton. Heft 455 des DAfStb, Beuth-Verlag, Berlin, 1996